

Завдання до Лабораторної роботи 5

ДИНАМІКА МАТЕМАТИЧНОГО МАЯТНИКА

У звіті з лабораторної роботи треба (не забути приєднати до звіту MathCad файл):

1. Навести систему рівнянь, що описує динаміку математичного маятника (див. лекцію 5).
2. **Для випадку обертального руху:** проаналізувати наведені у примірнику програми графіки фазового портрета і залежностей координати $U0^{(1)}$ та швидкості $U0^{(2)}$ від часу $U0^{(0)}$. Підібрати нові початкові умови для обертальних траєкторій так, щоб виконувалися умова:

$$H = \frac{p^2}{2} - \cos(q) > H_s = \omega_0^2,$$

тобто повна енергія маятника $H = \frac{p^2}{2} - \cos(q)$ більше, ніж його енергія на сепаратрисі $H_s = \omega_0^2$. Графіки вказаних вище залежностей для нових початкових умов вставити у звіт. Прокоментувати графіки залежностей координати від часу таким чином: координата по модулю зростає і також спостерігаються осциляції. Для траєкторій, що лежать в верхній напівплощині координата позитивна (це відповідає руху зображувальної точки зліва направо на фазовому портреті), а для траєкторій, що лежать у нижній напівплощині координата негативна (це відповідає руху зображувальної точки справа наліво на фазовому портреті). Також прокоментувати, що із аналізу залежностей швидкості від часу випливає, що чим більше початкова енергія маятника при обертальному русі H , тим вище частота обертального руху маятника. Написати, що теж саме випливає з аналізу графіка залежності періоду обертального руху від модулю еліптичного інтегралу 1-го роду (тобто від величини повної енергії системи). Навести усі графіки, що наведені у програмі для випадка, що розглядається.

3. **Випадок руху по сепаратрисі.** Навести графіки, що представлені у програмі. Написати у звіті, що траєкторії сепаратриси лежать між сідлових точок фазової площини $(2p+1)\pi, \forall p \in \mathbb{Z}$. Графік залежності координати від часу свідчує про те, що руху зображувальної точки є нескінченно довгим між сідловими точками, а графік залежності швидкості від часу має вигляд усамітненої хвилі – солітона, характерна ширина профілю якого дорівнює $1/\omega_0$. Знак «+» відповідає руху солітона по верхній сепаратрисі, а знак «-» - руху солітона по нижній сепаратрисі.
4. **Коливальний рух.** Для випадку коливального руху: проаналізувати наведені у примірнику програми графіки фазового портрета і залежностей координати $U0^{(1)}$ та швидкості $U0^{(2)}$ від часу $U0^{(0)}$. Підібрати нові початкові умови для обертальних траєкторій так, щоб виконувалися умова:

$$H = \frac{p^2}{2} - \cos(q) < H_s = \omega_0^2,$$

тобто повна енергія маятника $H = \frac{p^2}{2} - \cos(q)$ менше, ніж його енергія на сепаратрисі $H_s = \omega_0^2$. Графіки вказаних вище залежностей для нових початкових умов вставити у звіт. Прокоментувати графіки залежностей координати від часу таким чином: фазові траєкторії замкнуті, що чим більше початкова енергія маятника при обертовому русі H , тим нижче частота коливального руху маятника (тім вище період коливань). Написати, що теж саме впливає з аналізу графіка залежності періоду коливального руху від модулю еліптичного інтегралу 1-го роду (тобто від величини повної енергії системи). Навести усі графіки, що наведені у програмі для випадка, що розглядається.

5. Навести графік фазового портрету для загального випадку той, що наведений у прикладі.