Безрук Юрій
група КС-21
варіант № 2

1) Для зрозумілішого пояснення варіаційного ряду спочатку треба дати визначення вибірки.
Вибірка – множина об'єктів або подій, вибраних за допомогою відповідної процедури з генеральної сукупності для застосування в дослідженнях. Вибірка складається з варіант.
$x_1, x_2 \ldots, x_k$ – вибірка x – варіанта
Впорядкована за зростанням вибірка називається варіаційним рядом.
$x_{(1)}, x_{(2)}, \ldots, x_{(k)}$ такі що $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \ldots \leq x_{(k)}$
Частота – кількість спостережень
Статистичний ряд – це значення варіант разом з відповідними до них частотами.
$x_1, x_2, \ldots x_k$ – варіанти. Статистичні ряд також є
$n_1, n_2, \ldots n_k$ – частоти впорядковані.
Теоретична функція розподілу.
Нехай x – дійсне число, а ξ – випадкова величина. Ймовірність події, яка полягає в тому, що ξ набуде значення менше x, тобто ймовірність події $\xi < x$ позначимо через F. Якщо x змінюється, то змінюється й F, тобто $F(x)$ – функція від x.
Теоретичною функцією розподілу називають функцію $F(x)$, яка визначає ймовірність того, що випадкова величина ξ у результаті випробування набуде значення менше x, тобто $F(x) = P(\xi < x)$
Властивості: 1) $0 \leq F(x) \leq 1$ 2) неспадаюча, тобто $F(x_2) \geq F(x_1)$, якщо $x_2 > x_1$
3) Якщо можливі значення $\xi \in [a, b]$, то: $F(x) = 0$ при $x \leq a$
$F(x) = 1$ при $x \geq b$

Емпірична функція розподілу

Нехай відомий статистичний розподіл частот кількісної ознаки X. Введемо позначення: n_x – к-сть варіант, менших X, n – загальна к-сть спостережень (об'єм вибірки). Відносна частота події $X<x$ дорівнює n_x/n. Якщо x змінюється, то змінюється і відносна частота, тобто n_x/n є функцією від x. Оскільки ця функція знаходиться емпіричним шляхом, то її називають емпіричною.

Отже, Емпіричною функцією розподілу (функцією розподілу вибірки) називають функцію $F_e(x)$, яка визначає для кожного значення x відносну частоту події.

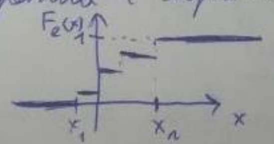
$$F_e(x) = \frac{n_x}{n}$$

Властивості ЕФР.

1. Значення $F_e(x) \in [0;1]$
2. ЕФР неспадна, тобто $F_e(x_2) \geq F_e(x_1)$ для $x_2 > x_1$
3. Якщо x_1 – найменша варіанта, а x_k – найбільша варіанта, то $F_e(x)=0$, коли $x \leq x_1$; $F_e(x)=1$ коли $x > x_k$

$$F_e(x) = \begin{cases} 0, & x \leq x_1 \\ \frac{n_x}{n}, & x_k < x \leq x_{k+1}, \ k=1,2,\dots n \\ 1, & x > x_n \end{cases}$$

ЕФР дискретна і характеризується стрибками $1/n$ у всіх точках x_i



Відмінність між емпіричною і теоретичною функціями полягає в тому, що теоретична функція $F(x)$ визначає імовірність події $X<x$, а емпірична функція $F_e(x)$ визначає відносну частоту цієї ж події.

Теорема Глівенка - Кантеллі:

Нехай $\xi \in F$, тоді коли $n \to \infty$ $\sup_x |F_e(x) - F(x)| \xrightarrow{P} 0$

2) $\gamma = 0,99$ $\sigma = 5$, $\overline{x}_B = 16,8$, $n = 25$

Розв'язок. Необхідно знайти довірчий інтервал

$$\overline{x}_B - t\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_B + t\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Всі величини, окрім t, відомі з умови задачі.

Знайдемо t із співвідношення $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \frac{0,99}{2} = 0,495$

За відповідною таблицею знаходимо $t = 2,58$

Підставляємо в формулу $t = 2,58$; $\overline{x}_B = 16,8$; $\sigma = 5$; $n = 25$

$$t\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2,58 \cdot \frac{5}{\sqrt{25}} = 2,58 \cdot \frac{8}{8} = 2,58$$

$$\overline{x}_B - t\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 16,8 - 2,58 = 14,22$$

$$\overline{x}_B + t\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 16,8 + 2,58 = 19,38$$

Отримуємо довірчий інтервал

$$14,22 < a < 19,38$$