

# 基于卡尔曼滤波的小型无人机姿态估计算法研究

聂 鹏, 李佩华, 李正强, 郑 旺, 宋 平  
(沈阳航空航天大学 机电工程学院 沈阳 110136)

**摘要:** 构建了基于 MEMS 陀螺仪、加速度计及磁强计的姿态测量系统。研究了基于四元数的扩展卡尔曼滤波算法。通过四元数微分方程和陀螺噪声误差建立了卡尔曼状态方程, 利用加速度计和磁强计的输出数据, 采用梯度下降法计算出测量四元数。用从实际的惯性测量单元采集的数据对滤波器进行测试, 结果证明航向角在通过卡尔曼滤波器后, 有效的抑制了姿态角的发散, 使得航向角姿态角误差小于  $3^\circ$ , 该算法能够实现小型无人机的高精度姿态解算。

**关键词:** 扩展卡尔曼滤波; 姿态解算; 梯度下降法

**中图分类号:** V243.5 **文献标志码:** A

**doi:** 10.3969/j.issn.2095-1248.2013.06.012

## Research on attitude measurement system of small drone based on kalman filter

NIE Peng, LI Pei-hua, LI Zheng-qiang, ZHENG Wang, SONG Ping

(School of Mechanical and Electronic Engineering, Shenyang Aerospace University, Shenyang 110136)

**Abstract:** Attitude measurement system is constructed based on MEMS gyroscope, accelerometer and magnetometer, and the extended Kalman filtering algorithm is studied based on quaternion. Kalman state equation is established through the quaternion differential equation and the gyro noise error. Using the output data of accelerometer and magnetometer, measurement quaternion is worked out with the gradient descent method. The filter is tested with data collected from actual inertial measurement unit, and the results prove that heading angle through Kalman filter can effectively inhibit the divergence of attitude angle, with the heading angle error less than  $3^\circ$ . The algorithm can achieve high precision attitude algorithm of small drone.

**Key words:** extended kalman filter; attitude algorithm; gradient descent method

姿态测量系统是无人机导航及姿态控制系统的重要组成部分,其精度直接影响到无人机各控制系统的精度。由于小型无人机带负载的能力有限,要求姿态测量系统的体积质量小、功耗低。随着 MEMS (Micro-Electro-Mechanical Systems) 技术和计算机技术的发展,小型无人机姿态的测量普遍采用捷联惯性测量单元 (Inertial Measurement Unit, IMU),其主要由低成本 MEMS 陀螺仪、加速度计和磁强计组成<sup>[1-2]</sup>。由于陀螺仪存在漂移,在姿态估计过程中存在累计误差,加速度计会受到无人机飞行过程中机体振动的影响,同

时磁强计是一种磁阻传感器,容易受到外部磁场的干扰。单独使用无法满足控制系统的精度要求。本文采用加速度计及磁强计输出作为观测值,修正陀螺姿态解算的误差,利用扩展卡尔曼滤波器,对不同类型传感器的数据进行数据融合,得到较高精度的姿态信息。

## 1 坐标系定义及姿态矩阵

为了描述飞行器的俯仰、偏航、横滚的姿态信息,需要建立相应的坐标系,用空间矢量变换方法

收稿日期: 2013-09-16

基金项目: 辽宁省重点实验室项目资助(项目编号: LS2010117)

作者简介: 聂鹏(1972-),男,吉林吉林人,教授,主要研究方向: 机电一体化技术、测控技术, E-mail: niehit@163.com。

加以描述。在这里定义2个不同的三维坐标系,分别为导航坐标系 $n$ 、载体坐标系 $b$ 。姿态解算算法在导航坐标系 $b$ 中完成,首先要将固定在飞行器上的传感器测得的姿态信息转换到坐标系 $n$ 下,这个转换由 $b$ 系到 $n$ 系的坐标变换矩阵 $C_b^n$ 完成,根据变换矩阵中的元素可以求出载体的3个姿态角。

$$C_b^n = \begin{pmatrix} \cos\gamma\cos\Psi + \sin\gamma\sin\theta\sin\Psi & \cos\theta\sin\Psi & \sin\gamma\cos\Psi - \cos\gamma\sin\theta\sin\Psi \\ -\cos\gamma\sin\Psi + \sin\gamma\sin\theta\cos\Psi & \cos\theta\cos\Psi & -\sin\gamma\sin\Psi - \cos\gamma\sin\theta\cos\Psi \\ -\sin\gamma\cos\theta & \sin\theta & \cos\gamma\cos\theta \end{pmatrix} \quad (1)$$

在姿态测量系统中常用四元数法完成姿态解算。四元数法算法简单、易于操作,而且可以避免欧拉角的奇异问题,是工程中常用的方法。设 $q =$

求姿态角之前要定义载体坐标系和导航坐标系。本文的导航坐标系定义为东北天坐标系,原点选在无人机重心;载体坐标系原点选在无人机重心, $x_b$ 沿机体横轴指向右, $y_b$ 沿机体纵轴指向前, $z_b$ 沿机体竖轴指向上,满足右手定则。 $\theta$ ,  $\gamma$ ,  $\Psi$ 分别是无人机的俯仰角、横滚角和航向角,则有载体坐标系到导航坐标系转换的姿态矩阵为

$q_0 + q_1\vec{i} + q_2\vec{j} + q_3\vec{k}$ 为旋转四元数,式中 $q_0, q_1, q_2, q_3$ 代表实数, $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ 为三维空间的单位矢量。则姿态矩阵与姿态四元数关系为<sup>[3-4]</sup>:

$$C_b^n = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 + q_0q_3) & 2(q_1q_3 - q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 - q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 + q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 + q_0q_2) & 2(q_2q_3 - q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{pmatrix} \quad (2)$$

在得到随时间变化的姿态四元数后,通过公式(3)、(4)、(5)即可得到3个姿态角:

$$\theta = \sin^{-1}(-T_{13}), [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \quad (3)$$

$$\gamma = \tan^{-1}\left(\frac{T_{23}}{T_{33}}\right), [-\pi, \pi] \quad (4)$$

$$\Psi = \tan^{-1}\left(\frac{T_{12}}{T_{11}}\right), [-\pi, \pi] \quad (5)$$

式中 $T_{ij}$ 由式(2)中姿态矩阵与四元数关系得出。

## 2 卡尔曼滤波姿态算法的设计

当旋转四元数确定后,由式(2)可以唯一确定 $C_b^n$ 中的各元素,从而确定载体的3个姿态角,因此姿态解算实质上是计算旋转四元数。旋转四元数可以通过四元数微分方程来求取,其表达式为:

$$\frac{d}{dt}q = \frac{1}{2}q \circ w_{nb}^b \quad (6)$$

其中 $\circ$ 表示四元数乘法; $w_{nb}^b$ 为三轴陀螺仪测量值 $q$ 表示载体坐标系相对于导航坐标系的转动角速度分量的四元数。式(6)也可写成矩阵形式:

$$\begin{pmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -w_x & -w_y & -w_z \\ w_x & 0 & w_z & -w_y \\ w_y & -w_z & 0 & w_x \\ w_z & w_y & -w_x & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix} = \Omega_b q \quad (7)$$

求解式(6)的微分方程即是对四元数 $q$ 进行更新。此处采用四阶龙格库塔法直接求解四元数微分方程:

$$q(t+T) = q(t) + \frac{T}{6} [K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4] \quad (8)$$

$$K_1 = \Omega_b(t) q(t)$$

$$K_2 = \Omega_b(t + \frac{T}{2}) [q(t) + \frac{K_1}{2}]$$

$$\text{式中, } K_3 = \Omega_b(t + \frac{T}{2}) [q(t) + \frac{K_2}{2}]$$

$$K_4 = \Omega_b(t+T) [q(t) + K_3]$$

### 2.1 利用加速度计和磁强计计算测量四元数

MEMS陀螺仪动态响应特性良好,但运行时会发生温度漂移;同时积分运算会产生累积误差。加速度计和磁强计传感器测量姿态没有累积误差,但动态响应较差。因此,它们特性互补,可以采用算法融合这三种传感器的数据,利用无时间累积误差的重力场和磁场来修正陀螺给出的姿态角,提高测量精度。在融合之前通过重力场和磁

场计算出最优姿态四元数,作为测量四元数。这个计算过程可以将其认为是最小平方误差准则的基础算法<sup>[5]</sup>。误差函数  $S^k$  定义为:

$$S^k = f^T f = (My_c^i - y_m^b)^T (My_c^i - y_m^b) \quad (9)$$

式中  $y_c^i$  是一个  $6 \times 1$  矢量,表示导航坐标系中重力和磁场的值  $y_m^b$  是一个  $6 \times 1$  矢量,表示加速度计和磁强计测量的重力和磁场的值  $M$  为导航坐标系与载体坐标系之间的旋转矩阵:

$$M = \begin{pmatrix} C_b^n & 0 \\ 0 & C_b^n \end{pmatrix} \quad (10)$$

将计算测量四元数看成最小化问题,即通过使得加速度计和磁强计测量的误差函数  $S^k$  最小化来得到最优化的旋转四元数。梯度下降法作为一种基本的最优化算法,有工作量少,存储变量较少以及对初始点要求不高等优点<sup>[6]</sup>。式(9)描述了在初始点为  $q_0$  和一个可变步长  $\mu$  情况下,基于梯度下降法计算一个  $n$  次迭代的姿态四元数。式(11)表示计算误差函数,它由目标函数和其雅可比矩阵来定义。

$$\hat{q}_{k+1} = \hat{q}_k - \mu \frac{\nabla f(\hat{q}_k)}{\|\nabla f(\hat{q}_k)\|} \quad k=0, 1, 2, \dots, n \quad (11)$$

$$\nabla f(\hat{q}_k) = J^T(\hat{q}_k) f(\hat{q}_k) \quad (12)$$

式中  $J^T(\hat{q}_k, \hat{\lambda})$  是雅可比矩阵,可表示为:

$$J^T(\hat{q}_k, \hat{\lambda}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial q_0} & \frac{\partial f}{\partial q_1} & \frac{\partial f}{\partial q_2} & \frac{\partial f}{\partial q_3} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$x_{k+1} = \begin{pmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -w_x & -w_y & -w_z \\ w_x & 0 & w_z & -w_y \\ w_y & -w_z & 0 & w_x \\ w_z & w_y & -w_x & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{\hat{w}_x}{2} & -\frac{\hat{w}_y}{2} & -\frac{\hat{w}_z}{2} \\ \frac{\hat{w}_x}{2} & 0 & \frac{\hat{w}_z}{2} & -\frac{\hat{w}_y}{2} \\ \frac{\hat{w}_y}{2} & -\frac{\hat{w}_z}{2} & 0 & \frac{\hat{w}_x}{2} \\ \frac{\hat{w}_z}{2} & \frac{\hat{w}_y}{2} & -\frac{\hat{w}_x}{2} & 0 \end{pmatrix} x_k + \begin{pmatrix} -q_1 & -q_2 & -q_3 \\ q_0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & -q_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_x \\ \delta_y \\ \delta_z \end{pmatrix} \quad (15)$$

$$\text{式中 } \omega = \begin{pmatrix} \hat{w}_x \\ \hat{w}_y \\ \hat{w}_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_x - \delta_x \\ w_y - \delta_y \\ w_z - \delta_z \end{pmatrix} \text{ 为载体真实角速率}$$

估计值。  $\begin{pmatrix} \delta_x \\ \delta_y \\ \delta_z \end{pmatrix}$  为 MEMS 陀螺噪声误差。

式(13)为建立的 Kalman 滤波的状态方程。

$w_k = [\delta_x \quad \delta_y \quad \delta_z]$  近似为系统噪声,其协方差矩阵  $Q_k$  为的非负定常值对角阵。接着建立观测方

误差函数  $S^k > 1e-3$  将作为停止准则,避免无限迭代。实验表明,如果选择较小的值  $S^k < 1e-3$  相当于依靠传感器测量精度;同时选择较大的值  $S^k > 1e-3$ ,相当于假设测量是有噪声的。从 IMU 的测量噪声的结果中,本文选择  $S^k \leq 0.5$ 。传感器融合另外一个问题就是选择初始四元数值,实验中发现,一个任意的初始条件会产生冗余的姿态信号。因此在系统开始运行后静止几秒钟,利用重力场和磁场通过算法得到初始四元数值。

## 2.2 扩展卡尔曼滤波

卡尔曼滤波器是计算状态  $x$  的最优估计  $\hat{x}$  的递归算法。其在利用多个测量信息来估计出系统的误差并进行校正方面非常有效。尽管陀螺仪是通过对其输出的角速率信号积分来获得姿态,加速度计和磁强计能提供不同噪声、无漂移的姿态,卡尔曼滤波器能够适当权衡两方面信息,充分利用从各个传感器得到的数据。

本文采用文献[7-8]中 Kalman 滤波器。考虑如下系统:

$$x_{k+1} = Ax_k + Bw_k \quad (14)$$

$$y_k = Cx_k + v_k$$

将四元数的4个参数作为状态变量:

$$X = [q_0 \quad q_1 \quad q_2 \quad q_3]$$

由式(7)得:

程,量测失量和状态变量相同。但是,量测四元数由方程(11)(12)得出。量测矩阵  $C = I_4$ ,其中  $I_4$  是  $4 \times 4$  单位矩阵。

设采样周期为  $T$ ,将状态方程和观测方程离散化,同时略去二阶以上项得到:

$$X(k) = A(k, k-1)X(k-1) + B(k-1)W(k-1) \quad (16)$$

$$Y(k) = C(k)X(k) + V(k) \quad (17)$$

式中

$$A(k, k-1) =$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -\hat{w}_x(k) \frac{T}{2} & -\hat{w}_y(k) \frac{T}{2} & -\hat{w}_z(k) \frac{T}{2} \\ \hat{w}_x(k) \frac{T}{2} & 1 & \hat{w}_z(k) \frac{T}{2} & -\hat{w}_y(k) \frac{T}{2} \\ \hat{w}_y(k) \frac{T}{2} & -\hat{w}_z(k) \frac{T}{2} & 1 & \hat{w}_x(k) \frac{T}{2} \\ \hat{w}_z(k) \frac{T}{2} & \hat{w}_y(k) \frac{T}{2} & -\hat{w}_x(k) \frac{T}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

$$B(k) = \begin{pmatrix} -q_1(k) & -q_2(k) & -q_3(k) \\ q_0(k) & -q_3(k) & q_2(k) \\ q_3(k) & q_0(k) & -q_1(k) \\ -q_2(k) & q_1(k) & q_0(k) \end{pmatrix} T$$

$V(k)$  为量测噪声,其协方差阵  $R(k)$  为正定常数对角阵。通过上面的分析,根据离散型扩展卡尔曼滤波的递推方程,建立卡尔曼滤波的时间传播方程。

状态一步预测:

$$\hat{X}(k, k-1) = \Phi(k, k-1) \hat{X}(k-1) \quad (18)$$

状态估计:

$$\hat{X}(k) = \hat{X}(k, k-1) + K(k) \{Y(k) - H(k) \hat{X}(k, k-1)\} \quad (19)$$

滤波增益:

$$K(k) = P(k, k-1) H^T(k) [H(k) P(k, k-1) H^T(k) + R_k]^{-1} \quad (20)$$

一步预测均方误差:

$$P(k, k-1) = \Phi(k, k-1) P(k-1) \Phi^T(k, k-1) + \Gamma(k-1) Q(k-1) \Gamma^T(k-1) \quad (21)$$

估计均方误差:

$$P(k) = [I - K(k) H(k)] P(k, k-1) \quad (22)$$

姿态估计的流程图如图1所示。

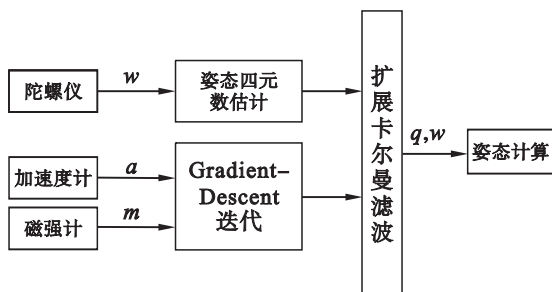


图1 姿态估计框图

### 3 滤波器测试结果

本文采用的惯性测量单元包括 Invensense 公司的 MPU6050(三轴陀螺仪和三轴加速度)和霍尼韦尔公司的 HMC5883L(三轴磁强计)和导航计算机。测量单元安装在单轴转台上,计算机串

口波特率为 38 400 bps,数据长度为 10 000 点。本文进行了多组实验,通过转台匀速转动,采集测量单元所测数据并进入姿态解算程序,得出当前姿态测量单元姿态角。在进行转台实验时,单轴转台保持水平,惯性测量单元的横滚角和俯仰角保持为零,只能利用偏航角进行比较,在这里选取转台在  $5^\circ/\text{s}$  和  $80^\circ/\text{s}$  速率下的数据来评价滤波器。

图2的结果是使转台处于静止状态,为采用本文所设计算法,只利用 MEMS 陀螺仪输出的数据解算出的3个姿态角,可以看出姿态角是发散的。图5、图6中可见,采用本文滤波器解算姿态,航向角动态误差小于  $3^\circ$ ,有效补偿了陀螺漂移引起的姿态误差。

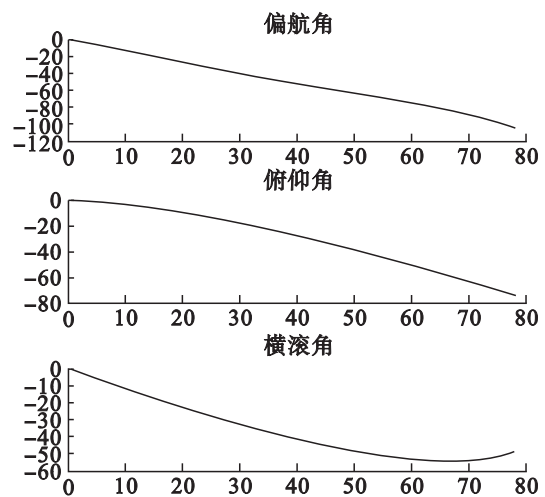


图2 陀螺仪姿态解算

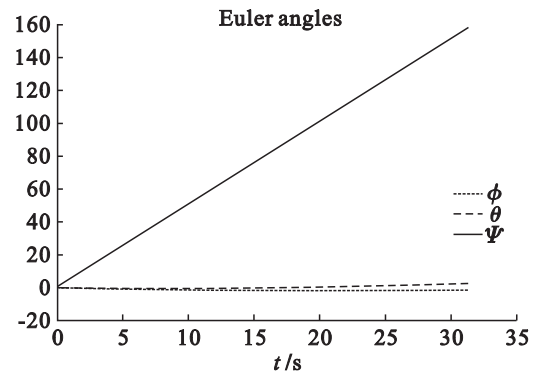


图3  $5^\circ/\text{s}$  时滤波后姿态角输出

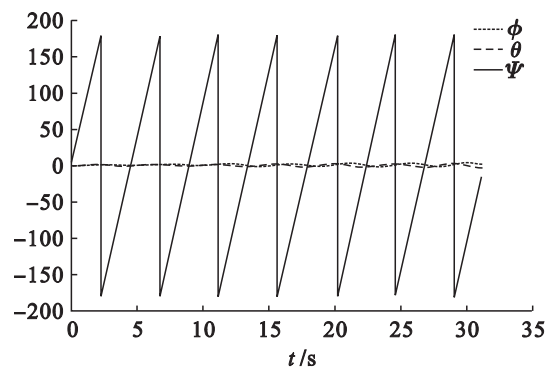


图4  $80^\circ/\text{s}$  时滤波后姿态角输出

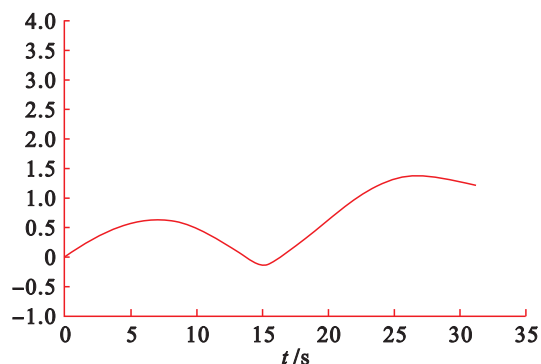


图5 5°/s时航向角误差

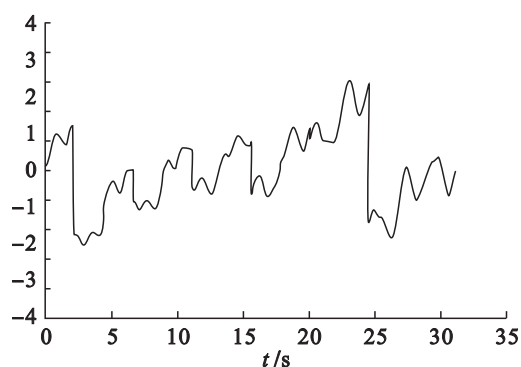


图6 80°/s时航向角误差

## 4 结论

本文提出了一种基于扩展卡尔曼滤波技术的姿态融合算法,利用加速度计和磁强计的数据有效的补偿了陀螺仪漂移引起的姿态误差,很好的

抑制了MEMS陀螺的漂移,提高了MEMS惯性器件在姿态测量应用中的测量精度。实验结果表明:本文所设计的算法具有较好的稳定性和姿态估计精度,为下一步的姿态测量系统的研发奠定了理论基础。

### 参考文献(References):

- [1] 吴杰,闫建国. 基于修正的卡尔曼滤波的姿态估计算法研究[J]. 计算机仿真, 2012, 29(2): 54-57.
- [2] 刘兴川,张盛,李丽哲,等. 基于四元数的MARG传感器姿态测量算法[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2012, 52(5): 627-631.
- [3] 薛亮,姜澄宇,常洪龙,等. 基于状态约束的MIMU/磁强计组合姿态估计滤波算法[J]. 中国惯性技术学报, 2009, 17(3): 338-343.
- [4] Eugenio Denti, Roberto Galatolo, Francesco Schettini. An AHRS based on a kalman filter for the integration of inertial, magnetometric and GPS data [C]. 27th International Congress of the Aeronautical Sciences, 2010.
- [5] Cordova Alarcon J R, Rodriguez Cortes H, Vicente Vivas E. Extended kalman filter tuning in attitude estimation from inertial and magnetic field measurements [C]. Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control, CCE 2009 6<sup>th</sup> International Conference on 2009.
- [6] Sebastian O H. Madgwick, Andrew J L. Harrison, Ravi Vaidyanathan. Estimation of IMU and MARG orientation using a gradient descent algorithm [C]. IEEE International Conference on Rehabilitation Robotics, 2011.
- [7] 黄旭,王常虹,伊国兴,等. 利用磁强计及微机械加速度计和陀螺的姿态估计扩展卡尔曼滤波器[J]. 中国惯性技术学报, 2005, 13(2): 27-34.
- [8] 杨淑洁,曾庆双,伊国兴. 低成本无人机姿态测量系统研究[J]. 传感器与微系统, 2012, 31(2): 15-22.

(责任编辑: 吴萍 英文审校: 韩微)