Завдання до Лабораторної роботи 12

Темой работы является численное исследование субкритической бифуркации Андронова-Хопфа, возникающей в автоколебательных системах с жестким возбуждением.

Комментарий к программе.

1. В случае 1 рассмотрена ситуация, когда бифуркационный параметр λ меньше критического: $\lambda < -\mu^2/8$. В этом случае на фазовой плоскости имеется единственное состояние равновесия типа «устойчивый фокус». Зависимости «координат» от времени демонстрируют затухающие колебания.
2. В случае 2 рассмотрена ситуация, когда бифуркационный параметр λ меньше критического: $-\mu^2/8 < \lambda < 0$. В этом случае на фазовой плоскости присутствуют два предельных цикла: «неустойчивый» и «устойчивый». С ростом λ устойчивый цикл увеличивается в размерах, а неустойчивый – уменьшается. Это демонстрирует график зависимости квадрата амплитуды колебаний от бифуркационного параметра λ. На этом графике красная кривая соответствует устойчивому предельному циклу, а синяя – неустойчивому. Видно, что при $\lambda < -\mu^2/8$ оба предельных цикла отсутствуют (на фазовой плоскости имеется единственное состояние равновесия типа «устойчивый фокус). При $-\mu^2/8 < \lambda < 0$ присутствуют оба предельных цикла. Это означает то, что для возбуждения незатухающих колебаний начальное возбуждение автоколебательной системы должно находится в бассейне притяжения устойчивого предельного цикла, т.е. иметь конечную величину в отличие от рассмотренной ранее суперкритической (нормальной) бифуркации Андронова-Хопфа для автоколебательной системы с мягким возбуждением. Зависимости «координат» от времени $U^{\langle 1 \rangle}\left(U^{\langle 0 \rangle}\right)$ и $U1^{\langle 1 \rangle}\left(U^{\langle 0 \rangle}\right)$, построенные для начальных значений v и $v1$, лежащих в бассейне притяжения устойчивого предельного цикла, демонстрируют стремление к колебаниям с одинаковой амплитудой. Зависимость «координат» от времени $U2^{\langle 1 \rangle}\left(U^{\langle 0 \rangle}\right)$, построенная для начальных значений $v2$, лежащих в бассейне притяжения неустойчивого предельного цикла, демонстрирует затухающие колебания.
3. В случае 3 рассмотрена ситуация, когда бифуркационный параметр $\lambda > 0$. В этом случае на фазовой плоскости присутствует только один – устойчивый предельный

цикл. Колебания возникают при сколь угодно малом положительном значении λ, причем их амплитуда будет сразу иметь конечную величину как это следует из зависимости $\rho(\lambda)$, рассмотренной в случае 2. Зависимости «координат» от времени $U^{\langle 1\rangle}\left(U^{\langle 0\rangle}\right)$ и $U1^{\langle 1\rangle}\left(U^{\langle 0\rangle}\right)$, построенные для начальных значений v и $v1$, лежащих в бассейне притяжения устойчивого предельного цикла, демонстрируют стремление к колебаниям с одинаковой амплитудой.

Задание

1. Для каждого случая изменить значение бифуркационного параметра так, чтобы удовлетворялось соответствующее случаю условие на этот параметр. В отчет вставить графики фазовых портретов и приведенных в программе зависимостей «координат» от времени. Прокомментировать эти графики так, как это сделано выше.
2. Для случая 2 в отчет вставить также зависимость $\rho(\lambda)$ с соответствующими комментариями. Для случая 2 подобрать такие векторы начальных значений v и $v1$, чтобы они лежали в бассейне притяжения устойчивого предельного цикла.