

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«ПЕРМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Е. В. Кувшинова, О. В. Сандакова

КОСМОЛОГИЯ С РАСШИРЕНИЕМ И ВРАЩЕНИЕМ

МОНОГРАФИЯ



Пермь 2019

УДК 531.5:524.8
ББК 22.635+22.31
К885

Кувшинова Е. В., Сандакова О. В.

К885 Космология с расширением и вращением [Электронный ресурс]: монография / Е. В. Кувшинова, О. В. Сандакова; под науч. ред. В. Ф. Панова; Перм. гос. нац. исслед. ун-т. – Электрон. дан. – Пермь, 2019. – 2,98 Мб; 129 с. – Режим доступа: <http://www.psu.ru/files/docs/science/books/mono/kosmologiya-s-vrashheniem.pdf>. – Загл. с экрана.

ISBN 978-5-7944-3315-9

Впервые представлено комплексное построение космологии с вращением. Книга содержит исторический обзор работ по космологии с вращением. Предложены космологические модели с вращением в ОТО. Рассматривается эффект спонтанного нарушения калибровочной симметрии в теории самодействующего массивного скалярного поля в пространстве-времени с различными метриками типа Бьянки. Построены эволюционные космологические модели с расширением и вращением с метриками типа II и VIII по Бьянки.

Книга предназначена для специалистов по космологии и гравитации, а также для аспирантов и студентов физических вузов и специальностей.

УДК 531.5:524.8
ББК 22.635+22.31

*Издается по решению кафедры высшей математики
Пермского государственного национального исследовательского университета*

Рецензенты: институт механики сплошных сред УрО РАН (рецензент – старший научный сотрудник, кандидат физ.-мат. наук **В. И. Носков**);

кандидат физ.-мат. наук, доцент кафедры «Общая физика» ПНИПУ **В. С. Кирчанов**

ISBN 978-5-7944-3315-9

© ПГНИУ, 2019

© Кувшинова Е. В., Сандакова О. В., 2019

ОГЛАВЛЕНИЕ

ОГЛАВЛЕНИЕ	3
ВВЕДЕНИЕ	5
Глава 1. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ КОСМОЛОГИЯ С ВРАЩЕНИЕМ	8
§ 1.1. Вращение Вселенной и наблюдательная космология	8
§ 1.2. Космологические модели типа Гёделя	13
§ 1.3. Различные космологические модели с вращением	17
§ 1.4. Спин, вращение и кручение в космологии	23
§ 1.5. Теоретические вопросы космологии с вращением и наблюдательные эффекты	25
Глава 2. НЕСТАЦИОНАРНЫЕ космологические модели С ВРАЩЕНИЕМ ДЛЯ МЕТРИКИ ТИПА VIII ПО БЬЯНКИ	32
§ 2.1. Компоненты тензора Риччи для метрики типа VIII по Бьянки	32
§ 2.2. Две космологические модели типа VIII по Бьянки с идеальной жидкостью и потоком тепла	32
§ 2.3. Космологическая модель типа VIII по Бьянки с идеальной жидкостью и пылью	36
§ 2.4. Космологическая модель типа VIII по Бьянки с идеальной жидкостью и чистым излучением	38
§ 2.5. Космологическая модель типа VIII по Бьянки с анизотропной жидкостью	39
Глава 3. НЕСТАЦИОНАРНЫЕ космологические модели С ВРАЩЕНИЕМ ДЛЯ МЕТРИКИ ТИПА ii ПО БЬЯНКИ	41
§ 3.1. Значения тензора Эйнштейна для космологических моделей с вращением типа II по Бьянки	41
§ 3.2. Космологическая модель II типа по Бьянки с идеальной жидкостью и излучением	42
§ 3.3. Космологическая модель для метрики типа II по Бьянки с несопутствующей идеальной жидкостью	43
§ 3.4. Космологическая модель типа II по Бьянки с идеальной жидкостью, излучением и скалярным полем	45
§ 3.5. Космологическая модель типа II по Бьянки с анизотропной жидкостью и чистым излучением	48
§ 3.6. Космологическая модель типа II по Бьянки с анизотропной жидкостью	49
§ 3.7. Космологическая модель II типа по Бьянки с идеальной жидкостью с нелинейным уравнением состояния и излучением	50
Глава 4. НЕСТАЦИОНАРНЫЕ космологические модели С ВРАЩЕНИЕМ ДЛЯ МЕТРИКИ ТИПА IX ПО БЬЯНКИ	53
§ 4.1. Модель Бьянки IX при $A \neq 0$ с анизотропной жидкостью	53
§ 4.2. Космологическая модель Бьянки IX при $A=0$ с анизотропной жидкостью	54
§ 4.3. Космологическая модель Бьянки IX при $A=A(C)$ с	55

анизотропной жидкостью и космологической постоянной	
§ 4.4. Космологическая модель Вселенной, заполненной электромагнитным полем и анизотропной жидкостью	56
§ 4.5. Космологическая модель для метрики типа IX по Бьянки с анизотропной жидкостью и газом Чаплыгина	58
§ 4.6. Космологическая модель для метрики типа IX по Бьянки с анизотропной жидкостью, излучением и скалярным полем	61
§ 4.7. Космологическая модель для метрики типа IX по Бьянки с анизотропной жидкостью, пылью и скалярным полем	64
§ 4.8. Космологическая модель для метрики типа IX по Бьянки с анизотропной жидкостью и пылью	66
§ 4.9. Космологическая модель для метрики типа IX по Бьянки с идеальной жидкостью и скалярным полем	69
§ 4.10. Космологическая модель для метрики типа IX по Бьянки с анизотропной жидкостью, пылью и излучением	70
Глава 5. СПОНТАННОЕ НАРУШЕНИЕ СИММЕТРИИ В КОСМОЛОГИИ С ВРАЩЕНИЕМ	74
§ 5.1. Исследование эффекта спонтанного нарушения симметрии в моделях типа I по Бьянки	74
§ 5.2. Спонтанное нарушение симметрии в стационарных моделях типа Гёделя	76
§ 5.3. Исследование эффекта спонтанного нарушения калибровочной симметрии (СНКС) в модели типа Гёделя	79
§ 5.4. Исследование эффекта спонтанного нарушения симметрии в моделях типа II, IV, V, VI по Бьянки	82
§ 5.5. Исследование эффекта спонтанного нарушения симметрии в моделях типа VIII по Бьянки	91
§ 5.6. Исследование эффекта спонтанного нарушения симметрии в моделях типа VII, IX по Бьянки	93
Глава 6. ЭВОЛЮЦИЯ КОСМОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ С ВРАЩЕНИЕМ	98
§ 6.1. Модель с метрикой типа II по Бьянки	98
§ 6.2. Модель с метрикой типа VIII по Бьянки	104
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	112
ЛИТЕРАТУРА	114

ВВЕДЕНИЕ

В течение последних лет физика элементарных частиц, релятивистская космология и общая теория относительности Эйнштейна смогли сделать большие успехи в постижении физической картины мира. Были установлены некоторые связи этих теорий между собой в рамках различных объединительных подходов и космомикрофизики, но все указанные разделы содержат трудности. Кроме этого, до сих пор не создана единая картина физического мира [1-25]. Современный период в отношении гравитации можно назвать постэйнштейновским, а в отношении космологии – постфридмановским. Космология Фридмана, в свете последних открытий о возможном составе материи, а также описания общей эволюции Вселенной, является слишком упрощённой [8-10]. Для преодоления трудностей и приближения к построению единой физической теории необходимо признать возможность рассмотрения нескольких физических парадигм [4, 7, 223]. В настоящий момент имеются по крайней мере 10 независимых свидетельств существования темной материи во Вселенной [8]. В 1998-1999 гг. 2 группы астрономов, изучая отдаленные сверхновые, представили убедительные доказательства того, что расширение Вселенной ускоряется. Физическое происхождение космического ускорения пока остаётся загадкой. Если расширение ускоряется, то имеются две возможности, причем каждая из них должна привести к пересмотру наших основных физических представлений:

1) примерно 70% плотности энергии Вселенной существует в форме неизвестной субстанции (её называют тёмной энергией) с большим отрицательным давлением, обеспечивающим ускоренное расширение и (или)

2) общая теория относительности должна быть пересмотрена на космологических масштабах.

В данной монографии мы придерживаемся концепции существования темной энергии и используем эту концепцию для построения космологических моделей общей теории относительности (ОТО).

С целью устранения многочисленных недостатков модели Большого взрыва в космологических моделях, с возникновением теории инфляции, появилось представление об ускоренном расширении Вселенной. Оказалось, что для того, чтобы избавиться от большинства недостатков модели Фридмана, достаточно экспоненциально быстрого ускоренного расширения Вселенной в самом начале её эволюции в течение всего около 10^{-35} с. Наиболее простым способом получения такого режима расширения является рассмотрение динамики Вселенной со скалярным полем.

Самая популярная в настоящее время модель Вселенной - это Λ CDM-модель, то есть модель, в которой доминирующей формой материи во Вселенной является холодная тёмная материя плюс тёмная энергия в виде лямбда (Λ)-члена. В работе [11] описываются основные результаты

космической миссии «Планк» Европейского космического агентства, имеющие первостепенное значение для объяснения происхождения и эволюции Вселенной. В данной работе рассмотрены этапы получения астрофизической и космологической информации из данных космических микроволновых обзоров неба. Установлено, что не найдено подтверждений физической анизотропии расширяющейся Вселенной, которая описывается так называемыми моделями Бьянки [11] и, согласно [11], сделан вывод, что наблюдения телескопа «Планк» подтверждают основную (стандартную) космологическую модель Λ CDM.

Таким образом, на данный момент общепринятая точка зрения состоит в том, что наша Вселенная – однородна и изотропна. Однако имеются астрономические наблюдения, которые могут свидетельствовать в пользу крупномасштабных отклонений от изотропии наблюдаемой Вселенной [12,13]. Отметим, что существует особый тип анизотропии в четырехмерном пространстве – это анизотропия, которая обусловлена космологическим вращением. Наша точка зрения состоит в том, что в настоящее время нельзя отвергать возможное малое вращение Вселенной и её слабую глобальную анизотропию. Берч в своей работе [28] заявил об обнаружении анизотропии поляризации радиоизлучения внегалактических источников, а в работе Андреасяна [35] указывается на подтверждение им результата наблюдений Берча. Результаты этих работ убедительно не опровергнуты, но и не были подтверждены другими группами астрономов. С точки зрения Берча, обнаруженную им крупномасштабную анизотропию Вселенной можно объяснить её вращением. Публикация работы Берча [28] дала толчок дальнейшим исследованиям по космологии с вращением. Из российских авторов можно отметить работы Иваненко, Обухова, Короткого, Панова, Кречета, Шикина, Сайбаталова, Фильченкова и других, из зарубежных авторов: Грен, Вайдья, Патель, Свистинс, Ребоуказ, Тиомно и другие. Чаще всего космологическое вращение (вращение материи Вселенной) понимается как вращение векторного поля 4-скорости жидкости, заполняющей Вселенную, т.е. это не твердотельное, а дифференциальное вращение.

Целью настоящей монографии является изложение результатов, полученных Е.В. Кувшиновой и О.В. Сандаковой, представительниц Пермской группой гравитационистов, за последнее 20 лет, в области построения и комплексного изучения космологии с расширением и вращением.

Актуальность монографии определяется тем, что космология с расширением и вращением даёт возможность объяснять наблюдательные данные, которые не укладываются в рамки фридмановской теории. Возможное вращение Вселенной позволяет предсказать и изучать новые космологические эффекты, что дает возможность полнее познать физическую картину мира. Мы считаем, что вопрос о том, вращается наша Вселенная или нет, далеко не выяснен и является предметом научной дискуссии, это подтверждают публикации по данной теме, что говорит об

актуальности проблемы глобального вращения. Исследование вращения Вселенной может установить возможную связь космологического вращения с вращением галактик. Выяснение роли вращения в квантовой космологии способствует развитию космологии ранней Вселенной. Необходимость построения наиболее реальной модели Вселенной, быть может с учётом вращения, определяет важность и научную значимость исследований в данной области.

Монография состоит из оглавления, введения, шести глав, заключения и списка литературы.

Во введении отмечаются особенности современного этапа развития космологии, отмечается значение космической миссии «Планк», указывается цель монографии и актуальность исследования космологического вращения, даётся краткое изложение глав монографии. В первой главе даётся исторический обзор некоторых известных авторам работ, посвящённых построению космологии с вращением. В главах 2, 3, 4 рассматриваются новые нестационарные космологические модели с вращением в ОТО (Общей теории относительности) для метрик типа VIII, II и IX по Бьянки. В главе 5 изучается эффект спонтанного нарушения калибровочной симметрии в космологических моделях с вращением (с расширением и вращением). В главе 6 для метрик типа II, VIII по Бьянки предложены космологические модели эволюции Вселенной. В заключении отмечаются основные результаты, описанные в данной монографии, полученные пермской группой гравитационистов по космологии с вращением.

ГЛАВА 1

РЕЛЯТИВИСТСКАЯ КОСМОЛОГИЯ С ВРАЩЕНИЕМ

§ 1.1. Вращение Вселенной и наблюдательная космология

После получения Фридманом нестационарных космологических решений уравнений Эйнштейна и наблюдения Хабблом красного смещения в спектрах галактик почти все развитие науки о Вселенной шло по линии создания и подтверждения «расширительной космологии». Однако в теории рассматривались и другие подходы. Так в 1946 году Гамовым была выдвинута гипотеза, что вся материя видимой Вселенной находится в состоянии общего вращения [26], а в 1949 году Гёдель предложил свою стационарную космологическую модель с вращением [27] имеющую метрику

$$ds^2 = a^2 \left(dt^2 - dx^2 + \frac{1}{2} e^{2x} dy^2 + 2e^x dy dt - dz^2 \right) \quad (a = \text{const}) \quad (1.1.1)$$

Эта модель Гёделя имеет отличную от нуля космологическую постоянную и заполнена пылью.

В последующие годы в литературе был опубликован ряд работ по космологии с вращением, которые имели теоретический интерес. Подчеркнем, что особый интерес, хотя и не всеобщий, к исследованию вращения Вселенной был вызван работой Берча [28], в которой сообщается о результатах анализа распределений позиционных углов и поляризации излучения ярких двойных радиоисточников. Обнаружено в [28], что углы, определяемые как разность позиционного угла поляризации и позиционного угла главной оси источника, положительны в одной небесной полусфере и отрицательны в другой.

Эффект был найден при исследовании 94 источников и позднее подтвержден в процессе анализа трёх независимых выборок источников. Берч обсуждает возможные физические причины данного эффекта. Среди них наиболее вероятными являются крупномасштабные магнитные поля и глобальное вращение Вселенной. Отмечается, что вторая возможность является предпочтительной с наблюдательной и теоретической точек зрения. Таким образом, согласно Берчу, наблюдения радиоисточников, вероятно, свидетельствуют о вращении Вселенной с угловой скоростью 10^{-13} рад/год, псевдовектор которого направлен в точку небесной сферы с координатами $\alpha = 2^h 55^m \pm 30^m$, $\delta = 35^\circ \pm 5^\circ$. После опубликования работы [28] пошло её обсуждение [29,30] и дискуссия [31-35]. Экспериментаторы в работах [31, 33] возражают Берчу, объясняя его результат эффектами наблюдательной селекции. Теоретическое возражение Берчу проводится в работе [34], в которой на основе анализа некоторых приближенных моделей (Бьянки V) оценивается верхний предел для угловой скорости вращения Метагалактики, который оказывается много меньше, чем угловая скорость, полученная Берчем ($\sim 10^{-13}$ рад/год). С другой стороны авторы [32] подтверждают эффект Берча. Отметим работу Андреасяна

[35], в которой на основе статистического анализа более многочисленных данных, чем в [28, 32, 36], независимым образом проверены выводы Берча и подтверждено наличие крупномасштабной анизотропии Метагалактики, которое может быть следствием вращения Метагалактики. Подчеркнём, что на работу Берча [28] сразу же обратили внимание специалисты по гравитации [37-39], интерпретировав вращение Метагалактики как эффект общей теории относительности. В дальнейшем исследования по обнаружению крупномасштабной анизотропии наблюдаемой Вселенной были продолжены [40-44]. В работах [42, 44] ставится вопрос выбора наиболее подходящей модели анизотропии Метагалактики. Простейшей моделью анизотропии является «дипольная» модель [28, 35]. В этой модели среднее значение наблюдаемых параметров A исследуемых объектов в данном направлении представляется зависящим от угла ψ относительно предполагаемой оси анизотропий по закону

$$A = A_1 \cos \psi. \quad (1.1.2)$$

Возможны более общие модели анизотропии [44]

$$A = A_1 \cos \psi + A_0, \quad (1.1.3)$$

$$A = A_2 \cos^2 \psi + A_1 \cos \psi + A_0, \quad (1.1.4)$$

Для выявления крупномасштабной анизотропии Метагалактики экспериментаторы использовали различные наблюдаемые параметры галактик и внегалактических радиоисточников. В ряде работ найдены близкие друг к другу направления оси анизотропии:

$$l_0 = 320^\circ, \quad b_0 = 20^\circ [28]; \quad l_0 = 312^\circ, \quad b_0 = 25^\circ [32]; \quad l_0 = 295^\circ, \quad b_0 = 52^\circ [35];$$

(l_0, b_0 – галактические координаты). В этих работах предполагалась модель симметричной диполи (1.1.2). Направление дипольной анизотропии, совпадающее в пределах ошибок с вышеуказанными, установлено и в [45] по данным измерений фонового 2,7 °К излучения. Оно интерпретируется как направление движения наблюдателя со скоростью ~ 600 км/с относительно реликтового фона. (В [28] существование крупномасштабной анизотропии связано с предположением о вращении Вселенной). Примерно одинаковые направления оси анизотропии для выборок внегалактических объектов, находящихся на различных от нас расстояниях, вызвали дополнительный интерес к исследованию возможной крупномасштабной анизотропии Метагалактики.

Однако, согласно [44] при этом нельзя пренебречь возможными эффектами селекции наблюдательных данных, вызванных влиянием магнитных полей Галактики и Метагалактики (последнее может считаться проявлением анизотропии Метагалактики), а также анизотропным распределением поглощающей материи в Галактике,

Отметим, что ещё в работе [46] при выполнении ряда предположений доказано, что Метагалактика должна находиться в состоянии абсолютного вращения. Оценивается нижний предел угловой скорости абсолютного вращения Метагалактики в настоящую эпоху: при $\rho \sim 10^{-30}$

г/см³ этот предел оказывается $\sim 3 \cdot 10^{-13}$ об/год. В работе [47] делается вывод, что ранней стадии эволюции горячей модели Вселенной с «фотонными вихрями» в общем случае не должно соответствовать фридмановское решение. Позднее вихревое движение в космологии исследовалось в [48-60]. В работе [60] суммированы основные результаты теории образования галактик и систем галактик из возмущений плотности, произведенных космологической турбулентностью. Отметим работу [61], в которой вихревая модель используется для описания объектов макро- и микромира.

Имеется целый ряд работ [62,64-71], авторы которых, интерпретируя вращение Метагалактики как твердотельное, получают формулу для момента импульса наблюдаемой Вселенной. Укажем, что Станюковичем ещё в [62] из флуктуационной модели для Вселенной было получено выражение момента вращения материи Метагалактики (как целого) в виде

$$J \sim \hbar N^{\frac{3}{2}} \left(N = \frac{M}{m_p} \right), \quad (1.1.5)$$

причём для получения полного момента вращения предполагалось учитывать момент вращения гравитационного поля. (В (1.1.5) M - масса Метагалактики, m_p - масса протона).

Несколько работ, посвящённых вращению в астрономии и космологии написаны Мурадяном. Так в [63] рассмотрена возможность объяснения происхождения момента количества движения галактик и их скоплений за счёт сохранения спина сверхтяжёлых адронов, распад которых приводит к образованию галактик в духе космогонической концепции Амбарцумяна. В работах [64-66] на основе гипотезы о вращении Метагалактики дается вывод известных «космологических совпадений» Стюарта и Дирака, и получено выражение для момента количества движения Метагалактики (угловой момент):

$$J = \left(\frac{M}{m_p} \right)^{\frac{3}{2}} \hbar, \quad (1.1.6)$$

В [67] проанализировано соотношение между массой и угловым моментом для известных космических объектов и показано, что все они обладают обобщенным реджевским поведением вида

$$J = \left(\frac{m}{m_p} \right)^{1+\frac{1}{n}} \cdot \hbar \quad (1.1.7)$$

где $n = 2$ для галактик, их скоплений и сверхскоплений, и $n = 3$ для астероидов, планет и звезд. Авторы [71] указывают, что результаты статистических исследований зависимости «угловой момент-масса» для различных классов астрономических объектов показывают высокую корреляцию связи

$$J \sim M^k, \text{ где } k = \frac{5}{3} \div 2. \quad (1.1.8)$$

Автор [72] предлагает по формуле (1.1.6) оценить и вращение астрономической Вселенной, полагая радиус и массу последней равными, соответственно, $1,86 \cdot 10^{28}$ см и 10^{56} г. Согласно [72] угловая скорость вращения Вселенной $\omega \cong 1,6 \cdot 10^{-20} \text{ с}^{-1}$, что по порядку величины не сильно отличается от величины $0,3 \cdot 10^{-20} \text{ с}^{-1}$, к которой пришел Берч [28] на основе анализа позиционных углов радиогалактик. К близкому значению Берча для угловой скорости Метагалактики пришли и другие теоретики [37, 38, 73-75], причём формула (1.1.6) выведена в [74, 75, 76] исходя из иерархической концепции строения физической реальности.

Выделим теперь ряд работ, в которых обсуждаются ограничения на возможную скорость вращения Вселенной, следующие из наблюдений и теории. В работе Хокинга [77] обсуждается вопрос об ограничениях, которые накладывает высокая изотропия реликтового излучения на однородные космологические модели с анизотропией типа сдвига и вращением (модели Гекмана и Шюкинга, и Бьянки типов IX и V). Верхний предел на угловую скорость вращения Вселенной лежит согласно [77] между 10^{-14} и 10^{-17} рад/год, если Вселенная пространственно замкнута, и $2 \cdot 10^{-46}/\rho_0$ рад/год (где ρ_0 – средняя плотность материи), если она пространственно открыта. Эти пределы намного ниже ограничения на вращение по прямым наблюдениям галактик: $7 \cdot 10^{-11}$ рад/год. Подчеркнём, что в [77] исследование влияния вращения Вселенной на распределение температуры микроволнового фонового излучения проводилось при приближённом подходе. В работе [78] обсуждаются результаты измерений 12- и 24-часовых вариаций фока рентгеновского излучения на уровне ~ 10 кэВ, полученные в наблюдениях Шварца. Показано [78], что полученная из наблюдений с точностью 1% изотропия рентгеновского излучения накладывает ограничения на деформацию и вращение во Вселенной. Вращение рассматривается в моделях Бьянки типов IX и V. С использованием наблюдений Шварца найдены [78] следующие верхние пределы для величин деформации и вращения соответственно:

- 1) 10^{-4} и 10^{-13} рад/год с учетом межгалактического водорода;
- 2) $10^{-3} - 10^{-6}$ и $10^{-13} - 10^{-15}$ рад/год в отсутствии водорода.

С использованием данных наблюдений фонового излучения в рамках однородных анизотропных космологических моделей получены в [79] верхние пределы для величин угловой скорости вращения и сдвиговой деформации во Вселенной. Рассматривались только такие типы (по классификации Бьянки) моделей, которые содержат в себе модели Робертсона-Уокера: типы I и VII₀ в случае пространственной кривизны $k = 0$, тип VII_h при $k = -1$, тип IX при $k = +1$. Вычисления проделаны для двух случаев: последнее рассеяние на электронах фоновое излучение испытало либо при красном смещении $Z = 1000$, либо при $Z = 7$. Найдено [79], что если Вселенная пространственно замкнута, угловая скорость

вращения меньше $3 \cdot 10^{-11}$ угловых секунд за 100-летие при $Z = 7$ и $2 \cdot 10^{-14}$ при $Z = 1000$. В [80] Хокинг рассматривает задачу исследования крупномасштабной структуры Вселенной путём анализа поведения малых возмущений моделей Фридмана и вычисления анизотропии, которую они могут вызвать в фоновом излучении. Приводятся оценки на величины анизотропии деформации и глобального вращения для замкнутой (возмущения IX типа по Бьянки), плоской (возмущения I или VII₀ типа) и открытой (возмущения V или VII_h типа) моделей Фридмана. Авторы [81] в рамках пылевой модели Эйнштейна-Де-Ситтера в линейном приближении проводят оценку мелкомасштабных ($\leq 1^\circ$) флуктуаций реликтового фона, обусловленных вихревыми возмущениями на начальной стадии эволюции Вселенной, существующими в настоящее время в виде «остатков» сверхскоплений галактик с размерами 10 Мпс. Показано [81], что значения угловой скорости «остатков» первоначальных возмущений на несколько порядков меньше величины угловой скорости Местного сверхскопления галактик, оцениваемой $(1/3) \cdot 10^{-17}$ рад/сек. В работах [82, 83] с учётом

наблюдательных данных о величине $\frac{\delta T}{T}$ анизотропии распределения температуры фонового излучения получены ограничения на угловую скорость вихревых возмущений. Изучением связи возможного вращения Вселенной с распределением температуры реликтового излучения посвящены также работы [84-86, 34]. Наконец, очень важный результат был получен в работах [87, 88]. В работе Иваненко, Короткого, Обухова [87] и в [88] исследуются наблюдательные характеристики однородной не-сингулярной модели с вращением и расширением, но без сдвига, основанной на метрике

$$ds^2 = dt^2 - R^2(t)(dx^2 + ke^{2mx}dy^2 + dz^2) - 2R(t)\sqrt{\sigma}e^{mx}dydt, \quad (1.1.9)$$

где $k > 0$, $\sigma > 0$, m – постоянные.

Решая задачу о распределении температуры микроволнового фонового излучения в пространстве-времени с метрикой (1.1.9) в приближении геометрической оптики, авторы [87, 88] точно решили соответствующие уравнения изотропных геодезических, а также установили, что распределение температуры микроволнового фонового излучения в такой модели изотропно независимо от типа пространственной кривизны модели, то есть наличие вращения Вселенной (при отсутствии сдвига) не приводит к анизотропии.

Важным качественным «инструментом» для исследования вращения в космологии явилось уравнение Райчаудхури [89, 90]

$$R^a{}_b u_a u^b = \dot{u}^a{}_{;a} + 2\omega^2 - 2\sigma^2 - \dot{\theta} - \frac{\theta^2}{3}, \quad (1.1.10)$$

где u_a – 4-скорость жидкости, \dot{u}_a – ускорение, θ – растяжение, ω – вращение, σ – сдвиг.

Различные интерпретации вращения в космологии рассматриваются

в [91-93]. Вращение наблюдаемой Вселенной можно интерпретировать твердотельным вращением, если считать, что Метагалактика является черной дырой с геометрией Керра. Однако содержательнее интерпретировать вращение наблюдаемой Вселенной в рамках ОТО, рассматривая различные космологические модели. При этом модель (с идеальной жидкостью) имеет вращение материи, если вектор вращения [90]

$$\omega^a = \varepsilon^{abcd} u_{b;c} u_d \neq 0 \quad (1.1.11)$$

(Здесь u^a – 4-скорость идеальной жидкости (источника модели)). В [94] отмечено, что говоря о вращении Вселенной имеют ввиду вращение «близлежащей» к наблюдателю материи; при этом и сам наблюдатель движется вместе с материей по отношению к инерциальной системе отсчёта, задаваемой системой гироскопов («компас инерции»). Здесь под термином «близлежащий» нужно понимать расстояния, сравнимые с хаббловским радиусом, т.е. порядка сотен мегапарсек, и гораздо большие по сравнению со шкалой длин локальных явлений, таких, например, как вращение Галактики. Представим, что где-то во вращающейся Вселенной находится лаборатория, оснащённая, кроме измерительной аппаратуры, двигателями, которые могут вращать эту лабораторию. Изучая движения маятника Фуко и осуществляя такое движение лаборатории, чтобы маятник колебался в одной плоскости, наблюдатели заметят, что окружающие галактики вращаются вокруг лаборатории: в этом смысле и говорят, что вся Метагалактика вращается. Так как Вселенная однородна, то к такому же выводу придут наблюдатели в любой, произвольно расположенной, лаборатории.

§ 1.2. Космологические модели типа Гёделя

Космологическое решение Гёделя [27] уравнений тяготения Эйнштейна с ненулевым Λ -членом и тензором энергии-импульса идеальной жидкости без давления ($T_{ij} = \rho u_i u_j$, $u^i = \delta^i_0$ – нормированный вектор 4-скорости жидкости) может быть записано [71] в виде метрики

$$ds^2 = -dt^2 + dx^2 - \frac{1}{2} \exp(2\sqrt{2}\omega x) dy^2 + dz^2 - 2 \exp(\sqrt{2}\omega x) dy dt, \quad (1.2.1)$$

причем $\omega > 0$, $4\pi\rho = \omega^2 = -\Lambda$, ($G = 1$), ω – угловая скорость вращения вектора u^i . Существование замкнутых кривых во Вселенной Гёделя дает основание думать, что решение Гёделя не имеет физического смысла, так как наличие замкнутых времениподобных линий нарушает причинную структуру пространства-времени [27, 71]. Однако имеется и альтернативное мнение [97]: истинное время одного замкнутого времениподобного цикла оказывается порядка 10^{10} лет (близкая оценка приведена и в [98]), что, по мнению автора [97], свидетельствует о выходе за пределы наших знаний и наших обычных представлений о причинно-следственных связях.

После работ Гёделя [27, 96] , посвященных его космологическому решению, в литературе появилось много работ в ОТО, в которых либо исследуется исходная модель Гёделя, либо предлагаются новые космологические решения типа Гёделя. В работах [99, 100] получены стационарные причинные космологические решения уравнений Эйнштейна с различными источниками для метрики типа Гёделя

$$ds^2 = dt^2 - R^2 \left[dx^2 + ka^2(x)dy^2 + dz^2 \right] - 2Rb(x)dydt, \quad (1.2.2)$$

где $b = q_1$, $a = qe^{mx}$, (R, k, m, q_1, q – постоянные, $k > 0$).

Особый интерес с точки зрения моделирования реальной Вселенной представляют нестационарные космологические модели типа Гёделя. Им посвящена целая серия работ. В [101] найдено решение уравнений Эйнштейна-Максвелла для метрики

$$ds^2 = dt^2 + 2e^{x^1} dt dx^2 + a(t)e^{2x^1} dx^{22} + b(t)dx^{12} + c(t)dx^{32} \quad (1.2.3)$$

и тензора энергии-импульса

$$T_j^i = (p + \rho)v_j v^i - p\delta_j^i + (q - p)V_j V^i - F^{ki}F_{kj} + \frac{1}{2}\delta_j^i F^{ml}F_{ml}, \quad (1.2.4)$$

Где ρ – плотность массы, p – давление по осям x^1, x^2 , q – давление по оси x^3 , F_{ij} – тензор электромагнитного поля, $v^i v_i = 1$ (дополнительно предполагается, что $v^i = \delta_0^i, V^i V_i = -1$). Решение [101] для метрики (1.2.3) имеет вид

$$b = \alpha a, \quad c = \frac{a-1}{a},$$

$$\dot{a} = \pm \frac{\mu^{1/2}(1-a)}{e^{1/a}} \left(\frac{v}{\mu} + \frac{a-2}{a} e^{2/a} + \frac{4M^2}{N^2} f(a) \right)^{1/2},$$

$$\mu = \frac{-8\pi N^2}{\alpha}, \quad f(a) = \int_{\varepsilon}^a a^{-1} e^{2/a} da.$$

Показано, что при надлежащем выборе произвольных постоянных α, v, N, M существует интервал изменения a , на котором $\rho > 0, p \geq 0, q \geq 0, T_{ij}g^{ij} \geq 0$.

Агаковым в [102] без использования уравнений Эйнштейна найдены метрики всех физически однородных, нестационарных пространств с вращением. Получено точное решение уравнений Эйнштейна с тензором энергии-импульса идеальной среды для одной из найденных метрик. Показано, что полученная космологическая модель является нестационарным обобщением модели Гёделя. В [103,104] исследованы некоторые свойства, полученной в работе [102] новой космологической модели. Авторы [103], в частности показали, что и в этой модели существуют замкнутые времениподобные кривые, которые, однако, в отличие от замкнутых времениподобных кривых в модели Гёделя не

являются окружностями. В работе [105] получена космологическая модель, которая является нестационарным обобщением космологической модели Гёделя. Линейный элемент ds^2 в новой модели может быть представлен в виде

$$ds^2 = ds_0^2 + A \left(\sqrt{2} \cos r_0 t dx^1 + \sin r_0 t \exp \left(\sqrt{2} \frac{r_0}{c} x^1 \right) dx^2 \right)^2 - \\ - A \left(dx^{12} + \frac{1}{2} \exp \left(2\sqrt{2} \frac{r_0}{c} x^1 \right) dx^{22} \right), \quad (1.2.5)$$

где $A, r_0 = \text{const}, |A| < 1, r_0^2 = \frac{\aleph c^2}{2} \left(\rho + \frac{p}{c^2} \right) = \Omega^2 (1 - A^2)$, ρ – плотность массы в сопутствующей системе отсчёта, p – истинное давление, Ω^2 – квадрат хронометрически инвариантной угловой скорости вращения пространства системы отсчёта, c – фундаментальная скорость, \aleph – эйнштейновская гравитационная постоянная;

$$ds_0^2 = dx^{02} - dx^{12} + \frac{1}{2} \exp \left(2\sqrt{2} \frac{r_0}{c} x^1 \right) dx^{22} + \\ + 2 \exp \left(\sqrt{2} \frac{r_0}{c} x^1 \right) dx^0 dx^2 - \frac{1}{2} dx^{32} \quad (1.2.6)$$

– линейный элемент в модели Гёделя.

Модель [105], как и модель Гёделя, вращается, в ней нет гравитационно-инерциального силового поля, и она удовлетворяет дифференциальному критерию пространственной однородности. Деформация пространства системы отсчёта, сопутствующей идеальной среде происходит таким образом, что объем элемента пространства не меняется с течением времени. В данной модели, как и в модели Гёделя, существуют замкнутые времениподобные кривые. Нестационарные обобщения модели Гёделя рассматриваются также в [106, 107]. Авторами [108, 109] в рамках ОТО построена нестационарная вращающаяся бессдвиговая однородная модель типа Гёделя с метрикой вида

$$ds^2 = dt^2 - c^2 t^2 \left[dx^2 + \lambda e^{2mx} dy^2 + dz^2 \right] - 2cte^{mx} dydt, \quad (1.2.7)$$

где c, λ, m – постоянные, c – не скорость света.

Модель [108, 109] заполнена безмассовым комплексным скалярным полем, анизотропной жидкостью с распределённым скалярным зарядом и потоком излучения. Эта модель содержит замкнутые времениподобные линии. В работах [110, 111] в ОТО получены причинные нестационарные однородные вращающиеся космологические модели для метрики типа Гёделя (1.1.9). В работе [112] в частности, получено решение уравнений ОТО, описывающее гравитационное поле вращающейся массы, находящейся на фоне Вселенной Гёделя. В статье [113] проводится обобщение этого решения [112], включающее электромагнитное поле без источников.

Остановимся сейчас на теоретических исследованиях модели Гёделя и моделей типа Гёделя. Геодезические в модели Гёделя рассматривались в [98, 114]. В [114] на примере метрики Гёделя, записанной в виде

$$ds^2 = a^2 \{ [dt + H(r)d\phi]^2 - dr^2 - dz^2 - R^2(r)d\phi^2 \}, \quad (1.2.8)$$

где $R(r) = sh(r)ch(r)$, $H(r) = \sqrt{2}sh^2(r)$, $a = const$, исследуется свободное движение пробных частиц во вращающейся Вселенной.

Целый ряд работ посвящён влиянию факта существования замкнутых времениподобных линий на причинную структуру пространства-времени. Если одни авторы (например, [95]), считают, что данный факт приводит к нарушению причинности пространства-времени, то согласно мнению других [20]: «По-видимому, из замкнутости линий времени вовсе не однозначно следует нарушение принципа причинности, ибо события на замкнутой линии времени уже «самосогласованы». Они все влияют друг на друга по замкнутому циклу, но это ещё, по-видимому, не означает нарушения законов природы. Во всяком случае вопрос требует более тщательного изучения». Ребоукас и Тиомно обсуждают в [115] модели пространства-времени, являющиеся обобщением Вселенной Гёделя, которые имеют метрику вида

$$ds^2 = [dt + H(x)dy]^2 - D^2(x)dy^2 - dx^2 - dz^2 \quad (1.2.9)$$

или метрику в цилиндрических координатах

$$ds^2 = \left[dt + \frac{4\Omega}{m^2} sh^2\left(\frac{mr}{2}\right) d\phi \right]^2 - \frac{sh^2(mr)}{m^2} d\phi^2 - dr^2 - dz^2, \quad (1.2.10)$$

где Ω, m – постоянные.

С учётом наблюдательной однородности нашей Вселенной большое значение имеет получение условий однородности моделей типа Гёделя. Исследованию однородных космологических моделей с пылевой материей посвящена ещё работа [116]. Авторы [75, 99, 109] получили для модели Вселенной с нестационарной метрикой типа Гёделя

$$ds^2 = dt^2 - R^2(t) [dx^2 + \lambda a^2(x)dy^2 + dz^2] - 2R(t)b(x)dydt, \quad (1.2.11)$$

$$(\lambda = const)$$

условие однородности пространства

$$\frac{\frac{d}{dx}(\lambda a^2 + b^2)}{\lambda a^2 + b^2} = const \quad (1.2.12)$$

и условие одинаковости угловой скорости вращения космологической модели во всех точках пространства

$$\frac{\left(\frac{db}{dx}\right)^2}{4(\lambda a^2 + b^2)} = \text{const} . \quad (1.2.13)$$

Лихи [117] анализирует решения уравнений для безмассового скалярного поля с минимальной связью и поля нейтрино в космологической модели Гёделя. Для этих полей найдены спектры собственных значений энергии. В [118] уравнение Клейна-Гордона для массивного скалярного поля и уравнение Вейля для безмассового поля спина 1/2 рассматриваются в метрике Гёделя. В частности, найдена область пространства, где скалярное поле ведёт себя подобно электромагнитному полю. Шикин в [119] получил точные решения уравнения комплексного массивного скалярного поля, находящегося во внешних электромагнитном и действительном скалярном, статических полях во Вселенной Гёделя. Найдены условия существования дискретного спектра состояний. Показано, что число устойчивых уровней спектра ограничено. Кречет в [111] рассмотрел спектр скалярного поля (безмассового и массивного) в стационарной вращающейся космологической модели (метрика вида (1.1.9) с противоположным выбором знаков. $R(t) \equiv 1$, $\sigma = 1$) для исследования влияния одного лишь космологического вращения на спектральные свойства волновых полей. Показано, что при любом значении параметра k (в метрике) имеется дискретный спектр скалярного поля в исследуемой вращающейся космологической модели. Установлено [111], что отсутствие причинной структуры ($k < 0$) во вращающейся модели приводит к неполноте спектра скалярного поля и невозможности проведения обычной процедуры квантования. Напротив, при наличии причинной структуры во вращающейся космологической модели спектр скалярного поля является полным и квантование возможным. Наконец, в работе [120] Сайбаталов получил решение уравнения Клейна-Гордона с конформной связью для массивного скалярного поля в метрике типа Гёделя вида (1.2.11), а также выражение для энергии частицы в этой метрике.

В заключении данного параграфа отметим, что после работы Берча [28] первая попытка объяснить вращение Вселенной, в частности, на основе метрики Гёделя предпринята в работе Иваненко [37].

§ 1.3. Различные космологические модели с вращением

В этом параграфе будут рассмотрены в основном в рамках ОТО различные космологические модели с вращением. Маитра в [121] получил точное космологическое решение уравнений Эйнштейна без Λ -члена в случае, когда модель Вселенной заполнена пылью ($p = 0$). Решение Маитры является стационарным и неоднородным, и не содержит замкнутых времениподобных линий, т.е. модель [121] – «причинная». Ожват и Шюкинг в работе [122] также построили космологическое

решение уравнений Эйнштейна (с тензором энергии-импульса идеальной жидкости и Λ -членом), которое описывает нерасширяющуюся, анизотропную Вселенную с вращением. В отличие от решения Гёделя полученное решение описывает конечную Вселенную и не содержит замкнутых времениподобных мировых линий, обладая в то же время одним из характернейших свойств решения Гёделя – несовместимостью с принципом Маха. Модель [122] задаётся метрикой

$$ds^2 = dt^2 + R\sqrt{1-2k^2}\omega^3 dt - \frac{R^2}{4} \left[\begin{aligned} &(1-k)(\omega^1)^2 + (1+k)(\omega^2)^2 + \\ &+(1+2k^2)(\omega^3)^2 \end{aligned} \right], \quad (1.3.1)$$

где R и k – константы, $|k| \leq \frac{1}{2}$, ω^a – инвариантные 1-формы вида

$$\begin{aligned} \omega^1 &= \cos x^3 dx^1 + \sin x^1 \sin x^3 dx^2, \\ \omega^2 &= -\sin x^3 dx^1 + \sin x^1 \cos x^3 dx^2, \\ \omega^3 &= \cos x^1 dx^2 + dx^3, \\ (0 \leq x^1 \leq \pi, \quad 0 \leq x^2, \quad x^3 \leq 2\pi). \end{aligned} \quad (1.3.2)$$

Отметим здесь работу [123], в которой предлагается интерпретация найденного ранее (в 1962 г.) Ожватом и Шюкингом космологического решения (с вращением) уравнений Эйнштейна.

Дадим сейчас обзор космологических однородных моделей с вращением различных типов по классификации Бьянки. Феннелли в [124] в синхронной системе отсчёта изучает пространственно-однородные космологические модели с вращением типа I по Бьянки. Ребоукас получил в [125] точное решение уравнений Эйнштейна для пространственно-однородной космологической модели типа II по Бьянки. Характерной особенностью решения, как подчеркивает автор, является расширение модели и изменение угловой скорости вращения во времени. Тензор энергии-импульса соответствует нетермализующейся жидкости. Лоренц-Петцольд в [126] построил космологическую модель с вращением типа II по Бьянки, источником гравитации которой являются: электромагнитное поле и идеальная баротропная жидкость с линейным уравнением состояния. В предположении, что вращение мало, получено решение уравнений поля и исследованы его свойства. Конструированию космологической модели с вращением типа II по Бьянки посвящена и работа [127]. В статье [128] Росквист получил решение уравнений ОТО при уравнении состояния вещества типа $p = \rho/3$ и равной нулю космологической постоянной, описывающее пространственно-однородную космологическую модель типа VI₀ по Бьянки. Модель характеризуется отличными от нуля параметрами вращения и растяжения времениподобной конгруэнции, и принадлежит к типу «наклонных» моделей с «постоянным углом наклона».

Самая большая группа построенных космологических моделей с

вращением относится к типу IX по Бьянки. В работе [129] исследовались космологические модели Бьянки типа IX ($p = 0$, $\Lambda = 0$), имеющие трёхмерные пространственно-подобные однородные гиперповерхности, на которых возможна группа движений $SO(3, R)$. Эти модели, вообще говоря, анизотропные со сдвигом, вращением и расширением материи, и могут являться обобщением закрытых фридмановских моделей. Рассмотрение ранее Мизнером аналогичных моделей для случая отсутствия вращения и $p \neq 0$ выявило в таких моделях возможность «перемешивания», явления, которое характеризуется отсутствием горизонта в каком-либо направлении. Доказывается, что вращение не препятствует перемешиванию, как это полагал Мизнер, а ведёт в некоторых случаях даже к более интенсивному перемешиванию. С разных сторон исследуются космологические модели с вращением типа IX по Бьянки в работах [130-133]. Автор [134] рассматривает однородные анизотропные модели с вращением IX типа по Бьянки, содержащие ультрарелятивистскую жидкость и бесстолкновительные нейтрино. Для описания бесстолкновительных систем используется кинетическая теория. В работе Мацнера [135] (являющейся продолжением [134]) в приближении малой анизотропии в рассматриваемых моделях вычисляются возможные наблюдательные эффекты анизотропии (например, в микроволновом фоновом излучении), Наконец, в [136] в рамках вращающейся модели типа IX по Бьянки исследуется процесс диссипации слабо взаимодействующих частиц (нейтрино) в многокомпонентной жидкой среде, находящейся в термодинамическом равновесии. Свистинсом в статье [137] найдены космологические решения с метрикой вида

$$ds^2 = (dt + A\omega^1)^2 - (B\omega^1)^2 - C^2((\omega^2)^2 + (\omega^3)^2), \quad (1.3.3)$$

где A, B, C – функции от t , а $\omega^1, \omega^2, \omega^3$ есть 1-формы, удовлетворяющие структурным отношениям типа IX по Бьянки. Тензор энергии-импульса рассматривается в виде

$$T_{ab} = (\rho + p)u_a u_b - p\eta_{ab} + q_a u_b + q_b u_a \quad (1.3.4)$$

Здесь q_a – вектор теплового потока.

Космологические модели [137] являются расширяющимися и вращающимися, и имеют поток тепла. Среди этих моделей типа IX существуют решения, удовлетворяющие условию положительности плотности энергии. Однако ни одна из найденных моделей не удовлетворяет одновременно всем условиям реалистичности, которые включают положительность плотности энергии, неотрицательность давления, пространственно-подобность гиперповерхности однородности и малость скорости вращения. Укажем, что космологические модели с вращением типа IX по Бьянки рассматривались также в [110, 138].

Ввиду того, что все пространственно-однородные по Бьянки вращающиеся космологические модели являются наклонными, т.е. линии тока материи в них не ортогональны к поверхностям транзитивности

группы движений, то в предположении, что температура в них зависит от времени, эти модели неизбежно обладают потоком тепла [139]. Авторы [139] ставят целью получение максимально широкого класса нестационарных метрик, отвечающих вращающимся моделям типа VIII по Бьянки с идеальной жидкостью, обладающим отличным от нуля потоком тепла. Космологические решения [139] имеют метрику вида (1.3.3), где A , B , C - функции от t , $\omega^1, \omega^2, \omega^3$ есть 1-формы, удовлетворяющие структурным отношениям типа VIII по Бьянки:

$$d\omega^1 = -\omega^2 \wedge \omega^3, \quad d\omega^2 = \omega^3 \wedge \omega^1, \quad d\omega^3 = \omega^1 \wedge \omega^2. \quad (1.3.5)$$

Космологические модели с вращением типа VIII по Бьянки рассматривались также в [108, 109, 140, 141].

Демьянский и Грищук в статье [142] рассмотрели в синхронной системе отсчёта однородные анизотропные космологические модели VII₀ типа, по классификации Бьянки.

Модели [142] имеют плоское трехмерное пространство и содержат расширяющуюся идеальную жидкость с вращением и деформацией.

Авторы [143] рассмотрели однородную анизотропную космологическую модель типа V по Бьянки с пылью. В [143] показано, что, несмотря на высокую степень анизотропии в начальной стадии, динамика модели на поздних этапах расширения аналогична гиперболической модели Фридмана. В модели задаётся малое отклонение мировых линий материи от нормали к пространственно-однородным поверхностям и вращение. Исследуется влияние деформации сдвига и вращения на угловое распределение температуры и красного смещения фонового электромагнитного излучения.

Феннелли в [144] рассматривает образование галактик в анизотропной Вселенной низкой плотности, где необходимая скорость роста малых возмущений обеспечивается МГД-процессами, обусловленными сдвигом, вращением и струйным течением. Принятая анизотропная модель типа VII_h по Бьянки имеет следующие параметры на сегодняшний момент: плотность $1,6 \cdot 10^{-31}$ г/см³, сдвиг $3,7 \cdot 10^{-15}$ лет⁻¹, вращение 10^{-14} лет⁻¹, пекулярная скорость течения $5 \cdot 10^{-4}$ с, магнитное поле 10^{-8} Гс, хаббловское время 10^{10} лет ($H = 100$ км/с·Мпс). Показано в [144], что данная МГД-модель обеспечивает необходимый фактор усиления возмущений плотности, позволяя возмущениям с характерной галактической массой образоваться в радиационно-доминированную эру и вырасти в эру преобладания вещества.

В работе [145] в линейном приближении по параметру вращения получены и кратко исследованы точные решения вакуумных уравнений Эйнштейна для вращающихся космологических моделей типа VI_h по Бьянки. Показано, что принятое приближение оправдано и улучшается при $\tau \rightarrow \infty$ (модель эволюционирует подобно открытой фридмановской модели).

Рассмотрим сейчас несколько работ, посвящённых исследованию пространственно-однородных моделей Вселенной с вращением. Авторы [146] исследуют обоснованность вывода уравнений Эйнштейна из вариационного принципа для пространственно-однородных космологических моделей с вращением. Модели содержат идеальную жидкость; используется сопутствующая система отсчёта. В статье [147] в синхронной системе отсчёта анализируются однородные космологические модели, допускающие транзитивную группу движений G_3 с пространственно-подобными генераторами. Распределение материи рассматривается как механическая система с лагранжианом, сконструированным из тензора скоростей деформаций синхронной системы отсчёта и скорости среды (рассматривается некогерентная материя). В этом случае движение среды характеризуется интегралом энергии, а требование консервативности системы (равенство нулю ее полной энергии) позволяет проинтегрировать уравнения движения с одной степенью свободы. Данный метод применяется для описания моделей с группой движений VI, VII, VIII и IX, т.е. моделей одновременно допускающих и сдвиг, и расширение, и вращение. Для каждой модели вычисляется лагранжиан соответствующей ей механической системы, решаются уравнения движения среды, записанные в гамильтоновой форме, выписываются метрики пространства-времени. В [148] получены три класса пространственно-однородных космологических моделей – точных решений уравнений Эйнштейна. Поверхности транзитивности имеют топологию 3-сферы; тензор энергии-импульса материи является суперпозицией идеальной жидкости и потоков тепла; модели несингулярны во времени, вращаются и анизотропно расширяются.

Авторы [149] показали, что закрытая космологическая модель Робертсона-Уокера может быть использована для описания замкнутой однородной Вселенной, заполненной вращающимся веществом и свободным электромагнитным полем, а также полем изотропного излучения. Используется представление закрытой модели в виде, конформном Вселенной Эйнштейна, которая, в свою очередь, преобразуется к виду, используемому для описания модели Эйнштейна-Гёделя. В [149] показано, что при наличии электромагнитного поля и поля изотропного излучения идеальная жидкость во Вселенной Робертсона-Уокера может вращаться.

Укажем, что в работах [150, 151] рассматриваются цилиндрически-симметричные модели Вселенной с учётом вращения. Космологическая модель с вращением изучается также в [152]. Ребоукас и Тиомно исследуют в [153] класс неоднородных решений гёделевского типа (с метрикой вида (1.2.9)) полевых уравнений Эйнштейна. Источником геометрии является комбинация: жидкость с тепловым потоком и скалярное поле. Обсуждаются термодинамические свойства одного частного решения.

Рассмотрим сейчас работы, в которых исследуются космологические модели с вращением при наличии вязкой жидкости. Необходимость построения неоднородных анизотропных космологических моделей обусловлена тем, что на ранних стадиях расширения наша Метагалактика могла находиться достаточно далеко от наблюдаемого сейчас однородного и изотропного состояния в больших масштабах. Швецова и Исаев в [154] получили группу подобных решений при использовании следующих предпосылок.

1. Геометрия пространства-времени описывается, учитывающей вращение, метрикой

$$ds^2 = -f^2 \left\{ dx_1^2 + \sin^2 x_1 (dx_2^2 + \sin x_2 dx_3^2) \right\} + 2H^2 dx_3 dx_4 + M^2 dx_4^2. \quad (1.3.6)$$

2. Распределение и движение материи описывается гидродинамическим тензором энергии-импульса с учётом диссипативных членов.

3. Используются уравнения тяготения с космологическим членом. Полученные решения имеют вид

$$f = \tau \varphi, \quad M^2 = \tau^2 - \frac{f^2}{\tau^2},$$

$$\tau^{-1} = \begin{cases} C_1 \cos \gamma t + C_2 \sin \gamma t, & \text{если } \gamma^2 > 0, \\ At + B, & \text{если } \gamma^2 = 0, \\ C_3 e^{\gamma t} + C_4 e^{-\gamma t}, & \text{если } \gamma^2 < 0, \end{cases} \quad (1.3.7)$$

$$f = k \varphi \sin x_1 \sin x_2, \quad \gamma^2 = \mu^2 - \alpha^2 - \beta^2,$$

$$H^2 = f \varphi \sin x_1 \sin x_2, \quad \varphi = [\alpha \sin x_1 \cos x_2 - \beta \cos x_1 + \mu]^{-1}.$$

Те же авторы, используя гидродинамический тензор энергии-импульса с диссипативной добавкой в виде объёмной вязкости

$$T^{ij} = (\rho c^2 + p) u^i u^j - p g^{ij} - \zeta H^{ij} u_{;k}^k \quad (1.3.8)$$

и метрику вида (1.3.6), получили в [155, 156] точное космологическое решение уравнений тяготения Эйнштейна с отличным от нуля космологическим Λ -членом. В полученном решении плотность материи ρ , давление p , коэффициент объёмной вязкости ζ в любой момент времени остаются конечными. Хронометрически инвариантная угловая скорость вращения и постоянная Хаббла, резко неоднородные и анизотропные на ранних этапах расширения сравнительно быстро изотропизируются. Согласно [155, 156] учёт вращения и объёмной вязкости позволяют избавиться от сингулярности на ранних стадиях космологического расширения и в пределе получить наблюдаемое сегодня практически однородное и изотропное распределение материи.

В связи с влиянием вращения на формирование структуры и равновесных состояний астрофизических объектов, и Вселенной в целом, в [157] исследуются точные решения уравнений Эйнштейна для медленно

вращающейся вязкой жидкости, взаимодействующей с безмассовым скалярным полем и излучением. Рассмотрено 3 типа решений, которые показывают, что скалярное поле и поле излучения связаны между собой и противоположным образом влияют на вращение. При этом в случае решений первого типа скалярное поле замедляет вращение, в решениях второго типа вращение не зависит от скалярного поля, а в решениях третьего типа скалярное поле усиливает вращение.

Наконец, в заключении этого параграфа укажем, что космологические модели с вращением исследовались также в [158, 159], а в [160] приведено решение уравнений Эйнштейна для однородного анизотропного пространства при учёте члена, описывающего вращение пространства.

§ 1.4. Спин, вращение и кручение в космологии

Новые возможности в космологии при построении моделей с вращением появляются при учёте спина (внутреннего углового момента) космологической материи. Её элементами в современную эпоху можно считать галактики (или кластеры галактик), а на ранних этапах – обычные микрочастицы. В [161] Копчинский рассматривает в рамках теории Эйнштейна-Картана плоскую анизотропную однородную космологическую модель с вращающейся материей. Автор [162] даёт обзор космологических решений уравнений Эйнштейна-Картана-Шиамы-Кибла (ЭКШК). Предотвращение сингулярностей объясняется путём расширения теорем о сингулярностях Хокинга-Пенроуза на теорию ЭКШК. Предотвращение сингулярностей в полуклассической модели пыли с собственным вращением выводится из постулируемой формы канонического тензора энергии-импульса и тензора спина для распределения материи. Анализируются эффекты давления, деформации сдвига и завихрения. Укажем также, что впервые в работах [75, 76] установлено, что кручение пространства-времени в виде псевдоследа может быть причиной космологического вращения. А поскольку самым естественным источником псевдоследа кручения являются спинорные поля, можно сделать вывод, что фермионная материя с поляризованным спином в виде первичных фермионов-кварков, преонов, лептонов или барионов – может индуцировать вращение Вселенной. В [163, 108] рассматривалось уравнение Паули в пространстве с вращением и кручением в виде псевдоследа, и установлено, что вектор угловой скорости вращения может, как и кручение пространства-времени, играть роль магнитного поля.

Авторы [164] в рамках теории Эйнштейна-Картана (ЭК) изучают роль спина и кручения в стационарной Вселенной. Получено точное решение уравнений ЭК для неоднородной стационарной Вселенной, заполненной жёстко вращающейся жидкостью Вейсенхоффа. Показано, что при линейной связи давления с плотностью энергии пространство-время может содержать замкнутые времениподобные кривые, присутствующие в аналогичных моделях в ОТО. Отмечено, что появление таких кривых во всех моделях гёделевского типа можно избежать путём подходящего выбора плотности спина, являющейся свободным параметром. Смолли в [165, 166] ищет возможные решения уравнений в теории ЭК, описывающие вращающуюся Вселенную Гёделя, заполненную идеальной жидкостью со спином. Энергия-импульс такого источника описывается тензором, выведенном ранее [167] и предполагающим отличную от принятой в полуклассическом описании жидкости Вейсенхоффа алгебраическую зависимость между распределённым спином источника и кручением пространства-времени. В [166] приводится таблица отличия физических параметров вселенных Гёделя со спиновым и бесспиновым источниками. Авторы [168] в рамках ОТО построили причинную космологическую модель с метрикой типа Гёделя (вида (1.21)), когда

источником гравитации является комбинация: жидкость со спином и электромагнитное поле. В [169] обсуждается возможность рассмотрения спинирующей жидкости Вейсенхоффа как источника метрик гёделевского типа в рамках теории ЭКШК. В рассматриваемом случае тензор кручения равен тензорному произведению плотности спина на 4-скорость среды. Показано, что искомое решение получается обобщением на пространство Эйнштейна-Картана решения уравнений Эйнштейна, полученного Ребоукас и одним из авторов [169].

Отметим сейчас следующее обстоятельство: во многих работах для описания классической материи в космологии использовалась феноменологическая модель Вейсенхоффа [170] идеальной жидкости со спином. Позднее были сделаны попытки построить вариационную (лагранжеву) теорию спиновой жидкости в пространстве-времени Римана-Картана (например, в [167, 171, 172]). Однако, как подчёркнуто в работах [167, 171, 172], модель, построенная в этих статьях отлична от оригинальной модели Вейсенхоффа [170]. И лишь в работах Обухова, Короткого [173-175] показано, что после некоторых уточнений и обобщений действия Рэя и Смолли [167, 171, 172] можно построить корректную лагранжеву теорию спиновой жидкости Вейсенхоффа. Обухов и Короткий в [173-175] построили последовательную лагранжеву теорию нейтральной спиновой жидкости и заряженной спиновой жидкости.

Остановимся сейчас подробнее на важных результатах в космологии с вращением, полученных впервые Иваненко, Коротким, Обуховым в работах [176, 177] в рамках калибровочной теории гравитации группы Пуанкаре (ПКТГ). Авторы [177], опираясь на наблюдения Берча [28], предположили, что геометрическая структура Вселенной описывается нестационарной анизотропной метрикой

$$ds^2 = dt^2 - R^2(dx^2 + ka^2 dy^2) - r^2 dz^2 - 2Rb dy dt, \quad (1.4.1)$$

где R, r – функции t ; $b = \sqrt{\sigma} a, a = c \exp(mx)$; k, σ, c, m – константы. (Угловая скорость модели с метрикой (1.4.1) (направленная по z) убывает с расширением, $\omega = m\sqrt{\sigma} / 2R\sqrt{k + \sigma}$, однако могла быть значительной в начальный этап эволюции Вселенной. При $k \geq 0$ замкнутые времениподобные кривые в модели с метрикой (1.4.1) отсутствуют).

В космологии важно учесть наличие внутренних угловых моментов у галактик (кластеров галактик). Последовательный учёт спина в гравитации приводит к расширению ОТО с учётом картановского кручения. Авторы [173, 177] рассмотрев стационарную модель с метрикой (1.4.1) в теории Эйнштейна-Картана с источником в виде идеальной спинирующей жидкости, доказали существование космологических моделей с вращением без нарушения причинности. Считая $k/\sigma \sim 50$, они установили, что при нынешней плотности $\rho \sim 10^{-30}$ г/см³ скорость вращения модели $\omega \sim 10^{-13}$ рад/год (что совпадает с результатом Берча

[28]). При этих значениях параметров космологическое кручение $Q \sim 10^{-28}$ см⁻¹. Для плотности внутреннего углового момента материи найдено $S \sim 10^9$ г/см·с. Полученное значение S приводит [173,177] к спину Вселенной

$$S = \int s dv = 10^{120} \hbar, \quad (1.4.2)$$

что полностью согласуется с обсуждавшейся ранее (Иваненко [37] и другими) эмпирической зависимостью полного углового момента

Вселенной $J = N^{3/2} \hbar$ от числа частиц N ($\sim 10^{80}$ по современным оценкам).

Иваненко, Коротким и Обуховым в [177] и Коротким в [94] рассмотрены свойства изотропных ($r = R$) космологических решений (метрика (1.4.1)) для Вселенной, заполненной идеальной жидкостью со спином.

Отметим сейчас, что в [178] Обухов и Пискарёва в рамках ОТО формулируют последовательную вариационную теорию спинирующей жидкости Вейсенхоффа-Раабе.

Наконец отметим, что Короткий и Обухов в [179] в рамках теории абсолютного параллелизма построили космологическую модель с вращением, аналогичную модели Гёделя, но без нарушений причинности.

§ 1.5. Теоретические вопросы космологии с вращением и наблюдательные эффекты

Рассмотрим сейчас ещё ряд теоретических работ в рамках космологии с вращением. Кроме уже цитированных работ, в [180] также исследуются замкнутые времениподобные линии в модели Гёделя. Автор [181] формулирует ряд теорем, связывающих причинные свойства пространственно-временного многообразия с условиями существования сингулярностей. Устанавливаются условия, при которых область пространства-времени не может содержать замкнутых времениподобных линий. В [182] рассматривается влияние вращения на эволюцию идеальной жидкости, в частности, с целью применения к проблеме начальной космологической сингулярности.

Авторы [183] рассматривают космологические вращающиеся модели (IX типа Бьянки) с перемешиванием. (Для невращающихся моделей перемешивание маловероятно). Исследуется случай, когда ось вращения совпадает с направлением перемешивания, и показывается, что и здесь перемешивание маловероятно. По мнению автора [184] дальнейшее развитие космологии должно охватывать различные отклонения реальной Вселенной от идеальной однородности и изотропии. В частности, высказывается надежда объяснить наблюдаемое вращение Галактик тем, что они сконденсировались во вращающейся Вселенной (в соответствии с гипотезой Гамова [26]).

Росквист в [185] рассматривает проблему взаимосвязи между вращением и другими наблюдательными аспектами космологических моделей, а также наблюдательных следствий глобального вращения Вселенной. Анализ проводится в рамках моделей класса III по

классификации Ожвата (однородные модели с 4-параметрической транзитивной группой движений), содержащего модель Гёделя как частный случай. Доказана теорема о том, что если векторное поле материи является геодезическим, а деформация и расширение отсутствуют, тогда глобальное вращение эквивалентно локальному вращению всех галактик, наблюдаемых в плоскости, перпендикулярной вектору вращения. Однако как показывает анализ моделей класса III, в общем случае локальное вращение не адекватно описывает вращение в космологических моделях. Незначительные отклонения моделей от случая твердотельного вращения (модель Гёделя) дают качественно различные картины глобального вращения. Хотя локальное поведение этих моделей подобно модели Гёделя, глобальное вращение стремится к бесконечности при конечных значениях аффинного параметра, меняет знак в некоторых направлениях и становится бесконечным в направлениях, противоположных локальному вращению. Точки бесконечного вращения отождествляются как сопряжённые точки вдоль нулевых геодезических. В [185] даётся физическая интерпретация бесконечного вращения.

Феннелли [186] в синхронной системе отсчёта анализирует связь между вращением переносимой по Ферми пространственной триады наблюдателя, прецессией главных осей тензора сдвиговых деформаций и вращением заполняющей модель жидкости. Показано, что в моделях типа V по Бьянки вращение триад пропорционально вращению жидкости, т.е. динамика Вселенной оказывает обратное влияние на кинематику локальной системы наблюдателя. Свистинс [187] анализирует уравнения геодезических в модели Вселенной с вращением и скосовой деформацией (модель Ожвата класса I). Эта модель является обобщением статической модели Эйнштейна на вращение и деформацию. Получены решения уравнений изотропных геодезических. Чтобы избежать нарушения причинности на краях замкнутой модели, предполагается, что геодезические, лежащие на каустиках, при прохождении через край меняют своё направление. Вычислено трансверсальное движение галактик, обусловленное глобальным вращением. В [187] обсуждаются возможные заключения о конечности модели, которые мог бы извлечь наблюдатель, регистрирующий трансверсальное движение галактик. Автор [188] в предположении, что вектор мгновенной скорости жидкости лежит в плоскости, порождённой направляющим вектором оси времени и одним из векторов Киллинга, исследует, какие однородные космологические модели допускают бессдвиговое движение неидеальной жидкости с потоком тепла. В частности показано, что модели типов II, VIII и IX по Бьянки допускают бессдвиговое движение жидкости с ненулевым вращением, тогда как в моделях типов I, V, VII по Бьянки вращение должно равняться нулю.

Ввиду отсутствия принципа Маха (ПМ) в его классической формулировке в теории тяготения Эйнштейна в работе [189] предлагается модификация этой теории, которая допускала бы поля тяготения,

удовлетворяющие ПМ, и давала бы инвариантный критерий для различения метрик, удовлетворяющих ПМ («маховых» метрик), и метрик, ему не удовлетворяющих («антимановых» метрик). Автор [189] применяет свой критерий, в частности, к метрике типа Гёделя. Показано, что все пустые модели Вселенной, а также все модели с не равной нулю космологической постоянной не удовлетворяют ПМ согласно данному критерию. Эллис и Олив отмечают [190], что для объяснения малой величины вращения Вселенной может быть привлечён принцип Маха. Однако они указывают, что в рамках модели раздувающейся Вселенной, предложенной для решения различных космологических проблем, малая величина вращения Вселенной может быть объяснена, делая излишним привлечение принципа Маха. (К сходному выводу пришёл автор [191]).

Изучению стадии раздувания Вселенной с учётом вращения посвящён ряд работ [190-195]. Основным итогом исследования инфляционных сценариев с учётом вращения является вывод, что в случаях, когда раздувание либо возникает в ходе неравновесного фазового перехода, либо связано с изменением скалярного поля с плоским потенциалом, имеет место чрезвычайно значительная степень затухания скорости вращения Вселенной на стадии инфляции и при переходе к радиационной стадии.

Авторы [196] рассмотрели построение волновой функции Хартла-Хокинга для однородной изотропной Вселенной с электромагнитным полем и вращающейся жидкостью, классическое поведение которой описывается космологическим решением Вайдьи и Пателя [149]. Квазиклассическое поведение волновой функции получается путём подстановки классического решения в евклидово действие модели, а также путём решения минисуперпространственного уравнения Уилера-Де-Витта. Показано [196], что как в евклидовом, так и в лоренцевом режимах величина волновой функции экспоненциально подавляется с ростом угловой скорости вращения Вселенной. Поэтому космологические состояния с большими величинами глобального вращения являются маловероятными.

Отметим, что в работах [92, 197] установлено отсутствие эффекта спонтанного нарушения калибровочной симметрии в теории скалярного поля в модели Вселенной Росквиста (с вращающейся идеальной жидкостью) и космологической модели, заполненной нелинейным спинорным полем. В [198, 199, 99] впервые исследован вопрос о возможности спонтанного нарушения калибровочной симметрии в теории самодействующего заряженного скалярного поля в стационарных космологических моделях с вращением. Эффект спонтанного нарушения симметрии применяется [198, 199] для построения новых космологических решений с вращением. Спонтанное нарушение калибровочной симметрии в теории скалярного поля в космологической нестационарной модели типа Гёделя установлено впервые в [200, 138]. В нашей работе [201] показана возможность спонтанного нарушения Т-симметрии в космологической стационарной модели типа Гёделя. Следует отметить и статью [202], в

которой получено точное аксиально-симметричное решение системы уравнений Эйнштейна-Максвелла для пространства, заполненного вращающейся идеальной жидкостью, электромагнитным полем без источников и чистым излучением. В качестве такого решения выбрана в [202] метрика, конформная метрике Вайдьи-Пателя [149].

Ациоли в рамках теории гравитации четвертого порядка, лагранжиан которой квадратичен по кривизне, получил [203] точное вакуумное решение уравнений поля гёделевского типа, свободное от причинных аномалий. Найденное решение допускает максимальную семипараметрическую группу движений. Отмечено в [203], что это решение является первым вакуумным решением в теории гравитации четвертого порядка, которое не имеет аналога в ОТО. Другим свойством этого решения является наличие связи между космологической постоянной, ньютоновской постоянной и константами связи теории. Точные решения уравнений гравитации с высшими производными, представляющие однородные (в пространстве и во времени) модели типа Гёделя, найдены также в [204, 205]. Среди этих решений имеются полностью причинные.

Имеется много работ, посвящённых изучению влияния высших размерностей в теориях типа Калуцы-Клейна на космологию, формулируемую в $4 + n$ измерениях. В рамках этого подхода Бергамини и Вентури [206] рассматривают многомерные расширение, сдвиг, вращение и ускорение. В соответствии с наблюдательными ограничениями на изменение констант связи делается предположение, что «внутренняя» часть метрики, относящаяся к дополнительным измерениям, не зависит от времени. Показано, что эффективная космологическая постоянная, возникающая из-за анизотропии компактификации (различия поведения физических и дополнительных измерений), может быть компенсирована введением достаточного вращения (завихренности), которое может соответствовать хаотическому состоянию первичной Вселенной. Другими источниками вращения могли быть, как отмечается в [206], – вакуумный конденсат магнитных монополей или подходящая плотность спина, взаимодействующего с кручением. Подобным вопросам посвящена и работа [207], в которой отмечается известная трудность, возникающая в теориях поля с дополнительными компактифицированными измерениями: за счёт кривизны лишних измерений в 4-мерном действии возникает огромная космологическая постоянная. Автором [207] показано, что при учёте вихревого движения вещества в скрытых измерениях можно избежать этой трудности и получить плоское 4-мерное пространство-время вместе с компактным пространством малых размеров в остальных измерениях. Подчёркивается, что этот результат достигается без введения дополнительных тензорных полей, кроме тех, что содержатся в многомерной метрике.

В работе [208] отмечается, что наблюдаемое вращение галактик и туманностей может свидетельствовать, что вращение материи было присуще Вселенной на ранних стадиях её развития. В связи с этим

исследуется гравитационное влияние вихря вещества на динамику нейтрино, т.е. влияние космологических эффектов на локальные законы физики. «Море» нейтрино рассматривается как возмущение (пробное поле) на фоне Вселенной Гёделя и описывается спинорным полем, удовлетворяющим уравнению Дирака.

Остановимся сейчас на возможных наблюдательных эффектах в космологии с вращением. Феннелли в рамках космологической модели Гёделя исследует [209] влияние вращения на результаты численных подсчётов радиоисточников (эволюция последних не учитывается). В работе [210] исследован синтез гелия в трёх классах точных космологических решений, обладающих анизотропной пространственной кривизной. Ни одно из решений [210] не содержит фридмановское как частный случай. Согласно [210] рассмотренные модели дают содержание гелия $Y = 0,21 - 0,26$ близким к моделям Фридмана, то есть близким к наблюдаемым пределам. Одна из изученных точных моделей обладает ненулевыми: вихрем, анизотропией деформации и анизотропией кривизны.

Опираясь на наблюдения Берча [28], и, исходя из модели вращающейся Вселенной, Ляховец предлагает [211] альтернативное объяснение природы красного смещения излучения галактик. Сравнение формулы для критической плотности космологической материи с формулой для квадрата угловой скорости тел шарового скопления позволяет интерпретировать [211] постоянную Хаббла как угловую скорость вращения Вселенной. Ляховец в [212] анализирует вывод Сигала [213] о том, что величина красного смещения спектральных линий далёких галактик и квазаров лучше аппроксимируется кривой, соответствующей не линейной ($\Delta\lambda/\lambda \sim r$, как считалось ранее), а квадратичной ($\Delta\lambda/\lambda \sim r^2$) зависимостью относительного изменения длины волны приходящего излучения от расстояния. По мнению автора [212] объяснение этой зависимости может быть дано при учёте вращения Метагалактики в рамках стационарной модели Вселенной, соответствующей метрике Гёделя.

Как уже отмечалось на примере ряда цитируемых работ ([34, 87, 88, 135] и другие), существенную информацию о космологическом пространстве-времени (в том числе и с вращением) могут дать наблюдательные эффекты для микроволнового фонового электромагнитного излучения. Особо следует выделить наблюдательные эффекты, установленные в работах Иваненко, Короткого, Обухова [87, 88, 94, 215]. Важным космологическим тестом для нефридмановских моделей является наблюдаемая изотропия микроволнового фонового излучения. Поэтому принципиальное значение имеет тот факт, что космологическое вращение (в отличие от сдвига) пространства-времени не приводит к анизотропии реликтового излучения [87, 88]. В дальнейшем с повышением точности астрономических инструментов эффекты вращения Вселенной могут быть подвергнуты экспериментальной проверке.

Важными являются и исследования вращения вектора поляризации электромагнитного излучения при распространении луча в космологическом пространстве с вращением. Они могут соответствовать результату [28].

Существенный шаг в этом направлении сделал Обухов [214], который на Банаховском семестре в декабре 1988 года (в Международном математическом центре им. С.Банаха в городе Варшаве) доложил о получении угла поворота вектора поляризации для луча, распространяющегося в пространстве-времени с метрикой (1.1.9), причём угол поворота вычислен относительно изотропной тетрады в формализме Ньюмена-Пенроуза. В случае, когда (1.1.9) - метрика стационарная ($R = const$), этот результат даёт для угла поворота вектора поляризации

$$\Delta\phi = \omega r \cos\theta, \quad (1.5.1)$$

где ω – величина вращения сопутствующей жидкости (источника модели), $\omega = m\sqrt{\sigma}/2R\sqrt{k+\sigma}$, r – расстояние от точки наблюдения до источника, θ – угол между источником и осью (вращения) z . Укажем, что формула (1.5.1) выполняется с хорошей степенью точности и для нестационарной метрики (1.1.9) при $r \leq 10^{27}$ см [214]. Отметим также, что в [214] рассмотрены и другие наблюдательные эффекты в космологии с вращением.

Таким образом, будущие исследования могут установить, является ли вращение Вселенной существенным в современную эпоху (как у Берча [28]) или вращение в космологии следует учитывать только на ранней стадии (что соответствует, развиваемой в последние годы, инфляционной парадигме).

В работе [216] Пановым и Сбытовым методом представительного пучка исследовано воздействие кривизны пространства-времени на относительный позиционный угол между направлением максимальной вытянутости радиоисточника и направлением интегральной плоскости поляризации при распространении излучения от источника к наблюдателю. Представительный пучок – это пучок лучей, идущих от каждой точки источника по главной и побочным оптическим осям и фокусирующихся в центре объектива телескопа. В приближении геометрической оптики такой пучок даёт то же изображение источника с точки зрения его геометрии, что и реальный пучок. На него наложены определенные условия. Выражение для относительного позиционного угла в [216]

$$\Delta = \mp \frac{2}{3} \frac{k}{\sigma\gamma^2} \frac{\Omega_0^2}{H_0^2} z^2 \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} \sin^2 \theta \sin 2\alpha, \quad (1.5.2)$$

рассчитанного для метрики (1.1.9), где θ – угол между осью вращения Вселенной и направлением на источник, не согласуется с зависимостью, полученной Берчем из наблюдательных данных [28]. Авторы [216] делают вывод о том, что эффект Берча не может быть вызван вращением Вселенной. К такому же выводу приходят авторы статьи [217], которые

вывели похожую зависимость Δ от θ . В [217] делается вывод о том, что эффект Берча не может быть объяснен вращением или другим общерелятивистским эффектом. Отметим, что Панов В.Ф. и Сбытов Ю.Г. в работе [218] подтвердили основной вывод своей работы [216].

Анизотропия электромагнитного излучения при распространении его во Вселенной анализируется также в работах [219, 220].

Подчеркнем, что большинство групп астрономов не подтвердили наблюдения Берча [28].

В заключении отметим два имеющихся обзора по космологии с вращением [221, 222].

ГЛАВА 2

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ С ВРАЩЕНИЕМ ДЛЯ МЕТРИКИ ТИПА VIII ПО БЬЯНКИ

§ 2.1. Компоненты тензора Риччи для метрики типа VIII по Бьянки

Ввиду возможного наличия в нашей Метагалактике выделенного направления, связанного с космологическим вращением, представляет интерес построение космологических моделей с учетом вращения как в ОТО, так и в теории Эйнштейна – Картана.

В работах [139, 141] получены некоторые вращающиеся, зависящие от времени космологические модели типа VIII по Бьянки с потоком тепла. В [139, 141] координаты (t, x^1, x^2, x^3) введены так, что линии времени являются мировыми линиями материи. При этом метрика моделей рассматривается в виде

$$ds^2 = (dt + A\omega^1)^2 - (B\omega^1)^2 - C^2((\omega^2)^2 + (\omega^3)^2), \quad (2.1.1)$$

где A, B, C есть функции от t , а $\omega^1, \omega^2, \omega^3$ - 1-формы следующего вида:

$$\begin{aligned} \omega^1 &= dx^1 + \left[1 + (x^1)^2\right] dx^2 + \left[x^1 - x^2 - (x^1)^2 x^2\right] dx^3, \\ \omega^2 &= 2x^1 dx^2 + (1 - 2x^1 x^2) dx^3, \\ \omega^3 &= dx^1 + \left[-1 + (x^1)^2\right] dx^2 + \left[x^1 + x^2 - (x^1)^2 x^2\right] dx^3. \end{aligned} \quad (2.1.2)$$

В лоренцевой тетраде компоненты тензора Риччи

$$\begin{aligned} R_{00} &= \frac{A^2}{B^2} \left(\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\dot{A}^2}{A^2} - \frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{2\dot{A}\dot{C}}{AC} + \frac{B^2}{2C^4} \right) - \frac{\ddot{B}}{B} - \frac{2\ddot{C}}{C}, \\ R_{01} &= 2 \frac{A}{B} \left(\frac{\ddot{C}}{C} - \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC} - \frac{B^2}{4C^4} \right), \\ R_{11} &= \frac{A^2}{B^2} \left(-\frac{\ddot{A}}{A} - \frac{\dot{A}^2}{A^2} + \frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} - \frac{2\dot{A}\dot{C}}{AC} + \frac{2\dot{B}\dot{C}}{BC} - \frac{2\ddot{C}}{C} \right) + \frac{\ddot{B}}{B} + \frac{2\dot{B}\dot{C}}{BC} + \frac{B^2}{4C^4}, \\ R_{22} &= R_{33} = \left(1 - \frac{A^2}{B^2} \right) \left(\frac{\ddot{C}}{C} + \frac{\dot{C}^2}{C^2} - \frac{B^2}{2C^4} \right) + \left(1 + \frac{A^2}{B^2} \right) \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC} - \frac{2A^2}{B^2} \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} - \frac{1}{C^2}. \end{aligned} \quad (2.1.3)$$

§ 2.2. Две космологические модели типа VIII по Бьянки с идеальной жидкостью и потоком тепла

В [139, 141] используется тензор энергии – импульса идеальной жидкости с потоком тепла

$$T_{ab} = (p + \rho)u_a u_b - p\eta_{ab} + q_a u_b + q_b u_a, \quad (2.2.1)$$

здесь q_a - вектор потока тепла.

Расширение θ , ускорение a , вращение ω и сдвиг σ для метрики (2.1.1) будут

$$\theta = \frac{\dot{B}}{B} + \frac{2\dot{C}}{C}, \quad a_1 = \frac{\dot{A}}{B}, \quad \omega^1 = \frac{A}{2C^2}, \quad -\frac{1}{2}\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = \frac{\dot{B}}{3B} - \frac{\dot{C}}{3C}. \quad (2.2.2)$$

Уравнения Эйнштейна $R_{ab} = T_{ab} - \frac{1}{2}T\eta_{ab} - \Lambda\eta_{ab}$ могут быть расписаны

$$R_{00} = \frac{1}{2}\rho + \frac{3}{2}p - \Lambda, \quad R_{01} = q_1, \quad R_{11} = R_{22} = R_{33} = \frac{1}{2}\rho - \frac{1}{2}p + \Lambda. \quad (2.2.3)$$

Если не делать каких-либо ограничений на p, ρ, Λ и q_1 , то основным уравнением из (2.2.3) является

$$R_{11} = R_{22} \quad (2.2.4)$$

В [139, 141] рассматривается ситуация, когда ускорение, вращение и поток тепла ($q_1 \neq 0$, $q_2 = q_3 = 0$, $q_0 = 0$) параллельны 1-оси (оси вращательной симметрии). Обычное выражение для q_a имеет вид [229, 139]:

$$q_a = kh_a^b (T_{1b} - Ta_b), \quad (2.2.5)$$

где $k(t)$ есть коэффициент теплопроводности; $h_{ab} = \eta_{ab} - u_a u_b$; T - температура; a_b - ускорение. Предполагается, что T есть функция только от времени.

Тогда можно получить

$$q_1 = -\frac{k}{B}(A\dot{T} + T\dot{A}), \quad (2.2.5)$$

$$T = -\frac{2}{A} \int \frac{A}{k} \left(\frac{\ddot{C}}{C} - \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC} - \frac{B^2}{4C^4} \right) dt. \quad (2.2.6)$$

Рассмотрим сейчас в рамках указанной постановки космологические решения с вращением типа VIII по Бьянки, найденные в нашей работе [141].

Первое решение найдено для случая пыли ($p=0$). При этом предполагается $C = \text{const}$. Однако в отличие от [139] не считается, что $A = \alpha B$. Обозначив $z = A^2$ и используя (2.1.3), (2.2.3), приходим для нашего случая к уравнениям

$$\begin{aligned} \frac{1}{2B^2}\ddot{z} - \frac{1}{2B^2}\frac{\dot{B}}{B}\dot{z} + \frac{1}{2}\frac{z}{C^4} - \frac{\ddot{B}}{B} &= \frac{1}{2}\rho - \Lambda, \\ -\frac{1}{2B^2}\ddot{z} + \frac{1}{2B^2}\frac{\dot{B}}{B}\dot{z} + \frac{\ddot{B}}{B} + \frac{B^2}{2C^4} &= \frac{1}{2}\rho + \Lambda, \\ -\frac{B^2}{2C^4} + \frac{1}{2}\frac{z}{C^4} - \frac{1}{C^2} &= \frac{1}{2}\rho + \Lambda. \end{aligned} \quad (2.2.7)$$

Из (2.2.7) получим

$$z = 3B^2 + 4C^2 + 4C^4\Lambda, \quad (2.2.8)$$

а также

$$4\ddot{B} + \frac{B^3}{C^4} + B\nu = 0, \quad (2.2.9)$$

где $\nu = \frac{2}{C^2} + 4\Lambda$. Интегрируя (2.2.9), имеем

$$2\dot{B}^2 = -\frac{1}{C^4}\frac{B^4}{4} - \nu\frac{B^2}{2} + S, \quad (2.2.10)$$

где $S > 0$ - константа интегрирования.

Наконец, из (2.2.10) получим

$$B = \sqrt{x_1} ch \left(\sqrt{\frac{\alpha S}{2}} (x_1 - x_2) \cdot t + \sigma_1 \tilde{k} \right), \quad (2.2.11)$$

где

$$x_1 = -\frac{\gamma}{2\alpha} + \left(\frac{\gamma^2}{4\alpha^2} + \frac{1}{\alpha} \right)^{1/2}, \quad x_2 = -\frac{\gamma}{2\alpha} - \left(\frac{\gamma^2}{4\alpha^2} + \frac{1}{\alpha} \right)^{1/2}, \quad \tilde{k} = \left(\frac{x_1}{x_1 - x_2} \right)^{1/2}, \quad (2.2.12)$$

$$\sigma = \text{const}, \quad \alpha = \frac{1}{4SC^4}, \quad \gamma = \frac{\nu}{2S}.$$

Согласно (2.2.8)

$$A = (3B^2 + 4C^2 + 4C^4\Lambda)^{1/2}. \quad (2.2.13)$$

Используя (2.2.3), найдем, что плотность энергии пыли положительна

$$\rho = \frac{2B^2}{C^4} + \frac{2}{C^2} + 2\Lambda > 0. \quad (2.2.14)$$

(У нас космологический член $\Lambda > 0$). Температура для первой модели (согласно (2.2.6)):

$$T = \frac{1}{2AC^4} \int \frac{AB^2}{k} dt > 0. \quad (2.2.15)$$

Для первой модели имеем

$$\theta = \frac{\dot{B}}{B}, \quad \omega^1 = \frac{(3B^2 + 4C^2 + 4C^4\Lambda)^{1/2}}{2C^2}, \quad -\frac{1}{2}\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = \frac{\dot{B}}{3B}. \quad (2.2.16)$$

Рассмотрим сейчас второе решение для метрики (2.1.1) (при $\Lambda = 0$): $A = \text{const}$, $C = \alpha B$, (α - константа).

Тогда уравнение (2.2.4) приводит к

$$\frac{\ddot{B}}{B} - \frac{2\dot{B}^2}{B^2} - \frac{\varepsilon}{A^2} + \frac{1}{2\alpha^4 B^2} = 0, \quad (2.2.17)$$

$$\text{где } \varepsilon = \frac{1 + \alpha^2}{\alpha^4}.$$

Из (2.2.17) получим

$$\dot{B}^2 = \frac{1}{4\alpha^4} - \frac{\varepsilon}{A^2} B^2 + SB^4, \quad (2.2.18)$$

S - константа. Положим далее $S = 0$. Тогда из (2.2.18) получим

$$B = \frac{A}{2(1 + \alpha^2)^{1/2}} \sin \frac{\sqrt{\varepsilon}}{A} t, \quad C = \frac{A\alpha}{2(1 + \alpha^2)^{1/2}} \sin \frac{\sqrt{\varepsilon}}{A} t. \quad (2.2.19)$$

Используя (2.2.3), вычислим плотность энергии жидкости

$$\rho = \frac{A^2}{B^4 \alpha^4} - \frac{3\varepsilon}{A^2} + \frac{3}{2\alpha^4 B^2} > 0. \quad (2.2.20)$$

Давление жидкости

$$p = -\frac{2(1 + \alpha^2)}{A^2 \alpha^4} \sin^{-2} \left(\frac{\sqrt{\varepsilon}}{A} t \right) + \frac{3}{A^2} \left(\frac{1 + \alpha^2}{\alpha^4} \right). \quad (2.2.21)$$

Константы A и α можно подобрать так, что $\frac{\sqrt{\varepsilon}}{A}$ будет малой, т.е. период пульсаций космологической модели будет достаточно большим. При этом в начале расширения давление жидкости будет отрицательным, а в более позднюю стадию эволюции модели давление положительно. У нас уравнение состояния идеальной жидкости не постулируется априорно, а получается в силу уравнений Эйнштейна, т.е. жидкость рассматривается феноменологическая (при этом отрицательное давление на части эволюции нам представляется допустимым). Отметим, что в работе [142] также уравнение состояния жидкости получается из гидродинамических уравнений и уравнений Эйнштейна, а давление в ходе космологической эволюции меняет знак. Заметим также, что в рамках моделей ранней Вселенной отрицательное давление может иметь объяснение как эффект квантовой поляризации вакуума материальных полей гравитационным полем. На основании (2.2.6) можно вычислить температуру

$$T = \int \frac{1}{\alpha^4 k B^2} dt > 0. \quad (2.2.22)$$

Таким образом, мы получили осциллирующую, вращающуюся модель с параметром расширения

$$\theta = \frac{3(1+\alpha^2)^{1/2}}{A\alpha^2} \operatorname{ctg} \left(\frac{\sqrt{\varepsilon}}{A} t \right) \quad (2.2.23)$$

и вращением

$$\omega^1 = \frac{2(1+\alpha^2)}{A\alpha^2} \sin^{-2} \left(\frac{\sqrt{\varepsilon}}{A} t \right). \quad (2.2.24)$$

Вращение меняется от бесконечного значения (при $t=0$) до минимального значения $\omega_{\min}^1 = \frac{2(1+\alpha^2)}{A\alpha^2}$.

Отметим, что для этой модели ускорение $a_1=0$ и сдвига нет: $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = 0$.

Получим третье решение ($\Lambda=0$):

$B = \text{const}$ ($B > 0$), $A = A(t)$, $C = C(t)$.

Если обозначить $z = A^2$, то уравнение (2.2.4) переписывается в этом случае

$$-\frac{1}{2B^2} \ddot{z} + z \left(-\frac{1}{B^2} \frac{\ddot{C}}{C} + \frac{1}{B^2} \frac{\dot{C}^2}{C^2} - \frac{1}{2C^4} \right) + \left(\frac{B^2}{C^4} - \frac{\ddot{C}}{C} - \frac{\dot{C}^2}{C^2} + \frac{1}{C^2} \right) = 0. \quad (2.2.25)$$

Выберем $C(t)$ удовлетворяющей уравнению

$$-\frac{1}{B^2} \frac{\ddot{C}}{C} + \frac{1}{B^2} \frac{\dot{C}^2}{C^2} - \frac{1}{2C^4} = 0. \quad (2.2.26)$$

Уравнение (2.2.26) приводит к

$$\dot{C}^2 = C^2 S + \frac{B^2}{4} C^{-2}. \quad (2.2.27)$$

При $S = 0$ из (2.2.27) получим $C = (Bt)^{1/2}$.

Тогда из (2.2.25)

$$z = 2B(t \ln t - t) - \frac{5}{2} B^2 \ln t + L, \quad (2.2.28)$$

где L - константа. В итоге имеем

$$A = \left[2B(t \ln t - t) - \frac{5}{2} B^2 \ln t + L \right]^{1/2}. \quad (2.2.29)$$

Для плотности энергии жидкости получим

$$\rho = -\frac{3}{Bt} + \frac{\ln t}{Bt} + \frac{(L + B^2)}{B^2 t^2} - \frac{5}{2t^2} \ln t. \quad (2.2.30)$$

Константа $L > 0$ выбирается такой, что при $t > 0$ будет $z > 0$ и $\rho > 0$ (при этом $B > 0$ и предполагается малой). Вычисление давления дает

$$p = \frac{1}{B} \left(\frac{1}{t} + \frac{\ln t}{t} \right). \quad (2.2.31)$$

Температура в третьей модели

$$T = \frac{1}{A} \int \frac{A}{k} \frac{1}{t^2} dt > 0. \quad (2.2.32)$$

В результате мы нашли расширяющуюся, вращающуюся космологическую модель со сдвигом. Параметр расширения $\theta = \frac{1}{t}$, для сдвига:

$$-\frac{1}{2} \sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = -\frac{1}{6t}, \quad (2.2.33)$$

вращение

$$\omega^1 = \frac{\left[2B(t \ln t - t) - \frac{5}{2} B^2 \ln t + L \right]^{1/2}}{2Bt}, \quad (2.2.34)$$

а ускорение

$$a_1 = \frac{\left(2B \ln t - \frac{5B^2}{2t} \right)}{2B \left[2B(t \ln t - t) - \frac{5}{2} B^2 \ln t + L \right]^{1/2}}. \quad (2.2.35)$$

. § 2.3 Космологическая модель типа VIII по Бьянки с идеальной жидкостью и пылью

Рассмотрим метрику (2.1.1) в следующем виде:

$$ds^2 = (dt + h C \omega^1)^2 - (\alpha C \omega^1)^2 - C^2 ((\omega^2)^2 + (\omega^3)^2), \quad (2.3.1)$$

при этом 1-формы подчиняются структурным соотношениям типа VIII по Бианки (2.1.2). $C = C(t)$, $\alpha > 0$ и $h > 0$ – постоянные.

В дальнейшем рассмотрим разные наборы источников гравитации.

В первом случае в качестве источников гравитации возьмём сопутствующую идеальную жидкость и несопутствующую пыль. Тензор энергии-импульса:

$$T_{ab} = (\varepsilon + p)u_a u_b - p\eta_{ab} + \rho U_a U_b. \quad (2.3.2)$$

Вектор 4-скорости сопутствующей жидкости $u_a = \eta_{a0}$. Уравнение состояния жидкости

$$p = \beta(t)\varepsilon. \quad (2.3.3)$$

Для несопутствующей пыли будем считать $U_0 = V U_1, U_0^2 - U_1^2 = 1$. $V = \text{const}$.

В итоге уравнения Эйнштейна в тетрадной форме для рассматриваемой метрики имеют вид:

$$\begin{aligned} -\frac{\alpha(4-3h^2+\alpha^2)+4(h^2-3\alpha^2)C'^2+8h^2CC''}{4\alpha^2C^2} &= \varepsilon + V^2U_1^2\rho, \\ -\frac{h(\alpha^2+4C'^2-4CC'')}{2\alpha C^2} &= VU_1^2\rho, \\ \frac{4(3h^2-\alpha^2)C'^2+\alpha^2(4-h^2+3\alpha^2-8CC'')}{4\alpha^2C^2} &= p + U_1^2\rho, \\ \frac{(h^2-\alpha^2)(\alpha^2+4C'^2+8CC'')}{4\alpha^2C^2} &= p \end{aligned} \quad (2.3.4)$$

Найдены три точных решения этих уравнений:

$$1) C(t) = \frac{1}{2C_1} [C_1 e^{\sqrt{C_1}t+C_2} + D e^{-\sqrt{C_1}t-C_2}], \quad C_1 > 0;$$

$$2) C(t) = \sqrt{\frac{D}{C_1}} \sin(\sqrt{-C_1}t + C_2), \quad C_1 < 0, D < 0;$$

$$3) C(t) = \sqrt{-D}t + C_2, \quad C_1 = 0, D < 0;$$

$D = D(\alpha, h, V) - \text{const}$, C_1 и C_2 – константы интегрирования.

Плотность энергии и давление сопутствующей жидкости:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{3(\alpha^2 - h^2)C_1}{\alpha^2} + \frac{Q}{C^2(t)}, \quad Q = Q(\alpha, h, V) - \text{const} \\ p &= \frac{3(h^2 - \alpha^2)C_1}{\alpha^2} + \frac{(h^2 - \alpha^2)(\alpha^2 - 4D)}{4\alpha^2 C^2(t)}. \end{aligned} \quad (2.3.5)$$

Плотность энергии несопутствующей пыли:

$$\rho = \frac{(2\alpha^4 + 2\alpha^2 - h^2\alpha^2 - 4h^2D)(V^2 - 1)}{2\alpha^2 C^2(t)} \quad (2.3.6)$$

Из уравнения состояния сопутствующей жидкости (4) следует,

$$\beta = -1 + \frac{M}{3(\alpha^2 - h^2)C^2(t) + \alpha^2 Q}$$

$M = M(\alpha, h, V, C_1)$ – постоянная.

Таким образом, по крайней мере в случае первого и третьего решений в определенный момент времени жидкость может стать

квинтессенцией при условии $\frac{M}{\alpha^2 - h^2} > 0$ или фантомной материей, если $\frac{M}{\alpha^2 - h^2} < 0$.

Кинематические параметры модели.

$$\theta_1 = \frac{3C'(t)}{C(t)}, \quad \Omega_1^2 = \frac{h^2}{4C^2(t)}, \quad a^2 = -\frac{h^2 C'^2}{\alpha^2 C^2}$$

– расширение, квадрат скорости вращения и квадрат ускорения
сопутствующей жидкости
соответственно;

$$\theta_2 = \frac{3(h + V\alpha)C'(t)}{\sqrt{V^2 - 1}\alpha C(t)}, \quad \Omega_2^2 = \frac{(hV + \alpha)^2}{4(V^2 - 1)C^2(t)}, \quad a^2 = -\frac{hV(hV + \alpha)C'^2}{(V^2 - 1)\alpha^2 C^2}$$

– расширение, квадрат скорости вращения и квадрат ускорения
несопутствующей пыли соответственно.

§ 2.4. Космологическая модель типа VIII по Бьянки с идеальной жидкостью и чистым излучением

Метрика имеет вид (2.3.1). ТЭИ данных источников:

$$T_{ab} = (\varepsilon + p)u_a u_b - p\eta_{ab} + Wk_a k_b \quad (2.4.1)$$

где $u_a = \eta_{a0}$ – 4-скорость жидкости в тетрадном базисе, $W > 0 - const$,
 $k_a k^a = 0$, $k_a = \{k_0; k_0; 0; 0\}$ – волновой вектор излучения.

Уравнение состояния идеальной жидкости такое же, как и в предыдущем случае (2.3.3):

$$p = \beta(t)\varepsilon.$$

Решения уравнений Эйнштейна аналогичны решениям предыдущего случая:

$$1) C(t) = \frac{1}{2C_1} \left[C_1 e^{\sqrt{C_1}t + C_2} + E e^{-\sqrt{C_1}t - C_2} \right] \quad C_1 > 0;$$

$$2) C(t) = \sqrt{\frac{E}{C_1}} \sin(\sqrt{-C_1}t + C_2), \quad C_1 < 0, E < 0;$$

$$3) C(t) = \sqrt{-E}t + C_2, \quad C_1 = 0, E < 0;$$

$$E = E(\alpha, h, V) - const.$$

Плотность энергии и давление сопутствующей жидкости:

$$\varepsilon = \frac{3(\alpha^2 - h^2)C_1}{\alpha^2} + \frac{R}{C^2(t)}, \quad R = R(\alpha, h, V) - const, \quad (2.4.2)$$

$$p = \frac{3(h^2 - \alpha^2)C_1}{\alpha^2} + \frac{(h^2 - \alpha^2)(\alpha^2 - 4E)}{4\alpha^2 C^2(t)}.$$

Чистое излучение описывается

$$Wk_0^2 = \frac{2\alpha^4 + 2\alpha^2 - \alpha^2 h^2 - 4h^2 E}{2\alpha^2 C^2(t)}. \quad (2.4.3)$$

Из (2.3.3) и (2.4.2) следует, что

$$\beta = -1 + \frac{N}{3(\alpha^2 - h^2)C^2(t) + \alpha^2 R},$$

то есть можно сделать такой же вывод о возможности превращения

жидкости в квинтессенцию при $\frac{N}{\alpha^2 - h^2} > 0$ или в фантомную материю при $\frac{N}{\alpha^2 - h^2} < 0$ в определенный момент времени.

§ 2.5. Космологическая модель типа VIII по Бьянки с анизотропной жидкостью

Метрика модели имеет вид (2.3.1)

$$ds^2 = (dt + hC\omega^1)^2 - (\alpha C\omega^1)^2 - C^2((\omega^2)^2 + (\omega^3)^2), \quad (2.5.1)$$

где $C = C(t)$, $h, \alpha = \text{const}$, $\omega^1, \omega^2, \omega^3$ - есть 1-формы, удовлетворяющие структурным отношениям типа VIII по Бьянки (2.1.2). Модель заполнена вращающейся анизотропной жидкостью с тензором энергии-импульса

$$T_{ik} = (\varepsilon + \pi)u_i u_k + (\sigma - \pi)\chi_i \chi_k + \pi g_{ik}, \quad (2.5.2)$$

где $u_\nu u^\nu = -1$, $\chi_\mu \chi^\mu = 1$, $\chi^\mu u_\mu = 0$, $\sigma > \pi$. Примем, что $c=1$, $\hbar=1$, $8\pi G=1$, где G - ньютоновская гравитационная постоянная. Из уравнений Эйнштейна получено

$$C = \frac{\alpha}{2H} ch(Ht), \quad H = \text{const},$$

H - характеризует темп раздувания,

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{-12C'^2(k^2 - \alpha^2) + k^2\alpha^2 - 4\alpha^2 - \alpha^4}{4C^2\alpha^2}, \\ \sigma &= \frac{12C'^2(k^2 - \alpha^2) - k^2\alpha^2 + 4\alpha^2 + \alpha^4}{4C^2\alpha^2}, \\ \pi &= \frac{12C'^2(k^2 - \alpha^2) + 3k^2\alpha^2 - 3\alpha^4}{4C^2\alpha^2}, \end{aligned} \quad (2.5.3)$$

условия $\sigma > \pi$ и $\varepsilon > 0$ будут обеспечены при $\alpha^2 > k^2$.

(2.5.4)

Расширение модели $\theta = \frac{3C'}{C}$, вращение жидкости $\omega = \frac{k}{2C}$,

ускорение $a = \frac{kC'}{\alpha C}$, сдвиг отсутствует.

Для нашего решения $\sigma + \varepsilon = 0$ ($\sigma = -\varepsilon$). У нас

$$\begin{aligned}
\varepsilon &= 3(\alpha^2 - k^2) \frac{H^2}{\alpha^2} + \frac{4\{-1 - (\alpha^2 - k^2)\}}{ch^2 Ht} \frac{H^2}{\alpha^2}, \\
\pi &= \frac{4H^2(k^2 - \alpha^2 - 1)}{\alpha^2 ch^2(Ht)} - 3(\alpha^2 - k^2) \frac{H^2}{\alpha^2} + \frac{4\{-1 - (\alpha^2 - k^2)\}}{ch^2 Ht} \frac{H^2}{\alpha^2}, \\
\varepsilon + \pi &= \frac{4H^2(k^2 - \alpha^2 - 1)}{\alpha^2 ch^2(Ht)} < 0.
\end{aligned} \tag{2.5.5}$$

Для большого t эта модель может быть использована для описания современной стадии развития Вселенной с вращением. Для одной из компонент давления анизотропной жидкости мы получили уравнение состояния фантомной материи, в то время, как для другой компоненты уравнение состояния соответствует вакууму.

В параграфах 2.2 – 2.5 построены космологические модели с вращением для метрики типа VIII по Бьянки, с использованием различных источников гравитации [230]. Все модели описывают современную стадию ускоренного расширения Вселенной и содержат вращающуюся темную энергию. Эти модели могут быть использованы для изучения астрофизических эффектов в космологии с вращением в современную эпоху.

Особенность модели, изложенной в параграфе 2.2 в том, что она описывает вращающуюся темную энергию и вращающуюся темную материю, причем они вращаются с различными скоростями. Для этой модели ускоренное расширение Вселенной порождается как отрицательным давлением темной энергии, так и космологическим вращением. Отметим, что космологическая модель, описанная в параграфе 2.5, заполнена вращающейся анизотропной сопутствующей жидкостью, которая моделирует вращающуюся анизотропную темную энергию.

ГЛАВА 3

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ С ВРАЩЕНИЕМ ДЛЯ МЕТРИКИ ТИПА II ПО БЬЯНКИ

§ 3.1. Значения тензора Эйнштейна для космологических моделей с вращением типа II по Бьянки

Уже достаточно долгое время продолжается дискуссия о возможной глобальной анизотропии Вселенной, которая может быть связана с космологическим вращением. За несколько десятилетий построен целый ряд космологических моделей с вращением, исследованы возможные наблюдательные эффекты в космологии с вращением. В данном параграфе построен ряд космологических моделей с вращением (в том числе модель [233]) с метрикой типа II по Бьянки, имеющей вид

$$ds^2 = dt^2 - 2R(t)\sqrt{b}e^{(1)}dt - R^2(t)(A(e^{(1)})^2 + (e^{(2)})^2 + (e^{(3)})^2), \quad (3.1.1)$$

где $A, b = \text{const}$, $e^{(1)} = dx - zdy$, $e^{(2)} = dy$, $e^{(3)} = dz$.

Будем искать решение уравнений Эйнштейна

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \aleph T_{\mu\nu} \quad (3.1.2)$$

для метрики (3.1.1). Эйнштейновская гравитационная постоянная $\aleph = 1$, $c = 1$.

В дальнейшем функция $R(t)$ будет обозначаться буквой R .

Тензор Эйнштейна $G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R$ имеет следующие ненулевые компоненты:

$$\begin{aligned} G_{00} &= \frac{-(8\ddot{R}Rb - 12\dot{R}^2A - 8\dot{R}^2b + A^2 - Ab - 2b^2)}{4(A+b)R^2}, \\ G_{01} &= G_{10} = \frac{-\sqrt{b}A(8\ddot{R}R + 4\dot{R}^2 - 3A - 3b)}{4(A+b)R}, \\ G_{02} &= G_{20} = \frac{\sqrt{b}A(8\ddot{R}R + 4\dot{R}^2 - 3A - 3b)z}{4(A+b)R}, \\ G_{11} &= \frac{-A^2(8\ddot{R}R + 4\dot{R}^2 - 3A - 3b)}{4(A+b)}, \\ G_{12} &= G_{21} = \frac{A^2(8\ddot{R}R + 4\dot{R}^2 - 3A - 3b)z}{4(A+b)}, \\ G_{22} &= \frac{-A(8\ddot{R}RAz^2 + 8\ddot{R}R + 4\dot{R}^2Az^2 + 4\dot{R}^2 - 3A^2z^2 - 3Abz^2 + A + b)}{4(A+b)}, \\ G_{33} &= \frac{-A(8\ddot{R}R + 4\dot{R}^2 + A + b)}{4(A+b)}. \end{aligned} \quad (3.1.3)$$

Отметим, что все наши решения этой главы будут причинными.

§ 3.2. Космологическая модель II типа по Бьянки с идеальной жидкостью и излучением

Предполагаем, что источниками гравитационного поля данной космологической модели являются идеальная жидкость и поле излучения.

Тензор энергии - импульса (ТЭИ) идеальной жидкости имеет вид

$$T'_{\mu\nu} = (\varepsilon + p)u_\mu u_\nu - pg_{\mu\nu}. \quad (3.2.1)$$

Предполагается, что $u^\mu = \delta_0^\mu$, $\mu = 0,1,2,3$. Тогда имеем

$$u_0 = 1, \quad u_1 = -\sqrt{b}R, \quad u_2 = \sqrt{b}Rz, \quad u_3 = 0. \quad (3.2.2)$$

Отличные от нуля компоненты ТЭИ идеальной жидкости имеют вид

$$\begin{aligned} T'_{00} &= \varepsilon, \quad T'_{02} = -\varepsilon R\sqrt{b}, \quad T'_{02} = \varepsilon Rz\sqrt{b}, \\ T'_{11} &= \varepsilon R^2 b + pR^2(A+b), \quad T'_{12} = -\varepsilon R^2 bz - pR^2 z(A+b), \\ T'_{22} &= \varepsilon R^2 z^2 b + pR^2(Az^2 + bz^2 + 1), \quad T'_{33} = pR^2. \end{aligned} \quad (3.2.3)$$

ТЭИ поля излучения

$$T''_{\mu\nu} = wk_\mu k_\nu, \quad w > 0. \quad (3.2.4)$$

причем

$$k_\mu k^\mu = 0.$$

Положим

$$k_\mu = (k_0, k_1, k_2, 0), \quad \text{а } k_0 = \frac{\tilde{k}_0}{R}, \quad k_1 = \sqrt{b}\tilde{k}_1, \quad k_2 = \sqrt{b}z\tilde{k}_2. \quad (3.2.5)$$

Ненулевые компоненты ТЭИ поля излучения

$$\begin{aligned} T''_{00} &= wk_0^2, \quad T''_{01} = wk_0 k_1, \quad T''_{02} = wk_0 k_2, \\ T''_{11} &= wk_1^2, \quad T''_{12} = wk_1 k_2, \quad T''_{22} = wk_2^2. \end{aligned} \quad (3.2.6)$$

ТЭИ нашей модели есть сумма ТЭИ идеальной жидкости и ТЭИ поля излучения. Решая уравнения (3.1.2) для метрики (3.1.1), используя в качестве правой части сумму из членов (3.2.4) и (3.2.6), получим следующие результаты:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{12\dot{R}^2 A - 5A^2 - 5Ab}{4(A+b)R^2}, \quad p = \frac{-A(8\ddot{R}R + 4\dot{R}^2 + A+b)}{4(A+b)R^2}, \\ \tilde{k}_1 &= -\tilde{k}_2, \quad w\tilde{k}_0^2 = \frac{-8b(\ddot{R}R - \dot{R}^2) + 4A^2 + 2b^2 + 6Ab}{4(A+b)}, \\ w\tilde{k}_2^2 &= \frac{8Ab(\ddot{R}R - \dot{R}^2) + 4A^3 + 10A^2b + 6Ab^2}{4(A+b)b}, \end{aligned} \quad (3.2.7)$$

и дифференциальное уравнение для R:

$$\ddot{R}R - \dot{R}^2 = -S, \quad \text{где } S = \frac{(A+b)(b + 2\sqrt{b(A+b)})}{4b}, \quad b > 0, \quad A > 0. \quad (3.2.8)$$

Решая это уравнение, получим два решения:

$$1) R = \frac{R_0}{2} e^{H t} - \frac{S}{2H^2 R_0} e^{-H t},$$

$R_0, H - \text{const}, R_0 > 0, H > 0, R(0) > 0$, у нас $t \geq 0$,

$$\varepsilon = \frac{12\dot{R}^2 A - 5A^2 - 5Ab}{4(A+b)R^2}, \quad p = \frac{A}{4R^2} - \frac{12\dot{R}^2 A}{4(A+b)R^2} + \frac{A\sqrt{b(A+b)}}{bR^2},$$

$$w\tilde{k}_0^2 = A + b + \sqrt{b(A+b)}, \quad w\tilde{k}_2^2 = \frac{A^2 + Ab - A\sqrt{b(A+b)}}{b}.$$

$$2) R = \sqrt{St},$$

$$\varepsilon = \frac{12SA - 5A^2 - 5Ab}{4S(A+b)t^2}, \quad p = \frac{A}{4St^2} - \frac{12A}{4(A+b)t^2} + \frac{A\sqrt{b(A+b)}}{bSt^2},$$

$$w\tilde{k}_0^2 = A + b + \sqrt{b(A+b)}, \quad w\tilde{k}_2^2 = \frac{A^2 + Ab - A\sqrt{b(A+b)}}{b}.$$

Полученные результаты удовлетворяют условиям:

$$\varepsilon > 0, \tilde{k}_0^2 > 0, \tilde{k}_2^2 > 0 \text{ при } b > 0, A + b > 0. \quad (3.2.9)$$

Вычислены кинематические параметры модели. Расширение модели

$$\theta = \frac{3\dot{R}}{R}, \text{ вращение модели } \omega = \frac{\sqrt{b}}{2R}, \text{ сдвиг } \sigma = 0, \text{ ускорение } a = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{A+b}} \frac{\dot{R}}{R}.$$

Отметим, что космологическую модель с вращением с масштабным фактором $R = \frac{R_0}{2} e^{H t} - \frac{S}{2H^2 R_0} e^{-H t}$ можно использовать как для описания инфляционной стадии ранней Вселенной, так и для описания второй инфляционной стадии.

§ 3.3. Космологическая модель для метрики типа II по Бьянки с несопутствующей идеальной жидкостью

Нами найдено [233] также другое решение уравнений Эйнштейна для метрики (3.1.1). Принято $x^0 = t, x^1 = x, x^2 = y, x^3 = z$. Представим нашу метрику в тетрадной форме. Используется лоренцевая тетрада с ненулевыми компонентами:

$$\begin{aligned} e_0^{(0)} &= 1, e_1^{(0)} = -R\sqrt{b}, e_2^{(0)} = R\sqrt{bz}, \\ e_1^{(1)} &= R\sqrt{A+b}, e_2^{(1)} = -Rz\sqrt{A+b}, \\ e_2^{(2)} &= R, e_3^{(3)} = R. \end{aligned} \quad (3.3.1)$$

Источником гравитационного поля данной космологической модели является несопутствующая идеальная жидкость с ТЭИ в координатной форме

$$T_{\mu\nu} = (\varepsilon + p)u_\mu u_\nu - p g_{\mu\nu}, \quad (3.3.2)$$

где $u_\mu u^\mu = 1$.

Тетрадные уравнения Эйнштейна запишутся в следующем виде

$$\frac{-(8\ddot{R}Rb - 12\dot{R}^2 A - 8\dot{R}^2 b + A^2 - Ab - 2b^2)}{4R^2(A+b)} = (p + \varepsilon)u_{(0)}^2 - p, \quad (3.3.3)$$

$$\frac{-\sqrt{b}(4\ddot{R}R - 4\dot{R}^2 - A - b)}{2R^2\sqrt{(A+b)}} = (p + \varepsilon)u_{(0)}u_{(1)}, \quad (3.3.4)$$

$$\frac{-(8\ddot{R}RA + 8\ddot{R}Rb + 4\dot{R}^2 A - 8\dot{R}^2 b - 3A^2 - 5Ab - 2b^2)}{4R^2(A+b)} = (p + \varepsilon)u_{(1)}^2 + p, \quad (3.3.5)$$

$$\frac{-A(8\ddot{R}R + 4\dot{R}^2 + A + b)}{4R^2(A+b)} = (p + \varepsilon)u_{(2)}^2 + p, \quad (3.3.6)$$

$$\frac{-A(8\ddot{R}R + 4\dot{R}^2 + A + b)}{4R^2(A+b)} = (p + \varepsilon)u_{(3)}^2 + p. \quad (3.3.7)$$

Из уравнений (3.3.6) и (3.3.7) получим $u_{(2)} = 0, u_{(3)} = 0$,

$$p = \frac{-A(8\ddot{R}R + 4\dot{R}^2 + A + b)}{4R^2(A+b)}. \quad (3.3.8)$$

Подставим (3.3.8) в (3.3.3) и в (3.3.4), получим следующие уравнения

$$(p + \varepsilon)u_{(0)}^2 = \frac{-8(A+b)(\ddot{R}R - \dot{R}^2) + 2(b^2 - A^2)}{4R^2(A+b)}, \quad (3.3.9)$$

$$(p + \varepsilon)u_{(1)}^2 = \frac{-8b(\ddot{R}R - \dot{R}^2) + 4A^2 + 6Ab + 2b^2}{4R^2(A+b)}. \quad (3.3.10)$$

Вычтем из уравнения (3.3.9) уравнение (3.3.10), и учитывая, что $u_{(0)}^2 - u_{(1)}^2 = 1$, получаем

$$(p + \varepsilon) = \frac{-8A(\ddot{R}R - \dot{R}^2) - 6A(A+b)}{4R^2(A+b)}. \quad (3.3.11)$$

Подставляя (3.3.11) в (3.3.9) и в (3.3.10) получаем выражения для ненулевых компонент 4-скорости идеальной жидкости

$$u_{(0)}^2 = \frac{-8(A+b)(\ddot{R}R - \dot{R}^2) - 2(A^2 - b^2)}{-8A(\ddot{R}R - \dot{R}^2) - 6A(A+b)}, \quad (3.3.12)$$

$$u_{(1)}^2 = \frac{-8b(\ddot{R}R - \dot{R}^2) + 4A^2 + 6Ab + 2b^2}{-8A(\ddot{R}R - \dot{R}^2) - 6A(A+b)}. \quad (3.3.13)$$

Подставим полученные результаты (3.3.12) и (3.3.13) в уравнение (3.3.4) и получим дифференциальное уравнение вида

$$\ddot{R}R - \dot{R}^2 = -\frac{(A+b)}{4}. \quad (3.3.14)$$

Учитывая (3.3.14), наше решение будет следующим:
давление идеальной жидкости

$$p = \frac{A(A+b) - 12A\dot{R}^2}{4R^2(A+b)}, \quad (3.3.15)$$

плотность энергии идеальной жидкости

$$\varepsilon = \frac{-5A(A+b) + 12A\dot{R}^2}{4R^2(A+b)}, \quad (3.3.16)$$

ненулевые компоненты 4-скорости идеальной жидкости

$$u_{(0)} = \left(\frac{b}{-A} \right)^{1/2}, \quad u_{(1)} = \left(\frac{A+b}{-A} \right)^{1/2}. \quad (3.3.17)$$

Из уравнения (3.3.14) R выражается следующим образом

$$R = \frac{R_0}{2} e^{Ht} - \frac{A+b}{8H^2 R_0} e^{-Ht}, \quad (3.3.18)$$

на решение накладываются следующие условия: $R_0, H = \text{const}, A < 0, A+b > 0, R_0 > 0, H > 0, R(0) > 0, t \geq 0$.

Вычислены кинематические параметры модели. Расширение модели

$$\theta = 0, \text{ вращение модели } \omega = \frac{\sqrt{-A}}{2R}, \text{ ускорение } a = \frac{\dot{R}}{R}, \text{ сдвиг } \sigma = 0.$$

§ 3.4. Космологическая модель типа II по Бьянки с идеальной жидкостью, излучением и скалярным полем

В данном разделе, в рамках общей теории относительности, мы строим космологическую модель с расширением и вращением с метрикой типа II по Бьянки (3.1.1). Будем искать решение уравнений Эйнштейна (3.1.2) для данной метрики [234]. Мы предполагаем, что источниками гравитационного поля являются идеальная жидкость, чистое излучение и скалярное поле.

ТЭИ идеальной жидкости имеет вид

$$T_{ik}^{(1)} = (p + \varepsilon)u_i u_k - p g_{ik}, \quad (3.4.1)$$

где p – давление жидкости, ε – плотность энергии и $u_i = (1, -R\sqrt{b}, R\sqrt{b}z, 0)$, $u^i = \delta^i_0$ – вектор четырех-скорости идеальной жидкости.

ТЭИ чистого излучения имеет вид

$$T_{ik}^{(2)} = w k_i k_k, \quad (3.4.2)$$

где $k_i k^i = 0$ и для нашего случая $k_i = (k_0, k_1, -zk_1, 0)$.

ТЭИ скалярного поля имеет вид

$$T_{ik}^{(3)} = \varphi_{,i} \varphi_{,k} - \left\{ \frac{1}{2} \varphi_{,a} \varphi_{,l} g^{al} - U(\varphi) \right\} g_{ik}. \quad (3.4.3)$$

Скалярное поле удовлетворяет уравнению

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_i (\sqrt{-g} g^{ik} \varphi_{,k}) + \frac{dU}{d\varphi} = 0. \quad (3.4.4)$$

В уравнениях Эйнштейна мы полагаем

$$T_{ik} = T_{ik}^{(1)} + T_{ik}^{(2)} + T_{ik}^{(3)}. \quad (3.4.5)$$

Полагая в уравнении $k_i k^i = 0$, что $k_1 = \sqrt{b} R \tilde{k}_1$, получим

$$k_0 = \frac{b \pm \sqrt{b(A+b)}}{A} \tilde{k}_1. \quad (3.4.6)$$

В дальнейшем выберем

$$k_0 = \frac{b - \sqrt{b(A+b)}}{A} \tilde{k}_1. \quad (3.4.7)$$

Уравнения (3.1.2) с условием (3.4.5) дают нам систему уравнений

$$\frac{-(8\ddot{R}Rb - 12\dot{R}^2 A - 8\dot{R}^2 b + A^2 - Ab - 2b^2)}{4R^2(A+b)} = \varepsilon + wk_0^2 + \dot{\varphi}^2 - L, \quad (3.4.8)$$

$$\frac{-A(8\ddot{R}R + 4\dot{R}^2 - 3A - 3b)}{4R^2(A+b)} = (p + \varepsilon) \frac{b}{A} + p + w\tilde{k}_1^2 \frac{b}{A} + L, \quad (3.4.9)$$

$$\frac{-A(8\ddot{R}R + 4\dot{R}^2 - 3A - 3b)}{4R^2(A+b)} = -\varepsilon + wk_0\tilde{k}_1 + L, \quad (3.4.10)$$

$$\frac{-A(8\ddot{R}R + 4\dot{R}^2 + A + b)}{4R^2(A+b)} = p + L, \quad (3.4.11)$$

где $L = \frac{1}{2} \dot{\varphi}^2 \frac{A}{A+b} - U(\varphi).$

Используя (3.4.7), из системы уравнений (3.4.8)-(3.4.11):

$$p + \varepsilon = -\frac{A^2}{R^2 \sqrt{b} (\sqrt{A+b} - \sqrt{b})}, \quad (3.4.12)$$

$$w\tilde{k}_1^2 = \frac{A^2 \sqrt{A+b}}{R^2 b (\sqrt{A+b} - \sqrt{b})}, \quad (3.4.13)$$

$$\dot{\varphi}^2 = \frac{-8\ddot{R}R + 8\dot{R}^2 + 2A + 2b}{4R^2} + \frac{(A+b)(\sqrt{A+b} - \sqrt{b})}{R^2 \sqrt{b}}. \quad (3.4.14)$$

Должно выполняться условие $\dot{\varphi}^2 > 0$ при $A > 0$. Полагая, что для скалярного поля $U(\varphi) = \frac{1}{2} m^2 \varphi^2$, мы получим из (3.4.4):

$$3 \frac{\dot{R}}{R} \dot{\varphi} + \ddot{\varphi} + \frac{A+b}{A} m^2 \varphi = 0. \quad (3.4.15)$$

Если наше решение описывает инфляционные стадии эволюции Вселенной с вращением, мы можем положить в решении

$$\varphi(t) = \varphi_0 e^{-Ht}, \quad R = R_0 e^{Ht}, \quad H = \text{const}. \quad (3.4.16)$$

Тогда из (3.211) и (3.212) мы получаем

$$H^2 \varphi_0^2 = \frac{1}{2R_0^2 \sqrt{b}} (A+b)(2\sqrt{A+b} - \sqrt{b}), \quad (3.4.17)$$

$$m^2 = \frac{2AH^2}{A+b}. \quad (3.4.18)$$

Из уравнений Эйнштейна (3.4.8)-(3.4.11) мы получаем

$$p = -\frac{3AH^2}{A+b} + \frac{A(\sqrt{A+b} - \sqrt{b})}{2R_0^2 e^{2Ht} \sqrt{b}}, \quad (3.4.19)$$

$$\varepsilon = \frac{3AH^2}{A+b} - \frac{A(3\sqrt{A+b} + \sqrt{b})}{2R_0^2 e^{2Ht} \sqrt{b}}. \quad (3.4.20)$$

Кинематические параметры нашей модели: расширение $\theta = \frac{3\dot{R}}{R}$, вращение $\omega = \frac{\sqrt{b}}{2R}$, ускорение $a = \frac{\sqrt{b}\dot{R}}{\sqrt{A+b}R}$. Сдвиг равен нулю. Для нашего космологического решения $p + \varepsilon < 0$, так что идеальная жидкость является вращающейся фантомной материей. Настоящее решение может описывать и первую, и вторую стадии инфляции в эволюции вращающейся Вселенной. Если рассматривать квантовое рождение Вселенной с использованием настоящего решения, то можно показать, что не существует для данного решения квантового туннелирующего потенциала, и поэтому эволюцию ранней Вселенной можно описывать нашим классическим решением.

Таким образом, мы описываем первую и вторую инфляционные стадии Вселенной нашим решением (с различными константами). Заметим, что для нестационарной вращающейся космологической модели было показано в [235], что плотность энергии космологического вращения может играть роль темной энергии и порождать ускоренное расширение Вселенной в современную эпоху. В нашей модели роль темной энергии играют одновременно плотность энергии космологического вращения и фантомная материя. Для нашего решения на второй стадии инфляции эффект «темной энергии» за счет вращения фантомной материи затухает, а за счет отрицательного давления фантомной материи он квазипостоянен.

Мы не нашли в данном параграфе космологическое решение с метрикой (3.1.1), описывающей этап эволюции Вселенной с доминированием обычной материи (фридмановская стадия). На первой и второй инфляционных стадиях скорость вращения фантомной материи у нас $\omega \sim \frac{1}{R} \left(\omega = \frac{\sqrt{b}}{2R} \right)$. Будем предполагать на качественном уровне, что на фридмановской стадии скорость вращения фантомной материи также $\omega \sim \frac{1}{R}$. Если записать тензор энергии-импульса скалярного поля как эффективный тензор энергии-импульса идеальной жидкости, то такая жидкость не вращается. Хорошо известно, что можно описывать ТЭИ идеальной жидкости как эффективный ТЭИ идеальной жидкости и данная жидкость не вращается.

Мы будем считать, что вращение фантомной материи не передает вращение скалярному полю, чистому излучению и, на фридмановском этапе — рожденным частицам материи. На наш взгляд данное

предположение представляется обоснованным, если считать, что уравнение состояния фантомной материи достаточно близко к вакуумоподобному состоянию, но не совпадает с ним. Тогда при моделировании на качественном уровне всей эволюции Вселенной (с использованием двух инфляционных стадий) в рамках нашего подхода, считая, что масштабный фактор Вселенной эволюционирует при раздувании и последующем расширении от планковского значения $R_{pl} \approx 10^{-33}$ см до современного размера наблюдаемой Вселенной $R_c \approx 10^{28}$ см, и полагая при этом, что в планковскую эпоху скорость вращения фантомной материи $\omega_{pl} = 10^{43} \frac{1}{c}$, а на всей эволюции Вселенной $\omega \sim \frac{1}{R}$, можно считать, что в современную эпоху скорость вращения фантомной материи порядка $\omega_c = 10^{-11} \frac{1}{200}$, что совпадает со значением угловой скорости вращения Вселенной, принятой в работе [235].

§ 3.5. Космологическая модель типа II по Бьянки с анизотропной жидкостью и чистым излучением

В данном разделе в рамках общей теории относительности построена модель Вселенной с метрикой типа II по Бьянки (3.1.1)[236].

Итак, будем искать для метрики (3.1.1) космологические решения уравнений тяготения Эйнштейна, записанных в тетрадной форме:

$$R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} \eta_{\alpha\beta} R = \aleph T_{\alpha\beta}. \quad (3.5.1)$$

У нас используется лоренцева тетрада и выбрано $\aleph = 1$. При этом предполагаем, что источниками гравитационного поля данной модели являются: анизотропная жидкость и чистое излучение.

Тензор энергии-импульса анизотропной жидкости имеет вид:

$$T_{\alpha\beta}^{(1)} = (\varepsilon + \pi) U_\alpha U_\beta + (\sigma - \pi) \chi_\alpha \chi_\beta - \pi \eta_{\alpha\beta}, \quad (3.5.2)$$

σ, π - компоненты анизотропного давления, ε - плотность энергии анизотропной жидкости, U_α - вектор 4-скорости анизотропной жидкости, χ_α - вектор анизотропии.

Тензор энергии-импульса чистого излучения

$$T_{\alpha\beta}^{(2)} = w k_\alpha k_\beta, (w > 0) \quad (3.5.3)$$

где $k_\alpha k^\alpha = 0$, у нас $k_\alpha = (k_0, k_1, 0, 0)$, $k_0 = k_1$.

Система уравнений Эйнштейна (3.5.1) для метрики (3.1.1), когда

$T_{\alpha\beta} = T_{\alpha\beta}^{(1)} + T_{\alpha\beta}^{(2)}$ дает:

$$\frac{-A^2 + Ab + b^2 + 4(3A + 2b)R'^2 - 8bRR''}{\sqrt{b(A + b + 4R'^2 - 4RR'')}} = \varepsilon + w k_0^2, \quad (3.5.4)$$

$$\frac{4(A + b)R^2}{2R\sqrt{(A + b)R^2}} = w k_0^2, \quad (3.5.5)$$

$$\frac{-4(A - 2b)R'^2 + (A + b)(3A + 2b - 8bRR'')}{4(A + b)R^2} = \sigma + w k_0^2, \quad (3.5.6)$$

$$-\frac{A(A+b+4R'^2+8RR'')}{4(A+b)R^2} = \pi \quad (3.5.7)$$

Из уравнений (3.5.4)-(3.5.7) получим

$$\varepsilon = \frac{-A^2 + Ab + 2b^2 + 4(3A+2b)R'^2 - 8bRR'' - 4(A+b)wk_0R^2}{4(A+b)R^2}, \quad (3.5.8)$$

$$\sigma = \frac{-4(A-2b)R'^2 + (A+b)(3A+2b-8bRR'') - 4(A+b)wk_0R^2}{4(A+b)R^2}, \quad (3.5.9)$$

$$\pi = -\frac{A(A+b+4R'^2+8RR'')}{4(A+b)R^2} \quad (3.5.10)$$

Тогда, полагая что $R = R_0 e^{Ht}$ (R_0, H - const), из (3.5.4) – (3.5.10) будем иметь:

$$wk_0^2 = \frac{\sqrt{b(A+b)}}{2R_0^2 e^{2Ht}}, \quad (3.5.11)$$

$$\varepsilon = \frac{(A+b)(2b-A-2\sqrt{b(A+b)}+12AH^2R_0^2e^{2Ht})}{4(A+b)e^{2Ht}R_0^2}, \quad (3.5.12)$$

$$\sigma = \frac{3A+2b(b-\sqrt{b(A+b)})+A(5b-2(\sqrt{b(A+b)}+6H^2R_0^2e^{2Ht}))}{4(A+b)e^{2Ht}R_0^2}, \quad (3.5.13)$$

$$\pi = -\frac{A(A+b+12H^2R_0^2e^{2Ht})}{4(A+b)e^{2Ht}R_0^2}. \quad (3.5.14)$$

При подходящих константах A и b можно получить $\varepsilon > 0$. Кинематические параметры модели совпадают с кинематическими параметрами, полученными в предыдущем параграфе.

§ 3.6. Космологическая модель типа II по Бьянки с анизотропной жидкостью

Для второй космологической модели с метрикой (3.1.1) источником гравитации является анизотропная жидкость с ТЭИ (3.5.2). Система уравнений Эйнштейна для метрики (3.1.1) с тензором энергии – импульса (3.5.2) дает:

$$\sigma = \frac{-4(A-2b)R'^2 + (A+b)(3A+2b-8bRR'')}{4(A+b)R^2},$$

$$\frac{\sqrt{b}(A+b+4R'^2-4RR'')}{2R\sqrt{(A+b)R^2}} = 0,$$

$$\varepsilon = \frac{-A^2 + Ab + b^2 + 4(3A+2b)R'^2 - 8bRR''}{4(A+b)R^2}, \quad (3.6.1)$$

$$\pi = -\frac{A(A+b+4R'^2+8RR'')}{4(A+b)R^2}.$$

Из (3.6.1) имеем:

$$R = \frac{R_1 e^{2kt} + A + b}{2kR_1 e^{kt}}, \quad (3.6.2)$$

где $R_1, k - \text{const}$.

При подходящих константах A и b можно получить $\varepsilon > 0$. Кинематические параметры модели совпадают с кинематическими параметрами, полученными в § 3.4.

Обе космологические модели из § 3.5 и § 3.6 можно использовать для описания второй инфляционной стадии развития Вселенной с вращением.

Будем считать, что в современную эпоху для первой модели $A \ll e^{Ht}$, $b \ll e^{kt}$, а для второй модели $A \ll e^{kt}$, $b \ll e^{kt}$. Тогда при большом значении t с высокой степенью точности для первой модели имеем:

$$\sigma \approx \frac{-1}{A+b} \varepsilon, \quad \pi \approx \frac{-1}{A+b} \varepsilon, \quad (A+b) > 0. \quad (3.6.3)$$

Если $\frac{1}{3} < \frac{1}{A+b} < 1$, то в нашей первой космологической модели будет присутствовать квинтэссенция, а при $\frac{1}{A+b} > 1$ в нашей модели имеется фантомная энергия.

Для второй модели при больших значениях t с высокой степенью точности имеем:

$$\sigma \approx -\frac{A + 2Ab + 2b(b-1)}{3A} \varepsilon, \quad \pi \approx -\varepsilon. \quad (3.6.4)$$

Поэтому для второй модели, заполненной только анизотропной жидкостью, для одной компоненты давления мы имеем уравнение состояния либо квинтэссенции (если $\frac{1}{3} < \frac{A + 2Ab + 2b(b-1)}{3A} < 1$), либо фантомной энергии (когда $\frac{A + 2Ab + 2b(b-1)}{3A} > 1$), а для другой компоненты давления будет уравнение состояния космического вакуума.

§ 3.7. Космологическая модель II типа по Бьянки с идеальной жидкостью с нелинейным уравнением состояния и излучением

Отметим, что глобальная анизотропия Вселенной может быть обусловлена космологическим вращением. С другой стороны в настоящее время Вселенная расширяется с ускорением, причиной которого является темная материя.

В данном пункте в рамках общей теории относительности построена космологическая модель с расширением и вращением с метрикой типа II

по Бьянки вида (3.1.1) [237]. При этом источниками гравитации являются идеальная жидкость и чистое излучение, причем давление идеальной жидкости p и плотность энергии идеальной жидкости ε связаны нелинейным уравнением состояния.

При этом идеальная жидкость описывает вращающуюся темную энергию, которая в зависимости от соотношения параметров может быть или вращающейся фантомной материей, или вращающейся квинтэссенцией.

Будем искать для метрики (3.1.1) космологическое решение уравнений Эйнштейна (3.1.2).

При этом: тензор энергии-импульса идеальной жидкости имеет вид

$$T_{ik}^{(1)} = (p + \varepsilon)u_i u_k - p g_{ik}, \quad (3.7.1)$$

где p - давление идеальной жидкости, ε - плотность энергии идеальной жидкости, $p = \alpha(t)\varepsilon$, $u^i = \delta_0^i$ - вектор четырех - скорости идеальной жидкости; тензор энергии - импульса чистого излучения

$$T_{ik}^{(2)} = w k_i k_k, (w > 0), \quad (3.7.2)$$

где $k_i k^i = 0$, у нас $k_i = (k_0, \sqrt{b}\tilde{k}_1 R, \sqrt{b}z\tilde{k}_2 R, 0)$

В системе уравнений Эйнштейна имеем

$$T_{ik} = T_{ik}^{(1)} + T_{ik}^{(2)}. \quad (3.7.3)$$

В итоге из (3.7.3) для метрики (3.1.1) получим систему уравнений

$$\begin{aligned} & \frac{-(8\ddot{R}Rb - 12\dot{R}^2 A - 8\dot{R}^2 b + A^2 - Ab - 2b^2)}{4(A+b)R^2} = \varepsilon + w k_0^2, \\ & \frac{-\sqrt{b}A(8\ddot{R}R + 4\dot{R}^2 - 3A - 3b)}{4(A+b)R} = -\varepsilon R\sqrt{b} + w R\sqrt{b}Rk_0\tilde{k}_1, \\ & \frac{\sqrt{b}A(8\ddot{R}R + 4\dot{R}^2 - 3A - 3b)z}{4(A+b)R} = \varepsilon Rz\sqrt{b} + w Rz\sqrt{b}k_0\tilde{k}_2, \\ & \frac{-A^2(8\ddot{R}R + 4\dot{R}^2 - 3A - 3b)}{4(A+b)} = \varepsilon R^2 b + \varepsilon \alpha(t)R^2(A+b) + w R^2 b\tilde{k}_1^2, \\ & \frac{A^2(8\ddot{R}R + 4\dot{R}^2 - 3A - 3b)z}{4(A+b)} = -\varepsilon R^2 b z - \varepsilon \alpha(t)zR^2(A+b) + w R^2 b z\tilde{k}_1\tilde{k}_2, \\ & \frac{-A(8\ddot{R}RAz^2 + 8\ddot{R}R + 4\dot{R}^2 Az^2 + 4\dot{R}^2 - 3A^2 z^2 - 3Abz^2 + A + b)}{4(A+b)} = \\ & = \varepsilon R^2 z^2 b + \varepsilon \alpha(t)R^2(Az^2 + bz^2 + 1) + w R^2 z^2 b\tilde{k}_2^2, \\ & \frac{-A(8\ddot{R}R + 4\dot{R}^2 + A + b)}{4(A+b)} = \varepsilon \alpha(t)R^2. \end{aligned} \quad (3.7.4)$$

Из уравнений (3.7.4) можно получить

$$\varepsilon = \frac{12\dot{R}^2 A - 5A^2 - 5Ab}{4(A+b)R^2}, \quad (3.7.5)$$

$$\alpha(t) = \frac{-8\ddot{R}R - 4\dot{R}^2 - A - b}{12\dot{R}^2 - 5A - 5b}, \quad (3.7.6)$$

у нас $p = \alpha(t)\varepsilon$.

Если считать, что наше космологическое решение моделирует стадию ускоренного расширения Вселенной, то можно положить, что $R = R_0 e^{Ht}$, где $R_0, H - \text{const}$. Тогда

$$\alpha(t) = \frac{-12(R_0 H)^2 e^{2Ht} - A - b}{12(R_0 H)^2 e^{2Ht} - 5A - 5b}. \quad (3.7.7)$$

Тогда для периода времени, когда $e^{2Ht} > \frac{5A+5b}{12(R_0 H)^2}$ темная энергия у нас является фантомной материей, а в период времени, когда $e^{2Ht} < \frac{5A+5b}{12(R_0 H)^2}$ темная энергия является квинтэссенцией.

С учетом $R = R_0 e^{Ht}$ из (3.7.4) найдено:

$$\begin{aligned} wk_0^2 &= \frac{4A+2b}{4R_0^2 e^{2Ht}}, \\ wk_1^2 &= \frac{A(4A+6b)}{4bR_0^2 e^{2Ht}}, \\ wk_2^2 &= \frac{A(4A+6b)}{4bR_0^2 e^{2Ht}}, \\ \varepsilon &= \frac{12(R_0 H)^2 e^{2Ht} A - 5A^2 - 5Ab}{4(A+b)R_0^2 e^{2Ht}}. \end{aligned} \quad (3.7.8)$$

Кинематические параметры для построенной космологической модели имеют следующий вид: расширение $\theta = \frac{3\dot{R}}{R}$, вращение модели

$$\omega = \frac{\sqrt{b}}{2R}, \text{ ускорение } a = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{A+b}} \frac{\dot{R}}{R}. \text{ Сдвиг отсутствует.}$$

Идеальная жидкость описывает вращающуюся экзотическую материю (или квинтэссенцию, или фантомную материю), которая является темной энергией. Найденная модель может быть применена для поиска астрофизических эффектов, связанных с космологическим вращением.

ГЛАВА 4

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ С ВРАЩЕНИЕМ ДЛЯ МЕТРИКИ ТИПА IX ПО БЬЯНКИ

§ 4.1. Модель Бьянки IX при $A \neq 0$ с анизотропной жидкостью

Рассмотрим метрику типа IX по Бьянки вида [137]:

$$ds^2 = (dt + A\omega^1)^2 - (B\omega^1)^2 - C^2((\omega^2)^2 + (\omega^3)^2), \quad (4.1.1)$$

где A, B, C - функции зависящие от времени, $\omega^1, \omega^2, \omega^3$ есть 1-формы, удовлетворяющие структурным отношениям типа IX по Бьянки.

Представим нашу метрику в тетрадной форме. Используется лоренцевая тетрада с ненулевыми компонентами:

$$\begin{aligned} e_0^{(0)} &= 1, \quad e_1^{(0)} = -A \sin x^3, \quad e_2^{(0)} = A \sin x^1 \cos x^3, \\ e_1^{(1)} &= -B \sin x^3, \quad e_2^{(1)} = B \sin x^1 \cos x^3, \\ e_1^{(2)} &= C \cos x^3, \quad e_2^{(2)} = C \sin x^1 \sin x^3, \\ e_2^{(3)} &= C \cos x^1, \quad e_3^{(3)} = C. \end{aligned} \quad (4.1.2)$$

Применяя метод, предложенный в [121], можно найти условие, которое обеспечивает причинность пространства-времени с метрикой (4.1.1). Условие, накладываемое на наше решение,

$$B^2 \geq A^2 \quad (4.1.3)$$

обеспечивает отсутствие замкнутых времениподобных кривых во всем пространстве – времени с метрикой (4.1.1).

Рассмотрен случай: $A=kC, B=\alpha C$ ($k, \alpha = \text{const}$) [232].

Источником гравитационного поля данной модели является сопутствующая анизотропная жидкость с записанным в тетрадной форме тензором энергии импульса

$$T_{ab} = (\varepsilon + \pi)u_a u_b + (\sigma - \pi)\chi_a \chi_b - \pi\eta_{ab},$$

где

$$u_a u^a = 1, \quad \chi_a \chi^a = -1, \quad \chi^a u_a = 0, \quad \varepsilon > 0, \quad \sigma > \pi. \quad (4.1.4)$$

Предполагаем, что $u^a = \delta_0^a, \chi^a = \delta_1^a$.

Тогда тетрадные уравнения Эйнштейна запишем в следующем виде

$$\frac{-(8CC''k^2 + 4C'^2k^2 - 12C'^2\alpha^2 - 3k^2\alpha^2 + \alpha^4 - 4\alpha^2)}{4C^2\alpha^2} = \varepsilon, \quad (4.1.5)$$

$$\frac{k(4CC'' - 4C'^2 - \alpha^2)}{2C^2\alpha} = 0, \quad (4.1.6)$$

$$\frac{-(8CC''\alpha^2 - 12C'^2k^2 + 4C'^2\alpha^2 + k^2\alpha^2 - 3\alpha^4 + 4\alpha^2)}{4C^2\alpha^2} = \sigma, \quad (4.1.7)$$

$$\frac{8CC''k^2 - 8CC''\alpha^2 + 4C'^2k^2 - 4C'^2\alpha^2 + k^2\alpha^2 - \alpha^4}{4C^2\alpha^2} = \pi. \quad (4.1.8)$$

Из уравнения (4.1.6) находим : $C = \frac{\alpha}{2H} ch(Ht)$ ($H = \text{const}$).

Для ε , π и σ получим следующие выражения

$$\varepsilon = \frac{-12C'^2(k^2 - \alpha^2) + k^2\alpha^2 + 4\alpha^2 - \alpha^4}{4C^2\alpha^2},$$

$$\sigma = \frac{12C'^2(k^2 - \alpha^2) - k^2\alpha^2 - 4\alpha^2 + \alpha^4}{4C^2\alpha^2},$$

$$\pi = \frac{12C'^2(k^2 - \alpha^2) + 3k^2\alpha^2 - 3\alpha^4}{4C^2\alpha^2}.$$

Для удовлетворения $\varepsilon > 0$, $\sigma > \pi$ накладываем условие:
 $k^2 + 1 < \alpha^2 < k^2 + 4$.

Для данной метрики вычислены кинематические параметры модели. Расширение модели $\theta = \frac{3C'}{C}$, вращение модели $\omega = \frac{k}{2C}$, ускорение $a = \frac{C'k}{C\alpha}$, сдвиг отсутствует.

Для нашего случая условие причинности метрики (4.1.3) выполнено при $k^2 + 1 < \alpha^2 < k^2 + 4$.

Построенную в этом пункте космологическую модель с вращением можно применить как для описания инфляционной стадии ранней Вселенной, так и для описания стадии ускоренного расширения нашей Вселенной (второй инфляции), когда доминирует темная энергия. Построенная модель согласуется с современным значением постоянной Хаббла $\left(H = 65 \frac{\text{км}}{\text{с} \cdot \text{Мпк}}\right)$. При этом скорость вращения модели, допускающая вариации, должна быть согласована с будущими наблюдательными данными.

§ 4.2. Космологическая модель Бьянки IX при $A=0$ с анизотропной жидкостью

Нами построена [257] замкнутая космологическая модель с вращением с метрикой вида

$$ds^2 = (dt)^2 - (\alpha C \omega^1)^2 - C^2((\omega^2)^2 + (\omega^3)^2), \quad (4.2.1)$$

где $C = C(t)$, $\alpha = \text{const}$, $\omega^1, \omega^2, \omega^3$ - есть 1- формы, удовлетворяющие структурным отношениям типа IX по Бьянки. Для координат метрики (4.2.1) имеем $0 \leq x^1 \leq \pi, 0 \leq x^2, x^3 \leq 2\pi$. Модель заполнена вращающейся неспутствующей анизотропной жидкостью с ТЭИ

$$T_{ik} = (\varepsilon + \pi)u_i u_k + (\sigma - \pi)\chi_i \chi_k - \pi g_{ik}, \quad (4.2.2)$$

где $u_\nu u^\nu = 1, \chi_\mu \chi^\mu = -1, \chi^\mu u_\mu = 0, \varepsilon > 0, \sigma > \pi$. Положим $u_\nu = (u_0, u_1, 0, 0)$, $\chi_\nu = (\chi_0, \chi_1, 0, 0)$. У нас используется, что $c=1, 8\pi G=1$, где G - ньютоновская гравитационная постоянная. Из уравнений Эйнштейна получено

$$C = \frac{\alpha}{2H} ch(Ht), \quad H = \text{const}, \quad H - \text{характеризует темп раздувания},$$

$$\varepsilon = \frac{12C'^2 - \alpha^2 + 4}{4C^2},$$

$$\sigma = \frac{-12C'^2 + \alpha^2 - 4}{4C^2}, \quad (4.2.3)$$

$$\pi = \frac{-12C'^2 - 3\alpha^2}{4C^2}.$$

Эволюция нашей модели рассматривается при $t \geq 0$. Условия $\sigma > \pi$ и $\varepsilon > 0$ будут обеспечены при $1 < \alpha^2 < 4$. (4.2.4)

Расширение модели $\theta = \frac{3C'u_0}{C}$, вращение жидкости $\omega = \frac{\alpha u_1}{2C}$, ускорение $a = \frac{C'u_1}{C}$, сдвиг отсутствует.

Для нашего решения $\sigma + \varepsilon = 0$ ($\sigma = -\varepsilon$), но $\sigma - \pi = \frac{\alpha^2 - 1}{C^2}$. При $\alpha^2 > 1$ будет $\sigma > \pi$. Так что наша жидкость не является вакуумоподобной.

Для нашего случая условие причинности метрики (4.2.1) выполнено при $\alpha^2 > 1$. Данная модель с вращением может быть использована для описания инфляции ранней Вселенной.

§ 4.3. Космологическая модель Бьянки IX при $A=A(C)$ с анизотропной жидкостью и космологической постоянной

Нами построена [238] замкнутая космологическая модель с вращением с метрикой вида

$$ds^2 = -(dt + A\omega^1)^2 + (C\omega^1)^2 + C^2((\omega^2)^2 + (\omega^3)^2), \quad (4.3.1)$$

где $C = C(t)$, $A = A(C)$, $\omega^1, \omega^2, \omega^3$ - есть 1- формы, удовлетворяющие структурным отношениям типа IX по Бьянки. Для координат метрики (4.3.1) имеем $0 \leq x^1 \leq \pi, 0 \leq x^2, x^3 \leq 2\pi$. Далее мы используем метрику в тетрадной форме, используется лоренцевая тетрада. Источниками гравитационного поля для нашей модели являются Λ -член и вращающаяся анизотропная жидкость с тензором энергии-импульса

$$T_{ab} = (\varepsilon + \pi)u_a u_b + (\sigma - \pi)\chi_a \chi_b - \pi\eta_{ab}, \quad (4.3.2)$$

где $u_a u^a = 1, \chi_a \chi^a = -1, \chi^a u_a = 0, \sigma > \pi, \eta_{00} = -1, \eta_{11} = \eta_{22} = \eta_{33} = 1$. Предполагается, что $u^a = \delta_0^a, \chi^a = \delta_1^a$.

У нас используется, что $c=1, 8\pi G=1$, где G - ньютоновская гравитационная постоянная.

Ненулевые уравнения тяготения Эйнштейна для метрики (4.3.1) в тетрадной форме запишутся в виде:

$$\frac{-(8A^2CC'' - 4A^2C'^2 - 3A^2 + 8AA'CC')}{4C^4} + \frac{(12C^2C'^2 + 3C^2)}{4C^4} = \varepsilon + \Lambda,$$

$$\frac{A(4CC'' - 4C'^2 - 1)}{2C^3} = 0,$$

$$\frac{(4A^2C'^2 - A^2 + 8AA'CC')}{4C^4} - \frac{(8C^3C'' + 4C^2C'^2 + C^2)}{4C^4} = \sigma - \Lambda, \quad (4.3.3)$$

$$\frac{(4A^2CC'' - 4A^2C'^2 + A^2 + 4AC^2A'' + 4ACA'C' + 4C^2A'^2)}{4C^4} - \frac{(8C^3C'' + 4C^2C'^2 + C^2)}{4C^4} = \pi - \Lambda.$$

Из уравнений (4.3.3) найдено

$$C = \frac{1}{2H} ch(Ht), \quad \Lambda = 3H^2, \quad (H = const), \quad (4.3.4)$$

H - характеризует темп раздувания,

$$\varepsilon = \frac{-(8A^2CC'' - 4A^2C'^2 - 3A^2 + 8AA'CC')}{4C^4},$$

$$\sigma = \frac{(4A^2C'^2 - A^2 + 8AA'CC')}{4C^4}, \quad (4.3.5)$$

$$\pi = \frac{(4A^2CC'' - 4A^2C'^2 + A^2 + 4AA''C^2 + 4AA'CC' + 4C^2A'^2)}{4C^4}.$$

Функция $A = A(C)$ выбирается с учетом выполнения условия $\sigma > \pi$.

Для нашей модели: расширение $\theta = \frac{3C'}{C}$, вращение $\omega = \frac{A}{2C^2}$,

ускорение $a = \frac{A'}{C^2}$, сдвиг отсутствует. Если $A = 0$, то наше решение

переходит в модель де Ситтера.

Условие $C^2 \geq A^2$ обеспечивает отсутствие замкнутых времениподобных кривых во всем пространстве – времени с метрикой (4.3.1).

Космологическая модель с вращением этого параграфа может быть использована для описания инфляционной стадии ранней Вселенной и второй космологической инфляции.

§ 4.4. Космологическая модель Вселенной, заполненной электромагнитным полем и анизотропной жидкостью

Построена замкнутая космологическая модель с вращением с метрикой вида [227]

$$ds^2 = (dt)^2 - C^2((\omega^1)^2 + (\omega^2)^2 + (\omega^3)^2), \quad (4.4.1)$$

где $C = C(t)$, $\alpha = const$, $\omega^1, \omega^2, \omega^3$ - есть 1 - формы, удовлетворяющие структурным отношениям типа IX по Бьянки. Для координат метрики (4.4.1) имеем $0 \leq x^1 \leq \pi, 0 \leq x^2, x^3 \leq 2\pi$. Модель заполнена двумя

источниками гравитации, первым из которых является вращающаяся неспутствующая анизотропная жидкость с тензором энергии-импульса

$$T_{ik} = (\varepsilon + \pi)u_i u_k + (\sigma - \pi)\chi_i \chi_k - \pi g_{ik}, \quad (4.4.2)$$

где $u_\nu u^\nu = 1, \chi_\mu \chi^\mu = -1, \chi^\mu u_\mu = 0, \rho > 0, \sigma > p$. Положим: $u_\nu = (u_0, u_1, u_2, 0)$,

$$\chi_\nu = (\chi_0, \chi_1, \chi_2, 0).$$

Вторым источником гравитации в данной модели является электромагнитное поле с ТЭИ

$$T_{ik}^{(2)} = \frac{1}{4\pi} (-g^{lm} F_{il} F_{km} + \frac{1}{4} g_{ik} F_{lm} F^{lm}). \quad (4.4.3)$$

Будем решать уравнения Эйнштейна в виде

$$G_{ik} = 8\pi(T_{ik}^{(1)} + T_{ik}^{(2)}). \quad (4.4.4)$$

совместно с уравнениями Максвелла

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_{ij}}{\partial x^k} + \frac{\partial F_{jk}}{\partial x^i} + \frac{\partial F_{ki}}{\partial x^j} &= 0, \\ \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^k} (\sqrt{-g} F^{ik}) &= 0. \end{aligned} \quad (4.4.5)$$

Решая уравнения Максвелла, мы полагаем, что все искомые компоненты являются функциями переменных t и $x^1 = x$:

$$\frac{\partial F_{12}}{\partial t} - \frac{\partial F_{02}}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial F_{13}}{\partial t} - \frac{\partial F_{03}}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial F_{23}}{\partial t} = 0; \quad \frac{\partial F_{23}}{\partial x} = 0. \quad (4.4.6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (C^3 \sin x F^{01}) &= 0; \quad \frac{\partial}{\partial t} (C^3 \sin x F^{10}) = 0; \\ \frac{\partial}{\partial t} (C^3 \sin x F^{20}) + \frac{\partial}{\partial x} (C^3 \sin x F^{21}) &= 0; \quad \frac{\partial}{\partial t} (C^3 \sin x F^{30}) + \frac{\partial}{\partial x} (C^3 \sin x F^{31}) = 0. \end{aligned}$$

Решая уравнения (4.4.6), к которым добавляются условия связей ковариантных и контравариантных компонент тензора электромагнитного поля F_{ik} и F^{ik} , мы находим две ненулевых компоненты:

$$\begin{aligned} F_{01} &= \frac{C_1}{C \sin x}, \\ F_{02} &= \frac{C_2}{C}. \end{aligned} \quad (4.4.7)$$

Затем мы приступаем к решению уравнений Эйнштейна, имеющих вид:

$$\begin{aligned} G_{00} &= \frac{12C'^2 + 3}{4C^2} = 8\pi((p + \rho)u_0^2 + (\sigma - p)\chi_0^2 - p) + \frac{C_1^2 + C_2^2}{C^4 \sin^2 x}, \\ G_{01} &= 0 = 8\pi((p + \rho)u_0 u_1 + (\sigma - p)\chi_0 \chi_1), \\ G_{02} &= 0 = 8\pi((p + \rho)u_0 u_2 + (\sigma - p)\chi_0 \chi_2), \\ G_{11} &= -\frac{8CC'' + 4C'^2 + 1}{4} = 8\pi((p + \rho)u_1^2 + (\sigma - p)\chi_1^2 + C^2 p) + \frac{C_2^2 - C_1^2}{C^2 \sin^2 x}, \\ G_{12} &= 0 = 8\pi((p + \rho)u_1 u_2 + (\sigma - p)\chi_1 \chi_2) - \frac{2C_1 C_2}{C^2 \sin x}, \\ G_{22} &= -\frac{8CC'' + 4C'^2 + 1}{4} = 8\pi((p + \rho)u_2^2 + C^2 p) + \frac{C_1^2 + C_2^2(1 - 2\sin^2 x)}{C^2 \sin^2 x}, \\ G_{23} &= -\frac{8CC'' + 4C'^2 + 1}{4} \cos x = 8\pi C^2 p \cos x + \frac{(C_1^2 + C_2^2) \cos x}{C^2 \sin^2 x}, \\ G_{33} &= -\frac{8CC'' + 4C'^2 + 1}{4} = 8\pi C^2 p + \frac{C_1^2 + C_2^2}{C^2 \sin^2 x}. \end{aligned} \quad (4.4.8)$$

Будем искать решение для случая, когда либо C_1 , либо C_2 равно нулю.

Далее мы находим решение уравнений Эйнштейна в следующем виде:

$$C = \frac{\alpha}{2H} ch(Ht), H = \text{const}, \quad (4.4.9)$$

H - характеризует темп раздувания.

В случае, если $C_1 \neq 0, C_2 = 0, u_2 = 0, \chi_2 = 0$ мы получим:

$$\begin{aligned} 8\pi p &= -3H^2 - \frac{16H^4 C_1^2}{ch^4(Ht) \sin^2 x}, \\ 8\pi \sigma &= -3H^2 + \frac{16H^4 C_1^2}{ch^4(Ht) \sin^2 x}, \\ 8\pi \rho &= 3H^2 - \frac{16H^4 C_1^2}{ch^4(Ht) \sin^2 x}. \end{aligned} \quad (4.4.10)$$

Если же $C_1 = 0, C_2 \neq 0, u_1 = 0, \chi_1 = 0$, то мы получим решение:

$$\begin{aligned} 8\pi p &= -3H^2 - \frac{16H^4 C_2^2}{ch^4(Ht) \sin^2 x}, \\ 8\pi \sigma &= -3H^2 + \frac{16H^4 C_2^2}{ch^4(Ht) \sin^2 x}, \\ 8\pi \rho &= 3H^2 - \frac{16H^4 C_2^2}{ch^4(Ht) \sin^2 x}. \end{aligned} \quad (4.4.11)$$

Условие $\sigma > p$ будет обеспечено при

$$C_1 H > \frac{\sqrt{3}}{4} \quad \text{или} \quad C_2 H > \frac{\sqrt{3}}{4}. \quad (4.4.12)$$

Расширение модели $\theta = \frac{3C'u_0}{C}$, вращение жидкости $\omega = \frac{u_i}{2C}$,

ускорение $a = \frac{C'u_i}{C}$ (где $i = 1$ или 2 , i – не тензорный индекс), сдвиг отсутствует.

Для наших решений

$$\sigma + \rho = 0 \quad (\sigma = -\rho), \quad \text{но} \quad 8\pi(\sigma - p) = \frac{32H^4 C_i^2}{ch^4(Ht) \sin^2 x} \quad (4.4.13)$$

(где $i = 1$ или 2), так что наша жидкость не является вакуумоподобной.

Данная модель с вращением может быть использована для описания второй инфляционной стадии эволюции Вселенной.

Замкнутые времениподобные кривые отсутствуют во всем пространстве – времени с метрикой (4.4.1). Построенная модель причинная.

Модель согласуется с современным значением постоянной Хаббла, при этом скорость вращения модели может быть согласована с будущими наблюдениями.

§ 4.5. Космологическая модель для метрики типа IX по Бьянки с анизотропной жидкостью и газом Чаплыгина

Для метрики типа IX по Бьянки, ранее рассматриваемой в работах [239, 240], получены инфляционные космологические решения уравнений Эйнштейна с различными наборами источников гравитации. Метрика имеет вид:

$$ds^2 = \eta_{\alpha\beta} \theta^\alpha \theta^\beta, \quad (\alpha, \beta = 0, 1, 2, 3) \quad (4.5.1)$$

где $\eta_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, θ^α — ортонормированные 1-формы,

выражающиеся следующим образом:

$$\theta^0 = dt - R v_A e^A, \quad \theta^1 = R K_1 e^1, \quad \theta^2 = R K_2 e^2, \quad \theta^3 = R K_3 e^3, \quad (4.5.2)$$

где $R = R(t)$, а $K_A, v_A = \text{const}$, причём $K_A > 0$, при $A = 1, 2, 3$.

1-формы e^A имеют вид

$$e^1 = \cos y \cos z dx - \sin z dy, \quad (4.5.3)$$

$$e^2 = \cos y \sin z dx + \cos z dy,$$

$$e^3 = -\sin y dx + dz.$$

У нас используется, что $c = 1$, $8\pi G = 1$, где G — ньютоновская гравитационная постоянная.

Нами рассмотрен случай, определяемый условиями:

$$v_1 \neq 0, \quad v_2 = v_3 = 0, \quad K_1^2 = v_1^2 + K_2^2, \quad K_2 = K_3. \quad (4.5.4)$$

Вычисляем левые части уравнения Эйнштейна в тетрадной форме для данной метрики:

$$\begin{aligned} G_{00} &= -\left(2\frac{R''}{R} + \frac{R'^2}{R^2}\right) \frac{v_1^2}{K_1^2} + 3\frac{R'^2}{R^2} + \frac{3K_1^2 - v_1^2}{4R^2 K_2^4}, \\ G_{11} &= -\left(2\frac{R''}{R} + \frac{R'^2}{R^2}\right) + 3\frac{R'^2}{R^2} \frac{v_1^2}{K_1^2} + \frac{3v_1^2 - K_1^2}{4R^2 K_2^4}, \\ G_{22} &= G_{33} = \left(2\frac{R''}{R} + \frac{R'^2}{R^2}\right) \left(-1 + \frac{v_1^2}{K_1^2}\right) - \frac{1}{4R^2 K_2^2}, \\ G_{01} &= 2\frac{v_1}{K_1} \left(-\frac{R''}{R} + \frac{R'^2}{R^2}\right) + \frac{K_1 v_1}{2R^2 K_2^4}. \end{aligned} \quad (4.5.5)$$

Далее будем рассматривать различные сочетания источников гравитации, и при этом решать уравнения Эйнштейна.

В первом случае в качестве источников гравитации выберем сопутствующую анизотропную жидкость и несопутствующую идеальную жидкость (для более простого решения будем считать, что несопутствующая жидкость — пыль, то есть ее давление $p=0$), при этом уравнение состояния для одной из компонент давления анизотропной жидкости имеет вид, подобный уравнению состояния для газа Чаплыгина [305]:

$$\pi = -\frac{A}{\rho}, \quad A > 0. \quad (4.5.6)$$

Используем тензором энергии–импульса, в котором содержится сумма тензоров энергии–импульса сопутствующей анизотропной жидкости и несопутствующей пыли

$$T_{ab} = (\rho + \pi)\tilde{u}_a\tilde{u}_b + (\sigma - \pi)\chi_a\chi_b - \pi\eta_{ab} + \varepsilon u_a u_b, \quad (4.5.7)$$

где $u_a u^a = 1$, $\tilde{u}_a = (1, 0, 0, 0)$, $\chi_a = (0, 1, 0, 0)$. Предполагая, что $u_2 = u_3 = 0$, получим, что $u_0^2 = u_1^2 + 1$.

Анизотропная жидкость моделирует анизотропную темную энергию, а пылевидная жидкость – темную материю.

Далее мы ищем решение уравнений Эйнштейна

$$G_{ab} = T_{ab}, \text{ где } G_{ab} = R_{ab} - \frac{1}{2}g_{ab}R, \quad (4.5.8)$$

в тетрадной форме.

Таким образом, мы получаем систему уравнений:

$$\begin{aligned} G_{00} &= -\left(2\frac{R''}{R} + \frac{R'^2}{R^2}\right)\frac{v_1^2}{K_1^2} + 3\frac{R'^2}{R^2} + \frac{3K_1^2 - v_1^2}{4R^2K_2^4} = \rho + \varepsilon(u_1^2 + 1), \\ G_{11} &= -\left(2\frac{R''}{R} + \frac{R'^2}{R^2}\right) + 3\frac{R'^2}{R^2}\frac{v_1^2}{K_1^2} + \frac{3v_1^2 - K_1^2}{4R^2K_2^4} = \sigma + \varepsilon u_1^2, \\ G_{22} &= G_{33} = \left(2\frac{R''}{R} + \frac{R'^2}{R^2}\right)\left(-1 + \frac{v_1^2}{K_1^2}\right) - \frac{1}{4R^2K_2^2} = \pi, \\ G_{01} &= 2\frac{v_1}{K_1}\left(-\frac{R''}{R} + \frac{R'^2}{R^2}\right) + \frac{K_1 v_1}{2R^2K_2^4} = \varepsilon u_1 \sqrt{1 + u_1^2}. \end{aligned} \quad (4.5.9)$$

Решая данную систему уравнений, мы получим компоненты давления анизотропной жидкости

$$\pi = -\left(2\frac{R''}{R} + \frac{R'^2}{R^2}\right)\frac{K_2^2}{K_1^2} - \frac{1}{4R^2K_2^2}, \quad (4.5.10)$$

$$\begin{aligned} \sigma &= -\left(2\frac{R''}{R} + \frac{R'^2}{R^2}\right) + 3\frac{R'^2}{R^2}\frac{v_1^2}{K_1^2} + \frac{3v_1^2 - K_1^2}{4R^2K_2^4} - \\ &\quad - \frac{\left(-\left(2\frac{R''}{R} + \frac{R'^2}{R^2}\right) + 3\frac{R'^2}{R^2}\frac{v_1^2}{K_1^2} + \frac{3v_1^2 - K_1^2}{4R^2K_2^4}\right)^2 \left(-\left(2\frac{R''}{R} + \frac{R'^2}{R^2}\right)\frac{K_2^2}{K_1^2} - \frac{1}{4R^2K_2^2}\right)}{A + \left(-\left(2\frac{R''}{R} + \frac{R'^2}{R^2}\right)\frac{v_1^2}{K_1^2} + 3\frac{R'^2}{R^2} + \frac{3K_1^2 - v_1^2}{4R^2K_2^4}\right)\left(-\left(2\frac{R''}{R} + \frac{R'^2}{R^2}\right)\frac{K_2^2}{K_1^2} - \frac{1}{4R^2K_2^2}\right)}, \end{aligned}$$

плотность энергии анизотропной жидкости

$$\rho = \frac{A}{\left(2\frac{R''}{R} + \frac{R'^2}{R^2}\right)\frac{K_2^2}{K_1^2} + \frac{1}{4R^2K_2^2}}, \quad (4.5.11)$$

плотность энергии идеальной жидкости

$$\varepsilon = -\left(2\frac{R''}{R} + \frac{R'^2}{R^2}\right)\frac{v_1^2}{K_1^2} + 3\frac{R'^2}{R^2} + \frac{3K_1^2 - v_1^2}{4R^2K_2^4} - \frac{A}{\left(2\frac{R''}{R} + \frac{R'^2}{R^2}\right)\frac{K_2^2}{K_1^2} + \frac{1}{4R^2K_2^2}} +$$

$$+ \frac{\left(2 \frac{v_1}{K_1} \left(-\frac{R''}{R} + \frac{R'^2}{R^2}\right) + \frac{K_1 v_1}{2R^2 K_2^4}\right)^2 \left(\left(2 \frac{R''}{R} + \frac{R'^2}{R^2}\right) \frac{K_2^2}{K_1^2} + \frac{1}{4R^2 K_2^2}\right)}{A - \left(\left(2 \frac{R''}{R} + \frac{R'^2}{R^2}\right) \frac{K_2^2}{K_1^2} + \frac{1}{4R^2 K_2^2}\right) \left(-\left(2 \frac{R''}{R} + \frac{R'^2}{R^2}\right) \frac{v_1^2}{K_1^2} + 3 \frac{R'^2}{R^2} + \frac{3K_1^2 - v_1^2}{4R^2 K_2^4}\right)}, \quad (4.5.12)$$

компоненту 4-скорости идеальной жидкости найдем из выражения

$$u_1^2 = \left(2 \frac{v_1}{K_1} \left(-\frac{R''}{R} + \frac{R'^2}{R^2}\right) + \frac{K_1 v_1}{2R^2 K_2^4}\right)^2 \left(\frac{-\left(2 \frac{R''}{R} + \frac{R'^2}{R^2}\right) \frac{v_1^2}{K_1^2} + \frac{3 \frac{R'^2}{R^2} + \frac{3K_1^2 - v_1^2}{4R^2 K_2^4} + \frac{A}{\pi}}{3 \frac{R'^2}{R^2} + \frac{3K_1^2 - v_1^2}{4R^2 K_2^4} + \frac{A}{\pi}} - \left(2 \frac{v_1}{K_1} \left(-\frac{R''}{R} + \frac{R'^2}{R^2}\right) + \frac{K_1 v_1}{2R^2 K_2^4}\right)^2 \right)^{-1}. \quad (4.5.13)$$

Если мы положим, что $\pi \frac{K_1^2}{K_2^2} = -3 \frac{R'^2}{R^2} + \frac{l}{R^2}$, получим уравнение для получения R :

$$-R''R + R'^2 = L, \text{ где } L = \frac{1}{2} \left(l + \frac{K_1^2}{4K_2^4} \right). \quad (4.5.14)$$

Решая данное уравнение, получаем 3 возможных решения

$$1) \text{ При } L > 0 \text{ получим, что } R = \frac{\sqrt{L}}{H} sh(Ht). \quad (4.5.15)$$

$$2) \text{ При } L < 0 \text{ получим, что } R = \frac{\sqrt{-L}}{H} ch(Ht). \quad (4.5.16)$$

$$3) \text{ При } L = 0 \text{ получим, что } R = e^{Ht}. \quad (4.5.17)$$

Каждое из этих решений можно использовать для описания инфляционной стадии эволюции вращающейся Вселенной. Все три космологические решения согласуются с современным значением постоянной Хаббла. При этом скорость вращения трех моделей можно согласовать с будущими наблюдательными данными.

Кинематические параметры сопутствующей анизотропной жидкости в данной модели: параметр расширения определяется формулой $\theta = 3 \frac{R'}{R}$, ускорение равно $a = \frac{R'v_1}{RK_1}$, параметр вращения $\omega = \frac{v_1}{2RK_2^2}$. Сдвиг в моделях отсутствует.

§ 4.6. Космологическая модель для метрики типа IX по Бьянки с анизотропной жидкостью, излучением и скалярным полем

Для метрики типа IX по Бьянки (4.5.1) – (4.5.4) получено инфляционное космологическое решение уравнений Эйнштейна [306].

Источниками гравитации являлись: анизотропная жидкость, поле излучения, а также скалярное поле.

Тензор энергии-импульса анизотропной жидкости имеет вид

$$T_{\alpha\beta}^{(1)} = (\pi + \rho)u_\alpha u_\beta + (\sigma - \pi)\chi_\alpha \chi_\beta - \pi\eta_{\alpha\beta}. \quad (4.6.1)$$

Тензор энергии-импульса чистого излучения

$$T_{\alpha\beta}^{(2)} = \omega k_\alpha k_\beta. \quad (4.6.2)$$

Тензор энергии-импульса скалярного поля имеет вид

$$T_{\alpha\beta}^{(3)} = \varphi_{,\alpha} \varphi_{,\beta} - \left\{ \frac{1}{2} \varphi_{,k} \varphi_{,l} g^{kl} - U(\varphi) \right\} g_{\alpha\beta}. \quad (4.6.3)$$

При этом скалярное поле удовлетворяет уравнению

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_i \left(\sqrt{-g} g^{ik} \varphi_{,k} \right) + \frac{dU}{d\varphi} = 0. \quad (4.6.4)$$

В данной работе мы рассмотрели три вида потенциала скалярного поля

$$U(\varphi) = \frac{m^2 \varphi^2}{2} + \frac{\lambda}{4} \varphi^4, \quad (4.6.5)$$

$$U(\varphi) = -\frac{m^2 \varphi^2}{2} + \frac{\lambda}{4} \varphi^4, \quad (4.6.6)$$

$$U(\varphi) = \frac{1}{2} m^2 \varphi^2. \quad (4.6.7)$$

Уравнение для скалярного поля имеет вид

$$3 \frac{R'}{R} \varphi' + \varphi'' + \frac{K_1^2}{K_2^2} \frac{dU(\varphi)}{d\varphi} = 0. \quad (4.6.8)$$

Уравнения Эйнштейна в тетрадной форме

$$\begin{aligned} G_{00} &= - \left(2 \frac{R''}{R} + \frac{R'^2}{R^2} \right) \frac{v_1^2}{K_1^2} + 3 \frac{R'^2}{R^2} + \frac{2K_1^2 + K_2^2}{4K_2^4 R^2} = p + U + K_0^2 \omega + \frac{\varphi'^2}{2} \left(1 + \frac{v_1^2}{K_1^2} \right), \\ G_{11} &\equiv - \left(2 \frac{R''}{R} + \frac{R'^2}{R^2} \right) + 3 \frac{R'^2}{R^2} \frac{v_1^2}{K_1^2} + \frac{2K_1^2 - 3K_2^2}{4K_2^4 R^2} = \sigma - U + K_0^2 \omega + \frac{\varphi'^2}{2} \left(1 + \frac{v_1^2}{K_1^2} \right), \\ G_{22} = G_{33} &\equiv \left(2 \frac{R''}{R} + \frac{R'^2}{R^2} \right) \left(\frac{v_1^2}{K_1^2} - 1 \right) - \frac{1}{4K_2^4 R^2} = \pi - U + \frac{\varphi'^2}{2} \left(1 - \frac{v_1^2}{K_1^2} \right), \\ G_{01} &\equiv 2 \left(-\frac{R''}{R} + \frac{R'^2}{R^2} \right) \frac{v_1}{K_1} + \frac{v_1 K_1}{2K_2^4 R^2} = K_0^2 \omega + \frac{v_1 \varphi'^2}{K_1}. \end{aligned} \quad (4.6.9)$$

Во всех трех случаях мы задаем

$$\varphi(t) = \varphi_0 e^{-Ht}. \quad (4.6.10)$$

Решение в случае потенциала вида $U(\varphi) = \frac{1}{2} m^2 \varphi^2$:

$$\begin{aligned}
R &= R_0 e^{Qt}; Q = \frac{1}{3} H + \frac{K_1^2}{K_2^2} \frac{m^2}{3H}; \\
wk_0^2 &= \frac{K_1 v_1}{4R_0^2 e^{2Qt} K_2^4} - \frac{\varphi_0^2 H^2}{e^{2Ht}} \frac{v_1}{K_1}; \\
\pi &= -3Q^2 \frac{K_2^2}{K_1^2} - \frac{1}{4R_0^4 e^{2Qt} K_2^2} - \frac{\varphi_0^2 H^2}{2e^{2Ht}} \frac{K_2^2}{K_1^2} + \frac{m^2 \varphi_0^2}{2e^{2Ht}}; \\
\sigma &= -3Q^2 \frac{K_2^2}{K_1^2} + \frac{-K_2^2 + 2v_1^2 - 2K_1 v_1}{4R_0^2 e^{2Qt} K_2^4} - \frac{\varphi_0^2 H^2}{2e^{2Ht}} \frac{(K_1 - v_1)^2}{K_1^2} + \frac{m^2 \varphi_0^2}{2e^{2Ht}}; \\
\rho &= 3Q^2 \frac{K_2^2}{K_1^2} + \frac{2K_1^2 + K_2^2 - 2K_1 v_1}{4R_0^2 e^{2Qt} K_2^4} - \frac{\varphi_0^2 H^2}{2e^{2Ht}} \frac{(K_1 - v_1)^2}{K_1^2} - \frac{m^2 \varphi_0^2}{2e^{2Ht}}.
\end{aligned} \tag{4.6.11}$$

Решение в случае потенциала $U(\varphi) = \frac{m^2 \varphi^2}{2} + \frac{\lambda}{4} \varphi^4$ имеет вид:

$$\begin{aligned}
R &= R_0 e^{\alpha(t)}, \\
\alpha(t) &= Qt - \frac{K_1^2 \lambda \varphi_0^2}{6H^2 K_2^2 e^{2Ht}}, \\
wk_0^2 &= \frac{4K_1 v_1 \lambda \varphi_0^2}{3K_2^2 e^{2Ht}} + \frac{K_1 v_1}{2R_0^2 e^{2\alpha(t)}} - \frac{\varphi_0^2 H^2}{e^{2Ht}} \frac{v_1}{K_1}, \\
\pi &= -3 \left(Q + \frac{K_1^2 \lambda \varphi_0^2}{3HK_2^2 e^{2Ht}} \right)^2 \frac{K_2^2}{K_1^2} + \frac{4\lambda \varphi_0^2}{3e^{2Ht}} - \frac{1}{4R_0^2 e^{2\alpha(t)} K_2^2} - \frac{\varphi_0^2 H^2}{2e^{2Ht}} \frac{K_2^2}{K_1^2} + \frac{m^2 \varphi_0^2}{2e^{2Ht}} + \frac{\lambda \varphi_0^4}{4e^{4Ht}}, \\
\sigma &= -3 \left(Q + \frac{K_1^2 \lambda \varphi_0^2}{3HK_2^2 e^{2Ht}} \right)^2 \frac{K_2^2}{K_1^2} + \frac{4K_1 \lambda \varphi_0^2 (K_1 - v_1)}{3K_2^2 e^{2Ht}} + \frac{-K_2^2 + 2v_1^2 - 2K_1 v_1}{4R_0^2 e^{2\alpha(t)} K_2^4} + \\
&+ \frac{m^2 \varphi_0^2}{2e^{2Ht}} + \frac{\lambda \varphi_0^4}{4e^{4Ht}} - \frac{\varphi_0^2 H^2}{2e^{2Ht}} \frac{(K_1 - v_1)^2}{K_1^2}, \\
\rho &= 3 \left(Q + \frac{K_1^2 \lambda \varphi_0^2}{3HK_2^2 e^{2Ht}} \right)^2 \frac{K_2^2}{K_1^2} - \frac{4v_1 \lambda \varphi_0^2 (K_1 - v_1)}{3K_2^2 e^{2Ht}} + \frac{2K_1^2 + K_2^2 - 2K_1 v_1}{4R_0^2 e^{2\alpha(t)} K_2^4} - \\
&- \frac{m^2 \varphi_0^2}{2e^{2Ht}} - \frac{\lambda \varphi_0^4}{4e^{4Ht}} - \frac{\varphi_0^2 H^2}{2e^{2Ht}} \frac{(K_1 - v_1)^2}{K_1^2},
\end{aligned} \tag{4.6.12}$$

Решение в случае потенциала Хиггса $U(\varphi) = -\frac{m^2 \varphi^2}{2} + \frac{\lambda}{4} \varphi^4$:

$$\begin{aligned}
R &= R_0 e^{\alpha(t)}, \\
\alpha(t) &= \tilde{Q}t - \frac{K_1^2 \lambda \phi_0^2}{6H^2 K_2^2 e^{2Ht}}, \\
\tilde{Q} &= \frac{1}{3}H - \frac{K_1^2}{K_2^2} \frac{m^2}{3H}, \\
wk_0^2 &= \frac{4K_1 v_1 \lambda \phi_0^2}{3K_2^2 e^{2Ht}} + \frac{K_1 v_1}{2R_0^2 e^{2\alpha(t)}} - \frac{\phi_0^2 H^2}{e^{2Ht}} \frac{v_1}{K_1}, \\
\pi &= -3 \left(\tilde{Q} + \frac{K_1^2 \lambda \phi_0^2}{3HK_2^2 e^{2Ht}} \right)^2 \frac{K_2^2}{K_1^2} + \frac{4\lambda \phi_0^2}{3e^{2Ht}} - \frac{1}{4R_0^2 e^{2\alpha(t)} K_2^2} - \frac{\phi_0^2 H^2}{2e^{2Ht}} \frac{K_2^2}{K_1^2} - \frac{m^2 \phi_0^2}{2e^{2Ht}} + \frac{\lambda \phi_0^4}{4e^{4Ht}}, \\
\sigma &= -3 \left(Q + \frac{K_1^2 \lambda \phi_0^2}{3HK_2^2 e^{2Ht}} \right)^2 \frac{K_2^2}{K_1^2} + \frac{4K_1 \lambda \phi_0^2 (K_1 - v_1)}{3K_2^2 e^{2Ht}} + \frac{-K_2^2 + 2v_1^2 - 2K_1 v_1}{4R_0^2 e^{2\alpha(t)} K_2^4} - \frac{m^2 \phi_0^2}{2e^{2Ht}} + \\
&+ \frac{\lambda \phi_0^4}{4e^{4Ht}} - \frac{\phi_0^2 H^2}{2e^{2Ht}} \frac{(K_1 - v_1)^2}{K_1^2}.
\end{aligned} \tag{4.6.13}$$

Решения (4.6.11) – (4.6.13) рассматривается при $t \geq t_{pl}$. Предполагаем, что $\alpha(t_{pl}) > 0$, $\tilde{Q} > 0$.

Кинематические параметры сопутствующей анизотропной жидкости в данных моделях: параметр расширения определяется формулой $\theta = 3 \frac{R'}{R}$, ускорение равно $a = \frac{R'v_1}{RK_1}$, параметр вращения $\omega = \frac{v_1}{2RK_2^2}$. Сдвиг в моделях отсутствует.

Решения § 4.6 моделируют инфляционную стадию ранней Вселенной с вращением.

§ 4.7. Космологическая модель для метрики типа IX по Бьянки с анизотропной жидкостью, пылью и скалярным полем

Для метрики типа IX по Бьянки (4.5.1) – (4.5.4) получено решение уравнений Эйнштейна. Источниками гравитации являлись: сопутствующая анизотропная жидкость, несопутствующая пыль, а также скалярное поле [306].

Тензор энергии-импульса анизотропной жидкости имеет вид

$$T_{\alpha\beta}^{(1)} = (\pi + \rho)u_\alpha u_\beta + (\sigma - \pi)\chi_\alpha \chi_\beta - \pi\eta_{\alpha\beta}. \tag{4.7.1}$$

Тензор энергии-импульса несопутствующей пыли имеет вид

$$T_{\alpha\beta}^{(2)} = \tilde{\epsilon}\tilde{u}_\alpha \tilde{u}_\beta. \tag{4.7.2}$$

Тензор энергии-импульса скалярного поля имеет вид

$$T_{\alpha\beta}^{(3)} = \varphi_{,\alpha}\varphi_{,\beta} - \left(\frac{1}{2}\varphi_{,k}\varphi_{,l}g^{kl} - U(\varphi) \right)g_{\alpha\beta}. \tag{4.7.3}$$

При этом скалярное поле удовлетворяет уравнению:

$$\frac{1}{\sqrt{-g}}\partial_i\left(\sqrt{-g}g^{ik}\varphi_{,k}\right)+\frac{dU}{d\varphi}=0. \quad (4.7.4)$$

Потенциал скалярного поля, следуя работе [241], выбран в виде

$$U(\varphi)=-\frac{1}{2}m^2\varphi^2+\frac{1}{4}\lambda\varphi^4, \quad (4.7.5)$$

$$\varphi(t)=\phi_0e^{-Ht}+\phi_1.$$

Уравнение для скалярного поля имеет вид

$$3\frac{R'}{R}\varphi'+\varphi''+\frac{K_1^2}{K_2^2}\frac{dU(\varphi)}{d\varphi}=0. \quad (4.7.6)$$

Решая уравнение (4.7.6) с условиями (4.7.5), получим

$$R(t)=R_0e^{\frac{At-B}{2H}e^{-2Ht}}, \quad (4.7.7)$$

$$A=\frac{H}{3}-\frac{m^2K_1^2}{3HK_2^2}, B=\frac{\lambda K_1^2\phi_0^2}{3HK_2^2}. \quad (4.7.8)$$

Решаем уравнения Эйнштейна в тетрадной форме:

$$\begin{aligned} & -\left(2\frac{R''}{R}+\frac{R'^2}{R^2}\right)\frac{v_1^2}{K_1^2}+3\frac{R'^2}{R^2}+ \\ & \frac{2K_1^2+K_2^2}{4R^2K_2^4}=\rho+\varepsilon(u_1^2+1)+\frac{\varphi'^2}{2}\left(1+\frac{v_1^2}{K_1^2}\right)+U(\varphi), \\ & -\left(2\frac{R''}{R}+\frac{R'^2}{R^2}\right)+3\frac{R'^2}{R^2}\frac{v_1^2}{K_1^2}+\frac{-K_2^2+2v_1^2}{4R^2K_2^4}= \\ & \sigma+\varepsilon u_1^2+\frac{\varphi'^2}{2}\left(1+\frac{v_1^2}{K_1^2}\right)-U(\varphi), \\ & \left(2\frac{R''}{R}+\frac{R'^2}{R^2}\right)\left(-1+\frac{v_1^2}{K_1^2}\right)+\frac{-K_1^2+v_1^2}{4R^2K_2^4}=\pi+\frac{\varphi'^2}{2}\frac{K_2^2}{K_1^2}-U(\varphi), \\ & 2\left(-\frac{R''}{R}+\frac{R'^2}{R^2}\right)\frac{v_1}{K_1}+\frac{K_1v_1}{2R^2(K_2K_3)^2}=\varepsilon u_1\sqrt{1+u_1^2}+\varphi'^2\frac{v_1}{K_1}. \end{aligned} \quad (4.7.9)$$

При решении уравнений Эйнштейна мы предполагаем, что $\sigma = -\rho$. В результате получим:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \left(\frac{4}{3}\lambda\phi_0^2-H^2\phi_0^2\frac{K_2^2}{K_1^2}\right)e^{-2Ht}+\frac{1}{2K_2^2R^2}, \\ \pi &= \frac{K_2^2}{3K_1^2}\left(H-\frac{m^2K_1^2}{HK_2^2}\right)^2+e^{-2Ht}\phi_0^2\left(\frac{H^2K_2^2}{2K_1^2}-\frac{2\lambda}{3H}\left(H+\frac{m^2K_1^2}{HK_2^2}\right)+\frac{m^2}{2}\right)+ \\ & +e^{-4Ht}\lambda\phi_0^4\left(\frac{\lambda K_1^2}{3H^2K_2^2}-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{4K_2^2R^2}, \end{aligned} \quad (4.7.10)$$

$$\rho = -\sigma = -\frac{K_2^2}{3K_1^2} \left(H - \frac{m^2 K_1^2}{HK_2^2} \right)^2 - e^{-2Ht} \phi_0^2 \left(\frac{H^2 K_2^2}{2K_1^2} - \frac{2\lambda}{2H} \left(H + \frac{m^2 K_1^2}{HK_2^2} \right) + \frac{m^2}{2} \right) +$$

$$+ e^{-4Ht} \lambda \phi_0^4 \left(-\frac{\lambda K_1^2}{3H^2 K_2^2} + \frac{1}{4} \right) - \frac{3}{4K_2^2 R^2}.$$

Кинематические параметры сопутствующей анизотропной жидкости в данной модели: параметр расширения определяется формулой $\theta = 3 \frac{R'}{R}$,

ускорение равно $a = \frac{R'v_1}{RK_1}$, параметр вращения $\omega = \frac{v_1}{2RK_2^2}$. Сдвиг в

моделях отсутствует.

Можно использовать данную модель для описания инфляционной стадии развития ранней вращающейся Вселенной.

§ 4.8. Космологическая модель для метрики типа IX по Бьянки с анизотропной жидкостью и пылью

Рассмотрим метрику (4.5.1) – (4.5.4). В качестве источника гравитации данной модели возьмём сопутствующую анизотропную жидкость и несопутствующую идеальную [305].

Тензор энергии – импульса анизотропной жидкости

$$T_{\alpha\beta}^{(1)} = (\pi + \rho) \tilde{u}_\alpha \tilde{u}_\beta + (\sigma - \pi) \chi_\alpha \chi_\beta - \pi \eta_{\alpha\beta}. \quad (4.8.1)$$

Тензор энергии – импульса идеальной жидкости

$$T_{\alpha\beta}^{(2)} = \varepsilon u_\alpha u_\beta. \quad (4.8.2)$$

Вектор 4-скорости анизотропной жидкости имеет вид

$$\tilde{u}_\alpha = \{1, 0, 0, 0\};$$

возьмём вектор анизотропии в форме

$$\chi_\alpha = \{0, 1, 0, 0\}.$$

Для несопутствующей идеальной жидкости будем считать $u_2 = u_3 = 0$.

Следовательно, из $u_i u^i = 1$ следует равенство:

$$u_0^2 - u_1^2 = 1, \quad u_0^2 = u_1^2 + 1. \quad (4.8.3)$$

Будем считать, что идеальная жидкость имеет «пылевидный» характер, то есть её давление равно 0.

В итоге уравнения Эйнштейна в тетрадной форме для рассматриваемой метрики имеют вид:

$$G_{00} = -\left(2 \frac{R''}{R} + \frac{R'^2}{R^2} \right) \frac{v_1^2}{K_1^2} + 3 \frac{R'^2}{R^2} + \frac{2K_1^2 + K_2^2}{4R^2 K_2^4} = (\rho + \varepsilon)(u_1^2 + 1),$$

$$G_{11} = -\left(2 \frac{R''}{R} + \frac{R'^2}{R^2} \right) + 3 \frac{R'^2}{R^2} \frac{v_1^2}{K_1^2} + \frac{-K_2^2 + 2v_1^2}{4R^2 K_2^4} = (\sigma + \varepsilon)u_1^2, \quad (4.8.4)$$

$$G_{22} = G_{33} = \left(2 \frac{R''}{R} + \frac{R'^2}{R^2} \right) \left(-1 + \frac{v_1^2}{K_1^2} \right) + \frac{-K_1^2 + v_1^2}{4R^2 K_2^4} = \pi,$$

$$G_{01} = 2 \left(-\frac{R''}{R} + \frac{R'^2}{R^2} \right) \frac{\nu_1}{K_1} + \frac{K_1 \nu_1}{2R^2 (K_2 K_3)^2} = \varepsilon u_1 \sqrt{u_1^2 + 1}.$$

Далее положим, что $u_1^2 = u^2 = \text{const}$, а плотность энергии идеальной жидкости изменяется обратно пропорционально R^2 : $\varepsilon = \frac{a}{R^2}$, $a = \text{const}$, $a > 0$.

Неизвестными теперь считаются R, ρ, σ, π .

Решение начнём с последнего уравнения, поскольку оно зависит только от неизвестной функции $R(t)$. В результате несложного преобразования получим:

$$-\left(\frac{R'}{R}\right)' = \frac{L}{R^2}, \text{ где } L = \frac{K_1}{2\nu_1} \left(au\sqrt{u^2 + 1} - \frac{K_1 \nu_1}{2K_2^4} \right) = \text{const}.$$

Решая это уравнение, получим

$$R' = \sqrt{L + C_1 R^2} \Rightarrow \int \frac{dR}{\sqrt{L + C_1 R^2}} = \int dt. \quad (4.8.5)$$

Очевидно, вид интеграла в левой части зависит от знаков констант.

Отметим, что при $a = 0$ будет $L = -\frac{K_1^2}{4K_2^4} < 0$.

Если $L > 0$, $C_1 > 0$, получим

$$R(t) = \sqrt{\frac{L}{C_1}} \text{sh}(\sqrt{C_1} t). \quad (4.8.6)$$

Найдём остальные параметры модели \square – из первого уравнения системы (4.8.4), σ – из второго, π – из третьего. Обозначим: $\sqrt{C_1} t = y$. Получим плотность энергии и компоненты давления анизотропной жидкости

$$\begin{aligned} \rho &= C_1 \left(-2 + (3K_1^2 - \nu_1^2) \left(\frac{1}{K_1^2} \text{cth}^2 y + \frac{1}{4LK_2^4 \text{sh}^2 y} \right) + \frac{a}{L} \frac{u^2 + 1}{\text{sh}^2 y} \right), \\ \pi &= C_1 \left(2 - \frac{K_2^2}{K_1^2} \text{cth}^2 y - \frac{1}{4LK_2^4 \text{sh}^2 y} \right), \\ \sigma &= -C_1 \left(2 + (K_1^2 - 3\nu_1^2) \left(\frac{1}{K_1^2} \text{cth}^2 y + \frac{1}{4LK_2^4 \text{sh}^2 y} \right) + \frac{a}{L} \frac{1}{\text{sh}^2 y} \right). \end{aligned} \quad (4.8.7)$$

Из условия $\sigma > \pi$ получим $K_2 > \nu_1$. Исследуя знак ρ , получим, что его выражение положительно, если

$$|\text{sh } y| > \frac{\sqrt{5 + 10LK_2^2 + 4aK_2^2(u^2 + 1)}}{|K_2|\sqrt{6L}} = N.$$

Модель можно использовать для описания второй инфляционной стадии развития Вселенной с вращением.

Пусть $L > 0$, $C_1 = 0$. В данном случае получим:

$$R(t) = t\sqrt{L} \quad (4.8.8)$$

Параметры модели имеют вид

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{1}{Lt^2} \left(\frac{3K_1^2 - v_1^2}{K_1^2} L + \frac{2K_1^2 + K_2^2}{4K_2^4} - a(u^2 + 1) \right), \\ \sigma &= \frac{1}{Lt^2} \left(\left(\frac{1}{K_1^2} L + \frac{1}{4K_2^4} \right) (3v_1^2 - K_1^2) - au^2 \right), \\ \pi &= \frac{-K_2^2}{Lt^2} \left(\frac{1}{K_1^2} L + \frac{1}{4K_2^4} \right). \end{aligned} \quad (4.8.9)$$

Условия, налагаемые на тензор анизотропной жидкости ($\rho > 0$, $\sigma > \pi$) без особых случаев приводят к неравенствам

$$\frac{4K_1^2 v_1^2}{(3K_1^2 - v_1^2)^2 - 4} < u^2 < \frac{v_1^2}{K_2^2}. \quad (4.8.10)$$

Данное космологическое решение описывает расширяющуюся и вращающуюся космологическую модель.

Рассмотрим случай $L > 0$, $C_1 < 0$. При данных предположениях получим:

$$R(t) = \sqrt{-\frac{L}{C_1}} \sin(\sqrt{-C_1}t). \quad (4.8.11)$$

Обозначим: $\sqrt{-C_1}t = y$. В результате параметры модели имеют вид

$$\begin{aligned} \rho &= C_1 \left[\frac{v_1^2 - 3K_1^2 + \sin^2 y (v_1^2 + 3K_1^2)}{K_1^2} - \frac{2K_1^2 + K_2^2 - 4aK_2^4(u^2 + 1)}{4LK_2^4 \sin^2 y} \right], \\ \sigma &= \frac{C_1}{\sin^2 y} \left[\frac{\sin^2 y (K_1^2 + 3v_1^2) + K_1^2 - 3v_1^2}{K_1^2} - \frac{K_2^2 + 2v_1^2 - 4aK_2^4 u^2}{4LK_2^4} \right], \\ \pi &= \frac{C_1}{\sin^2 y} \left[\frac{K_2^2 (\sin^2 y + 1)}{K_1^2} - \frac{1}{4K_2^2 L} \right]. \end{aligned} \quad (4.8.12)$$

Данное космологическое решение описывает пульсирующую вращающуюся космологическую модель.

Пусть $L < 0$. Интегрируя (4.8.5) при данном предположении, получим

$$R(t) = \frac{\sqrt{-L}}{C_1} ch(C_1 t). \quad (4.8.13)$$

Остальные параметры, в предположении, что $C_1 t = y$ имеют вид

$$\rho = C_1^2 \left(-(2 + th^2 y) \frac{v_1^2}{K_1^2} + 3th^2 y - \frac{2K_1^2 + K_2^2}{4LK_2^4 ch^2 y} - \frac{a(u^2 + 1)}{Lch^2 y} \right),$$

$$\pi = -C_1^2 \left(2 + th^2 y - \frac{1}{4LK_2^2 ch^2 y} \right), \quad (4.8.14)$$

$$\sigma = -C_1^2 \left(2 + th^2 y - 3th^2 y \frac{v_1^2}{K_1^2} + \frac{2K_1^2 - 3K_2^2}{4LK_2^4 ch^2 y} - \frac{au^2}{Lch^2 y} \right).$$

Данная модель описывает вторую инфляционную стадию эволюции вращающейся Вселенной.

Наконец, рассмотрим случай $L = C_1 = 0$. Решение уравнения (4.8.5) представляет собой постоянную:

$$R(t) = C_2 = const. \quad (4.8.15)$$

Параметры модели получаются такими:

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{2K_1^2 + K_2^2 - 4aK_2^4(u^2 + 1)}{4C_2^2 K_2^4}, \\ \sigma &= \frac{2v_1^2 - K_2^2 - 4aK_2^4 u^2}{4C_2^2 K_2^4}, \\ \pi &= -\frac{1}{4C_2^2 K_2^2}. \end{aligned} \quad (4.8.16)$$

Кинематические параметры сопутствующей анизотропной жидкости во всех предложенных в § 4.6 – § 4.8 моделях Вселенной: параметр расширения $\theta = 3\frac{R'}{R}$, ускорение $a = \frac{R'v_1}{RK_1}$, параметр вращения $\omega = \frac{v_1}{2RK_2^2}$.

Сдвиг в моделях отсутствует.

§ 4.9. Космологическая модель для метрики типа IX по Бьянки с идеальной жидкостью и скалярным полем

Рассмотрим метрику типа IX по Бьянки (4.5.1) – (4.5.4). В качестве источников гравитации возьмем идеальную жидкость и скалярное поле.

Тензор энергии-импульса идеальной жидкости имеет вид

$$T_{\alpha\beta}^{(1)} = (\pi + \rho)u_\alpha u_\beta - \pi\eta_{\alpha\beta}. \quad (4.9.1)$$

Тензор энергии-импульса скалярного поля имеет вид

$$T_{\alpha\beta}^{(2)} = \varphi_{,\alpha} \varphi_{,\beta} - \left\{ \frac{1}{2} \varphi_{,k} \varphi_{,l} g^{kl} - U(\varphi) \right\} g_{\alpha\beta}. \quad (4.9.2)$$

При этом скалярное поле удовлетворяет уравнению

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_i (\sqrt{-g} g^{ik} \varphi_{,k}) + \frac{dU}{d\varphi} = 0. \quad (4.9.3)$$

Выберем потенциал скалярного поля в виде:

$$U(\varphi) = \frac{1}{2} m^2 \varphi^2. \quad (4.9.4)$$

Далее переходим к решению уравнений Эйнштейна в виде:

$$G_{\alpha\beta} = T_{\alpha\beta}. \quad (4.9.5)$$

Расписывая уравнения Эйнштейна по-компонентно, получим:

$$\begin{aligned}
G_{00} &= -\left(2\frac{R''}{R} + \frac{R'^2}{R^2}\right)\frac{v_1^2}{K_1^2} + 3\frac{R'^2}{R^2} + \frac{2K_1 + K_2^2}{4R^2 K_2^4} = \rho + \varphi_{,0}^2 \left(1 - \frac{K_2^2}{2K_1^2}\right) + \frac{1}{2}m^2\varphi^2, \\
G_{11} &= -\left(2\frac{R''}{R} + \frac{R'^2}{R^2}\right) + 3\frac{R'^2}{R^2}\frac{v_1^2}{K_1^2} + \frac{-K_2^2 + 2v_1^2}{4R^2 K_2^4} = \pi + \frac{K_2^2}{2K_1^2}\varphi_{,0}^2 - \frac{1}{2}m^2\varphi^2, \\
G_{22} &= G_{33} = \left(2\frac{R''}{R} + \frac{R'^2}{R^2}\right)\left(-1 + \frac{v_1^2}{K_1^2}\right) - \frac{1}{4R^2 K_2^2} = \pi + \\
&\quad \frac{K_2^2}{2K_1^2}\varphi_{,0}^2 - \frac{1}{2}m^2\varphi^2, \\
G_{01} &= 2\left(-\frac{R''}{R} + \frac{R'^2}{R^2}\right)\frac{v_1}{K_1} + \frac{K_1 v_1}{2R^2 (K_2 K_3)^2} = 0.
\end{aligned} \tag{4.9.6}$$

Уравнение (4.9.6) дает нам возможность определить масштабный фактор

$$R = \frac{K_1}{2K_2^2 H} ch(Ht). \tag{4.9.7}$$

Мы считаем, что потенциал скалярного поля является функцией времени. В результате мы приходим к уравнению для скалярного поля следующего вида

$$3Hth(Ht)\frac{d\varphi}{dt} + \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -\frac{K_1^2}{K_2^2}m^2\varphi, \tag{4.9.8}$$

решая которое, мы находим скалярное поле

$$\varphi = \frac{C(t)}{2H} \left(\frac{sh(Ht)}{ch^2(Ht)} + arctg(sh(Ht)) \right), \tag{4.9.9}$$

$$C(t) = \tilde{C} \exp \left[-\frac{K_1^2 m^2 sh(Ht)}{6K_2^2 H^2} (sh(Ht) + (3 + sh^2(Ht))) \right] * ch^{\frac{K_1^2 m^2}{3K_2^2 H^2}}(Ht).$$

Окончательно, получим следующее решение уравнений Эйнштейна

$$\pi = -\frac{3H^2 K_2^2}{K_1^2} - \varphi_{,0}^2 \left(1 - \frac{K_2^2}{1K_1^2}\right) - \frac{1}{2}m^2\varphi^2, \tag{4.9.10}$$

$$\rho = \frac{3H^2 K_2^2}{K_1^2} - \frac{K_2^2}{2K_1^2}\varphi_{,0}^2 + \frac{1}{2}m^2\varphi^2.$$

Данная космологическая модель позволяет моделировать инфляционную стадию эволюции ранней вращающейся Вселенной.

Нами установлено, что замкнутые времениподобные кривые отсутствуют во всем пространстве – времени с метрикой (4.5.1) – (4.5.4). Таким образом, все модели в пунктах § 4.5 – § 4.9 – причинные.

§ 4.10. Космологическая модель для метрики типа IX по Бьянки с анизотропной жидкостью, пылью и излучением

Найдем решения уравнений Эйнштейна для метрики (4.5.1) – (4.5.4). Решение ищем в тетрадной форме при условии, что источниками гравитации являются анизотропная сопутствующая жидкость,

несопутствующая пыль и чистое излучение [242]. Общий тензор энергии-импульса при этом имеет вид:

$$T_{ab} = (\rho + \pi)U_a U_b + (\sigma - \pi)\chi_a \chi_b - \pi g_{ab} + \varepsilon u_a u_b + w \tilde{k}_a \tilde{k}_b. \quad (4.10.1)$$

У нас:

$$U_0 = 1, U_1 = U_2 = U_3 = 0; \chi_0 = \chi_2 = \chi_3 = 0, \chi_1 = 1, u_0^2 = u_1^2 + 1, u_2 = u_3 = 0; \\ \tilde{k}_0 = \tilde{k}_1, \tilde{k}_2 = \tilde{k}_3 = 0.$$

Тогда система уравнений Эйнштейна примет следующий вид:

$$-\left(2\frac{R''}{R} + \frac{R'^2}{R^2}\right)\frac{\nu_1^2}{k_1^2} + 3\frac{R'^2}{R^2} + \frac{3k_1^2 - \nu_1^2}{4R^2(k_1^2 - \nu_1^2)^2} = \rho + \varepsilon(u_1^2 + 1) + w\tilde{k}_0^2, \quad (4.10.2)$$

$$-\left(2\frac{R''}{R} + \frac{R'^2}{R^2}\right) + 3\frac{R'^2}{R^2}\frac{\nu_1^2}{k_1^2} + \frac{3\nu_1^2 - k_1^2}{4R^2(k_1^2 - \nu_1^2)^2} = \sigma + \varepsilon u_1^2 + w\tilde{k}_0^2, \quad (4.10.3)$$

$$\left(2\frac{R''}{R} + \frac{R'^2}{R^2}\right)\left(-1 + \frac{\nu_1^2}{k_1^2}\right) + \frac{-1}{4R^2(k_1^2 - \nu_1^2)} = \pi, \quad (4.10.4)$$

$$2\frac{\nu_1}{k_1}\left(-\frac{R''}{R} + \frac{R'^2}{R^2}\right) + \frac{k_1\nu_1}{2R^2(k_1^2 - \nu_1^2)^2} = w\tilde{k}_0^2 + \varepsilon u_1\sqrt{u_1^2 + 1}. \quad (4.10.5)$$

Пусть $w\tilde{k}_0^2 = \frac{q}{R^2}$, $\varepsilon = \frac{E}{R^3}$; $E > 0, q > 0$ постоянные, тогда уравнение (4.10.5) преобразуется в

$$\left(\frac{R'}{R}\right)' = \frac{A}{R^2} - \frac{B}{R^3}, \quad (4.10.6)$$

где $A = \frac{k_1^2\nu_1 - 2qk_1(k_1^2 - \nu_1^2)^2}{4\nu_1(k_1^2 - \nu_1^2)^2}$, $B = \frac{k_1Eu_1\sqrt{u_1^2 + 1}}{2\nu_1}$.

Первый интеграл уравнения (4.10.6):

$$\frac{R'}{R} = \sqrt{\frac{\frac{2}{3}B - AR}{R^3}}. \quad (4.10.7)$$

Необходимо отметить, что функция $R(t)$ – возрастающая.

Параметры анизотропной жидкости:

$$\rho = \frac{(k_1 - \nu_1)(3k_1 + \nu_1)}{4k_1^2(k_1^2 - \nu_1^2)^2 R^2} [k_1^2 - 4A(k_1^2 - \nu_1^2)^2] + \frac{2B(k_1 u_1 - \nu_1 \sqrt{u_1^2 + 1})}{k_1 u_1 R^3}, \\ \sigma = \frac{(k_1 - \nu_1)(k_1 + 3\nu_1)}{4k_1^2(k_1^2 - \nu_1^2)^2 R^2} [4A(k_1^2 - \nu_1^2)^2 - k_1^2] - \frac{2\nu_1 B(k_1 u_1 - \nu_1 \sqrt{u_1^2 + 1})}{k_1^2 \sqrt{u_1^2 + 1} R^3}, \quad (4.10.8) \\ \pi = \frac{4A(k_1^2 - \nu_1^2)^2 - k_1^2}{4k_1^2(k_1^2 - \nu_1^2)^2 R^2}.$$

Неравенства $\rho > 0$ и $\sigma > \pi$ выполняются при условиях:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{4B(\nu_1 \sqrt{u_1^2 + 1} - k_1 u_1) \nu_1}{q(k_1 - \nu_1)(3k_1 + \nu_1)u_1} < R < \frac{2B(\nu_1 \sqrt{u_1^2 + 1} - k_1 u_1) \nu_1}{q k_1 (k_1 - \nu_1) \sqrt{u_1^2 + 1}}, \\ \frac{4k_1^2}{(5k_1 + \nu_1)(k_1 + \nu_1)} < u_1^2 < \frac{\nu_1^2}{k_1^2 - \nu_1^2}, \\ 1 < \frac{k_1}{\nu_1} < 1,78077. \end{array} \right. \quad (4.10.9)$$

Пусть наши модели рассматриваются на временном интервале, на котором космический вакуум не учитывается и который определяется первым неравенством системы (4.10.9).

Интегрирование уравнения (4.10.7) дает три различных решения.

1) $A > 0$, решение запишем в виде зависимости $t(R)$:

$$t = C - \frac{\sqrt{\frac{2}{3}BR - AR^2}}{A} - \frac{2B}{3A\sqrt{A}} \arcsin \sqrt{1 - \frac{3AR}{2B}}, \quad (4.10.10)$$

В данном случае на рассматриваемом временном интервале первое неравенство системы (4.10.9) и одновременно условие $R \leq \frac{2B}{3A}$ выполняется при

$$\frac{3k_1 \nu_1 (\nu_1 \sqrt{u_1^2 + 1} - k_1 u_1)}{2(k_1^2 - \nu_1^2)^2 ((2k_1 + \nu_1) \sqrt{u_1^2 + 1} - 3k_1 u_1)} < q < \frac{k_1 \nu_1}{2(k_1^2 - \nu_1^2)^2}. \quad (4.10.11)$$

2) $A < 0$, то есть $q > \frac{k_1 \nu_1}{2(k_1^2 - \nu_1^2)^2}$, в этом случае зависимость $t(R)$ имеет

вид:

$$t = C - \frac{\sqrt{\frac{2}{3}BR - AR^2}}{A} + \frac{2B}{3A\sqrt{-A}} \ln \left(\sqrt{\frac{2}{3}B - AR} + \sqrt{-AR} \right). \quad (4.10.12)$$

3) $A = 0$, $q = \frac{k_1 \nu_1}{2(k_1^2 - \nu_1^2)^2}$. Решение уравнения (4.10.7):

$$R = \sqrt[3]{\frac{3B}{2}(t + C)^2}. \quad (4.10.13)$$

Во всех случаях C – постоянная интегрирования. Во втором и третьем случаях значения t попадают в указанный временной интервал и выполняются условия (4.10.9).

Кинематические параметры сопутствующей анизотропной жидкости во всех предложенных моделях Вселенной могут быть вычислены по

следующим формулам: параметр расширения $\theta = \frac{3R'}{R}$, ускорение

$a = \frac{R' \nu_1}{Rk_1}$, параметр вращения $\omega = \frac{\nu_1}{2Rk_2^2}$, сдвиг равен нулю.

ГЛАВА 5

СПОНТАННОЕ НАРУШЕНИЕ СИММЕТРИИ В КОСМОЛОГИИ С ВРАЩЕНИЕМ

Эффект спонтанного нарушения калибровочной симметрии в искривлённом пространстве-времени представляет интерес тем, что даёт механизм возникновения ненулевых масс элементарных частиц, являющийся следствием кривизны пространства-времени, обусловленной существованием материи во Вселенной. Кроме того, данный эффект позволяет связать единые калибровочные теории слабых, электромагнитных и сильных взаимодействий с возможным изменением геометрии на малых расстояниях. В большинстве из этих теорий спонтанное нарушение симметрии вводится искусственно путем приписывания мнимого значения голой массы хиггсовской частице. При этом существенно, что скалярное поле описывается уравнением с конформной связью, а слагаемое со скалярной кривизной играет роль, аналогичную квадрату мнимой массы и собственно приводит к спонтанному нарушению симметрии. Сам эффект связан не столько со знаком кривизны, сколько с отрицательностью чисто пространственной кривизны открытых космологических моделей. Например, несмотря на $R = 0$, спонтанное нарушение симметрии имеет место в открытой фридмановской модели с веществом, удовлетворяющим ультрарелятивистскому уравнению состояния $p = \varepsilon/3$.

§ 5.1. Исследование эффекта спонтанного нарушения симметрии в моделях типа I по Бьянки

Спонтанное нарушение калибровочной симметрии в космологии, в том числе, в космологических моделях с вращением исследовалось в ряде работ [18,224]. Рассмотрим, может ли быть эффект спонтанного нарушения калибровочной симметрии в моделях с метрикой типа I по Бьянки вида

$$ds^2 = dt^2 - 2R\mu dy dt - R^2(dx^2 + \lambda dy^2 + dz^2) \quad (5.1.1)$$

где $R = R(t)$, $\mu, \lambda = const$.

Предположим, что есть некоторая модель с метрикой (5.1.1). При этом мы предполагаем, что одним из источников гравитационного поля является сопутствующая идеальная жидкость.

Рассмотрим самодействующее комплексное скалярное поле $\varphi(t)$ в искривленном пространстве с метрикой (5.1.1), удовлетворяющее уравнению

$$g^{ik}\nabla_i\nabla_k\phi + M^2\phi - \frac{1}{6}\tilde{R}\phi + \frac{\Lambda}{3}\phi^*\phi^2 = 0, \quad (5.1.2)$$

($\Lambda > 0$), которое получается из плотности лагранжиана

$$L = \sqrt{-g}[g^{ik}\partial_i\phi^*\partial_k\phi - M^2\phi^*\phi + \frac{\tilde{R}}{6}\phi^*\phi - \frac{\Lambda}{6}(\phi^*\phi)^2], \quad (5.1.3)$$

инвариантной относительно калибровочных преобразований вида

$$\phi \rightarrow \phi \exp(i\alpha), \quad \phi^* \rightarrow \phi^* \exp(-i\alpha).$$

Обозначим $|0\rangle$ гейзенберговское вакуумное состояние, определенное при $t=t_{\text{pl}}$. Из пространственной однородности (5.1.1) вытекает, что если вакуумное среднее ϕ отлично от нуля, то оно может зависеть только от t :

$$\langle 0 | \phi(t, x, y, z) | 0 \rangle = \langle 0 | \phi(t) | 0 \rangle = q(t). \quad (5.1.4)$$

Вследствие С – инвариантности состояния $|0\rangle$ величина q – вещественна. Отличие q от нуля означает спонтанное нарушение калибровочной симметрии. При этом, в ходе усреднения (5.1.2) по состоянию $|0\rangle$ предполагается в древесном приближении

$$\langle 0 | \phi^*\phi^2 | 0 \rangle \approx \langle 0 | \phi^* | 0 \rangle \langle 0 | \phi | 0 \rangle^2 = q^3 \quad (5.1.5)$$

Для метрики (5.1.1):

$$g = -R^6(\lambda + \mu^2),$$

$$\tilde{R} = -\frac{6(\ddot{R}R + \dot{R}^2)\lambda}{2C^2k^2}, \quad R_0^0 = -\frac{3\ddot{R}\lambda}{R(\lambda + \mu^2)}.$$

Исследуем эффект спонтанного нарушения симметрии скалярного поля ϕ в пространстве – времени с метрикой (5.1.1) в двух случаях:

1) для $R(t)=const$, усредненное уравнение (5.1.2) для метрики (5.1.1) примет вид

$$qM^2 + \frac{\Lambda}{3}q^3 = 0 \quad (5.1.6)$$

Так как уравнение (5.1.6) имеет нулевое решение $q=0$ и не имеет ненулевых действительных решений, то несимметричного вакуумного состояния в данном случае у нас не будет.

Используем метрический тензор энергии – импульса для скалярного поля ϕ :

$$T_\mu^\nu = \nabla_\mu\phi^*\nabla^\nu\phi + \nabla^\nu\phi^*\nabla_\mu\phi - \delta_\mu^\nu[\nabla^\alpha\phi^*\nabla_\alpha\phi - M^2\phi^*\phi] - \frac{1}{3}[-R_\mu^\nu + \frac{1}{2}\delta_\mu^\nu\tilde{R} + \nabla^\nu\nabla_\mu - \delta_\mu^\nu\Box]\phi^*\phi + \frac{\Lambda}{6}\delta_\mu^\nu(\phi^*\phi)^2. \quad (5.1.7)$$

где R_μ^ν - тензор Риччи, δ_μ^ν - единичный тензор.

Вакуумная плотность энергии для данной модели равна

$$E = \langle 0 | T^0_0 | 0 \rangle = \left(M^2 + \frac{1}{3} R^0_0 - \frac{1}{6} \tilde{R} \right) q^2 + \frac{\Lambda}{6} q^4 \quad (5.1.8)$$

При $q = 0$ $E = \langle 0 | T^0_0 | 0 \rangle = 0$.

Таким образом, у нас будет симметричное вакуумное состояние.

2) для $R(t) = vt$, $M = 0$, уравнение (5.1.2), усредненное по гейзенберговскому вакуумному состоянию с учетом древесного приближения имеет вид:

$$\ddot{q} + \frac{3}{t} \dot{q} + \frac{q}{t^2} + \frac{\Lambda}{3} \frac{(\lambda + \mu^2)}{\lambda} q^3 = 0 \quad (5.1.9)$$

Сделав замену $q = \frac{f(t)}{t}$ получим

$$\ddot{f} + \dot{f} + \frac{\Lambda(\lambda + \mu^2)}{3\lambda} f^3 = 0, \quad (5.1.10)$$

сделаем замену $\tau = \ln t$, получим

$$f'' + \frac{\Lambda(\lambda + \mu^2)}{3\lambda} f^3 = 0, \quad (5.1.11)$$

где $f' = \frac{df}{d\tau}$.

Так как период колебаний нелинейной консервативной системы, описываемой (5.1.11), не один и тот же, а зависит от начальных условий, то периодические движения, описываемые решением (5.1.11), выраженным через эллиптические функции Якоби, нельзя считать устойчивыми по Ляпунову. Стало быть будут неустойчивы и решения $q = \frac{f(t)}{t}$. Решение $f \equiv 0$ уравнения (5.1.11) устойчиво по Ляпунову, т.е.

будет устойчиво и решение $q \equiv 0$ уравнения (5.1.9). Таким образом, в данном случае в рассматриваемой космологической модели реализуется вакуумное состояние с $q \equiv 0$, т.е. $\langle 0 | T^0_0 | 0 \rangle = 0$ и эффекта спонтанного нарушения калибровочной симметрии в случае этой модели нет.

§ 5.2. Спонтанное нарушение симметрии в стационарных моделях типа Гёделя

В этом параграфе мы исследуем вопрос о возможности спонтанного нарушения калибровочной симметрии в теории самодействующего скалярного поля в стационарных космологических моделях с вращением

(типа Гёделя). Впервые это исследовалось в наших работах [198,199]. Однородная метрика типа Гёделя используется в виде

$$ds^2 = \left[dt + \frac{4\Omega}{m^2} sh^2 \left(\frac{mr}{2} \right) d\phi \right]^2 - \frac{1}{m^2} sh^2(mr) d\phi^2 - dr^2 - dz^2, \quad (5.2.1)$$

где m и Ω - постоянные (случай $m^2 = 2\Omega^2$ соответствует метрике Гёделя). Для метрики (5.2.1) (система отсчета сопутствующая) величина вращения $\tilde{\Omega}$ есть

$$\tilde{\Omega} = \left(\frac{1}{2} \omega_{\mu\nu} \omega^{\mu\nu} \right)^{1/2} = \Omega. \quad (5.2.2)$$

У нас $\Omega > 0$. В (5.2.2) $\omega_{\mu\nu}$ – тензор вращения модели. Случай $m^2 = 4\Omega^2$ в (5.2.1) соответствует решению уравнений Эйнштейна со скалярным полем как источником [115]. В [115] установлено, что при $m^2 \geq 4\Omega^2$ метрика (5.2.1) будет причинной. В работе [168] исследована роль спиновой жидкости в присутствии электромагнитного поля как источника причинной метрики типа Гёделя (5.2.1). Показано, что спиновая жидкость с ненулевым давлением, удовлетворяющая сильно энергетическому условию Хокинга – Эллиса, может быть приемлемым кандидатом для причинной однородной вращающейся Вселенной. Будем далее считать

$$R_{\alpha\nu\mu}^{\lambda} = \frac{\partial F_{\alpha\mu}^{\lambda}}{\partial x^{\nu}} - \frac{\partial F_{\alpha\nu}^{\lambda}}{\partial x^{\mu}} + \dots, R_{\mu\nu} = R_{\mu\alpha\nu}^{\lambda}, c = \hbar = 1.$$

Рассмотрим самодействующее комплексное скалярное поле $\varphi(x)$ в искривленном пространстве с метрикой (5.2.1), удовлетворяющее уравнению

$$g^{ik} \nabla_i \nabla_k \varphi + M^2 \varphi - \frac{1}{6} R \varphi + \frac{\Lambda}{3} \varphi^* \varphi^2 = 0, \quad (\Lambda > 0), \quad (5.2.3)$$

которое получается из плотности лагранжиана

$$L = \sqrt{-g} \left[g^{ik} \partial_i \varphi^* \partial_k \varphi - M^2 \varphi^* \varphi + \frac{R}{6} \varphi^* \varphi - \frac{\Lambda}{6} (\varphi^* \varphi)^2 \right], \quad (5.2.4)$$

инвариантной относительно калибровочных преобразований вида $\varphi \rightarrow \varphi \exp(i\alpha)$, $\varphi^* \rightarrow \varphi^* \exp(-i\alpha)$.

Обозначим $|0\rangle$ гейзенберговское вакуумное состояние в космологической модели с метрикой типа (5.2.1). Из пространственной однородности (5.2.1) вытекает, что если вакуумное среднее φ отлично от нуля, то оно будет постоянным:

$$\langle 0 | \varphi(x) | 0 \rangle = f = \text{const.} \quad (5.2.5)$$

Вследствие С – инвариантности состояния $|0\rangle$ величина f – вещественна. Метрику (5.2.1) можно записать в форме

$$ds^2 = \eta_{AB} \theta^A \theta^B = (\theta^0)^2 - (\theta^1)^2 - (\theta^2)^2 - (\theta^3)^2,$$

где

$$\theta^A = e_a^A dx^a, \quad \theta^0 = dt + \frac{4\Omega}{m^2} sh^2\left(\frac{mr}{2}\right) d\phi, \quad \theta^1 = dr,$$

$$\theta^2 = \frac{sh(mr)}{m} d\phi, \quad \theta^3 = dz.$$

тогда

$$R = R_{AB} \eta^{AB} = 2m^2 - 2\Omega^2. \quad (5.2.6)$$

Отметим, что для причинных метрик (5.2.1), когда $m^2 \geq 4\Omega^2$, будет $R > 0$. Усредняя уравнение (5.2.3) по состоянию $|0\rangle$, полагая в древесном приближении

$$\langle 0 | \varphi^* \varphi^2 | 0 \rangle \approx \langle 0 | \varphi^* | 0 \rangle \langle 0 | \varphi | 0 \rangle^2 = f^3. \quad (5.2.7)$$

придем к уравнению

$$\left(M^2 + \frac{\Omega^2 - m^2}{3} \right) f + \frac{\Lambda}{3} f^3 = 0. \quad (5.2.8)$$

Из (5.2.8) получим (считая $m^2 \geq \Omega^2 + 3M^2$)

$$f_1 = 0, f_{2,3} = \pm \left(\frac{m^2 - \Omega^2 - 3M^2}{\Lambda} \right)^{1/2}. \quad (5.2.9)$$

Предпочтительность выбора решений $f_{2,3} \neq 0$ из соображений минимума энергии дает возможность выявить спонтанное нарушение калибровочной симметрии. В этом случае несимметричное вакуумное состояние $|0\rangle$ энергетически более выгодно, чем симметричный вакуум. Используем метрический тензор энергии – импульса для скалярного поля φ :

$$\begin{aligned} T_\mu^\nu = & \nabla_\mu \varphi^* \nabla^\nu \varphi + \nabla^\nu \varphi^* \nabla_\mu \varphi - \delta_\mu^\nu \left[\nabla^\alpha \varphi^* \nabla_\alpha \varphi - M^2 \varphi^* \varphi \right] - \\ & - \frac{1}{3} \left[-R_\mu^\nu + \frac{1}{2} \delta_\mu^\nu R + \nabla^\nu \nabla_\mu - \delta_\mu^\nu \square \right] \varphi^* \varphi + \frac{\Lambda}{6} \delta_\mu^\nu (\varphi^* \varphi)^2. \end{aligned} \quad (5.2.10)$$

Тогда вакуумная плотность энергии

$$\varepsilon = \langle 0 | T_0^0 | 0 \rangle = \frac{2\Omega^2 f^2}{3} - \frac{1}{6} R f^2 + M^2 f^2 + \frac{\Lambda}{6} f^4. \quad (5.2.11)$$

Вычисляя при $f_{2,3} \neq 0$

$$\varepsilon = \langle 0 | T_0^0 | 0 \rangle = \frac{(m^2 - \Omega^2 - 3M^2)(5\Omega^2 - m^2 + 3M^2)}{6\Lambda}, \quad (5.2.12)$$

находим, что в случае $m^2 > 5\Omega^2 + 3M^2$ ($\varepsilon < 0$) будет иметь место эффект спонтанного нарушения калибровочной симметрии. (При $f_1 = 0$ имеем $\varepsilon = \langle 0 | T_0^0 | 0 \rangle = 0$).

Для случая безмассового поля ($M=0$) спонтанное нарушение симметрии происходит при $m^2 > 5\Omega^2$. Заметим, что это будет для причинных метрик (5.2.1), где $m^2 \geq 4\Omega^2$. Если $5\Omega^2 > m^2$ ($R < 8\Omega^2$), то эффект спонтанного нарушения симметрии отсутствует. Таким образом вращение (подобно магнитному полю в теории сверхпроводимости) может нарушить асимметрию (привести к симметрии) в теории самодействующего безмассового скалярного поля. Аналогичный вывод может быть сделан и для массивного поля ($M \neq 0$).

Отметим, что в работах [163, 109] рассматривалось уравнение Паули в космологическом пространстве с вращением и кручением в виде псевдоследа. При этом установлена эквивалентность влияния на спинорное поле магнитного поля и вектора угловой скорости вращения.

В рамках рассмотренного подхода нами также установлено [198], что в метрике Гёделя, записанной в виде

$$ds^2 = a^2 \left(dx^0{}^2 - dx^1{}^2 - dx^3{}^2 + \frac{1}{2} e^{2x^1} dx^2{}^2 + 2e^{x^1} dx^0 dx^2 \right) \quad (5.2.13)$$

(где $a = \text{const}$), а также в космологической модели Ожвата-Шюкинга [122] эффекта спонтанного нарушения калибровочной симметрии для безмассового и массивного скалярных полей нет. Укажем здесь, что при другом подходе исследование возможности нарушения симметрии в пространстве – времени Гёделя произведено в [225].

§ 5.3. Исследование эффекта спонтанного нарушения калибровочной симметрии (СНКС) в модели типа Геделя

В работе [198] показано, что в метрике Геделя эффект СНКС отсутствует, а также приведены условия на константы, при которых в метрике типа Геделя этот эффект имеет место. Исследование эффекта

СНКС представляет интерес для построения новых космологических моделей с вращением.

Здесь мы рассмотрим метрику типа Геделя вида:

$$ds^2 = dt^2 - R^2(t) \left[dx^2 + \lambda e^{2mx} dy^2 + dz^2 \right] - 2Ae^{mx} dy dt, \quad (5.3.1)$$

где $m > 0$, $A > 0$, λ - постоянные. Метрика вида (5.3.1) характерна тем, что данное пространство кроме вращения и расширения имеет сдвиг, который можно сделать малым подбором константы A . В таком пространстве-времени (с вращением и малым сдвигом) интересно исследовать различные физические эффекты, такие как СНКС, распределение температуры микроволнового фонового излучения и др.

Скорость вращения вселенной для метрики (5.3.1) при условии, что жидкость (источник модели) является сопутствующей есть

$$\Omega = mA \left(2R \sqrt{\lambda R^2 + A^2} \right)^{-1} \quad (5.3.2)$$

Скалярная кривизна \tilde{R} для (5.3.1):

$$\begin{aligned} \tilde{R} = & [-12\lambda R^2(R''R + R'^2) - 12\lambda A^2 R'^2 R^2 (\lambda R^2 + A^2)^{-1} + \\ & + (4\lambda R^2 + 3A^2)][2R^2(\lambda R^2 + A^2)]^{-1} \end{aligned} \quad (5.3.3)$$

где “'” – производная по t .

Предполагается, что эволюция модели с метрикой (5.3.1) начинается с момента $t=t_{pl}$.

Рассмотрим самодействующее комплексное (заряженное) массивное скалярное поле φ , удовлетворяющее уравнению

$$g^{ik} \nabla_i \nabla_k \varphi + M^2 \varphi - \frac{1}{6} \tilde{R} \varphi + \tilde{\Lambda} \varphi^* \varphi^2 = 0, \quad \tilde{\Lambda} > 0, \quad (5.3.4)$$

где M – масса поля φ , $\tilde{\Lambda}$ – постоянная, ∇_i – ковариантная производная, $i, k=0,1,2,3$.

В работе [226] эффект спонтанного нарушения симметрии скалярного поля φ исследуется в пространстве – времени с метрикой (5.3.1) в двух случаях: 1) $R=const$, 2) $R=R(t)$, $\lambda=0$.

1) Рассмотрим случай $R=const$. Так же как в [1] из пространственной однородности модели с метрикой (5.3.1) имеем:

$$\langle 0 | \varphi(t, x, y, z) | 0 \rangle = f(t), \quad (5.3.5)$$

где $|0\rangle$ – гейзенберговское вакуумное состояние в пространстве-времени (5.3.1), определенное при $t=t_{pl}$.

Усреднение уравнения вида (5.3.4), записанного в пространстве с метрикой (5.3.1) при $R=\text{const}$ (когда можно считать $f = \text{const}$) с учетом древесного приближения (5.3.5) дает

$$-(1/6)fm^2(4\lambda R^2 + 3A^2)[2R^2(\lambda R^2 + A^2)]^{-1} + M^2 f + \tilde{\Lambda}f^3 = 0. \quad (5.3.6)$$

Это алгебраическое уравнение, решения которого

$$f_1 = 0, f_{2,3} = \pm [m^2(4\lambda R^2 + 3A^2)[12\tilde{\Lambda}R^2(\lambda R^2 + A^2)]^{-1} - M^2]^{1/2} \quad (5.3.7)$$

Решение выбирается в соответствии с принципом минимума энергии. Для этого используем метрический тензор энергии-импульса для скалярного поля φ :

$$T_k^i = \nabla^i \varphi^* \nabla_k \varphi + \nabla^i \varphi \nabla_k \varphi^* - \delta_k^i [\nabla^j \varphi^* \nabla_j \varphi - M^2 \varphi^* \varphi] - \frac{1}{3} \left[-R_k^i + \frac{1}{2} \delta_k^i \tilde{R} + \nabla^i \nabla_k - \delta_k^i \nabla^j \nabla_j \right] \varphi^* \varphi + \frac{\tilde{\Lambda}}{2} \varphi^4. \quad (5.3.8)$$

Для вакуумной плотности энергии $E = \langle 0 | T^0_0 | 0 \rangle$, где в нашем случае

$$T^0_0 = M^2 \varphi^2 + \frac{1}{3} R^0_0 \varphi^2 - \frac{1}{6} \tilde{R} \varphi^2 + \frac{\tilde{\Lambda}}{2} \varphi^4, \quad (5.3.9)$$

с учетом (5.3.7) получим

$$E(f_1) = 0; \quad (5.3.10)$$

$$E(f_{2,3}) = (\Omega^2 + \lambda m^2 / 3(\lambda R^2 + A^2) - M^2) \cdot (M^2 / 2 + \Omega^2 / 6 - \lambda m^2 / 6(\lambda R^2 + A^2)) / \tilde{\Lambda} \quad (5.3.11)$$

при выполнении условий

$$\lambda > 0, \quad M^2 - \lambda m^2 / 3(\lambda R^2 + A^2) < \Omega^2 < \lambda m^2 / (\lambda R^2 + A^2) - 3M^2 \quad (5.3.12)$$

вакуумная плотность энергии $E(f_{2,3}) < 0$.

Таким образом, в случае выполнения (5.3.12) энергетически более выгодным будет несимметричное вакуумное состояние $|0\rangle$ ($f \neq 0$), что означает спонтанное нарушение симметрии вакуума.

2) Нестационарный случай при $\lambda=0$.

В силу пространственной однородности модели здесь также имеет место равенство (5.3.5). Уравнение (5.3.4), усредненное по гейзенберговскому вакуумному состоянию с учетом древесного приближения, также является алгебраическим, в этом случае:

$$(M^2 - m^2 / 4R^2)f + \tilde{\Lambda}f^3 = 0 \quad (5.3.13)$$

Предположим, что на интервале $t_{pl} \leq t < t_0$ имеет место неравенство $\Omega^2(t) - M^2 > 0$, а при $t > t_0$ $\Omega^2 - M^2 < 0$, где t_0 - некоторый фиксированный момент времени. Тогда уравнение (5.3.13) имеет решения

$$f_1 = 0, f_{2,3} = \pm \sqrt{(1/\tilde{\Lambda})(\Omega^2 - M^2)} \quad (5.3.14)$$

Метрический тензор энергии-импульса скалярного поля в данной метрике обращается в ноль. Так как нет единого мнения на то, какой вид тензора энергии-импульса предпочтителен для скалярного поля, то при применении принципа минимума энергии далее будем использовать канонический вид тензора энергии-импульса.

$$T_k^i = \nabla^i \phi^* \nabla_k \phi + \nabla^i \phi \nabla_k \phi^* - \delta_k^i [\nabla^j \phi^* \nabla_j \phi - M^2 \phi^* \phi + \tilde{R} \phi^* \phi / 6 - \tilde{\Lambda} (\phi^* \phi)^2 / 2] \quad (5.3.15)$$

Вакуумная плотность энергии для данной модели $E = \langle 0 | T^0_{(can)} | 0 \rangle$ равна

$$E(f_1) = 0, E(f_{2,3}) = -(\Omega^2 - M^2)^2 / 2\Lambda < 0. \quad (5.3.16)$$

Таким образом, также как и в предыдущем случае, энергетически более выгодным будет несимметричное вакуумное состояние $|0\rangle$, и ненулевые решения (5.3.14) уравнения (5.3.13) соответствуют перестройке вакуума в состояние с нарушенной калибровочной симметрией.

Вид функции $f_{2,3}$ в (5.3.14) показывает, что эффект СНКС порожден космологическим вращением. С расширением модели $\Omega(t)$ затухает, и при $t > t_0$ симметрия вакуума будет восстановлена, так как уравнение (5.3.13) будет иметь одно действительное решение $f=0$.

Эффект СНКС в нестационарной модели типа Геделя также исследовался в работах [200, 138].

§ 5.4. Исследование эффекта спонтанного нарушения симметрии в моделях типа II, IV, V, VI по Бьянки

Мы рассмотрели эффект спонтанного нарушения калибровочной симметрии в космологических моделях с расширением и вращением с метриками типа II, IV, V, VI по Бьянки в работе [224].

Рассмотрим модели с метрикой Бьянки:

$$ds^2 = dt^2 - 2R(t)\eta_i dx^i dt - R^2(t)\gamma_{ij} dx^i dx^j,$$

$$\eta_i = \mu_a e_i^a, \gamma_{ij} = \lambda_{ab} e_i^a e_j^b, \text{ где } \mu_a, \lambda_{ab}, a, b = 1, 2, 3 \text{ константы } (\det \lambda_{ab} \neq 0).$$

Возьмем коэффициенты в виде $\mu_a = \{0, \mu, 0\}$ и $\lambda_{ab} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Работа проведена для метрик Бьянки

$$\begin{aligned} \text{типа II} - e_i^a &= \begin{pmatrix} 1 & -z & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \text{ типа IV} - e_i^a = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^x & 0 \\ 0 & xe^x & e^x \end{pmatrix}, \\ \text{типа V} - e_i^a &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^x & 0 \\ 0 & 0 & e^x \end{pmatrix}, \text{ типа VI} - e_i^a = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{Ax} chx & -e^{Ax} shx \\ 0 & -e^{Ax} shx & e^{Ax} chx \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

При рассмотрении сопутствующей жидкости в таких пространствах расширение $\theta = \frac{3\dot{R}(t)}{R(t)}$, сдвиг $\sigma = 0$.

Рассмотрим эффект спонтанного нарушения калибровочной симметрии для метрики типа II по Бьянки:

$$ds^2 = dt^2 + 2\mu R(t)[zdxdt - dydt] - R^2(t)[(\lambda z^2 + 1)dx^2 - 2\lambda zdx dy + \lambda dy^2 + dz^2] \quad (5.4.1)$$

Параметры модели: вращение $\omega = \frac{\mu}{2R(t)}$, ускорение $a = \frac{\dot{R}(t)\mu}{R(t)\sqrt{\lambda + \mu^2}}$. При

этом мы предполагаем, что одним из источников гравитационного поля является сопутствующая идеальная жидкость у которой вращение

$$\omega = \frac{\mu}{2R(t)}.$$

Рассмотрим самодействующее комплексное скалярное поле $\varphi(t)$ в искривленном пространстве с метрикой (5.4.1), удовлетворяющее уравнению

$$g^{ik}\nabla_i\nabla_k\varphi + M^2\varphi - \frac{1}{6}\tilde{R}\varphi + \frac{\Lambda}{3}\varphi^*\varphi^2 = 0, \quad (\Lambda > 0), \quad (5.4.2)$$

которое получается из плотности лагранжиана

$$L = \sqrt{-g}[g^{ik}\partial_i\varphi^*\partial_k\varphi - M^2\varphi^*\varphi + \frac{\tilde{R}}{6}\varphi^*\varphi - \frac{\Lambda}{6}(\varphi^*\varphi)^2], \quad (5.4.3)$$

инвариантной относительно калибровочных преобразований вида $\varphi \rightarrow \varphi \exp(i\alpha)$, $\varphi^* \rightarrow \varphi^* \exp(-i\alpha)$.

Обозначим $|0\rangle$ гейзенберговское вакуумное состояние, определенное при $t=t_{pl}$. Из пространственной однородности (5.4.1) вытекает, что если вакуумное среднее φ отлично от нуля, то оно может зависеть только от t :

$$\langle 0 | \varphi(t, x, y, z) | 0 \rangle = \langle 0 | \varphi(t) | 0 \rangle = q(t). \quad (5.4.4)$$

Вследствие С – инвариантности состояния $|0\rangle$ величина q – вещественна. Отличие q от нуля означает спонтанное нарушение калибровочной симметрии. При этом, в ходе усреднения (5.4.2) по состоянию $|0\rangle$ предполагается в древесном приближении

$$\langle 0 | \varphi^* \varphi^2 | 0 \rangle \approx \langle 0 | \varphi^* | 0 \rangle \langle 0 | \varphi | 0 \rangle^2 = q^3. \quad (5.4.5)$$

Для метрики (5.4.1):

$$g = -R^6(\lambda + \mu^2), \quad \lambda + \mu^2 > 0;$$

$$\tilde{R} = -\frac{\lambda(12\ddot{R}R + 12\dot{R}^2 - \lambda - \mu^2)}{2R^2(\lambda + \mu^2)}, \quad (R \equiv R(t)), \quad R_0^0 = -\frac{3\ddot{R}\lambda}{R(\lambda + \mu^2)}.$$

Исследуем эффект спонтанного нарушения симметрии скалярного поля φ в пространстве – времени с метрикой (5.4.1) в двух случаях:

1) для $R(t)=const$, усредненное уравнение (5.4.2) для метрики (5.4.1) примет вид

$$\ddot{q} - \alpha q + \beta q^3 = 0, \quad (5.4.6)$$

где

$$\dot{q} = \frac{dq}{dt}, \quad \alpha = \left[\frac{(\lambda + \mu^2)(\lambda - 12M^2R^2)}{12R^2\lambda} \right],$$

$$\beta = \frac{(\lambda + \mu^2)\Lambda}{3\lambda}, \quad \alpha > 0, \quad \beta > 0.$$

При этом можно считать $q=const$, ввиду того, что $R(t)=const$.

Тогда уравнение (5.4.6) имеет два ненулевых решения

$$q_{2,3} = \pm \left(\frac{\lambda - 12M^2R^2}{4R^2\Lambda} \right)^{1/2}, \quad \text{при } \lambda - 12M^2R^2 > 0 \text{ и } q_1=0. \quad (5.4.7)$$

Предпочтительность выбора решений $q_{2,3} \neq 0$ из соображений минимума энергии дает возможность выявить спонтанное нарушение калибровочной симметрии. В этом случае несимметричное вакуумное состояние $|0\rangle$ энергетически более выгодно, чем симметричный вакуум. Используем метрический тензор энергии – импульса для скалярного поля φ :

$$T_\mu^\nu = \nabla_\mu \varphi^* \nabla^\nu \varphi + \nabla^\nu \varphi^* \nabla_\mu \varphi - \delta_\mu^\nu [\nabla^\alpha \varphi^* \nabla_\alpha \varphi - M^2 \varphi^* \varphi] - \frac{1}{3} \left[-R_\mu^\nu + \frac{1}{2} \delta_\mu^\nu \tilde{R} + \nabla^\nu \nabla_\mu - \delta_\mu^\nu \square \right] \varphi^* \varphi + \frac{\Lambda}{6} \delta_\mu^\nu (\varphi^* \varphi)^2. \quad (5.4.8)$$

где R_μ^ν - тензор Риччи, δ_μ^ν - единичный тензор.

Вакуумная плотность энергии для данной модели равна

$$E = \langle 0 | T^0_0 | 0 \rangle = \left(M^2 + \frac{1}{3} R_0^0 - \frac{1}{6} \tilde{R} \right) q^2 + \frac{\Lambda}{6} q^4. \quad (5.4.9)$$

Подставляем решения уравнения (5.4.6) в (5.4.9) находим

$$E(q_1) = 0,$$

$$E(q_{2,3}) = -\frac{(\lambda - 12M^2R^2)^2}{96R^4\Lambda} < 0. \quad (5.4.10)$$

Так как рассматривается космологическая модель, где R и M - постоянные, то за счет варьирования параметров источников гравитационного поля можно менять λ и μ , тогда эффект спонтанного нарушения симметрии

будет при любых $\lambda \neq 12M^2R^2$ и он не зависит от скорости вращения модели, определяемой вращением идеальной жидкости $\omega = \frac{\mu}{2R}$.

Таким образом, энергетически более выгодным будет несимметричное вакуумное состояние $|0\rangle$ ($q \neq 0$), что означает спонтанное нарушение симметрии вакуума.

2) для $R(t)=vt$, $M=0$, уравнение (5.4.2), усредненное по гейзенберговскому вакуумному состоянию с учетом древесного приближения имеет вид:

$$\ddot{q} + \frac{3}{t}\dot{q} - \frac{\lambda + \mu^2}{6\lambda}\tilde{R}_0\frac{q}{t^2} + \frac{\lambda + \mu^2}{3\lambda}\Lambda q^3 = 0, \quad (5.4.11)$$

где

$$\tilde{R}_0 = -\frac{\lambda(12v^2 - \lambda - \mu^2)}{2v^2(\lambda + \mu^2)}. \quad (5.4.12)$$

Сделав замену $q = \frac{f(t)}{t}$ получим

$$\ddot{f}t^2 + \dot{f}t - \left(\frac{\lambda + \mu^2}{6\lambda}\tilde{R}_0 + 1\right)f + \frac{\lambda + \mu^2}{3\lambda}\Lambda f^3 = 0, \quad (5.4.13)$$

сделаем замену $\tau = \ln t$, получим

$$f'' - \left(\frac{\lambda + \mu^2}{6\lambda}\tilde{R}_0 + 1\right)f + \frac{\lambda + \mu^2}{3\lambda}\Lambda f^3 = 0, \quad \text{где } f' = \frac{df}{d\tau}, \quad (5.4.14)$$

уравнение Дюффинга (5.4.14) имеет два устойчивых решения и одно неустойчивое:

$$f_1 = 0, \quad f_{2,3} = \pm \sqrt{\frac{\lambda}{\Lambda}} \cdot \frac{1}{2v}, \quad \lambda > 0, \Lambda > 0. \quad (5.4.15)$$

В качестве начальных условий для решения (5.4.14)

возьмем: $f(t_{pl}) = \pm \sqrt{\frac{\lambda}{\Lambda}} \cdot \frac{1}{2v}$, $f'(t_{pl}) = 0$. Уравнение (5.4.14) имеет ненулевое

решение, соответствующее перестройке вакуума в состояние с нарушенной калибровочной симметрией.

Тогда решения уравнения (5.4.11)

$$q_1 = 0, \quad q_{2,3} = \pm \sqrt{\frac{\lambda}{\Lambda}} \cdot \frac{1}{2vt}. \quad (5.4.16)$$

Обсудим теперь вопрос о предпочтительности вакуумного состояния $|0\rangle$ с энергетической точки зрения. Подставим (5.4.16) в выражение (5.4.9) и, учитывая также, что $R(t)=vt$, $M=0$, получим:

$$E(q_1) = 0,$$

$$E(q_{2,3}) = \frac{\lambda^2(48v^2 - \lambda - \mu^2)}{96t^4v^4(\lambda + \mu^2)\Lambda}. \quad (5.4.17)$$

При выполнении условия $v^2 < (\lambda + \mu^2)/48$ вакуумная плотность энергии $E(q_{2,3})$ отрицательна, что эквивалентно следующему неравенству: $\omega^2 > 12a^2$ (где a - ускорение, ω - вращение модели).

Таким образом, также как и в предыдущем случае, энергетически более выгодным будет несимметричное вакуумное состояние $|0\rangle$, и ненулевые решения (5.4.16) уравнения (5.4.11) соответствуют перестройке вакуума в состояние с нарушенной калибровочной симметрией.

Рассмотрим эффект спонтанного нарушения калибровочной симметрии для метрики типа IV по Бьянки

$$ds^2 = dt^2 - 2\mu R(t)[e^x dy dt + x e^x dz dt] - R^2(t)[dx^2 + \lambda e^{2x} dy^2 + 2\lambda x e^{2x} dy dz + (\lambda x^2 + 1)e^{2x} dz^2]. \quad (5.4.18)$$

Аналогично предыдущему параметры модели: расширение $\theta = \frac{3\dot{R}(t)}{R(t)}$,

вращение $\omega = \frac{\mu\sqrt{\lambda + \mu^2 + 1}}{2\sqrt{\lambda + \mu^2}R(t)}$, ускорение $a = \frac{\dot{R}(t)\mu}{R(t)\sqrt{\lambda + \mu^2}}$.

Для метрики (5.4.18):

$$g = -e^{4x} R^6(\lambda + \mu^2), \quad \lambda + \mu^2 > 0, \\ \tilde{R} = -\frac{\lambda(12\ddot{R}R + 12\dot{R}^2 - \lambda - \mu^2 - 12) - 11\mu^2}{2R^2(\lambda + \mu^2)}, \quad (R \equiv R(t)), \quad R_0^0 = \frac{\mu^2 - 3\ddot{R}R\lambda}{R^2(\lambda + \mu^2)}. \quad (5.4.19)$$

1) Для $R(t)=const$ можно считать $q=const$ и усредненное уравнение (5.4.2) для метрики (5.4.18) примет вид

$$-\alpha q + \beta q^3 = 0, \quad (5.4.20)$$

где $\alpha = \frac{\lambda^2 + \lambda\mu^2 + 12\lambda + 11\mu^2 - 12M^2 R^2(\lambda + \mu^2)}{12R^2\lambda}$,

$\beta = \frac{(\lambda + \mu^2)\Lambda}{3\lambda}$, $\alpha > 0$, $\beta > 0$. Решения уравнения (5.4.20) $q_1 = 0$ и $q_{2,3} \neq 0$.

Ненулевые решения уравнения (5.4.20)

$$q_{2,3} = \pm \left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^{\frac{1}{2}} = \pm \left(\frac{\lambda^2 + \lambda\mu^2 + 12\lambda + 11\mu^2 - 12M^2 R^2(\lambda + \mu^2)}{4R^2(\lambda + \mu^2)\Lambda} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (5.4.21)$$

При усреднении тензора энергии-импульса (5.4.8) по состоянию $|0\rangle$ вакуумная плотность энергии E для метрики (5.4.18) будет аналогична (5.4.9).

Для $R(t)=const$ имеем:

$$E(q_{2,3}) = q^2 \left(\frac{12M^2 R^2(\lambda + \mu^2) - 3\mu^2 - \lambda^2 - \lambda\mu^2 - 12\lambda}{24R^2(\lambda + \mu^2)} \right). \quad (5.4.22)$$

Требуя выполнения условия $E(q_{2,3}) < 0$, получаем условие для нарушения симметрии:

$$M^2 R^2 < \frac{3\mu^2 + \lambda^2 + \lambda\mu^2 + 12\lambda}{12(\lambda + \mu^2)}, \quad (5.4.23)$$

что эквивалентно следующему неравенству:

$$M^2 < \frac{3\mu^2 + \lambda^2 + \lambda\mu^2 + 12\lambda}{3\mu^2(\lambda + \mu^2 + 1)} \cdot \omega^2 \quad (5.4.24)$$

или, если исключить параметр λ :

$$M^2 R^2 < \frac{\mu^2}{12(4\omega^2 R^2 - \mu^2)} + \frac{2}{3}\mu^2 - 3\omega^2 R^2 + 1. \quad (5.4.25)$$

2) Рассмотрим случай $R(t)=vt$, $M=0$.

Уравнение (5.4.2) с учетом (5.4.5) для метрики (5.4.18) будет иметь вид (5.4.11), где

$$\tilde{R}_0 = -\frac{\lambda(12v^2 - \lambda - \mu^2 - 12) - 11\mu^2}{2v^2(\lambda + \mu^2)}. \quad (5.4.26)$$

Для получения его ненулевого решения подставим в (5.4.14) выражение (5.4.26) и получим одно неустойчивое решение уравнения Дюффинга $f_1 = 0$ и два устойчивых решения

$$f_{2,3} = \pm \left(\frac{\lambda^2 + \lambda\mu^2 + 12\lambda + 11\mu^2}{4v^2(\lambda + \mu^2)\Lambda} \right)^{\frac{1}{2}}, \lambda > 0, \Lambda > 0. \quad (5.4.27)$$

Тогда ненулевые решения уравнения (5.4.11) будут

$$q_{2,3} = \frac{f}{t} = \pm \left(\frac{\lambda^2 + \lambda\mu^2 + 12\lambda + 11\mu^2}{(\lambda + \mu^2)\Lambda} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{2vt}. \quad (5.4.28)$$

Подставим $q = f/t$ в выражение (5.4.9) и, учитывая также, что $R(t)=vt$, $M=0$, получим:

$$E(q_{2,3}) = \frac{f^2}{t^4} \left(\frac{48v^2\lambda - 3\mu^2 - \lambda^2 - \lambda\mu^2 - 12\lambda}{24v^2(\lambda + \mu^2)} \right). \quad (5.4.29)$$

Нарушение симметрии будет при ($E(q_{2,3}) < 0$)

$$v^2 < \frac{3\mu^2 + \lambda^2 + \lambda\mu^2 + 12\lambda}{48\lambda}, \quad (5.4.30)$$

что эквивалентно неравенству:

$$a^2 < \frac{3\mu^2 + \lambda^2 + \lambda\mu^2 + 12\lambda}{12\lambda(\lambda + \mu^2 + 1)} \cdot \omega^2 \quad (5.4.31)$$

или, после исключения λ :

$$v^2 < \frac{4v^2\omega^2 - a^2}{16(4v^2\omega^2 - (\mu^2 + 1)a^2)} + \frac{v^2\omega^2}{12a^2} + \frac{1}{6}, \quad (5.4.32)$$

где a - ускорение, ω - вращение модели.

Рассмотрим эффект спонтанного нарушения калибровочной симметрии для метрики типа V по Бьянки

$$dS^2 = dt^2 - 2\mu R(t)e^x dy dt - R^2(t)[dx^2 + \lambda e^{2x} dy^2 + e^{2x} dz^2] \quad (5.4.33)$$

Как и ранее, параметры модели: расширение $\theta = \frac{3\dot{R}(t)}{R(t)}$, вращение

$$\omega = \frac{\mu}{2\sqrt{\lambda + \mu^2} R(t)}, \text{ ускорение } a = \frac{\dot{R}(t)\mu}{R(t)\sqrt{\lambda + \mu^2}}.$$

Для метрики (5.4.33):

$$g = -e^{4x} R^6 (\lambda + \mu^2), \quad \lambda + \mu^2 > 0,$$

$$\tilde{R} = -\frac{\lambda(12\ddot{R}R + 12\dot{R}^2 - 12) - 11\mu^2}{2R^2(\lambda + \mu^2)}, \quad (R \equiv R(t)), \quad R_0^0 = \frac{\mu^2 - 3\ddot{R}R\lambda}{R^2(\lambda + \mu^2)}. \quad (5.4.34)$$

1) При $R(t)=const$ можно считать $q=const$ и усредненное уравнение (5.4.2) для метрики (5.4.33)

$$-\alpha q + \beta q^3 = 0, \quad (5.4.35)$$

$$\text{где } \alpha = \frac{12\lambda + 11\mu^2 - 12M^2 R^2 (\lambda + \mu^2)}{12R^2 \lambda}, \quad \beta = \frac{(\lambda + \mu^2)\Lambda}{3\lambda}, \quad \alpha > 0, \quad \beta > 0.$$

Ненулевые решения уравнения (5.4.35)

$$q_{2,3} = \pm \left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^{\frac{1}{2}} = \pm \left(\frac{12\lambda + 11\mu^2 - 12M^2 R^2 (\lambda + \mu^2)}{4R^2 (\lambda + \mu^2) \Lambda} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (5.4.36)$$

Усредняя тензор энергии-импульса (5.4.8) по состоянию $|0\rangle$, получим, что вакуумная плотность энергии E для метрики (5.4.33) будет аналогична (5.4.9).

Для $R(t)=const$ имеем:

$$E(q_{2,3}) = q^2 \left(\frac{12M^2 R^2 (\lambda + \mu^2) - 3\mu^2 - 12\lambda}{24R^2 (\lambda + \mu^2)} \right) \quad (5.4.37)$$

Минимум энергии для ненулевых решений по сравнению с нулевым решением будет при условии

$$M^2 R^2 < \frac{\mu^2 + 4\lambda}{4(\lambda + \mu^2)}, \quad (5.4.38)$$

откуда можно получить неравенство:

$$M^2 < \frac{\mu^2 + 4\lambda}{\mu^2} \cdot \omega^2, \quad (5.4.39)$$

или, после исключения μ и λ :

$$M^2 R^2 < 1 - 3R^2 \omega^2, \quad (5.4.40)$$

что дает нам условие спонтанного нарушения симметрии.

2) Рассмотрим случай $R(t)=vt$, $M=0$.

Усредненное уравнение (5.4.2) с учетом (5.4.5) для метрики (5.4.33) будет иметь вид (5.4.11), где

$$\tilde{R}_0 = -\frac{12v^2\lambda - 12\lambda - 11\mu^2}{2v^2(\lambda + \mu^2)}. \quad (5.4.41)$$

Аналогично предыдущим случаям можно получить одно неустойчивое решение уравнения Дюффинга $f_1 = 0$ и два устойчивых $f_{2,3}$.

Для получения его ненулевого решения подставим в (5.4.14) выражение (5.4.41) и получим

$$f_{2,3} = \pm \left(\frac{12\lambda + 11\mu^2}{4v^2(\lambda + \mu^2)\Lambda} \right)^{\frac{1}{2}}, \lambda > 0, \Lambda > 0. \quad (5.4.42)$$

Тогда ненулевые решения уравнения вида (5.4.11) будут

$$q_{2,3} = \frac{f}{t} = \pm \sqrt{\frac{12\lambda + 11\mu^2}{(\lambda + \mu^2)\Lambda}} \cdot \frac{1}{2vt}. \quad (5.4.43)$$

Подставим $q_{2,3}$ в (5.4.9) и, учитывая также, что $R(t)=vt$, $M=0$, получим:

$$E(q_{2,3}) = \frac{(12\lambda + 11\mu^2)(16v^2\lambda - \mu^2 - 4\lambda)}{32v^4t^4(\lambda + \mu^2)^2\Lambda}. \quad (5.4.44)$$

Нарушение симметрии будет при

$$v^2 < \frac{\mu^2 + 4\lambda}{16\lambda}, \quad (5.4.45)$$

что эквивалентно неравенству

$$a^2 < \frac{\mu^2 + 4\lambda}{4\lambda} \cdot \omega^2, \quad (5.4.46)$$

где a - ускорение, ω - вращение модели.

Рассмотрим эффект спонтанного нарушения калибровочной симметрии для

метрики типа VI по Бьянки

$$dS^2 = dt^2 - 2\mu R(t)e^{Ax} [\text{ch}x dy dt - \text{sh}x dz dt] - R^2(t)dx^2 - e^{2Ax} R^2(t) \left[(\lambda \text{ch}^2 x + \text{sh}^2 x) dy^2 - 2(\lambda + 1) \text{ch}x \text{sh}x dy dz + (\text{ch}^2 x + \lambda \text{sh}^2 x) dz^2 \right]. \quad (5.4.47)$$

Аналогично предыдущему параметры модели: расширение $\theta = \frac{3\dot{R}(t)}{R(t)}$,

$$\text{вращение } \omega = \left(\frac{A^2 + \lambda + \mu^2}{\lambda + \mu^2} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{\mu}{2R(t)}, \text{ ускорение } a = \frac{\dot{R}(t)\mu}{R(t)\sqrt{\lambda + \mu^2}}.$$

Рассмотрим нарушение симметрии для случаев $R(t)=const$, и $R(t)=vt$, $M=0$.

Для метрики (5.4.47):

$$g = -e^{4Ax} R^6(\lambda + \mu^2), \lambda + \mu^2 > 0; \\ \tilde{R} = -\frac{\lambda(12\ddot{R}R + 12\dot{R}^2 - 12A^2 - \lambda - \mu^2 - 2) - 11A^2\mu^2 - 2\mu^2 - 1}{2R^2(\lambda + \mu^2)}, (R \equiv R(t)), \quad (5.4.48)$$

$$R_0^0 = \frac{A^2 \mu^2 - 3\ddot{R}R\lambda}{R^2(\lambda + \mu^2)}.$$

1) Для $R(t)=const$ можно считать $q=const$ и усредненное уравнение (5.4.2) для метрики (5.4.47) примет вид

$$-\alpha q + \beta q^3 = 0, \quad (5.4.49)$$

$$\text{где } \alpha = \frac{(\lambda + \mu^2)(\tilde{R} - 6M^2)}{6\lambda}, \quad \beta = \frac{(\lambda + \mu^2)\Lambda}{3\lambda}.$$

Подставляя значения скалярной кривизны \tilde{R} в случае $R(t)=const$ находим ненулевые решения уравнения (5.4.49)

$$q_{2,3} = \pm \left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^{\frac{1}{2}} = \pm \left(\frac{12A^2\lambda + 11A^2\mu^2 + \lambda^2 + \lambda\mu^2 + 2\lambda + 2\mu^2 + 1 - 12M^2R^2(\lambda + \mu^2)}{4R^2(\lambda + \mu^2)\Lambda} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (5.4.50)$$

Усредняя тензор энергии-импульса (5.4.8) по состоянию $|0\rangle$, запишем вакуумную плотность энергии $E(q_{2,3})$ для метрики (5.4.47):

$$E(q_{2,3}) = q^2 \left(\frac{12M^2R^2(\lambda + \mu^2) - 12A^2\lambda - 3A^2\mu^2 - \lambda^2 - \lambda\mu^2 - 2\lambda - 2\mu^2 - 1}{24R^2(\lambda + \mu^2)} \right), \quad (5.4.51)$$

Нарушение симметрии будет при

$$M^2R^2 < \frac{12A^2\lambda + 3A^2\mu^2 + \lambda^2 + \lambda\mu^2 + 2\lambda + 2\mu^2 + 1}{12(\lambda + \mu^2)}, \quad (5.4.52)$$

откуда получаем неравенство:

$$M^2 < \frac{12A^2\lambda + 3A^2\mu^2 + \lambda^2 + \lambda\mu^2 + 2\lambda + 2\mu^2 + 1}{3\mu^2(A^2 + \lambda + \mu^2)} \cdot \omega^2. \quad (5.4.53)$$

2) Рассмотрим случай $R(t)=vt$, $M=0$.

Уравнение (5.4.2) с учетом (5.4.5) для метрики (5.4.47) будет иметь вид (5.4.11), где

$$\tilde{R}_0 = -\frac{\lambda(12v^2 - 12A^2 - \lambda - \mu^2 - 2) - 11A^2\mu^2 - 2\mu^2 - 1}{2v^2(\lambda + \mu^2)}. \quad (5.4.54)$$

Для получения его ненулевого решения подставим в (5.4.14) выражение (5.4.54) и получим, аналогично предыдущим случаям, одно неустойчивое решение уравнения Дюффинга $f_1 = 0$ и два устойчивых ненулевых решения $f_{2,3}$.

$$f_{2,3} = \pm \left(\frac{12A^2\lambda + 11A^2\mu^2 + \lambda^2 + \lambda\mu^2 + 2\lambda + 2\mu^2 + 1}{4v^2(\lambda + \mu^2)\Lambda} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad \lambda > 0, \Lambda > 0. \quad (5.4.55)$$

Тогда ненулевые решения уравнения вида (5.4.11) есть

$$q_{2,3} = \frac{f}{t} = \pm \left(\frac{12A^2\lambda + 11A^2\mu^2 + \lambda^2 + \lambda\mu^2 + 2\lambda + 2\mu^2 + 1}{(\lambda + \mu^2)\Lambda} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{2vt}. \quad (5.4.56)$$

Подставим $q_{2,3} = f/t$ в выражение (5.4.9) и, учитывая также, что $R(t)=vt$, $M=0$, получим

$$E(q_{2,3}) = \frac{f^2}{t^4} \left(\frac{48v^2\lambda - 12A^2\lambda - 3A^2\mu^2 - \lambda^2 - \lambda\mu^2 - 2\lambda - 2\mu^2 - 1}{24v^2(\lambda + \mu^2)} \right). \quad (5.4.57)$$

Минимум энергии для ненулевых решений и, соответственно, нарушение симметрии будет при выполнении условия

$$v^2 < \frac{12A^2\lambda + 3A^2\mu^2 + \lambda^2 + \lambda\mu^2 + 2\lambda + 2\mu^2 + 1}{48\lambda}, \quad (5.4.58)$$

что эквивалентно неравенству

$$a^2 < \frac{12A^2\lambda + 3A^2\mu^2 + \lambda^2 + \lambda\mu^2 + 2\lambda + 2\mu^2 + 1}{12\lambda(A^2 + \lambda + \mu^2)} \cdot \omega^2. \quad (5.4.59)$$

Результаты этого параграфа можно использовать при построении новых космологических моделей с вращением (как это делается, например, в работе [199]), а также для исследования феномена Хиггса в космологии с вращением.

§ 5.5. Исследование эффекта спонтанного нарушения симметрии в моделях типа VIII по Бьянки

Метрика имеет вид $ds^2 = \sum_{\alpha=1}^4 \sum_{\beta=1}^4 \eta_{\alpha\beta} \theta^\alpha \theta^\beta$, (5.5.1)

где $\eta_{\alpha\beta}$ - элементы диагональной лоренцевой матрицы, θ^α -

ортонормированные 1-формы $\theta^0 = dt - R\nu_A e^A$, $\theta^A = R\nu_A e^A$, при этом

$\nu_A = \{0, 0, 1\}$, $K_A = \{a, b, c\}$, $A = (\overline{1, 2, 3})$.

1 - формы e^A представляют собой следующие выражения:

$$\begin{aligned} e^1 &= chy \cos z dx - \sin z dy, \\ e^2 &= chy \sin z dx + \cos z dy, \\ e^3 &= shy dx + dz. \end{aligned} \quad (5.5.2)$$

Если в рамках общей теории относительности построить космологическую модель с расширением и вращением с метрикой типа VIII по Бьянки и в качестве источника взять анизотропную жидкость, то, как было показано в работах [14]-[15], кинематические характеристики модели принимают следующий вид: $\Theta = 3\dot{R}/R$ - параметр расширения, $A = \dot{R}/cR$ - ускорение, $\omega = 1/2abR$ - параметр вращения.

Аналогично случаю, рассмотренному выше, введем $\langle 0 | \varphi(t, x, y, z) | 0 \rangle = q(t)$, тогда в древесном приближении поле уравнение примет вид

$$\left(1 - \frac{c^2}{b^2}\right) \left(\ddot{q} + \frac{3}{R} \dot{R} \dot{q}\right) + \left(M^2 - \frac{\tilde{R}}{6}\right) q + \frac{\Lambda}{3} q^3 = 0 \quad (5.5.3)$$

Исследуем эффект спонтанного нарушения симметрии скалярного поля ϕ в пространстве – времени с метрикой (5.5.1) в двух случаях:

1) при $R(t)=\text{const}$, а следовательно, и постоянном q получается из (5.5.3)

$$q_1 = 0, \quad q_{2,3} = \pm \sqrt{\frac{3}{\Lambda} \left(\frac{\tilde{R}}{6} - M^2 \right)}, \quad (5.5.4)$$

Усредняя тензор энергии-импульса (5.1.7) по состоянию $|0\rangle$ вакуумная плотность энергии E для метрики (5.5.1) будет:

$$E(q_1) = 0, \quad E(q_{2,3}) = -\frac{3}{2\Lambda} \left(\frac{\tilde{R}}{6} - M^2 \right)^2 < 0 \quad (5.5.5)$$

при условии $\left(\frac{\tilde{R}}{6} - M^2 \right) \neq 0$, также для существования действительных $q_{2,3}$

$$\text{д.б. } \frac{\tilde{R}}{6} - M^2 > 0,$$

т.е.

$$\frac{4a^2 + b^2 - c^2}{12a^4 R^2} > M^2. \quad (5.5.6)$$

2) при $R(t)=vt$, $M=0$,

$$\tilde{R} = \frac{b^2(4a^2 + b^2 - c^2) - 12a^4(b^2 - c^2)v^2}{2a^4 b^2 v^2 t^2} = \frac{\tilde{R}_0}{t^2}, \quad (5.5.7)$$

$$\tilde{R}_0 = \frac{b^2(4a^2 + b^2 - c^2) - 12a^4(b^2 - c^2)v^2}{2a^4 b^2 v^2}. \quad (5.5.8)$$

Из (5.5.3) получаем уравнение

$$\ddot{q} + \frac{3\dot{q}}{t} - \frac{b^2(4a^2 + b^2 - c^2) - 12a^4(b^2 - c^2)v^2}{12a^4(b^2 - c^2)v^2} \frac{q}{t^2} + \frac{\Lambda b^2}{3(b^2 - c^2)} q^3 = 0, \quad (5.5.9)$$

которое имеет неустойчивое решение q_1 и устойчивые q_2, q_3 :

$$q_1 = 0 \text{ и } q_{2,3} = \pm \frac{1}{t} \sqrt{\frac{4a^2 + b^2 - c^2}{4a^4 v^2 \Lambda}}. \quad (5.5.10)$$

Энергия устойчивого состояния:

$$E(q_{2,3}) = \frac{1}{t^4} \left(\frac{4a^2 + b^2 - c^2}{4a^4 v^2 \Lambda} \right) \left(\frac{48a^4(b^2 - c^2)v^2 - b^2(4a^2 + b^2 - c^2)}{24a^4 b^2 v^2} \right) < 0. \quad (5.5.11)$$

Если $b^2 > c^2$, $4a^2 + b^2 - c^2 > 0$, то условие нарушения симметрии имеет вид

$$v^2 < \frac{b^2(4a^2 + b^2 - c^2)}{48a^4(b^2 - c^2)}. \quad (5.5.12)$$

Таким образом, также как и в предыдущем случае, энергетически более выгодным будет несимметричное вакуумное состояние $|0\rangle$, и ненулевые решения (5.5.10) соответствуют перестройке вакуума в состояние с нарушенной калибровочной симметрией.

§ 5.6. Исследование эффекта спонтанного нарушения симметрии в моделях типа VII и IX по Бьянки

Нами построена [229] замкнутая космологическая модель с вращением с метрикой вида

$$ds^2 = (dt + \lambda C \omega^1)^2 - (k C \omega^1)^2 - C^2((\omega^2)^2 + (\omega^3)^2), \quad (5.6.1)$$

где $C = C(t)$, $k, \lambda = \text{const}$, $\omega^1, \omega^2, \omega^3$ - есть 1- формы, удовлетворяющие структурным отношениям типа IX по Бьянки.

Параметры модели: вращение $\omega = \frac{\lambda}{2C(t)}$, ускорение $a = \frac{\dot{C}(t)\lambda}{C(t)k}$. При этом мы предполагаем, что одним из источников гравитационного поля является сопутствующая идеальная жидкость.

Рассмотрим самодействующее комплексное скалярное поле $\varphi(t)$ в искривленном пространстве с метрикой (5.6.1), удовлетворяющее уравнению

$$g^{ik} \nabla_i \nabla_k \varphi + M^2 \varphi - \frac{1}{6} \tilde{R} \varphi + \frac{\Lambda}{3} \varphi^* \varphi^2 = 0, \quad (\Lambda > 0), \quad (5.6.2)$$

которое получается из плотности лагранжиана

$$L = \sqrt{-g} [g^{ik} \partial_i \varphi^* \partial_k \varphi - M^2 \varphi^* \varphi + \frac{\tilde{R}}{6} \varphi^* \varphi - \frac{\Lambda}{6} (\varphi^* \varphi)^2], \quad (5.6.3)$$

инвариантной относительно калибровочных преобразований вида $\varphi \rightarrow \varphi \exp(i\alpha)$, $\varphi^* \rightarrow \varphi^* \exp(-i\alpha)$.

Обозначим $|0\rangle$ гейзенберговское вакуумное состояние, определенное при $t=t_{\text{пл}}$. Из пространственной однородности (5.6.1) вытекает, что если вакуумное среднее φ отлично от нуля, то оно может зависеть только от t :

$$\langle 0 | \varphi(t, x, y, z) | 0 \rangle = \langle 0 | \varphi(t) | 0 \rangle = q(t). \quad (5.6.4)$$

Вследствие С – инвариантности состояния $|0\rangle$ величина q – вещественна. Отличие q от нуля означает спонтанное нарушение калибровочной симметрии. При этом, в ходе усреднения (5.6.2) по состоянию $|0\rangle$ предполагается в древесном приближении

$$\langle 0 | \varphi^* \varphi^2 | 0 \rangle \approx \langle 0 | \varphi^* | 0 \rangle \langle 0 | \varphi | 0 \rangle^2 = q^3. \quad (5.6.5)$$

Для метрики (5.6.1):

$$g = -C^6 \sin x^1 k^2,$$

$$\tilde{R} = -\frac{(12\ddot{C}Ck^2 - 12\ddot{C}C\lambda^2 + 12\dot{C}^2k^2 - 12\dot{C}^2\lambda^2 - k^4 + k^2\lambda^2 - 4k^2)}{2C^2k^2}, (C \equiv C(t)), R_0^0 = -\frac{3\ddot{C}(k^2 - \lambda^2)}{Ck^2}$$

Исследуем эффект спонтанного нарушения симметрии скалярного поля φ в пространстве – времени с метрикой (5.6.1) в двух случаях:

1) для $C(t)=const$, усредненное уравнение (5.6.2) для метрики (5.6.1) примет вид

$$\ddot{q} - \alpha q + \beta q^3 = 0, \quad (5.6.6)$$

где

$$\dot{q} = \frac{dq}{dt}, \quad \alpha = \left[\frac{(k^4 - k^2\lambda^2 + 4k^2 - 12M^2C^2k^2)}{12C^2(k^2 - \lambda^2)} \right],$$

$$\beta = \frac{\Lambda k^2}{3(k^2 - \lambda^2)}, \quad \alpha > 0, \quad \beta > 0.$$

При этом можно считать $q=const$, ввиду того, что $C(t)=const$.

Тогда уравнение (5.6.6) имеет два ненулевых решения

$$q_{2,3} = \pm \left(\frac{k^2 - \lambda^2 + 4 - 12M^2C^2}{4C^2\Lambda} \right)^{1/2}, \text{ при } k^2 - \lambda^2 + 4 - 12M^2R^2 > 0 \text{ и } q_1=0. \quad (5.6.7)$$

Предпочтительность выбора решений $q_{2,3} \neq 0$ из соображений минимума энергии дает возможность выявить спонтанное нарушение калибровочной симметрии. В этом случае несимметричное вакуумное состояние $|0\rangle$ энергетически более выгодно, чем симметричный вакуум. Используем метрический тензор энергии – импульса для скалярного поля φ :

$$T_\mu^\nu = \nabla_\mu \varphi^* \nabla^\nu \varphi + \nabla^\nu \varphi^* \nabla_\mu \varphi - \delta_\mu^\nu [\nabla^\alpha \varphi^* \nabla_\alpha \varphi - M^2 \varphi^* \varphi] - \frac{1}{3} \left[-R_\mu^\nu + \frac{1}{2} \delta_\mu^\nu \tilde{R} + \nabla^\nu \nabla_\mu - \delta_\mu^\nu \square \right] \varphi^* \varphi + \frac{\Lambda}{6} \delta_\mu^\nu (\varphi^* \varphi)^2. \quad (5.6.8)$$

где R_μ^ν - тензор Риччи, δ_μ^ν - единичный тензор.

Вакуумная плотность энергии для данной модели равна

$$E = \langle 0 | T_0^0 | 0 \rangle = \left(M^2 + \frac{1}{3} R_0^0 - \frac{1}{6} \tilde{R} \right) q^2 + \frac{\Lambda}{6} q^4. \quad (5.6.9)$$

Подставляем решения уравнения (5.6.6) в (5.6.9) находим

$$E(q_1) = 0,$$

$$E(q_{2,3}) = -\frac{(k^2 - \lambda^2 + 4 - 12M^2C^2)^2}{96C^4\Lambda} < 0. \quad (5.6.10)$$

Так как рассматривается космологическая модель, где R и M - постоянные, то за счет варьирования параметров источников гравитационного поля можно менять λ и k , тогда эффект спонтанного нарушения симметрии будет при выполнении условия $12M^2C^2 < k^2 - \lambda^2 + 4$. Таким образом, энергетически более выгодным будет несимметричное вакуумное состояние $|0\rangle$ ($q \neq 0$), что означает спонтанное нарушение симметрии вакуума.

2) для $C(t)=vt$, $M=0$, уравнение (5.6.2), усредненное по гейзенберговскому вакуумному состоянию с учетом древесного приближения имеет вид:

$$\ddot{q} + \frac{3}{t}\dot{q} - \frac{(k^4 - k^2\lambda^2 + 4k^2 - 12v^2(k^2 - \lambda^2))}{12v^2(k^2 - \lambda^2)} \frac{q}{t^2} + \frac{k^2}{3(k^2 - \lambda^2)} \Lambda q^3 = 0, \quad (5.6.11)$$

Сделав замену $q = \frac{f(t)}{t}$ получим

$$\ddot{f}t^2 + \dot{f}t - \left(\frac{k^4 - k^2\lambda^2 + 4k^2}{12v^2(k^2 - \lambda^2)} \right) f + \frac{k^2}{3(k^2 - \lambda^2)} \Lambda f^3 = 0, \quad (5.6.12)$$

сделаем замену $\tau = \ln t$, получим

$$f'' - \left(\frac{k^4 - k^2\lambda^2 + 4k^2}{12v^2(k^2 - \lambda^2)} \right) f + \frac{k^2}{3(k^2 - \lambda^2)} \Lambda f^3 = 0, \quad \text{где } f' = \frac{df}{d\tau}, \quad (5.6.13)$$

уравнение Дюффинга (5.6.13) имеет два устойчивых решения и одно неустойчивое:

$$f_1 = 0, \quad f_{2,3} = \pm \sqrt{\frac{k^2 - \lambda^2 + 4}{\Lambda}} \cdot \frac{1}{2v}, \quad k^2 - \lambda^2 + 4 > 0, \quad \Lambda > 0. \quad (5.6.14)$$

В качестве начальных условий для решения (5.6.13)

$$\text{возьмем: } f(t_{pl}) = \pm \sqrt{\frac{k^2 - \lambda^2 + 4}{\Lambda}} \cdot \frac{1}{2v}, \quad f'(t_{pl}) = 0.$$

Уравнение (5.6.13) имеет ненулевое решение, соответствующее перестройке вакуума в состояние с нарушенной калибровочной симметрией.

Тогда решения уравнения (5.6.11)

$$q_1 = 0, \quad q_{2,3} = \pm \sqrt{\frac{k^2 - \lambda^2 + 4}{\Lambda}} \cdot \frac{1}{2vt}. \quad (5.6.15)$$

Обсудим теперь вопрос о предпочтительности вакуумного состояния $|0\rangle$ с энергетической точки зрения. Подставим (5.6.15) в выражение (5.6.9) и, учитывая также, что $R(t)=vt$, $M=0$, получим:

$$E(q_1) = 0,$$

$$E(q_{2,3}) = \frac{(48v^2(k^2 - \lambda^2) - k^4 + k^2\lambda^2 - 4k^2)(k^2 - \lambda^2 + 4)}{96t^4v^4k^2\Lambda}. \quad (5.6.16)$$

При выполнении условия $v^2 < \frac{k^4 - k^2\lambda^2 + 4k^2}{48(k^2 - \lambda^2)}$, $k^2 > \lambda^2$ вакуумная плотность энергии $E(q_{2,3})$ отрицательна.

Таким образом, также как и в предыдущем случае, энергетически более выгодным будет несимметричное вакуумное состояние $|0\rangle$, и ненулевые решения (5.6.15) уравнения (5.6.11) соответствуют перестройке вакуума в состояние с нарушенной калибровочной симметрией.

Рассмотрим эффект спонтанного нарушения калибровочной симметрии для метрики типа VII по Бьянки следующего вида

$$ds^2 = dt^2 - 2R(t)\eta_i dx^i dt - R^2(t)\gamma_{ij} dx^i dx^j, \quad (5.6.17)$$

$\eta_i = \mu_a e_i^a$, $\gamma_{ij} = \lambda_{ab} e_i^a e_j^b$, где μ_a , λ_{ab} , $a, b = 1, 2, 3$ константы ($\det \lambda_{ab} \neq 0$),

$$e_i^a = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{Ax} \cos x & -e^{Ax} \sin x \\ 0 & e^{Ax} \sin x & e^{Ax} \cos x \end{pmatrix}.$$

Возьмем коэффициенты в виде $\mu_a = \{0, \mu, 0\}$ и $\lambda_{ab} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Для метрики (5.6.17)

$$\begin{aligned} \tilde{R} &= \frac{-12\ddot{R}R\lambda - 12\dot{R}^2\lambda + A^2(12\lambda + 11\mu^2) + \lambda^2 + \lambda\mu^2 - 2\lambda - 2\mu^2 + 1}{2R^2(\lambda + \mu^2)}, \quad (R \equiv R(t)), \\ R_0^0 &= \frac{-3\ddot{R}R\lambda + A^2\mu^2}{R^2(\lambda + \mu^2)} \end{aligned} \quad (5.6.18)$$

1) Для $R(t) = \text{const}$ можно считать $q = \text{const}$ и усредненное уравнение (5.6.2) для метрики (5.6.17) примет вид

$$\ddot{q} - \alpha q + \beta q^3 = 0, \quad (5.6.19)$$

где

$$\dot{q} = \frac{dq}{dt}, \quad \alpha = \left[\frac{(L_1 - 12M^2R^2(\lambda + \mu^2))}{12R^2\lambda} \right],$$

$$L_1 = A^2(12\lambda + 11\mu^2) + \lambda^2 + \lambda\mu^2 - 2\lambda - 2\mu^2 + 1,$$

$$\beta = \frac{\Lambda(\lambda + \mu^2)}{3\lambda}, \quad \alpha > 0, \quad \beta > 0, \quad L_1 > 0.$$

Ненулевые решения уравнения Дюффинга (5.6.19)

$$q_{2,3} = \pm \left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^{\frac{1}{2}} = \pm \left(\frac{L_1 - 12M^2 R^2 (\lambda + \mu^2)}{4R^2 (\lambda + \mu^2) \Lambda} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (5.6.20)$$

Усредняя тензор энергии-импульса (5.6.8) по состоянию $|0\rangle$, получим, что вакуумная плотность энергии E для метрики (5.6.17) будет аналогична (5.6.9).

Для $R(t)=const$ имеем:

$$E(q_{2,3}) = q^2 \left(\frac{12M^2 R^2 (\lambda + \mu^2) + 8A^2 \mu^2 - L_1}{24R^2 (\lambda + \mu^2)} \right). \quad (5.6.21)$$

Минимум энергии для ненулевых решений по сравнению с нулевым решением будет при условии

$$M^2 R^2 < \frac{L_1 - 8A^2 \mu^2}{12(\lambda + \mu^2)}, \quad (5.6.22)$$

что дает нам условие спонтанного нарушения симметрии.

3) Рассмотрим случай $R(t)=vt$, $M=0$.

Усредненное уравнение (5.6.2) с учетом (5.6.5) для метрики (5.6.17) будет иметь вид

$$\ddot{q} + \frac{3}{t} \dot{q} - \frac{(L_1 - 12v^2 \lambda)}{12v^2 \lambda} \frac{q}{t^2} + \frac{\lambda + \mu^2}{3\lambda} \Lambda q^3 = 0. \quad (5.6.23)$$

Аналогично предыдущему случаю можно получить одно неустойчивое решение уравнения Дюффинга $f_1 = 0$ и два устойчивых

$$f_{2,3} = \pm \left(\frac{L_1}{4v^2 (\lambda + \mu^2) \Lambda} \right)^{\frac{1}{2}}, \lambda > 0, \Lambda > 0. \quad (5.6.24)$$

Тогда ненулевые решения уравнения вида (5.6.23) будут

$$q_{2,3} = \frac{f}{t} = \pm \sqrt{\frac{L_1}{(\lambda + \mu^2) \Lambda}} \cdot \frac{1}{2vt}. \quad (5.6.25)$$

Подставим $q_{2,3}$ в (5.6.9) и, учитывая также, что $R(t)=vt$, $M=0$, получим:

$$E(q_{2,3}) = \frac{(24v^2 \lambda + 8A^2 \mu^2 - L_1)L_1}{24v^4 t^4 (\lambda + \mu^2)^2 \Lambda}. \quad (5.6.26)$$

При выполнении условия

$$v^2 < \frac{L_1 - 8A^2 \mu^2}{24\lambda}, \quad (5.6.27)$$

вакуумная плотность энергии $E(q_{2,3}) < 0$.

Таким образом, в случае выполнения (5.6.27) энергетически более выгодным будет несимметричное вакуумное состояние $|0\rangle$ ($q \neq 0$), что означает спонтанное нарушение симметрии вакуума.

ГЛАВА 6

ЭВОЛЮЦИЯ КОСМОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ С ВРАЩЕНИЕМ

§ 6.1. Модель с метрикой типа II по Бьянки

Построена космологическая модель с расширением и вращением с метрикой типа II по Бьянки. Модель описывает фридмановский этап эволюции Вселенной, с последующим переходом к ускоренному экспоненциальному расширению, наблюдаемому в современную эпоху. Источником гравитационного поля в нашей космологической модели являются: ультрарелятивистское вещество, пыль и сопутствующая анизотропная вращающаяся темная энергия. Обсуждается возможность проявления космологического вращения в ходе астрофизических наблюдений.

1. Введение

Согласно наблюдениям телескопа «Планк», статистическая значимость аномалии – глобальной анизотропии – остается низкой и результаты телескопа «Планк» полностью удовлетворяют Стандартной космологической Λ CDM – модели [230]. Так что на данный момент общепринятая точка зрения состоит в том, что наша Вселенная – однородна и изотропна. Однако известны астрономические наблюдения, которые могут свидетельствовать в пользу крупномасштабных отклонений от изотропии в наблюдаемой Вселенной. Первый тип наблюдений касается исследования векторов поляризации электромагнитного излучения, пришедшего от далеких квазаров [12]. Оказалось, что вектора поляризации ориентированы не случайным образом, а имеют преимущественное направление [12]. Причем это направление явно проявляется для тех векторов, которые соответствуют достаточно удаленным квазарам. Второй

тип наблюдений связан с так называемыми спиральными галактиками. Согласно последнему анализу [13], в одной части небесной сферы преобладают влево закрученные галактики, в другой части - вправо закрученные. На основе этой асимметрии была найдена выделенная ось в пространстве. Укажем здесь, что есть особый тип анизотропии в 4-х пространстве – это анизотропия, обусловленная космологическим вращением. Поэтому в современной космологии сохраняют актуальность исследования возможного вращения Вселенной. Укажем некоторые из работ, посвященных космологическому вращению [227,231,232,233]. В данных работах рассматриваются следующие космологические метрики: обобщение метрики Гёделя, метрики типов II, VIII по Бьянки, и используются различные источники тяготения. При теоретическом моделировании космологического вращения целесообразно использовать метрики различных типов по Бьянки, которые не противоречат наблюдательным данным.

Отметим, что в современной космологии весьма актуально исследование темной энергии (неизвестной субстанции, которая приводит к ускоренному космологическому расширению), а также темной материи [8, 9]. Укажем, что предсказаны и открыты [234] локальные области космического пространства, в которых эйнштейновское антитяготение, создаваемое темной энергией, сильнее ньютоновского тяготения, создаваемого темной материей и барионами.

В данной работе в рамках общей теории относительности построен космологический сценарий с вращением на основе метрики типа II по Бьянки вида

$$ds^2 = dt^2 - 2R(t)\sqrt{b}e^{(1)}dt - R^2(t)\left[A(e^{(1)})^2 + (e^{(2)})^2 + (e^{(3)})^2\right], \quad (6.1.1)$$

где $A, b - const, A > 0, b > 0, e^{(1)} = dx - zdy, e^{(2)} = dy, e^{(3)} = dz$.

Источниками гравитации являются три жидкости с соответствующими уравнениями состояния.

Построенная космологическая модель отлична от ранее найденных космологических решений для метрики (6.1.1). Рассматривается значение найденного космологического решения для астрофизических наблюдений.

2. Нестационарная космологическая модель с вращением

Итак, будем искать для метрики (6.1.1) космологическое решение уравнений тяготения Эйнштейна, записанных в тетрадной форме

$$R_{ik} - \frac{1}{2}\eta_{ik}R = \varkappa T_{ik}. \quad (6.1.2)$$

У нас используется лоренцевая тетрада и выбрано $\varkappa = 1, c = 1$.

Тензор энергии – импульса сопутствующей анизотропной жидкости в тетрадном представлении имеет вид

$$T_{ik}^{(1)} = (\pi + \rho)\tilde{u}_i\tilde{u}_k + (\sigma - \pi)\chi_i\chi_k - \pi\eta_{ik}, \quad (6.1.3)$$

где π, σ - компоненты давления анизотропной жидкости, ρ - плотность энергии анизотропной жидкости, $\chi_i = \{0, 1, 0, 0\}$ - тетрадные компоненты

пространственноподобного вектора анизотропии, $\tilde{u}^i = \delta_0^i$ - вектор 4-х скорости сопутствующей анизотропной жидкости в проекции на тетраду.

Тензор энергии – импульса несопутствующей идеальной пылевидной жидкости

$$T_{ik}^{(2)} = \varepsilon u_i u_k, \quad (6.1.4)$$

где ε - плотность пыли, u_i - тетрадные компоненты ее скорости.

Тензор энергии – импульса несопутствующей идеальной ультрарелятивистской жидкости

$$T_{ik}^{(3)} = (\varepsilon_1 + p)\tilde{u}_i \tilde{u}_k - p\eta_{ik} = \frac{4}{3}\varepsilon_1 \tilde{u}_i \tilde{u}_k - \frac{\varepsilon_1}{3}\eta_{ik}, \left(p = \frac{\varepsilon_1}{3}\right), \quad (6.1.5)$$

где ε_1 - плотность энергии, p - давление, \tilde{u}_i - 4-х скорость данной жидкости.

В системе уравнений Эйнштейна (6.1.2)

$$T_{ik} = T_{ik}^{(1)} + T_{ik}^{(2)} + T_{ik}^{(3)}. \quad (6.1.6)$$

Из закона сохранения тензора энергии – импульса и отсутствия взаимодействия между данными жидкостями следует, что ковариантная 4-дивергенция должна быть равна нулю для каждого из слагаемых в (6.1.6). Это приводит к следующим условиям (в координатной форме)

$$T_{;\nu}^{\mu\nu(1)} = 0, \quad (6.1.7)$$

$$T_{;\nu}^{\mu\nu(2)} = 0. \quad (6.1.8)$$

Из уравнений (6.1.7) и (6.1.8) получено

$$u_i = \tilde{u}_i = \left(\frac{\sqrt{A+b}}{\sqrt{A}}; \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{A}}; 0; 0 \right), \quad (6.1.9)$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\tilde{\varepsilon}_0}{R^4}, (\tilde{\varepsilon}_0 > 0), \quad (6.1.10)$$

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_0}{R^3}, (\varepsilon_0 > 0), \quad (6.1.11)$$

здесь $\varepsilon_0, \tilde{\varepsilon}_0 - const$.

Законы (6.1.10) и (6.1.11) соответствуют зависимостям плотностей энергии от масштабного фактора во фридмановских космологических моделях.

Система уравнений (6.1.2) с учетом (6.1.3), (6.1.4), (6.1.5), (6.1.6), (6.1.9) имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{-8\ddot{R}Rb + 12\dot{R}^2 A + 8\dot{R}^2 b - A^2 + Ab + 2b^2}{4R^2(A+b)} &= \varepsilon u_0^2 + \frac{4}{3}\varepsilon_1 \tilde{u}_0^2 - \frac{\varepsilon_1}{3} + \rho, \\ \frac{-\sqrt{b}(4\ddot{R}R - 4\dot{R}^2 - A - b)}{2R^2\sqrt{A+b}} &= \varepsilon u_0 u_1 + \frac{4}{3}\varepsilon_1 \tilde{u}_0 \tilde{u}_1, \\ \frac{-8\ddot{R}RA - 8\ddot{R}Rb - 4\dot{R}^2 A + 8\dot{R}^2 b + 3A^2 + 5Ab + 2b^2}{4R^2(A+b)} &= \varepsilon u_1^2 + \frac{4}{3}\varepsilon_1 \tilde{u}_1^2 + \frac{\varepsilon_1}{3} + \sigma, \\ \frac{-8\ddot{R}RA - 4\dot{R}^2 A - A^2 - Ab}{4R^2(A+b)} &= \frac{\varepsilon_1}{3} + \pi. \end{aligned} \quad (6.1.12)$$

Из этой системы с учетом (6.1.10) и (6.1.11) получено

$$t = \int \frac{\sqrt{6}RdR}{\sqrt{6\tilde{c}R^4 - 6\alpha R^2 + 4\beta R + 3\gamma}}, \quad (6.1.13)$$

$$\alpha = \frac{A+b}{4}; \beta = \frac{\tilde{\varepsilon}(A+b)}{2A}; \gamma = \frac{2\tilde{\varepsilon}_1(A+b)}{3A}, \quad \tilde{c} = const.$$

Интеграл (6.1.13) не выражается в элементарных функциях, однако можно качественно исследовать решения на различных космологических стадиях.

Космологическое вращение у нас понимается как вращение поля 4-скорости жидкости. Ввиду того, что в нашей модели вращается только тёмная энергия (моделируемая анизотропной жидкостью), будем «сохранять» её на всех стадиях, в то время как на стадии преобладания ультрарелятивистского вещества положим в системе (6.1.12) $\varepsilon = 0, \varepsilon_1 = \frac{\tilde{\varepsilon}_0}{R^4}$, а на стадии доминирования пылевидной материи будем пренебрегать ультрарелятивистским веществом: $\varepsilon_1 = 0, \varepsilon = \frac{\varepsilon_0}{R^3}$.

3. Стадия преобладания ультрарелятивистского вещества

Считая, что на данной стадии: $\varepsilon = 0, \varepsilon_1 = \frac{\tilde{\varepsilon}_0}{R^4}$, из (6.1.12) можно получить

$$\pi = \frac{-3A\tilde{c}}{A+b}, \tilde{c} > 0,$$

$$\rho = \frac{3A\tilde{c}R^2 - A(A+b)}{R^2(A+b)}, \quad (6.1.14)$$

$$\sigma = \frac{-3A\tilde{c}R^2 + A(A+b)}{R^2(A+b)},$$

Уравнения состояния анизотропной жидкости для разных компонент давления имеют вид

$$\pi + \rho = -\frac{A}{R^2}, \quad \sigma + \rho = 0. \quad (6.1.15)$$

При этом $R=R(t)$ удовлетворяет уравнению:

$$\ddot{R}R^3 - \dot{R}^2R^2 - \alpha R^2 + \beta_1 = 0, \quad (6.1.16)$$

где

$$\alpha = \frac{A+b}{4}; \beta_1 = \frac{2\tilde{\varepsilon}_0(A+b)}{3A}. \quad (6.1.17)$$

Решение уравнения (6.1.16) дает

$$t = \int \frac{\sqrt{2}RdR}{\sqrt{2\tilde{c}R^4 - 2\alpha R^2 + \beta_1}}. \quad (6.1.18)$$

На стадии доминирования ультрарелятивистского вещества, считаем, что

$$\varepsilon = 0, \varepsilon_1 = \frac{\tilde{\varepsilon}_0}{R^4}, \varepsilon_1 \gg \rho.$$

У нас

$$\rho = \frac{3A\tilde{c}}{A+b} - \frac{A}{R^2}, \frac{\tilde{\varepsilon}_0}{R^4} \gg \frac{3A\tilde{c}}{A+b} - \frac{A}{R^2}. \quad (6.1.19)$$

Будем полагать, что

$$\frac{3A\tilde{c}}{A+b} \gg \frac{A}{R^2}. \quad (6.1.20)$$

Тогда из (6.1.18) имеем

$$t = \sqrt{\frac{3A}{2(A+b)}} \cdot \int \frac{\sqrt{2}RdR}{R^2 \sqrt{\frac{3A\tilde{c}}{A+b} - \frac{3A}{4R^2} + \frac{\tilde{\varepsilon}_0}{R^4}}}, \quad (6.1.21)$$

и можно получить

$$t \approx \sqrt{\frac{3A}{(A+b)\tilde{\varepsilon}_0}} \cdot \int RdR. \quad (6.1.22)$$

В итоге на стадии доминирования ультрарелятивистского вещества имеем $R \sim \sqrt{t}$.

4. Стадия преобладания пылевидного вещества

Считая, что на данной стадии $\varepsilon_1 = 0, \varepsilon = \frac{\varepsilon_0}{R^3}$, из (6.1.12) можно получить

$$\begin{aligned} \pi &= \frac{-3A\tilde{c}}{A+b}, \tilde{c} > 0, \\ \rho &= \frac{3A\tilde{c}R^2 - A(A+b)}{R^2(A+b)}, \\ \sigma &= \frac{-3A\tilde{c}R^2 + A(A+b)}{R^2(A+b)}. \end{aligned} \quad (6.1.23)$$

Уравнения состояния анизотропной жидкости для разных компонент давления имеют вид (6.1.15) и в этом случае.

При этом $R(t)$ удовлетворяет уравнению:

$$\ddot{R}R^2 - \dot{R}^2R - \alpha R + \beta = 0, \quad (6.1.24)$$

где

$$\alpha = \frac{A+b}{4}; \beta = \frac{\varepsilon_0(A+b)}{2A}. \quad (6.1.25)$$

Решение уравнения (6.1.24) даёт

$$t = \int \frac{\sqrt{3R}dR}{\sqrt{3\tilde{c}R^3 - 3\alpha R + 2\beta}}. \quad (6.1.26)$$

На стадии доминирования пылевидного вещества считаем, что

$$\varepsilon_1 = 0, \varepsilon = \frac{\varepsilon_0}{R^3}, \varepsilon \gg \rho.$$

У нас сейчас

$$\rho = \frac{3A\tilde{c}}{A+b} - \frac{A}{R^2}. \quad (6.1.27)$$

Пусть

$$\frac{3A\tilde{c}}{A+b} \gg \frac{A}{R^2}, \frac{\varepsilon_0}{R^3} \gg \frac{3A\tilde{c}}{A+b}. \quad (6.1.28)$$

Тогда из (6.1.26) имеем

$$t = \sqrt{\frac{A}{A+b}} \cdot \int \frac{\sqrt{3}dR}{R \sqrt{\frac{3A\tilde{c}}{A+b} - \frac{3A}{4R^2} + \frac{\varepsilon_0}{R^3}}}, \quad (6.1.29)$$

и можно получить

$$t \approx \sqrt{\frac{3A}{(A+b)\varepsilon_0}} \cdot \int \sqrt{R}dR. \quad (6.1.30)$$

В итоге на стадии доминирования пылевидной материи: $R \sim t^{2/3}$.

5. Стадия доминирования темной энергии

Считая, что на данной стадии $\varepsilon_1 = 0$, $\varepsilon = \frac{\varepsilon_0}{R^3}$ и $\rho \gg \varepsilon$. Имеем

$$\rho - \varepsilon = \frac{3A\tilde{c}}{A+b} - \frac{A}{R^2} - \frac{\varepsilon_0}{R^3} \gg 0. \quad (6.1.31)$$

Тогда из (6.1.29) получим

$$t \approx \frac{1}{\sqrt{\tilde{c}}} \cdot \int \frac{dR}{R} = \frac{1}{H} \int \frac{dR}{R}. \quad (6.1.32)$$

Тогда $R \sim e^{Ht}$, ($H = \sqrt{\tilde{c}}$).

6. Заключение

Кинематические параметры анизотропной жидкости (темной энергии) в нашей модели имеют вид: расширение $\Theta = \frac{3\dot{R}}{R}$, вращение

$\omega = \frac{\sqrt{b}}{2R}$, ускорение $a = \frac{\sqrt{b}\dot{R}}{\sqrt{A+bR}}$. Сдвиг отсутствует. Параметр расширения

пылевидной жидкости у нас равен $\tilde{\Theta} = \frac{3\sqrt{A}\dot{R}}{\sqrt{A+bR}}$, вращение, и сдвиг, и

ускорение для пыли отсутствуют. Наша модель описывает фридмановский этап эволюции Вселенной с последующим переходом к ускоренному экспоненциальному расширению. При этом нами не построена первая космологическая стадия инфляции для модели с метрикой (6.1.1). Укажем, что в работе [233] построена космологическая модель с расширением и вращением с метрикой типа II по Бьянки вида (6.1.1), когда источниками гравитации являются идеальная жидкость, чистое излучение и скалярное поле. При этом идеальная жидкость описывает вращающуюся фантомную материю. Этим решением можно моделировать первую стадию инфляции. При этом на первой стадии инфляции вращение фантомной материи

$$\omega \sim \frac{1}{R} \left(\omega = \frac{\sqrt{b}}{2R} \right).$$

Будем считать на качественном уровне, что на первой стадии инфляции в рамках нашей модели с метрикой (6.1.1) в ней присутствует скалярное поле, анизотропная вращающаяся жидкость и еще несколько источников тяготения, при этом вращение анизотропной жидкости $\omega \sim \frac{1}{R}$.

Будем при этом полагать, что анизотропная жидкость (моделирующая темную энергию) не передает вращение другим видам материи и на фридмановском этапе – рожденным частицам материи. На наш взгляд, данное предположение представляется обоснованным, когда уравнение состояния анизотропной жидкости для одной компоненты давления близко к вакуумоподобному состоянию, но не совпадает с ним, а для другой компоненты давления – вакуумоподобное уравнение состояния. (Отметим, что, согласно [235], момент импульса вращающейся идеальной жидкости $L \sim (\rho + p)R^5\omega$, где $\frac{\dot{R}}{R} = \frac{1}{3}\Theta = \frac{1}{3}u_{;a}^a$).

Тогда при моделировании нашим сценарием всей эволюции Вселенной (с учетом на качественном уровне первой инфляционной стадии), считая, что масштабный фактор Вселенной эволюционирует при раздувании и последующем расширении от планковского значения $R_{pl} \approx 10^{-33}$ см до современного размера наблюдаемой Вселенной $R_c \approx 10^{28}$ см, и полагая при этом, что в планковскую эпоху скорость вращения темной энергии $\omega_{pl} = 10^{43} 1/c$, а на всей эволюции Вселенной $\omega \sim \frac{1}{R}$, можно считать, что в современную эпоху скорость вращения анизотропной жидкости (темной энергии) порядка $\omega_c = 10^{-11}$ 1/год, что совпадает со значением угловой скорости вращения Вселенной, принятой в работе [231].

В работах [216,218] исследовано воздействие кривизны пространства – времени на относительный позиционный угол Δ между направлением максимальной вытянутости радиоисточника и направлением интегральной плоскости поляризации при распространении излучения от источника к наблюдателю. Более детальный анализ выполнен для космологической модели с глобальным вращением (метрика типа Гёделя). В [216] обнаружено, что глобальное вращение Вселенной индуцирует анизотропию с $\Delta \sim \sin^2 \theta$ (θ - угол между направлением луча и осью вращения). По всей видимости, эффект анизотропии, найденный в [216], должен быть и в других однородных космологических моделях с вращением с метриками разных типов по Бьянки. В [216] данный эффект найден для метрики типа Гёделя. В этой работе установлено, что при скорости вращения Вселенной $\Omega_0 = 10^{-13}$ рад/год величина угла Δ может быть $4 \cdot 10^{-6}$. Если во Вселенной имеется вращающаяся со скоростью $\omega = 10^{-11}$ 1/год темная энергия (анизотропная жидкость), то величина угла Δ для ряда радиогалактик может быть ещё больше. Это должно привлечь внимание астрофизиков к поискам анизотропии, обусловленной глобальным вращением тёмной энергии Вселенной на основе наблюдательных исследований угла Δ для различных радиогалактик.

§ 6.2. Модель с метрикой типа VIII по Бьянки

В нашей работе [236] построена космологическая модель с расширением и вращением с метрикой типа II по Бьянки. Модель описывает фридмановский этап эволюции Вселенной, с последующим переходом к ускоренному экспоненциальному расширению, наблюдаемому в современную эпоху. Источником гравитационного поля в нашей космологической модели являются: ультрарелятивистское вещество, пыль и сопутствующая анизотропная вращающаяся темная энергия.

В рамках общей теории относительности построена анизотропная космологическая модель [237] с расширением и вращением с метрикой типа VIII по Бьянки вида

$$ds^2 = \eta_{\alpha\beta} \theta^\alpha \theta^\beta, \quad \alpha, \beta = 0, 1, 2, 3, \quad (6.2.1)$$

где $\eta_{\alpha\beta}$ – элементы диагональной лоренцевой матрицы, θ^a – ортонормированные 1-формы, выражающиеся следующим образом:

$$\theta^0 = dt - R v_A e^A, \quad \theta^A = R K_A e^A, \quad (6.2.2)$$

при этом $v_A = \{0, 0, 1\}$, $K_A = \{a, a, b\}$, $A = 1, 2, 3$. 1 – формы e^A представляют собой следующие выражения:

$$\begin{aligned} e^1 &= ch y \cos z dx - \sin z dy, \\ e^2 &= ch y \sin z dx + \cos z dy, \\ e^3 &= sh y dx + dz. \end{aligned} \quad (6.2.3)$$

Источниками гравитации у нас являются три жидкости с соответствующими уравнениями состояния и скалярное поле.

В работе используются уравнения Эйнштейна

$$R_{ab} - \frac{1}{2} R g_{ab} = T_{ab}. \quad (\kappa = 1) \quad (6.2.4)$$

Тензор энергии – импульса скалярного поля в координатной форме имеет следующий вид:

$$T_{ij} = \varphi_{,i} \varphi_{,j} - \left\{ \frac{1}{2} \varphi_{,k} \varphi_{,l} g^{kl} - U(\varphi) \right\} g_{ij} \quad (6.2.5)$$

Уравнение скалярного поля:

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_i \left(\sqrt{-g} g^{ik} \varphi_{,k} \right) + \frac{dU}{d\varphi} = 0. \quad (6.2.6)$$

Тензор энергии-импульса сопутствующей анизотропной жидкости в тетрадном представлении имеет вид

$$T_{ab} = (p + \rho) u_a u_b + (\sigma - p) \chi_a \chi_b - p \eta_{ab}, \quad (6.2.7)$$

где p , σ – компоненты давления анизотропной жидкости, ρ – плотность энергии анизотропной жидкости, $\chi_a = \{0, 0, 0, 1\}$ – проекция на тетраду вектора анизотропии, $u_a = \delta_0^a$ – вектор 4 – скорости сопутствующей анизотропной жидкости в проекции на тетраду.

Тензор энергии - импульса несопутствующей идеальной пылевидной жидкости

$$T_{ab} = \mu v_a v_b, \quad (6.2.8)$$

где μ – плотность энергии пыли, v_a – тетрадные компоненты её 4-скорости.

Используется тензор энергии – импульса (ТЭИ) несопутствующей идеальной ультрарелятивистской жидкости

$$T_{ab} = (\varepsilon + \pi) V_a V_b - \pi \eta_{ab}, \quad (6.2.9)$$

где ε – плотность энергии, π – давление, V_a – тетрадные компоненты 4-скорости данной жидкости. Уравнение состояния идеальной ультрарелятивистской жидкости имеет вид

$$\pi = \varepsilon / 3. \quad (6.2.10)$$

1. Описание первой стадии инфляции

Мы считаем, что на первой стадии инфляции Вселенная заполнена скалярным полем с ТЭИ (6.2.5) и анизотропной жидкостью с ТЭИ (6.2.7). Анизотропная жидкость у нас описывает темную энергию. Тогда из уравнений Эйнштейна (6.2.4) для метрики (6.2.1) – (6.2.3) можно получить уравнение для получения масштабного фактора $R = R(t)$:

$$R\ddot{R} - \dot{R}^2 = \frac{b^2}{4a^4}. \quad (6.2.11)$$

Следовательно, на данном этапе масштабный фактор

$$R = \frac{b}{2a^2 H} ch(Ht). \quad (6.2.12)$$

Уравнение скалярного поля (6.2.6) принимает вид:

$$3\frac{\dot{R}}{R}\dot{\varphi} + \ddot{\varphi} + \frac{dU}{d\varphi} \frac{b^2}{(1-b^2)} = 0, \quad \text{где } \varphi(t) = \varphi_0 e^{-Ht}. \quad (6.2.13)$$

Из (6.2.12) следует, что

$$\frac{\dot{R}}{R} = Hth(Ht) = H \frac{\varphi_0^2 - \varphi^2}{\varphi_0^2 + \varphi^2}. \quad (6.2.14)$$

Из (6.2.13) следует, что

$$\dot{\varphi} = -H\varphi, \quad \ddot{\varphi} = H^2\varphi. \quad (6.2.15)$$

Найдем потенциал скалярного поля. Учитывая (6.2.14) - (6.2.15), из (6.2.13) получим:

$$U = \frac{H^2(1-b^2)}{b^2} (3\varphi_0^2 \ln(\varphi_0^2 + \varphi^2) - 2\varphi^2). \quad (6.2.16)$$

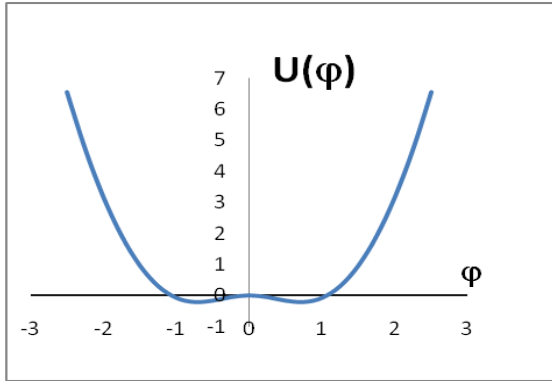
Исследуем функцию $U(\varphi)$.

$$\frac{dU}{d\varphi} = \frac{H^2(1-b^2)}{b^2} \frac{2\varphi_0^2\varphi - 4\varphi^3}{\varphi_0^2 + \varphi^2}. \quad (6.2.17)$$

При $(1-b^2) < 0$ получим три точки экстремума:

$$\varphi_1 = 0 - \max, \quad \varphi_{2,3} = \pm \frac{\varphi_0}{\sqrt{2}} - \min. \quad (6.2.18)$$

Построим график потенциала скалярного поля $U(\varphi)$:



Для данного графика мы полагали, что $\frac{(1-b^2)}{b^2}H^2 = -1$, $\varphi_0^2 = 1$.

Из уравнений Эйнштейна, с учетом (6.2.12), (6.2.13) и (6.2.16), получим:
плотность энергии анизотропной жидкости

$$\begin{aligned} \rho = & -\frac{H^2(4a^2 + (1-b^2)(2 + 3ch^2(Ht)))}{b^2ch^2(Ht)} + \frac{1}{2}\varphi_0^2H^2e^{-2Ht}\frac{(1-3b^2)}{b^2} - \\ & -\frac{H^2(1-b^2)}{b^2}(3\varphi_0^2\ln(\varphi_0^2 + \varphi_0^2e^{-2Ht}) - 2\varphi_0^2e^{-2Ht}), \end{aligned} \quad (6.2.19)$$

компоненты анизотропного давления

$$\begin{aligned} p = & \frac{H^2(1-b^2)}{b^2}\left(3 - \frac{5}{2}\varphi_0^2e^{-2Ht} + 3\varphi_0^2\ln(\varphi_0^2 + \varphi_0^2e^{-2Ht})\right), \\ \sigma = & \frac{H^2(4a^2 + (b^2-1)(4 - 3ch^2(Ht)))}{b^2ch^2(Ht)} - \frac{1}{2}\varphi_0^2H^2e^{-2Ht}\frac{(1-b^2)}{b^2} + \\ & + \frac{H^2(1-b^2)}{b^2}(3\varphi_0^2\ln(\varphi_0^2 + \varphi_0^2e^{-2Ht}) - 2\varphi_0^2e^{-2Ht}). \end{aligned} \quad (6.2.20)$$

В работе [236] для космологической модели с вращением мы рассматривали, что первая стадия инфляции начинается в планковское время. Однако в духе работы [24] можно обосновано считать, что первая инфляция начинается в период Великого объединения. Поэтому будем

полагать, что первая инфляция начинается при $t_1=10^{-37}$ с, а заканчивается при $t_2=10^{-34}$ с. Масштабный фактор $R(t)$ при этом равен 10^{-27} см в момент $t_1=10^{-37}$ с. Мы считаем феноменологически, что после окончания первой инфляции энергия скалярного поля переходит в энергию рожденных частиц.

2. Фридмановские этапы эволюции Вселенной

Мы считаем, что на фридмановских этапах Вселенная заполнена ультрарелятивистской жидкостью, пылевидной жидкостью и анизотропной жидкостью. Тогда в системе уравнений Эйнштейна (6.2.4) имеем:

$$T_{ab} = T_{ab}^{(1)} + T_{ab}^{(2)} + T_{ab}^{(3)}, \quad (6.2.21)$$

где $T_{ab}^{(1)}$ имеет вид (6.2.7), $T_{ab}^{(2)}$ имеет вид (6.2.8), $T_{ab}^{(3)}$ имеет вид (6.2.9).

Из закона сохранения тензора энергии – импульса и отсутствия взаимодействия между данными феноменологическими жидкостями следует, что ковариантная 4-дивергенция должна быть равна нулю для каждого из слагаемых в (6.2.21). Воспользуемся этим условием в следующем виде:

$$T_{;\nu}^{\mu\nu(2)} = 0, \quad T_{;\nu}^{\mu\nu(3)} = 0. \quad (6.2.22)$$

В нашей метрике изотропные жидкости нельзя считать сопутствующими, поскольку это условие несовместимо с единичным значением модуля 4-скорости и одновременно условием унимодулярности определителя метрики, поэтому было взято (в координатах)

$$V_i = v_i = \{\sqrt{(a+b)/b}, 0, 0, 0\}. \quad (6.2.23)$$

С учетом (6.2.23), уравнения (6.2.22) имеют следующие решения:

$$\mu = \mu_0 / R^3, \quad \varepsilon = \varepsilon_0 / R^4, \quad (6.2.24)$$

где μ_0, ε_0 – произвольные постоянные. Соотношения (6.2.24) соответствуют уравнениям зависимости плотностей энергии от масштабного фактора во фридмановских космологических моделях.

Система уравнений (6.2.4) с учетом (6.2.21) – (6.2.24):

$$\begin{aligned} & -\frac{b^2(4a^2 + b^2 - 3) + 4a^4(1 - 3b^2)\dot{R}^2 + 8a^4R\ddot{R}}{4a^4b^2R^2} = \rho + \frac{(4a + 3b)\varepsilon_0 + 3(a + b)\mu_0R}{3bR^4}, \\ & \frac{(1 - b^2)(b^2 + 4a^4(\dot{R}^2 + 2R\ddot{R}))}{4a^4b^2R^2} = p + \frac{\varepsilon_0}{3R^4}, \\ & \frac{b^2(4a^2 + 3b^2 - 1) + 4a^4(3 - b^2)\dot{R}^2 - 8a^4b^2R\ddot{R}}{4a^4b^2R^2} = \sigma + \frac{(4a + 4b + b^3)\varepsilon_0 + 3(a + b)\mu_0R}{3b^3R^4}, \\ & \frac{b^2 + 4a^4(\dot{R}^2 - R\ddot{R})}{2a^4bR^2} = \frac{(a + b)(4\varepsilon_0 + 3\mu_0R)}{3b^2R^4}. \end{aligned} \quad (6.2.25)$$

Последнее уравнение системы (6.2.25) позволяет найти зависимость $R = R(t)$.

На стадии доминирования ультрарелятивистской жидкости у нас $\varepsilon = \varepsilon_0 / R^4$. Пренебрегая пылевидной жидкостью, из системы уравнений Эйнштейна при данном предположении получим:

$$\text{масштабный фактор} \\ R = R_0 \sqrt{t}, \quad R_0 = \sqrt[4]{\frac{4\varepsilon_0(a+b)}{3}}, \quad (6.2.26)$$

$$\text{плотность энергии анизотропной жидкости} \\ \rho = -\frac{(4a^2 + b^2 - 3)\sqrt{3}}{8a^4 t \sqrt{\varepsilon_0(a+b)}} + \frac{3b^2 + 1}{4b^2 t^2} - \frac{4a + 3b}{4b(a+b)t^2}, \quad (6.2.27)$$

$$\text{компоненты давления анизотропной жидкости} \\ p = \frac{(1-b^2)\sqrt{3}}{8a^4 t \sqrt{\varepsilon_0(a+b)}} - \frac{(1-b^2)}{2b^2 t^2} - \frac{1}{4(a+b)t^2}, \quad (6.2.28)$$

$$\sigma = \frac{(4a^2 + 3b^2 - 1)\sqrt{3}}{8a^4 t \sqrt{\varepsilon_0(a+b)}} + \frac{(3+b^2)}{4b^2 t^2} - \frac{(4a + 4b + b^3)}{4b^3(a+b)t^2}. \quad (6.2.29)$$

На стадии доминирования пылевидной жидкости мы считаем, что $\mu = \mu_0 / R^3$, $\varepsilon = 0$. При этом получаем решения уравнений Эйнштейна (6.2.4):

$$R = R_0 t^{2/3}, \quad \rho = \frac{(3 - 4a^2 - b^2)}{4a^4 R_0^2 t^{4/3}} + \frac{4}{3t^2} - \frac{(a+b)\mu_0}{bR_0^3 t^2}, \quad (6.2.30)$$

$$p = \frac{(1-b^2)}{4a^4 R_0^2 t^{4/3}}, \quad \sigma = \frac{(4a^2 + 3b^2 - 1)}{4a^4 R_0^2 t^{4/3}} + \frac{4}{3t^2} - \frac{(a+b)\mu_0}{b^3 R_0^3 t^2}. \quad (6.2.31)$$

На стадии доминирования анизотропной жидкости (темной энергии) получаем:

$$R = R_0 e^{Ht}, \quad \rho = \frac{(3 - 4a^2 - b^2)}{4a^4 R_0^2 e^{2Ht}} + \frac{3(b^2 - 1)H^2}{b^2}, \quad (6.2.32)$$

$$p = \frac{1-b^2}{4a^4 R_0^2 e^{2Ht}} + \frac{3(1-b^2)H^2}{b^2}, \quad \sigma = \frac{(4a^2 + 3b^2 - 1)}{4a^4 R_0^2 e^{2Ht}} + \frac{3(1-b^2)H^2}{b^2}. \quad (6.2.33)$$

Получим, на данной стадии, что $\rho + p = \frac{(4 - 4a^2 - 2b^2)}{4a^4 R_0^2 e^{2Ht}} > 0$, если

$$b^2 < 2 - 2a^2; \quad \rho + p < 0, \text{ если } b^2 > 2 - 2a^2; \quad \rho + \sigma = \frac{(2 + 2b^2)}{4a^4 R_0^2 e^{2Ht}} > 0 \text{ при любых}$$

значениях констант.

3. Сопоставление этапа первой инфляции и стадии доминирования ультрарелятивистской жидкости

Наша задача – состыковать компоненты анизотропной жидкости в конце стадии первой инфляции и в начале ультрарелятивистской стадии.

Для этого приравняем составляющие плотности энергии и компонент давления анизотропной жидкости на каждой из этих стадий на момент времени окончания этапа первой инфляции $t = 10^{-34} \text{ с}$. Мы считаем, что радиационная стадия эволюции Вселенной начинается сразу после первой стадии инфляции.

Из наших уравнений выразим

$$\varphi_0^2 (6 \ln(2\varphi_0) + 1,5) = \frac{b^2}{(1-b^2)H^2} \left(-\frac{2H^2}{b^2} - \frac{1}{4b \cdot 10^{-68}} \left(\frac{3b^2+1}{b} - \frac{4a+3b}{a+b} \right) \right). \quad (6.2.34)$$

Для простоты расчетов разложим функцию $f(\varphi_0) = 6 \ln(2\varphi_0) + 1,5$ в ряд в окрестностях точки $\varphi_0 = 0,5$ и получим приближенно $f(\varphi_0) = 12\varphi_0 - 4,5$.

В ходе решения для φ_0 из (6.2.34) было получено:

$$\varphi_0^3 - 0,375\varphi_0^2 + K = 0, \quad (6.2.35)$$

$$\text{где } K = \frac{b^2}{12(1-b^2)H^2} \left(\frac{2H^2}{b^2} + \frac{1}{4b \cdot 10^{-68}} \left(\frac{3b^2+1}{b} - \frac{4a+3b}{a+b} \right) \right). \quad (6.2.36)$$

Согласно формуле Кардано, для уравнения вида

$$y^3 + py + q = 0 \quad (6.2.37)$$

возможны 3 варианта решений: один действительный и 2 комплексных корня; три действительных корня, два из которых кратные; три кратных действительных корня.

$$\text{Если } Q = \left(\frac{p}{3} \right)^3 + \left(\frac{q}{2} \right)^2 > 0, \text{ то } y_1 = A + B, \quad y_{2,3} = -\frac{A+B}{2} \pm i\sqrt{3} \frac{A-B}{2}, \quad (6.2.38)$$

$$\text{где } A = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{Q}}, \quad B = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{Q}}, \quad A \cdot B = -\frac{p}{3}. \quad (6.2.39)$$

При $Q = 0$, $A = B$ и два корня являются кратными: $y_1 = 2A, y_2 = y_3 = -A$. При $A = 0$ все три корня являются кратными: $y_1 = y_2 = y_3 = 0$. Значения корней y_1, y_2, y_3 из формулы (6.2.38) справедливы и для случая $Q < 0$.

Приводим уравнение (6.2.35) к виду (6.2.37). Для этого сделаем замену в уравнении (6.2.35):

$$\varphi_0 = y + 0,125. \quad (6.2.40)$$

Преобразованное уравнение (6.2.35) имеет вид:

$$y^3 - 0,047y + K - 0,004 = 0. \quad (6.2.41)$$

$$\text{В этой формуле } y = \varphi_0 - 0,125, \quad p = -0,047, \quad q = -0,004 + K. \quad (6.2.42)$$

Решаем уравнение (6.2.41):

$$Q = \left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2 = -\frac{1}{8^6} + \left(-0,002 + \frac{1}{12(1-b^2)} \left(1 + \frac{(3b^2+1)(a+b)-4ab-3b^2}{8H^2 \cdot 10^{-68} \cdot (a+b)}\right)\right)^2. \quad (6.2.43)$$

При $Q > 0$ находим интересующий нас корень φ_0 :

$$\begin{aligned} \varphi_0 &= y_1 + 0,125 = \\ &= \sqrt[3]{0,002 - \frac{1}{12(1-b^2)} \left(1 + \frac{(3b^2+1)(a+b)-4ab-3b^2}{8H^2 \cdot 10^{-68} \cdot (a+b)}\right)} + \sqrt{-\frac{1}{8^6} + \left(-0,002 + \frac{1}{12(1-b^2)} \left(1 + \frac{(3b^2+1)(a+b)-4ab-3b^2}{8H^2 \cdot 10^{-68} \cdot (a+b)}\right)\right)^2} + \\ &+ \sqrt[3]{0,002 - \frac{1}{12(1-b^2)} \left(1 + \frac{(3b^2+1)(a+b)-4ab-3b^2}{8H^2 \cdot 10^{-68} \cdot (a+b)}\right)} - \sqrt{-\frac{1}{8^6} + \left(-0,002 + \frac{1}{12(1-b^2)} \left(1 + \frac{(3b^2+1)(a+b)-4ab-3b^2}{8H^2 \cdot 10^{-68} \cdot (a+b)}\right)\right)^2} + 0,125 \end{aligned}$$

Таким образом, количество констант у нас достаточно, чтобы состыковать плотности энергии и компоненты давления анизотропной жидкости в конце стадии первой инфляции и в начале стадии доминирования ультрарелятивистской жидкости.

4. Заключение

Кинематические параметры вращающейся анизотропной жидкости (тёмной энергии) в данной модели имеют вид: $\Theta = 3\dot{R}/R$ - расширение, $A = \dot{R}/bR$ - ускорение, $\omega = 1/2a^2R$ - вращение, сдвиг отсутствует. На всех стадиях фридмановской эволюции зависимости масштабного фактора от времени совпадают с аналогичными во фридмановской космологии.

Будем считать на качественном уровне, что до первой стадии инфляции, в рамках нашей модели с метрикой (6.2.1), в ней присутствует анизотропная вращающаяся жидкость (тёмная энергия) и ещё некоторые поля – источники тяготения и при этом вращение анизотропной жидкости $\omega \sim R^{-1}$ на протяжении всей эволюции, описываемой нашей моделью. При этом положим, что тёмная энергия, моделируемая вышеуказанной жидкостью, не передаёт вращение другим видам материи (частицам, рождённым по окончании инфляции) и на фридмановском этапе. Тогда при моделировании нашим сценарием всей космологической эволюции, считая, что масштабный фактор Вселенной эволюционирует при раздувании и последующем расширении от планковского значения $R_{pl} \approx 10^{-33}$ см до современного размера наблюдаемой вселенной $R_c \approx 10^{28}$ см и полагая при этом, что в планковскую эпоху скорость вращения тёмной энергии $\omega_{pl} \approx 10^{43} \text{ с}^{-1}$, можно получить угловую скорость вращения анизотропной жидкости (тёмной энергии) $\omega_c \approx 10^{-11} \text{ 1/год}$, что совпадает со значением угловой скорости вращения Вселенной, полученной в [231] и [236]. Это должно привлечь внимание астрофизиков к поискам анизотропии, обусловленной глобальным вращением Вселенной, на основе наблюдательных исследований относительного позиционного угла Δ для различных радиогалактик. В работах [233,218] исследовано воздействие кривизны пространства-времени на относительный позиционный угол между направлением максимальной вытянутости радиоисточника и

направлением интегральной плоскости поляризации при распространении излучения от источника к наблюдателю.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В монографии проведено комплексное построение космологии с вращением.

1. Составлен большой исторический обзор работ по космологии с вращением до 90-х годов XX века.
2. Предложены космологические модели с учетом вращения в ОТО, что актуально ввиду возможной анизотропии Метагалактики, обусловленной ее вращением. В рамках общей теории относительности построены нестационарные космологические модели с вращением с метриками типов VIII, II и IX по Бьянки. При этом в качестве источников гравитации используются: идеальная жидкость с потоком тепла, идеальная жидкость, несопутствующая пылевидная жидкость, чистое излучение, сопутствующая анизотропная жидкость, газ Чаплыгина, космологическая постоянная, скалярное поле (рассматриваются различные потенциалы), электромагнитное поле. При этом несколько космологических моделей содержат вращающуюся темную энергию. Найдены условия, обеспечивающие причинность построенных космологических моделей. Ряд моделей типа IX по Бьянки можно использовать для моделирования ранней инфляционной стадии

развития Вселенной с вращением. Некоторые модели типа IX можно использовать для описания второй инфляционной стадии развития Вселенной с вращением. Есть модели этого типа, пригодные для описания как первой, так и второй инфляционной стадии. Для построенных моделей вычислены кинематические параметры: расширение, вращение, сдвиг, ускорение. Отметим, что в наших моделях часто уравнение состояния жидкости не задается изначально, а ищется из уравнений тяготения Эйнштейна и далее в ряде случаев полученному уравнению придается тот или иной физический смысл. Например, так мы поступаем при нахождении уравнений состояния для двух компонент давления анизотропной жидкости. В одной из космологических моделей уравнение состояния для одной из компонент давления соответствует либо квинтэссенции, либо фантомной материи. Дело в том, что природа темной энергии не выяснена, поэтому для моделирования темной энергии можно рассматривать различные материальные среды.

3. Построен космологический сценарий с учетом расширения и вращения с метрикой типа II по Бьянки. Данная космологическая модель описывает фридмановский этап эволюции Вселенной, с последующим переходом к ускоренному экспоненциальному расширению, наблюдаемому в современную эпоху. Источником гравитационного поля в нашей космологической модели являются: ультрарелятивистское вещество, пыль и сопутствующая анизотропная вращающаяся темная энергия. Обсуждается возможность проявления космологического вращения в ходе астрофизических наблюдений.
4. Найдено условие, при котором имеет место эффект спонтанного нарушения калибровочной симметрии в теории самодействующего массивного скалярного поля в пространстве-времени со стационарной метрикой типа Гёделя. Найденный эффект применен для получения новых стационарных космологических моделей с вращением. Обнаружено наличие эффекта спонтанного нарушения калибровочной симметрии в теории скалярного поля в нестационарной космологической модели типа Гёделя, а также в стационарных и нестационарных космологических моделях с вращением типа II, IV, V, VI, VII, VIII, IX по Бьянки при определенных условиях на метрические коэффициенты, параметры поля и параметры вращения моделей. Показано, что в моделях типа I по Бьянки эффекта спонтанного нарушения калибровочной симметрии нет.
5. При моделировании нашим сценарием эволюции Вселенной с метрикой типа II по Бьянки, считая, что масштабный фактор Вселенной эволюционирует при раздувании и последующем расширении от планковского значения до современного размера

наблюдаемой Вселенной, и полагая, что в планковскую эпоху скорость вращения темной энергии $\omega_{pl} = 10^{43} \text{ 1/с}$, установлено, что в современную эпоху скорость вращения анизотропной темной энергии (моделируемой анизотропной жидкостью) будет порядка $\omega_c = 10^{-11} \text{ 1/год}$. Решение вопроса о возможном вращении темной энергии в нашей Вселенной может быть выяснено в ходе дополнительных теоретических и астрофизических исследований.

6. В рамках общей теории относительности построена анизотропная космологическая модель с расширением и вращением с метрикой типа VIII по Бьянки. Рассматривается первая стадия инфляции Вселенной, заполненной скалярным полем и анизотропной жидкостью. Модель описывает фридмановский этап космологической эволюции с последующим переходом к ускоренному экспоненциальному расширению, наблюдаемому в современную эпоху. В подходе, реализованном в данной модели, анизотропная жидкость описывает вращающуюся темную энергию

Результаты, изложенные в монографии могут быть использованы в исследованиях по космологии, астрофизике, теории поля. Ценность работы состоит в дальнейшем развитии космологии на «постфридмановском» этапе с учетом не только расширения, но и вращения. Это дает возможность приблизиться к адекватной модели Вселенной.

ЛИТЕРАТУРА

1. Горбунов Д.С., Рубаков В.А. Введение в теорию ранней Вселенной: Теория горячего Большого взрыва. – М.: Изд-во ЛКИ, 2008. – 552с.
2. Горбунов Д.С., Рубаков В.А. Введение в теорию ранней Вселенной: Космологические возмущения. Инфляционная теория. – М.: КРАСАНД, 2010. – 568 с.
3. Вайнберг Стивен. Космология. Пер. с англ./ Под ред. и с предисл. И.Я.Арефьевой, В.И.Санюка. – М: УРСС: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2013. – 608 с.
4. Владимиров Ю.С. Пространство–время: явные и скрытые размерности. Изд. 2–е, перераб. и доп. – М: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010. – 208 с.
5. Иваненко Д.Д., Сарданашвили Г.А. Гравитация. – Киев: Наукова думка, 1985. – 198 с.
6. Архангельская И.В., Розенталь И.Л., Чернин А.Д. Космология и физический вакуум. – М.: КомКнига, 2006. – 216 с.
7. Грин Брайан. Скрытая реальность: Параллельные миры и глубинные законы космоса. Пер. с англ. Под ред. В.О.Малышенко. – М: УРСС: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2013. – 400 с.

8. Черепашук А.М. История истории Вселенной // УФН. – 2013. – Т. 183. – №5. – С. 535 – 556.
9. Долгов А.Д. Космология: от Померанчука до наших дней // УФН. – 2014. – Т. 184. – №2. – С. 211 – 221.
10. Болотин Ю.Л., Ерохин Д.А., Лемец О.А. Расширяющаяся Вселенная: замедление или ускорение? // УФН. – 2012. – Т. 182. – №9. – С. 941 – 986.
11. Верховданов О.В. Космологические результаты космической миссии «Планк». Сравнение с данными экспериментов WMAP и VICEP2 // УФН. – 2016. – Т. 186. – №1. – С. 3 – 46.
12. Payez, J.R. Cudell, D. Hutsemekers New constraints on very light pseudoscalars / arXiv:1204.6614 [astro-ph.CO] (2012).
13. Michael J. Longo Detection of a Dipole in the Handedness of Spiral Galaxies with Redshifts $z \sim 0.04$ / arXiv:1104.2815 [astro-ph.CO] (2011).
14. Гуц А.К. Элементы теории времени. – Омск: Изд-во Наследие. Диалог – Сибирь, 2004. – 364 с.
15. Гуц А.К. Физика реальности. – Омск: Изд-во КАН, 2012. – 424 с.
16. Пономарев В.Н., Барвинский А.О., Обухов Ю.Н. Геометродинамические методы и калибровочный подход к теории гравитационных взаимодействий. – М.: Энергоатомиздат. – 1985. – 168 с.
17. Станюкович К.П., Мельников В.Н. Гидродинамика, поля и константы в теории гравитации. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 256 с.
18. Гриб А.А., Мамаев С.Г., Мостепаненко В.М. Квантовые эффекты в интенсивных внешних полях. – М.: Атомиздат. – 1980. – 296 с.
19. Бабурова О.В., Фролов Б.Н. Математические основы современной теории гравитации. – М.: МПГУ. – 2012. – 132 с.
20. Зельдович Я.Б., Новиков И.Д. Строение и эволюция Вселенной. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1975. – 736 с.
21. Долгов А.Д., Зельдович Я.Б., Сажин М.В. Космология ранней Вселенной. – М.: Изд-во МГУ, 1988. – 199с.
22. Линде А.Д. Физика элементарных частиц и инфляционная космология. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. – 280 с.
23. Владимиров Ю.С. Системы отсчета в теории гравитации. – М.: Энергоиздат, 1982. – 256 с.
24. Фильченков М.Л., Лаптев Ю.П. Квантовая гравитация: От микромира к мегамиру. – М.: ЛЕНАНД, 2016. – 304 с.
25. С.В.Червон, И.В.Фомин, А.С.Кубасов. Скалярные и киральные поля в космологии // Ульяновск, ФГБОУ ВПО «УлГПУ им. И.Н.Ульянова», 2015. – 216 с.
26. Gamov G. Rotating Universe? // Nature. – 1949. – Vol.158, N 4016. – P.549.
27. Godel K. An example of a new type of cosmological solution of Einstein field equations of gravitation // Rev. Mod. Phys. – 1949. – Vol.21. – P.447 – 450.
28. Birch P. Is the universe rotating? // Nature. – 1982. – Vol.298, N 5873. – P.451 – 454.

29. Astronomers not shaken by universal rotating // New sci. – 1982. – Vol.95, N 1317. – P.362.
30. Becker J. Dreht sich das Universum? // Sterne und Weltraum. – 1982. – B.21, N 11. – S.453.
31. Phinney J., Webster R. Is there evidence for universal rotation? // Nature. – 1983. – Vol.301. – P.735 – 736.
32. Kendall D.G., Young G.A. Indirectional statistics and the significance of an asymmetry discovered by Birch // Mon. Notic. Roy. Astron. Son. – 1984. – Vol.207, N 3. – P.637 – 647.
33. Bietenholz M.F., Kronberg P.P. Is there really evidence for universal rotation? // Astrophis. J. – 1984. – Vol.287. – L1 – L2.
34. Barrow J.D., Juszkievicz R., Sonoda D.H. Universal rotation: how large can it be? // Mon. Notic. Roy. Astron. Son. – 1985. – Vol.213, N 4. – P.917 – 943.
35. Андреасян Р.Р. Исследование вопроса о наличии крупномасштабной анизотропии в метagalacticком пространстве // Астрофизика. – 1986. – Т.24, вып.2. – С.363 – 375.
36. Birch P. Birch replies // Nature. – 1983. – Vol.301. – P.736.
37. Иваненко Д.Д. Вращение Вселенной // Астрон. цирк. АН СССР. – 1983. – №1254. – С.1 – 3.
38. Иваненко Д.Д., Кречет В.Г. Динамика сплошной среды в пространстве с кручением и вращением в космологии // Тез. докл. VI Совет. гравит. конф. – М.: Изд – во МГПИ, 1984. – С.70 – 71.
39. Панов В.Ф. Исследование космологических моделей с вращением / Ред. журн. Изв. Вузов. Физика. – Томск, 1984. – 7 с. – Деп в ВИНТИ 30.01.84, №532 – 84.
40. Пятиков В.Ф., Стабулянец Ю.В. К кинематике Метагалактики. 1. Исследование анизотропии красного смещения / Тобол. гос. пед. ин – т. – Тобольск, 1986. – 11с. – Деп в ВИНТИ 30.06.86, №4716–В.
41. Манджос А.В., Грегуль А.Я., Изотова И.Ю., Тельнюк–Адамчук В.В. Исследование анизотропии в ориентациях галактик Уппсальского и ЕЮО / Уппсальского каталогов // Астрофизика. – 1987. – Т.26, вып.2. – С.321 – 333.
42. Андреасян Р.Р., Аршакян Т.Г., Макаров А.Н., Мнацаканян М.А. К вопросу о крупномасштабной анизотропии Метагалактики / Мат., физ., химия (Москва, 15 – 19 марта, 1988). – М.: УДН, 1988. – Ч.2. – С.62–66. – Деп в ВИНТИ 01.07.88, №5305 – В88.
43. Fliche H.H., Souriau J.M. Etude statistique des angles de position d'un echontillon de galaxies observees en radio – astronomie // Ann. Phys. (Fr.). – 1988. – Vol.13, N 6. – Collog N 3. – P.43 – 47.
44. Андреасян Р.Р., Аршакян Т.Г., Макаров А.Н., Мнацаканян М.А. О крупномасштабной анизотропии Метагалактики // Тез. докл. VII Совет. грав. конф. – Ереван: Изд – во ЕГУ, 1988. – С.398 – 400.

45. Струков И.А., Скулачев Д.П., Боярский М.Н., Ткачев А.Н. Дипольная составляющая реликтового излучения по данным эксперимента «Реликт» // Письма в АЖ. – 1987. – Т.13, №3. – С.163 – 166.
46. Паал Г. К релятивистской теории Метагалактики // Астрон. ж. – 1962. – Т.39, №5. – С.911 – 914.
47. Чернин А.Д. Взаимодействие вихревых и потенциальных движений в релятивистской гидродинамике // Астрофизика. – 1969. – Т.5, вып.4. – С.656 – 658.
48. Tomita K., Nariai H., Sato H., Matsuda T., Takeda H. On the dissipation of primordial turbulence in the expanding Universe // Progr. Theor. Phys. – 1970. – Vol.43, N 6. – P.1511 – 1525.
49. Рубан В.А., Чернин А.Д. Вращательные возмущения в анизотропной космологии // Астрон. ж. – 1972. – Т.49, №2. – С.447 – 449.
50. Jones B.T.J., Peebles P.J.E. Chaos in cosmology // Comments Astrophys. and Space Phys. – 1972. – V.4. – N.4. – P. 121 – 128.
51. Лукаш В.Н., Новиков И.Д., Старобинский А.А. Рождение частиц в вихревой космологической модели. – Москва, 1975. – 40 с. / Препринт ИКИ АН СССР N 233.
52. Лукаш В.Н., Новиков И.Д., Старобинский А.А. Рождение частиц в вихревой космологической модели // ЖЭТФ. – 1975. – Т.69.- №5. – С.1484 – 1500.
53. Lukash V.N., Novikov I.D., Starobinskij A.A., Zel'dovich Ya.B. Quantum effects and evolution of cosmological models // Nuovo cim. – 1976. – V.B35. – N. 2. – P.293 – 307.
54. Озерной Л.М. Вихревая теория происхождения галактик и их систем // Сб.: Происхождение и эволюция галактик и звезд. – М.: Наука, 1976. – С.105 – 131.
55. Barrow J.D. The synthesis of light elements in turbulent // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. – 1977. – Vol.178, N 3. – P.625 – 649.
56. Barrow J.D. On the origin of cosmic turbulence // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. – 1977. – Vol.179, N 2. – P.47 – 49.
57. Knobloch E. On the decay of cosmic turbulence // Astrophys. J. – 1978. – V.221. – N.2. – Pt1. – P. 395 – 398.
58. Barrow J.D. Quiescent cosmology // Nature. – 1978. – Vol.272, N 5650. – P.211 – 215.
59. Krymskiy A.M., Marochnik L.S., Nasel'skiy P.D. Pelikhov N.V. The turbulence in cosmology. III Effect of non – linear interaction between excitations on the wored expansion low. Quantum fluctuations near Singularity // Astrophys. and Space Sci. – 1978. – V.55. – N.2. – P. 299 – 350.
60. Ozernoy L. The whirl theory of the origin of structure in the Universe // Large Scale Struct. Univ. Symp. N 79 JAU, Tallin, 1977. – Dordrecht – Boston, 1978. – P.427 – 437. Discuss. P.437 – 438.
61. Станюкович К.П., Сухаревский П.Д., Щербинская Н.П. Об одной возможности единой классификации космических объектов и элементарных частиц// Сб.: Вопросы атомной науки и техники. Сер.:

Теоретич. прикладн. физика. – М.: Госкомитет по использованию атомной энергии СССР, 1987. – вып. 2. – С. 20-28.

62. Станюкевич К.П. Гравитационное поле и элементарные частицы. – М.: Наука, 1965. – 311 с.

63. Мурадян Р.М. О происхождении вращения галактик в космогонии Амбарцумяна. – Дубна, 1975. – 18 с. / Препринт ОИЯИ АН СССР: P2 – 8585.

64. Мурадян Р.М. О происхождении вращения галактик в космогонии Амбарцумяна // *Астрофизика*. – 1975. – Т.11, вып.2. – С.237 – 248.

65. Muradian R.M. Cosmic numbers and rotation of the Metagalaxy. – Дубна, 1976. – 8pp. / Препринт E2 – 9804 ОИЯИ АН СССР.

66. Мурадян Р.М. Космические числа и вращение Метагалактики // *Астрофизика*. – 1977. – Т.13, вып.1. – С.63 – 67.

67. Muradyan R.M. Primordial hadron: origin of stars, galaxies and astronomical Universe // *Astrophys. and Space Sci.* – 1980. – Vol.69, N 2. – P.325 – 351.

68. Schmidt A.A., Dottori H.A., Vasconcellos C.A.Z. The average density of the Universe and the Regge law // *Astrophys. and Space Sci.* – 1986. – Vol.127, N 1. – P.15 – 20.

69. Wesson P.S. Is the Universe spinning? // *Astronomy*. – 1981. – Vol.9, N 1. – P.67 – 71.

70. Fleck R.C.Jr. Cosmic turbulence and the angular momenta of astronomical system // *Astrophys. J.* – 1982. – Vol.261, N 2. – Pt.1. – P.631 – 635.

71. Абрамян М.Г., Седракян Д.М. Угловые моменты гравитирующих систем // Тез. докл. VI Совет. гравит. конф. – М.: Изд – во МГПИ, 1984. – С.96 – 97.

72. Muradian R.M. On the rotation of astronomical Universe. – Ереван, 1983. – 12 p. / Препринт ЕФИ: 636/26.

73. Sistero R. Rotation of the Universe and the universal angular momentum – mass relationship // *Astroph. Lett.* – 1983. – Vol.23. – P.235 – 237.

74. Панов В.Ф. Исследование вращения Вселенной // *Изв. вузов. Физика*. – 1985. – №1. – С.22 – 25.

75. Иваненко Д.Д., Кречет В.Г., Панов В.Ф. О вращении Вселенной // Проблемы теор. гравитации и элементарных частиц / Под ред. В.Н.Мельникова. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – Вып.17. – С.8 – 15.

76. Иваненко Д.Д., Кречет В.Г. О вращении Вселенной // *Изв. вузов. Физика*. – 1987. – №3. – С.12 – 16.

77. Hawking S.W. On the rotation of the Universe // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* – 1969. – Vol.142, N 2. – P.129 – 141.

78. Wolfe A.M. New limits on the shear and rotation of the Universe from the X – ray background // *Astrophis. J.* – 1970. – Vol.159, N 1. – Pt.2. – P.61 – 67.

79. Collins C.B., Hawking S.W. The rotation and distortion of the Universe // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* – 1973. – Vol.162, N 4. – P.307 – 320.

80. Hawking S.W. The anisotropy of the Universe at Large times // *Int. Astron. Union. Symp.* – 1974. – N 63. – P.283 – 286.

81. Anile A.M., Motta S. The effect of a linear rotational perturbation on the isotropy of the cosmic background radiation // *Astron. and Astrophys.* – 1974. – V.32. – N.2. – P.137 – 139.
82. Anile A.M., Motta S. Vorticity perturbations and isotropy of the cosmic microwave background // *Astron. and Astrophys.* – 1976. – Vol.49.- N 2. – P.205 – 209.
83. Kurskov A.A., Ozernoj L.M. The angular fluctuations of background radiation due to cosmological turbulence // *Astrophis. and Space Sci.* – 1978. – Vol.56.- N 1. – P.51 – 65, 67 – 80.
84. Sciama D.W. Cosmological implications of the 3K background // *Proc. Roy. Soc. London.* – 1979. – Vol.A368. - N 1732. – P.17 – 18.
85. Smoot G.F. Largeangular – scale anisotropy in the cosmic background radiation // *Objects High Red Shift. Symp. N 92 Int. Astron. Union (Los Angeles, 1979).* – Dordrecht e.a. – 1980. – P321 – 328. Discuss. P.328.
86. Treder H. Das rotierende Universum // *Wissenschaft und Fortschritt.* – 1987. – Vol.37. – P.100 – 102.
87. Иваненко Д.Д., Короткий В.А., Обухов Ю.Н. Микроволновое фоновое излучение во вращающейся и расширяющейся Вселенной // *Астрон. цирку. АН СССР.* – 1987. – № 1510. – С.2 – 4.
88. Korotky V.A., Obukhov Yu.N. Microwave background radiation in rotating Universe. – Warsaw, 1987. – 11 p./ Preprint Warsaw Univ.: IFT/27/87.
89. Raychaudhuri A. Relativistic cosmology I // *Phys. Rev.* – 1955. – Vol.98. - N 4. – P.1123 – 1126.
90. Крамер Д., Штефани Х., Мак-Каллум М., Херльт Э. Точные решения уравнений Эйнштейна / Под ред. Э.Шмутаца. – М.: Энергоиздат, 1982. – 416 с.
91. Jantzen R.T. Rotation in cosmology: comments on “Imparting rotation to a Bianchi type II space – time”, by M.I.Reboucas and I.B.S. L’olival [*I.Math.Phys.*27, 417 (1986)] and similar papers // *I.Math.Phys.*- 1986. – V.27. – N.11. – P.2748 - 2750.
92. Иваненко Д.Д., Кречет В.Г., Панов В.Ф. Вращение Вселенной и космология // *Гравитация и теория относительности* / Под ред. В.Р.Кайгородова. – Казань: Изд – во КГУ, 1987. – Вып.24. – С.33 – 37.
93. Панов В.Ф. Интерпретации вращения в космологии / Ред. журн. Изв. вузов. Физика. – Томск, 1989. – 16 с. – Деп. в ВИНТИ 28.02.89, №1372–В89.
94. Короткий В.А. Релятивистская космология с вращением / Канд. дис. – М.: МГУ, 1987.
95. Хокинг С., Эллис Дж. Крупномасштабная структура пространства – времени. – М.: Мир. – 1977. – 432с.
96. Gödel K. Rotating universes in general relativity theory // *Proceed. of the intern. congress of mathematicians, 1952, Cambridge, USA. – American mathematical Society.* – V.1. – P. 175 – 181.
97. Гуц А.К. Топологическая структура Вселенной Геделя // *Изв. вузов. Физика.* – 1980. – №6. – С.109 – 110.

98. Kundt W. Tragheitsbahnen in einem von Godel angegebenen kosmologischen Modell // Z. fur Phys. – 1956. – B.145. – H.5. – S.611 – 620.
99. Иваненко Д.Д., Панов В.Ф. Вращение Вселенной и космология // Проблемы гравитации / Под ред. Д.В.Гальцова. – М.: Изд-во МГУ, 1986. – С.168 – 175.
100. Короткий В.А., Кречет В.Г. Самосогласованные решения в космологических моделях с вращением // Изв. вузов. Физика. – 1988. – №6. – С.5 – 10.
101. Raval H.M. On a Godel – type nonstatic cosmological solution for matter in a electromagnetic field // Austral. J. Phys. – 1967. – Vol.20, N 6. – P.663 – 673.
102. Агаков В.Г. Физически однородные пространства с вращением // Вестн. МГУ. Сер. 3. Физика. Астрономия. – 1979. – Т.20. - №4. – С.73 – 80.
103. Агаков В.Г., Андреева Н.И. О некоторых свойствах нестационарной обобщенной космологической модели Гёделя / Ред. журн. Изв. вузов. Физика. – Томск, 1981. – 7с. – Деп. в ВИНТИ 13.04.81, №81Б33–81.
104. Агаков В.Г., Григорьев Е.А. Об одном классе космологических моделей с вращением / Чуваши.ун-т. – Чебоксары, 1981. – 9с. – Деп. в ВИНТИ 2.04.82, № 1514 – 82.
105. Агаков В.Г. Нестационарное обобщение космологической модели Гёделя // Тез. докл. V Совет. гравит. конф. – М.: Изд – во МГУ, 1981. – С.239.
106. Agakov V.G. The nonstationary generalization of the Godel cosmological model // Gen. Relat. and Gravit. – 1984. – N.16. – N.4. – P.317 – 323.
107. Агаков В.Г. Однородные // Тез. докл. VII Совет. гравит. конф. – Ереван: Изд – во МГУ, 1988. – С.397 – 398. космологические модели с вращением
108. Кречет В.Г., Панов В.Ф. Нестационарные космологические модели с вращением / Ред. журн. Изв. вузов. Физика. – Томск, 1987. – 11с. – Деп. в ВИНТИ 11.01.88, №81–В81.
109. Кречет В.Г., Панов В.Ф. Нестационарные космологические модели с вращением // Астрофизика. – 1988. – Т. 28, вып.3. – С.670 – 678.
110. Панов В.Ф. Космологические модели с расширением и вращением / Ред. журн. Изв. вузов. Физика. – Томск, 1987. – 13с. – Деп. в ВИНТИ 12.11.87, №8000–В87.
111. Кречет В.Г. Волновые поля во вращающейся космологической модели // Гравитация и электромагнетизм. – Минск: Изд – во «Университетское», 1987. – С.80 – 88.
112. Patel L.K., Vaidya P.C. A rotating mass embedded in an Einstein – Godel Universe // Gen. Relat. and Gravit. – 1983. – Vol.15, N 8. – P.777 – 783.
113. Patel L.K., Koppar Sharda S. A rotating mass in Godel universe with an electromagnetic field // Acta phys. hung. – 1987. – Vol.61, N 3 – 4. – P.363 – 367.
114. Novello M., Damiao Soares I., Tiomno J. Geodesic motion and confinement in Godel’s universe // Phys. Rev. – 1983. – Vol.D27, N 4. – P.779 – 786.

115. Reboucas M.J., Tiomno J. Homogeneity of Riemannian space – times of Godel type // *Phys. Rev.* – 1983. – Vol.28, N 6. – P.1251 – 1264.
116. Farnsworth D.L., Kerr R.P. Homogeneous dust – filled cosmological solution // *J. Math. Phys.* – 1966. – Vol.7, N 9. – P.1625 – 1632.
117. Leahy D.A. Scalar and neutrino fields in the Godel Universe // *Int.I,Theor.Phys.* – 1982. – V. 21. – N.8 – 9. – P. 703 – 752.
118. Pimentel L.D., Macias A. Klein – Gordon and Weyl equations in the Godel Universe // *Phys. Lett.* – 1986. – Vol.A117, N 7. – P.325 – 327.
119. Шикин Г.Н. О влиянии электромагнитного и действительного скалярного полей на комплексное массивное скалярное поле во Вселенной Геделя // *Проблемы теор. гравитации и элем. частиц.* / Под ред. К.П.Станюковича. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – Вып.15. – С.98 – 102.
120. Сайбаталов Р.Х. Свойства скалярного поля во Вселенной геделевского типа // *Тез. докл. VII Совет. гравит. конф.* – Ереван: Изд – во ЕГУ, 1988. – С.343 – 344.
121. Maitra S.C. Stationary dust – filled cosmological solution with $\Lambda=0$ and without closed timelike lines // *J. Math. Phys.* – 1966. – Vol.7, N 6. – P.1025 – 1030.
122. Ozsvath I., Schucking E.L. The finite rotating Universe // *Ann. Phys.* – 1969. – Vol.55, N 1. – P.166 – 204.
123. Dehnen H., Honl H. Finite Universe and Mach's principle. Discussion on the paper: "The finite rotating Universe" by Ozsvath and Schucking . – Author's reply // *Nature.* – 1962. – Vol.196, N 4852. – P.362 – 363.
124. Fennelly A.J. Observer reference triad rotation, magnetic fields, and rotation in Euclidean cosmological models // *Astrophys. J.* – 1982. – Vol.252, N . – Pt.1. – P.410 – 417.
125. Reboucas M.J. Time – dependent, Bianchi II, rotating Universe // *Nuovo cim.* – 1982. – Vol.B67, N 1. – P.120 – 126.
126. Lorenz – Petzold D. Electromagnetic rotating Universe // *Astrophys. and Space Sci.* – 1983. – Vol.96, N 2. – P.343 – 349.
127. Reboucas M.J., L'Olival J.B.S. Imparting rotation to a Bianchi type II space – time // *J.Math.Phys.* – 1986. – Vol.27, N 1. – P.417 – 418
128. Rosquist K. Exact rotating and expanding radiation-filled universe // *Phys. Lett.* – 1983. – V. A 97. – N.4. – P. 145-146.
129. Matzner R.A., Shepley L.C., Warren J.B. Dynamics of $S_0(3, R)$ homogeneous cosmologies // *Ann. Phys.* – 1970. – Vol.57, N 2. – P.401 – 460.
130. Ryan M.P. General form of the Einstein equations for a Bianchi type IX Universe // *I.Math.Phys.* – 1969. – V.10. – N.9. – P.1724 – 1728.
131. Matzner R.A. Rotation in closed perfect – fluid cosmologies // *I.Math.Phys.* – 1970. – V.11. – N.8. – P.2432 – 2440.
132. Matzner R.A. Collision less rotation in closed cosmologies // *Communs Math. Phys.* – 1971. – Vol.20, N 1. – P.1 – 8.
133. Ryan M.P. Qualitative cosmology: diagrammatic solutions for Bianchi type IX Universe with expansion, rotation, and shear. I The symmetric case // *Ann. Phys.* – 1971. – V.65. – N.1 – 2. – P.506 – 537.

134. Matzner R.A. Closed rotating cosmologies containing matter described by the kinetic theory. A: Formalism // *Ann. Phys.* – 1971. – Vol.65, N 1 – 2. – P.438 – 481.
135. Matzner R.A. Closed rotating cosmologies containing matter described by the kinetic theory. B: Small anisotropy calculations; application to observations // *Ann. Phys.* – 1971. – Vol.65, N 1–2. – P.482 – 505.
136. Matzner R.A. Closed rotating cosmologies containing matter described by the kinetic theory. Entropy production in the collision time approximation // *J. Math. Phys.* – 1972. – Vol.13, N 7. – P.931 – 937.
137. Sviestins E. Some rotating, time – dependent Bianchi type IX cosmologies with heat flow // *Gen. Relat. and Gravit.* – 1985. – Vol.17, N 6. – P.521 – 523.
138. Панов В.Ф. Исследование космологических моделей с вращением // Тез. докл. VII Совет. гравит. конф. – Ереван: Изд – во ЕГУ, 1988. – С.447 – 448.
139. Bradley J.M., Sviestins E. Some rotating, time – dependent Bianchi type VIII cosmologies with heat flow // *Gen. Relat. And Gravit.* – 1984. – Vol.16, N 12. – P.1119 – 1133.
140. Панов В.Ф. Вращающиеся модели ранней Вселенной // *Изв. вузов. Физика.* – 1989. – №6. – С.67 – 70.
141. Панов В.Ф. Вращающиеся космологические модели типа VIII по Бьянки // Там же. – 1989. – №5. – С.98 – 103.
142. Demianski M., Grishchuk L.P. Homogeneous rotating Universe with flat space // *Communs Math. Phys.* – 1972. – Vol.25, N 3 – P.233 – 244.
143. Batakis N., Cohen J.M. Cosmological model with expansion, shear and vorticity // *Phys. Rev.* – 1975. – Vol. D12.– N. 6. – P.1544 – 1550.
144. Fennely A.J. The weight, shape and speed of the Universe // *Gen. Relat. and Gravit.* – 1983. – Vol.15, N 5. – P.467 – 474.
145. Batakis N. Imparting small vorticity to a Bianchi type - VI, empty space – time // *Phys. Rev.* – 1981. – Vol.D23, N 8. – P.1681 – 1682.
146. MacCallum M.A.H., Taub A.H. Variational principles and spatially – homogeneous Universes, including rotation // *Communs Math. Phys.* – 1972. – Vol.25, N 3 – P.173 – 189.
147. Ozsvath I. Spatially – homogeneous rotating world models // *I.Math.Phys.* – 1971. – V.12. – N.7. – P.1078 – 1082.
148. Reboucas M.J., de Lima J.A.S. Time – dependent, finite, rotating universes // *J. Math. Phys.* – 1981. – Vol.22, N 11. – P.2699 – 2703.
149. Vaidya P.C., Patel L.K. A rotating homogeneous Universe with an electromagnetic field // *Gen. Relat. And Gravit.* – 1984. – Vol.16, N 4. – P.355 – 364.
150. Krasinski A. Cylindrical rotating Universe // *Zesz. nauk. U. J.* – 1978. – Vol.483. – P.133 – 138.
151. Roy S.R., Rajbali, Prakash S. A cylindrically symmetric Universe in general relativity // *Proc. Indian Acad. Sci.* – 1978. – V.A87. – N.9. – P.181 – 188.

152. Misner C.W. Classical and quantum dynamics of a closed Universe // *Relativity. Proc. Conf. Cincinnati, Ohio, 1969.* – New York – London, 1970. – P.55 – 79.
153. Reboucas M.J., Tiomno J. A class of inhomogeneous Godel – type models // *Nuovo cim.* – 1985. – Vol.B90, N.2. – P.204 – 210.
154. Швецова Н.А., Исаев В.А. Об одном неизотропном космологическом решении с вращением // *Тез. докл. V Совет. гравит. конф.* – М.: Изд – во МГУ, 1981. – С.237.
155. Швецова Н.А., Исаев В.А. О несингулярном решении космологических уравнений Эйнштейна с учетом объемной вязкости для метрики с вращением // *Изв. вузов. Физика.* – 1984. – №5. – С.119 – 120.
156. Швецова Н.А., Исаев В.А. Несингулярная вращающаяся космологическая модель // *Тез. докл. VI Совет. гравит. конф.* – М.: Изд – во УДН, 1984. – С.165.
157. Singh Kojam Manihar Slow rotation of radiating viscous – fluid Universe coupled with scalar field // *Astrophis. and Space Sci.* – 1988. – Vol.148, N 1. – P.149 – 161.
158. Analytische und numerischung Untersuchung der Singularitäten homogener, rotierender Weltmodelle // *Astron. Abhandel. Hamburg. Steenwarte.* – 1965. – B.7. – N.5 – S.247 – 317.
159. Панов В.Ф. Проблема вращения Вселенной // *Изв. вузов. Физика.* – 1987. – №9. – С.58 – 62.
160. Каплан С.А. Модель «вращающегося» пространства постоянной кривизны // *Циркуляр Астрон. обсерв. Львовск. ун – та.* – 1962.- №37 – 38. – С.9-12.
161. Kopczynski W. An anisotropic Universe with torsion // *Phys. Lett.* – 1973. – Vol.A43, N 1. – P.63 – 64.
162. Kerlick G.D. “Bouncing” of simple cosmological models with torsion // *Ann. Phys.* – 1976. – Vol.99. – P.127 – 141.
163. Кречет В.Г. Спинорное поле в пространстве аффинной связности // *Проблемы гравитации и теор. относительности / Под ред. Я.П.Терлецкого.* – М.: Изд – во УДН, 1986. – С.79 – 85.
164. Bedran M.L., Vasconcellos Vaidya E.P., Som M.M. Stationary cosmological solution with torsion // *Nuovo cim.* – 1985. – Vol.B87, N 2. – P.101 – 108.
165. Smally L.L. Godel cosmology in Rieman–Cartan space – time with spin density // *Phys. Rev.* – 1985. – Vol.D32, N 2. – P.3124 – 3127.
166. Smally L.L. Self-consistent Godel cosmology with spin density in Rieman – Cartan space – time // *Phys. Lett.* – 1986. – Vol.A113, N 9. – P.463 – 466.
167. Ray J.R., Smally L.L. Improved perfect – fluid energy – momentum tensor with spin in Einstein – Cartan space – time // *Phys. Rev. Lett.* – 1982. – Vol.49, N 15. – P.1059 – 1061.
168. Vasconcellos Vaidya E.P., Bedran M.L., Som M.M. Comments on the source of Godel – type metrics // *Progr. Theor. Phys.* – 1984. – Vol.72, N 4. – P.857 – 859.

169. De Oliveira J.D., Teixeira A.F.F., Tiomno J. Homogeneous cosmos of Weyssenhoff fluid in Einstein–Cartan space // *Phys. Rev.* – 1986. – Vol.34, N 12. – P.3661 – 3665.
170. Weyssenhoff J. Raabe A. Relativistic dynamics of spin fluids and spin particles // *Acta Phys. Polon.* – 1947. – Vol.9. – P.7 – 18.
171. Ray J.R., Smally L.L. Spinning fluids in general relativity // *Phys. Rev.* – 1982. – Vol.D26, N 10. – P.2619 – 2622.
172. Ray J.R., Smally L.L. Spinning fluids in the Einstein – Cartan theory // *Phys. Rev.* – 1983. – Vol.D27, N 6. – P.1383 – 1385.
173. Obukhov Yu.N., Korotky V.A. The Weyssenhoff fluid in Einstein–Cartan theory // *Class. and Quantum Grav.* – 1987. – Vol.4, N 6. – P.1633 – 1657.
174. Короткий В.А., Обухов Ю.Н. Спинирующая жидкость в калибровочной теории гравитации // *Вестн. МГУ. Сер.3. Физика. Астрономия.* – 1987. – Т.28, №4. – С.6 – 11.
175. Короткий В.А., Обухов Ю.Н. Космологические решения в квадратичной калибровочной теории гравитации // *Гравитация и фундаментальные взаимодействия / Под ред. Я.П.Терлецкого.* – М.: Изд – во УДН, 1988. – С.20 – 21.
176. Иваненко Д.Д., Короткий В.А., Обухов Ю.Н. Космологический сценарий вращающейся Вселенной // *Астрон. цирку. АН СССР.* – 1986. – №1473. – С.1 – 3.
177. Иваненко Д.Д., Короткий В.А., Обухов Ю.Н. О вращении Вселенной // *Астрон. цирку. АН СССР.* – 1986. – №1458. – С.1 – 3.
178. Obukhov Yu.N., Piskareva O.B. The spinning fluid in general relativity // *Class. and Quantum Grav.* – 1989. – Vol.6, N 2. – L15 – L19.
179. Короткий В.А., Обухов Ю.Н. Вращение Вселенной в теории абсолютного параллелизма // *Всемирн. тяготение и теории пространства и времени.* – М., 1987. – С.37 – 39.
180. Malament D.B. A note about closed timelike curves in Godel space – time // *Y.Math.Phys.* – 1987. – V.28. – N 10. – P2427 – 2430.
181. Tipler F.Y. Singularities and causality violation // *Gen. Relat. And Gravit.* – 1979. – V.10. – N.12. – P.983 – 984.
182. Pachrer J. Rotating incoherent matter in general relativity // *Can. J. Phys.* – 1973. – Vol.51, N 4. – P.477 – 490.
183. Matzner R.A., Chitre D.M. Rotation does not enhance mixing in the Mixmaster Universe // *Communs Math. Phys.* – 1971. – Vol.22, N 3. – P.173 – 189.
184. Krasinski A. Rotational motion of matter in general relativity // *Zesz. nauk. U. J.* – 1978. – Vol.483. – P.119 – 131.
185. Rosquist K. Global rotation // *Gen. Relat. and Gravit.* – 1980. – Vol.12, N 8. – P.649 – 664.
186. Fennelly A.J. Observer frame rotation rates and magnetic fields in spatially homogeneous Universes // *J. Math. Phys.* – 1981. – V.22. – N.1. – P.126 – 132.

187. Sviestins E. Null geodesics, caustics and apparent motion of galaxies in a finite rotating Universe // *Gen. Relat. and Gravit.* – 1984. – Vol.16, N 2. – P.161 – 173.
188. Mukherjee G. Shear-free homogeneous cosmological model with heat flux // *J. Astrophys. and Astron.* – 1986. – Vol.7, N 4. – P.259 – 273.
189. Lynden – Bell D. On the origins of space – time and inertia // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* – 1967. – V.135. – N.4. – P.413 - 428
190. Ellis J., Olive K.A. Inflation can solve the rotation problem // *Nature.* – 1983. – Vol.303, N 5919. – P.679 – 681.
191. Braccesi A. Inflation and Mach's principle // *Astron. and Astrophys.* – 1988. – V.194. – N.1 - 2. – P.1 – 2.
192. Панов В.Ф. Вращение ранней Вселенной // *Изв. вузов. Физика.* – 1985. – №12. – С.37 – 40.
193. Gron O. Transition of a rotating Bianchi type – IX cosmological model into an inflationary era // *Phys. Rev.* – 1986. – Vol.D33, N 4. – P.1204 – 1205.
194. Madsen M.S. Scalar fields in curved space – times // *Class. and Quantum Grav.* – 1988. – N.5. – P. 627 – 639.
195. Gron O., Soleng H.H. The Vaidya – Patel solution with Robertson – Walker metric as a rotating inflationary scenario // *J. Math. Phys.* – 1988. – V.29. – N.6. – P.1514 – 1517.
196. Fang L.Z., Mo H.J. Wavefunction of a rotating Universe // *Phys. Lett.* – 1987. – Vol.B186, N 3 – 4. – P.297 – 302.
197. Павелкин В.Н., Панов В.Ф. Исследование вращения в космологии // *Изв. вузов. Физика.* – 1988. – №7. – С.29 – 32.
198. Панов В.Ф. Спонтанное нарушение симметрии в космологических моделях с вращением // *ТМФ.* – 1988. – Т.74, №3. – С.463 – 468.
199. Панов В.Ф. Спонтанное нарушение симметрии в космологических моделях с вращением // *Изв. вузов. Физика.* – 1989. – №2. – С.22 – 26.
200. Панов В.Ф. Спонтанное нарушение симметрии в космологической нестационарной модели типа Геделя / Ред. журн. *Изв. вузов. Физика.* – Томск, 1988. – 7с. – Деп. в ВИНТИ 17.10.88, №7465–В88.
201. Панов В.Ф. Спонтанное нарушение Т-симметрии в космологической нестационарной модели типа Геделя // *Изв. вузов. Физика.* – 1989. – №9. – С.14 – 16.
202. Patel L.K., Pandya B. A rotating axisymmetric expanding Universe with an electromagnetic field // *Indian J. Pure and Appl. Math.* – 1986. – V.17. – N.10. – P.1224 – 1230.
203. Accioly A.J. An unusual cosmological solution in the context of higher – derivative gravity // *Nuovo cim.* – 1988. – Vol.B100, N 6. – P.703 – 707.
204. Accioly A.J. In higher – derivative gravity a good therapy to the causal pathologies of Godel – type universes? // *Progr. Theor. Phys.* – 1988. – Vol.79. – N.6. – P.1269 – 1272.
205. Accioly A.J., Goncalves A.T. Homogeneous space – times of Godel – type in higher – derivative gravity // *J. Math. Phys.* – 1987. – V.28. – N.7. – P.1547 – 1552.

206. Bergamini R., Venturi G. The effect of higher dimensions on relativistic cosmology // *Lett. Nuovo cim.* – 1985. – Vol.43, N 7. – P.333 – 339.
207. Venturi G. Multidimensional cosmology // *Lett. Nuovo cim.* – 1985. – Vol.44, N 1. – P.43 – 47.
208. Damiao Soares I. Gravitational coupling of neutrinos to matter vorticity: microscopic asymmetries // *Phys. Rev.* – 1981. – V.23. – N.2. – P.272 – 286.
209. Fennelly A.J. Effects of a rotation of the Universe on the number counts of radio sources: Godel's Universe // *Astrophys. J.* – 1976. – Vol.207, N. 3 – Pt.1. – P.693 – 699.
210. Barrow J.D. The synthesis of light elements in turbulent // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* – 1984. – Vol.211, N 1. – P.221 – 227.
211. Ляховец В.Д. О вращении Вселенной и красном смещении / УДН. – М., 1984. – 5с. – Деп. в ВИНТИ 14.11.84, № 7311–84.
212. Ляховец В.Д. О природе красного смещения // Аналогии гравитационных и электромагнитных явлений / Отв. ред. В.Д.Ляховец. – М.: Изд – во УДН, 1985. – С.64 – 67.
213. Nicoll J.F., Segal I.E. Statistical scrutiny of the phenomenological redshift – distance square law // *Ann. Phys.* – 1978. – Vol.113, N 1. – P.1 – 28.
214. Obukhov Yu.N. Observations in rotating cosmologies // *Gauge Theories of Fundamental Interactions. Proc. of Banach Intern. Center (Autumn semester, 1988)* / Eds.R.Raczka, M.Pawlowski.
215. Короткий В.А., Обухов Ю.Н. Модель расширяющейся и вращающейся Вселенной // Тез. докл. VII Совет. гравит. конф. – Ереван: Изд – во ЕГУ, 1988. – С.432 – 433.
216. Панов В.Ф., Сбытов Ю.Г. О возможности объяснения наблюдательной анизотропии Берча космологическим вращением // *ЖЭТФ.* – 1992. – Т.101, вып.3. – С.769 – 778.
217. Парновский С.Л., Кудря Ю.Н., Александров А.Н. Видимая анизотропия в ориентации внегалактических объектов, вызванная кривизной пространства – времени // *ЖЭТФ.* – 1994. – Т.106, вып.6(12). – С.1559 – 1571.
218. Панов В.Ф., Сбытов Ю.Г. Поведение пучка лучей, формирующих изображение источников в космологических моделях с вращением // *ЖЭТФ.* – 1998. – Т.114, вып.3. – С.769 – 776.
219. B.Nodland, J.P.Ralston. Indication of anisotropy in electromagnetic propagation over cosmological distances. *Phys.Rev.Lett.* v.78, №16, 3043-3046, 1997.
220. S.M.Carrell, G.B.Field. Is there evidence for cosmic anisotropy polarization of distant radio sources? *Phys.Rev.Lett.* v.79, №13, 2394-2397, 1997.
221. Панов В.Ф. Космология с вращением / Ред. журн. Изв. вузов. Физика. – Томск, 1990. – 87 с. – Деп. в ВИНТИ 10.04.90, № 1947 – В90.
222. Obukhov Yu.N. On physical foundations and observational effects of cosmic rotation // In: *Colloquium on Cosmic Rotation*, Edited by M.Schefner, T.Chrobok and M.Shefaat, 2000, Wissenschaft und Technik Verlag / Berlin. – P. 23-96.

223. Hakim R. The inflationary Universe: A primer // Gravitation, geometry and relativistic physics.– Berlin: Springer – Verlag, 1984.– V.212.– P. 302 – 332.
224. Kuvshinova E.V., Sandakova O.V. The effect of spontaneous breaking of gauge symmetry in cosmology with rotation // [Russian Physics Journal](#). 2004. T. 47. № 1. P. 15-24.
225. Chimento L.P., Jakubi A.S., Pullin J. Coleman – Weinberg symmetry breaking in a rotating space – time // Class. and Quantum Grav. – 1989. – V.6.N.3. – P. 45-48.
226. Кувшинова Е.В., Оборина Е.А., Павелкин В.Н.. Эффект спонтанного нарушения калибровочной симметрии скалярного поля в космологической модели с вращением // Вестник Пермского университета. – 1997. – Вып. 1. Математика. Механика. Информатика. – С.138 – 141.
227. Kuvshinova E.V., Pavelkin V.N., Panov V.F., Sandakova O.V. Bianchi Type VIII Cosmological Models with Rotating Dark Energy // Gravitation and Cosmology, 2014, Vol. 20, No. 2, pp. 141-143.
228. Янишевский Д.М. // Вестник РУДН. Сер. Математика. Информатика. Физика. -2017. -Т. 25. -№ 4. -С. 380-389.
229. Kuvshinova E.V., Panov V.F. Quantum birth of the rotating universe // Russian Physics Journal. 2003. Vol. 46, No. 10, pp. 999-1009.
230. Новости физики в сети INTERNET, УФН 183, 496 (2013)
231. В. Г. Кречет, Известия вузов. Физика №3, 3 (2005).
232. Е. И. Бобровских, В. Ф. Панов, Известия вузов. Физика №4, 113 (2012).
233. E.V.Kuvshinova, V. F. Panov, O. V. Sandakova, Gravitation and Cosmology 20, 138 (2014).
234. А. Д. Чернин, УФН 183, 741 (2013).
235. J. L. Sanz, J. Math. Phys. 23, 1732 (1982).
236. Panov V.F., Kuvshinova E.V., Yanishevsky D.M., and Sandakova O.V. // Int. J. Geometric Methods Mod. Phys. -2018. -V. 15. -No. 1. -P. 1850016 (9 p.)
237. Panov V.F., O. V. Sandakova, D. M. Yanishevsky, M. R. Cheremnykh Model of Evolution of the Universe with the Bianchi Type VIII Metric // Russian Physics Journal. 2019. Vol. 61, No. 9, pp. 1629-1637.

Научное издание

Кувшинова Елена Владимировна
Сандакова Ольга Васильевна

Космология с расширением и вращением

Монография

Издается в авторской редакции
Компьютерная верстка: *Кувшинова Е. В., Сандакова О. В.*

Объем данных 2,98 Мб
Подписано к использованию 28.06.2019

Размещено в открытом доступе
на сайте www.psu.ru
в разделе НАУКА / Электронные публикации
и в электронной мультимедийной библиотеке ELiS

Издательский центр
Пермского государственного
национального исследовательского университета
614990, г. Пермь, ул. Букирева, 15