

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Уральский федеральный университет  
имени первого Президента России Б. Н. Ельцина

**Ю. Г. Карпов, А. Н. Филанович, А. А. Повзнер**

## **ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ**

*Рекомендовано методическим советом УрФУ в качестве учебного пособия для  
студентов, обучающихся по программе бакалавриата и специалитета всех  
инженерно-технических специальностей*

Екатеринбург  
Издательство Уральского университета  
2013

УДК 537(075.8)

ББК 22.33я73

К26

Рецензенты: кафедра общей физики РГППУ, проф., д-р физ.-мат. наук А. Д. Ивлиев; проф., д-р физ.-мат. наук И. Г. Коршунов.

Научный редактор – проф., д-р физ.-мат. наук Ф. А. Сидоренко Карпов, Ю. Г.

К26 **Электричество и магнетизм** : учебное пособие / Ю. Г. Карпов, А. Н. Филанович, А. А. Повзнер. – Екатеринбург: УрФУ, – 2013. 165 с.

ISBN 978-5-321-02315-0

Учебное пособие содержит описания основных электромагнитных явлений и методики их экспериментальных исследований, предлагаемые кафедрой физики УрФУ, при изучении студентами курса общей физики. Практическому знакомству с электромагнитными явлениями и характеризующими их величинами предшествуют сведения по обработке результатов измерений в физическом эксперименте. Описание каждого исследуемого электромагнитного явления включает теоретическое введение, методику эксперимента по его изучению, рекомендации по опытному определению величин, характеризующих явление, контрольные вопросы.

Пособие предназначено для преподавателей и студентов всех форм обучения различных специальностей технических вузов, может быть использовано при постановке лабораторных работ по физике в средних специальных учебных заведениях и физических классах школ.

Библиогр.: 15 назв. Табл. 8. Рис. 59, Прил. 14

УДК 537(075.8)

ББК 22.33я73

ISBN 978-5-321-02315-0

© Уральский федеральный  
университет, 2013

© Карпов Ю. Г., Филанович А. Н.,  
Повзнер А. А. , 2013

## ВВЕДЕНИЕ

Практическое изучение электрических и магнитных явлений при проведении простых экспериментальных исследований и опытов по измерению характеристик этих явлений и процессов, занимает важное место в системе вузовской подготовки специалистов и является неотъемлемой частью изучения курса общей физики. К главным задачам этого раздела можно отнести:

- освоение основных законов электромагнетизма в единстве эксперимента и физической теории;
- ознакомление с основными методами измерения электрических и магнитных величин, с измерительной аппаратурой и с современными способами измерений физических величин на основе компьютерных и цифровых технологий;
- освоение простейших методов статистической обработки экспериментальных данных, овладение культурой записи получаемой информации, представление результатов в виде таблиц и графиков;
- формирование навыков научного (основанного на знании основных законов изучаемого явления) анализа получаемых в эксперименте результатов, определение точности и степени достоверности полученных результатов.

На кафедре физики Уральского федерального университета все работы по практическому изучению электромагнитных явлений разбиты на шесть разделов: электрический ток в металлических проводниках, изучение магнитных полей, изучение магнитных свойств ферромагнетиков, явление электромагнитной индукции, электромагнитные колебания и электрические свойства полупроводников.

# 1. НЕКОТОРЫЕ СВЕДЕНИЯ ПО ОБРАБОТКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

В основе физической науки лежит эксперимент, который всегда являлся и является критерием справедливости любых теоретических положений. Необходимость изложенного в данной части материала определяется тем, что задача любого измерения состоит не только в наиболее точном установлении значения определяемой величины, но и в обязательной оценке границ возможных погрешностей измерения.

## 1.1. Измерения физических величин. Погрешности измерений

Физической величиной  $X$  называется общая в качественном, но различная в количественном отношении характеристика системы или объекта. Измерение физической величины – экспериментальный процесс, в результате которого мы определяем, во сколько раз данная величина отличается от неоднородной, условно принимаемой за единицу измерения.

Не подлежит сомнению, что отсчет по шкале прибора и значение величины, которая измеряется, не одно и то же. Процесс измерения имеет смысл, если между ними существует определенная связь. Наличие такой связи характеризуется уравнением измерения, которое количественно описывает процесс измерения. В случае сравнительно простых экспериментов уравнения экспериментов, а вместе с ними и сами измерения, можно разделить на несколько групп, из которых выделим две: прямые и косвенные.

Измерения называются прямыми, если уравнение имеет вид

$$X = Cx, \quad (1.1)$$

где  $x$  – отсчет по измерительному устройству в делениях шкалы или количественная характеристика какого-либо свойства эталонного вещества (например, масса гири);  $C$  – цена деления шкалы, переводной коэффициент от единицы меры заданного свойства эталонного вещества к единице измерения искомой величины:  $X$  – результат прямого измерения, т. е. значение измеряемой величины

в принятых для нее единицах. Таким образом, при прямом измерении определяемая величина непосредственно, т. е. прямо, сравнивается с единицей измерения (например, определение длин тел, их массы, промежутков времени между событиями).

При косвенном измерении искомое значение величины находится с помощью функциональной зависимости от других, найденных прямо или косвенно. Уравнение измерения в этом случае имеет вид

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_m), \quad (1.2)$$

где аргументы  $X_1, X_2, \dots$  – результаты измерений заданной функциональной зависимости, а  $Y$  – значение измеряемой величины в принятых для нее единицах.

В отдельных случаях одна и та же величина может быть определена и прямым, и косвенным измерением. Например, объем цилиндра можно рассчитать, предварительно измерив его высоту и диаметр, но можно определить его и с помощью мерного стакана по разности уровней налитой в него жидкости.

С точки зрения цели можно выделить три класса измерений: эталонные, контрольно-проверочные и технические. Во-первых, определяются физические константы (скорость света, заряд электрона и т. д.). Во-вторых, определяются погрешности средств измерений с помощью эталонных приборов. И, наконец, техническими называются измерения, которые проводятся по заранее разработанной методике с помощью приборов с известными погрешностями.

В лабораториях, где проводятся лабораторные работы, необходимо следить за тем, чтобы точность используемых приборов позволяла обеспечить желаемую точность результата.

Пусть будет  $x_0$  – истинное значение измеряемой величины  $X$ . В силу целого ряда причин никогда  $X \neq x_0$ , т. е. любое измерение всегда осуществляется с какой-то погрешностью. Погрешностью измерения называется отклонение результата измерения от истинного значения. Существуют абсолютные и относительные погрешности. Абсолютная погрешность  $\Delta_0$  является разностью между измеренным  $x$  и истинным  $x_0$  значениями определяемой величины:  $\Delta_0 = x - x_0$ .

Относительная погрешность  $\gamma_0$  – отношение абсолютной погрешности к истинному значению измеряемой величины, выражается либо в относительных единицах:

$$\gamma_0 = \frac{\Delta_0}{x_0},$$

либо в процентах:

$$\gamma_0 = \frac{\Delta_0}{x_0} \cdot 100\%.$$

Поскольку истинное значение  $x_0$  мы не сможем найти никогда, то и оценка погрешности производится лишь приближенно.

Можно выделить три вида погрешностей: метода измерений, средств измерений, отсчитывания. Первый вид обусловлен несовершенством метода измерений, второй – техническими недостатками средств измерений, а третий – округлением показаний измерительных средств. Погрешность любого измерения складывается из двух составляющих – случайной и систематической. Случайной называется такая составляющая погрешности, которая при повторных измерениях данной величины изменяется случайным образом. Составляющая погрешности, которая при повторных измерениях величины остается постоянной или изменяется по известному закону, называется систематической. Задача любого измерения состоит не только в наиболее точном установлении значения определяемой величины, но и в обязательной оценке границ возможных погрешностей измерения.

## **1.2. Оценка границ случайной погрешности прямого измерения**

Пусть при измерении какой-то величины  $X$  была проведена серия из  $n$  опытов, т. е. получено  $n$  результатов наблюдений:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ . Согласно теории вероятностей наиболее близким к истинному значению  $x_0$  является среднее арифметическое  $\langle x \rangle$  всех наблюдений

$$\langle x \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (1.3)$$

Поэтому значение  $\langle x \rangle$  принимается за результат измерения данной величины, и задача любого экспериментатора – оценить возможные отклонения  $\langle x \rangle$  от  $x_0$ , что делается с применением аппарата математической статистики и теории вероятностей.

Результаты наблюдений определяемой величины  $X$  являются случайными и, как видно из рис. 1.1, лежат в интервале от  $a$  до  $b$  и колеблются около неизвестного нам истинного значения  $x_0$ .

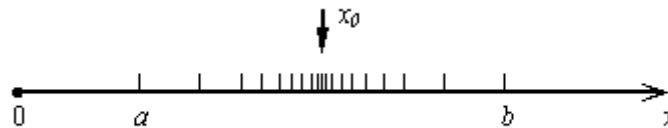


Рис. 1.1. Распределение результатов измерений величины  $X$

Очевидно, что  $x_0$  представляет собой некоторый «центр», вокруг которого группируются значения этой случайной величины  $X$ . В математической статистике мерой, характеризующей такой «центр», является математическое ожидание  $M(x)$ , определяемое для непрерывной величины формулой

$$M(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx = x_0. \quad (1.4)$$

Здесь обозначение  $x_0$  – результат вычисления интеграла, а  $f(x)$  – функция плотности распределения случайной величины, нормируемая на единицу,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1. \quad (1.5)$$

Если случайная величина дискретна, как в случае наших наблюдений, то

$$M(x) = \sum_i P_i x_i = x_0, \quad (1.6)$$

где  $P_i$  – вероятность значения  $x_i$ , а  $x_0$  – результат вычисления суммы. Если вероятности всех  $x_i$  равны, то при числе наблюдений  $n$ ,  $P_i = 1/n$  и тогда выражение (1.6) переходит в формулу

$$M(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = x_0. \quad (1.7)$$

После сравнения этой формулы с формулой (1.3) становится ясным, почему именно среднее арифметическое принимается за результат измерения случайной величины.

Из рис. 1.1 видно, что разброс результатов наблюдений около  $x_0$  не очень велик, но иногда встречаются случайные значения  $x$ , значительно отличающиеся от  $x_0$ . Выделим на участке  $ab$  произвольный интервал  $\Delta x$ , примыкающий к некоторому значению  $x$ . Вполне вероятно, что в этот интервал из всей совокупности наблюдений  $n$  попадает  $\Delta n$  наблюдений. Тогда вероятность  $P$  попадания результата отдельного наблюдения  $x$  в интервал  $\Delta x$  будет определяться как

$$P = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\Delta n}{n}. \quad (1.8)$$

Если величина  $X$  непрерывна, то существует отличная от нуля вероятность  $dP$  попадания результата каждого наблюдения в любой элементарный интервал  $dx$ , причем вероятность определяется не только шириной интервала  $dx$ , но и тем, вблизи какого значения  $x$  выбран этот интервал. Таким образом,

$$dP = f(x) dx, \quad (1.9)$$

где  $f(x) = dP/dx$  – функция, которая носит название плотности вероятности или, как было сказано выше, функция плотности распределения случайной величины  $X$ .

Часто распределение результатов наблюдения подчиняется нормальному закону, называемому распределением Гаусса:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}\right], \quad (1.10)$$

где  $x$  – некоторое численное значение непрерывной случайной величины  $X$ ;  $\sigma$  – среднее квадратичное (стандартное) отклонение результата наблюдения от истинного значения. Графически функция  $f(x)$  имеет вид, представленный на рис. 1.2.



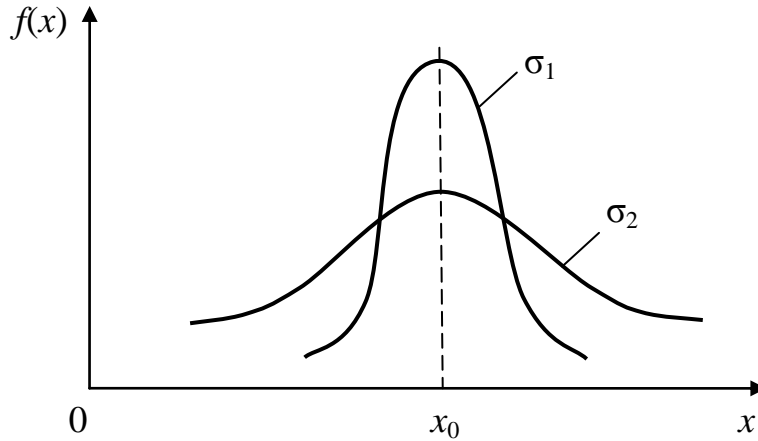


Рис. 1.2. Распределение Гаусса

Среднее квадратичное отклонение  $\sigma$  характеризует разброс значений измеряемой величины относительно ее истинного значения  $x_0$ : чем больше  $\sigma$ , тем больше разброс (на рис. 1.2  $\sigma_2 > \sigma_1$ ). Точки  $x_0 \pm \sigma$  являются точками перегиба на соответствующих графиках. Изменение значения  $x_0$  вызывает только смещение кривой по оси абсцисс без изменения ее формы. Из теории вероятностей следует, что при бесконечно большом числе наблюдений  $n$  вероятность того, что результат каждого отдельного измерения попадет в интервал  $(x_0 - \sigma) \div (x_0 + \sigma)$  (назовем его односигмовым интервалом), равна  $P = 0,6827$ . Если интервал двухсигмовый, т. е.  $(x_0 - 2\sigma) \div (x_0 + 2\sigma)$ , то вероятность уже 0,9545, а для трехсигмового интервала она составляет 0,9975. Вероятность попадания результатов наблюдения в заданный интервал значений называется доверительной вероятностью, сам интервал – доверительным интервалом, а границы погрешностей – доверительными границами погрешностей.

В реальных условиях можно провести лишь приближенную оценку среднего квадратичного отклонения, которая называется выборочным средним квадратичным отклонением  $S_x$  результата отдельного наблюдения и определяется формулой

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \langle x \rangle)^2}{n-1}}. \quad (1.11)$$

Поскольку результатом измерения физической величины  $X$  является среднее арифметическое значение  $\langle x \rangle$ , то для оценки границ случайной погрешности прямого измерения используется  $S_{\langle x \rangle}$  – среднее квадратичное отклонение среднего арифметического. Оно рассчитывается по выражению

$$S_{\langle x \rangle} = \frac{S_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \langle x \rangle)^2}{n(n-1)}}. \quad (1.12)$$

Как правило, погрешности находятся для двухсигмового интервала, т. е. для доверительной вероятности  $P = 0,95$ . В этом случае, при числе наблюдений  $n \geq 30$ , граница случайной погрешности для  $P = 0,95$  составляет  $\pm 2 S_{\langle x \rangle}$ . Обычно для учебных физических лабораторий число наблюдений лежит в пределах от 5 до 10, поэтому для определения доверительной границы  $\varepsilon_x$  случайной погрешности перед  $S_{\langle x \rangle}$  вместо цифры 2 стоит дробный, больше двух, коэффициент Стьюдента,  $t_{p,n}$ . Распределение Стьюдента используется в случае относительно небольшого числа наблюдений при проведении эксперимента, а в случае больших значений  $n$  (например для  $n > 30$ ) оно мало отличается от нормального распределения (1.10). Таким образом, случайная погрешность прямого измерения оценивается по формуле

$$\varepsilon_x = \pm t_{p,n} S_{\langle x \rangle}. \quad (1.13)$$

Значения коэффициентов  $t_{p,n}$ , зависящие от числа наблюдений, берутся в соответствующей таблице в прил. 2 для доверительной вероятности  $P = 0,95$ .

### **1.3. Оценка границ неисключенной систематической погрешности прямого измерения**

Если модуль и знак систематической погрешности известны, то ее можно легко исключить введением поправки. В самом деле, зная, что за одну минуту секундомер отстает на одну секунду, это отставание легко учесть. Но есть и такие систематические погрешности, численное значение и знак которых мы не знаем, – вот их-то и нужно уметь определить.

Пусть  $\theta_{\text{осн}}$  – предел основной погрешности, или просто основная погрешность, которая может возникнуть при использовании данного средства измерения в нормальных условиях. Ее значение указывается либо в паспорте прибора, либо определяется по его классу точности. Класс точности  $\delta$  средства измерения показывает, сколько процентов от его верхнего предела измерений  $x_{\text{max}}$  составляет предел основной погрешности этого средства:

$$\delta = \frac{\theta_{\text{осн}}}{x_{\text{max}}} \cdot 100 \%. \quad (1.14)$$

Так определяется класс точности, например электроизмерительных стрелочных приборов, и он указан прямо на лицевой панели прибора в виде цифр 1,5; 1,0; 0,5. *Класс точности виртуальных измерительных приборов, лицевая панель которых изображается на экране компьютера, равен 0,5.*

Значения  $\delta$  колеблются в пределах от тысячных долей процента до нескольких процентов, и прибор измеряет тем точнее, чем  $\delta$  меньше. Таким образом, предел основной погрешности подобных приборов рассчитывается как

$$\theta_{\text{осн}} = \frac{\delta \cdot x_{\text{max}}}{100}, \quad (1.15)$$

и его единица измерения такая же, как и у данного средства измерения.

Например, для магазинов сопротивлений предел основной погрешности (в процентах) определяется формулой

$$\theta_{\text{осн}} = \left( \delta + k \frac{m}{R} \right), \quad (1.16)$$

где численное значение коэффициента  $k$  не больше  $\delta$ ;  $m$  – число декад в магазине;  $R$  – номинальное значение установленного сопротивления. Обычно при проведении экспериментов численно  $k \frac{m}{R} \ll \delta$ , поэтому принимается  $\theta_{\text{осн}} = \delta$ .

Тогда в абсолютных единицах:

$$\theta_{\text{осн}} = \frac{\delta}{100} R. \quad (1.17)$$

При однократном измерении величины необходимо учесть погрешность отсчитывания  $\theta_{\text{отсч}}$ , которая принимается равной половине цены наименьшего деления шкалы  $c$ :

$$\theta_{\text{отсч}} = \frac{c}{2}. \quad (1.18)$$

При многократных измерениях  $\theta_{\text{отсч}}$  является составляющей случайной погрешности и поэтому не определяется.

Кроме  $\theta_{\text{осн}}$  и  $\theta_{\text{отсч}}$  можно выделить еще погрешность самого метода измерений  $\theta_{\text{м}}$  и дополнительную погрешность  $\theta_{\text{доп}}$ , которая возникает вследствие разных нестандартных условий проведения эксперимента. Последние два вида погрешностей мы учитывать не будем, и тогда доверительная граница суммарной неисключенной систематической погрешности  $\theta_x$  определится как

$$\theta_x = \pm 1,1 \sqrt{\theta_{\text{осн}}^2 + \theta_{\text{отсч}}^2}, \quad (1.19)$$

где численный коэффициент перед квадратным корнем вытекает из теории вероятностей и в нашем случае учитывает в какой-то степени  $\theta_{\text{м}}$  и  $\theta_{\text{доп}}$ .

#### 1.4. Оценка границ результата измерения

Граница погрешности результата прямого измерения  $\Delta_x$  определяется следующим образом. Если  $\theta_x / S_{<x>} < 0,8$ , то принимается  $\Delta_x = \pm \epsilon_x$  при  $P = 0,95$ . При этом учитывается только случайная погрешность при нахождении искомой величины. Если же  $\theta_x / S_{<x>} > 8$ , то  $\Delta_x = \pm \theta_x$ , т. е. погрешность результата прямого измерения определяет лишь систематическая погрешность. В общем случае, когда  $0,8 < \theta_x / S_{<x>} < 8$ , граница погрешности результата прямого измерения находится по формуле

$$\Delta_x = \pm \sqrt{\epsilon_x^2 + \theta_x^2}. \quad (1.20)$$

При этом необходимо обязательно указать доверительную вероятность, для которой определяется погрешность. Обычно принимается  $P = 0,95$ , и результат прямого измерения, с учетом погрешности, запишется следующим образом:

$$X = \langle x \rangle \pm \Delta x, \quad P = 0,95. \quad (1.21)$$

Очень важным моментом при записи результата является согласование по точности погрешности и среднего значения. Для наглядности приведем конкретный пример. Пусть при определении длины проволоки  $L$  для расчета электрического сопротивления ее среднее значение оказалось равным  $\langle l \rangle = 1,354$  м, а погрешность, при  $P = 0,95$ , составила  $\Delta_l = \pm 0,0371$  м. Сначала необходимо округлить погрешность до первой значащей цифры после запятой, не считая нули, а затем с такой же точностью записать и среднее значение длины. Результат измерения будет выглядеть так:

$$L = (1,35 \pm 0,04) \text{ м}, \quad P = 0,95.$$

Что означает такая запись? Она просто говорит о том, что мы не знаем истинное значение длины проволоки, но говорим, что при доверительной вероятности  $P = 0,95$  оно находится в пределах от  $l_1 = 1,31$  м до  $l_2 = 1,39$  м.

### 1.5. Оценка границ погрешности косвенного измерения

Обозначим за  $Y$  некоторую искомую величину, которая функциональным образом, т. е. определенной формулой связана целым рядом других величин  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_m$ :

$$Y = f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_m). \quad (1.22)$$

Прежде всего необходимо с помощью прямых измерений найти  $\langle x_1 \rangle, \langle x_2 \rangle, \langle x_3 \rangle, \dots, \langle x_m \rangle$ , которые являются результатами измерений соответственно  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_m$ , и рассчитать погрешности  $\Delta_{x_1}, \Delta_{x_2}, \Delta_{x_3}, \dots, \Delta_{x_m}$ . Тогда, очевидно,

$$\langle y \rangle = f(\langle x_1 \rangle, \langle x_2 \rangle, \langle x_3 \rangle, \dots, \langle x_m \rangle) \quad (1.23)$$

и наиболее вероятным значением искомой величины будет

$$Y = \langle y \rangle. \quad (1.24)$$

Если погрешности измеряемых аргументов не зависят одна от другой, то доверительная граница относительной погрешности  $\gamma$  для  $Y$  определится формулой

$$\gamma = \pm \frac{\Delta_y}{< y >} = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \cdot \frac{\Delta_{x_1}}{f}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \cdot \frac{\Delta_{x_2}}{f}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_3} \cdot \frac{\Delta_{x_3}}{f}\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_m} \cdot \frac{\Delta_{x_m}}{f}\right)^2}. \quad (1.25)$$

Поскольку  $\left(\frac{\partial f}{\partial x} \cdot \frac{1}{f}\right) = \frac{\partial}{\partial x} \ln f$ , то выражение (1.25) можно представить в

виде

$$\gamma = \pm \frac{\Delta_y}{< y >} = \pm \sqrt{\sum_{i=1}^m \left[ \frac{\partial(\ln f)}{\partial x_i} \cdot \Delta_{x_i} \right]^2}. \quad (1.26)$$

Вычислив по формулам (1.25) либо (1.26) относительную погрешность  $\gamma$ , найдем и абсолютную погрешность косвенного измерения  $\Delta_y$ :

$$\Delta_y = \pm \gamma < y >, \quad P = 0,95. \quad (1.27)$$

Теперь окончательный результат будет выглядеть следующим образом:

$$Y = < y > \pm \Delta_y, \quad P = 0,95. \quad (1.28)$$

Вполне понятно, что при численной записи окончательного результата необходимо указать ее размерность, а среднее значение искомой величины и ее погрешность должны быть согласованы по точности в соответствии с правилами округления.

## 1.6. Правила приближенных вычислений

Не вызывает сомнений, что результаты измерений являются приближенными числами, которые обычно записывают с конечным числом значащих цифр. Погрешность последней цифры определяется правилами округления, а все предыдущие цифры считаются верными. При действиях с приближенными числами нужно помнить несколько простых правил.

1. При сложении и вычитании приближенных чисел в результате следует сохранять столько десятичных знаков, сколько их имеет число с наименьшим количеством десятичных знаков. Например,

$$3,28 + 5,3 = 8,6.$$

2. При умножении, делении, возведении в степень, извлечении корня в результате необходимо оставить столько значащих цифр, сколько их у приближенного данного с наименьшим числом значащих цифр. Например,

$$65 \cdot 0,0502 = 3,3.$$

Вспомним, что значащими цифрами считаются все, кроме нулей, стоящих в начале числа.

При промежуточных вычислениях пользуются правилом «запасной цифры», т. е. в результате берется на одну значащую цифру больше, чем требуется согласно п. 1 и п. 2.

### **1.7. Понятие о методе наименьших квадратов (МНК)**

Пусть в нашу задачу входит проведение совместных измерений двух величин  $\alpha$  и  $\beta$ , при этом уравнения измерений, связывающих эти величины, линейны. Тогда для определения  $\alpha$  и  $\beta$  в результате многократных измерений некоторых других величин  $x_i$  и  $y_i$  получится линейная система условных уравнений:

$$y_i = \alpha x_i + \beta, \quad (1.29)$$

где  $x_i$  и  $y_i$  – результаты  $i$ -го измерения величин  $x$  и  $y$ ;  $\alpha$  и  $\beta$  – искомые величины.

В данном случае проделано много опытов, число уравнений (1.29) превышает число неизвестных, и поэтому уравнения системы называются условными. Решать такую систему можно методом наименьших квадратов (МНК). Вполне понятно, что результаты измерений  $x$  и  $y$  обязательно содержат погрешности, поэтому из уравнений (1.29) определяются некоторые средние значения величин  $\alpha$  и  $\beta$ , соответственно  $A$  и  $B$ .

Если все опытные данные  $x_i$  и  $y_i$ , как  $y = f(x)$ , представить на графике, то геометрически задача нахождения  $B$  и  $A$  будет состоять в нахождении параметров некоторой прямой: значения ординаты при нулевом значении абсциссы и тангенса угла наклона соответственно. Поскольку между точками на графике можно провести не одну прямую, то возникает задача: провести прямую оптимальным образом. Такая прямая характеризуется наиболее вероятными значе-

ниями коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta$ , т. е. их средними значениями  $A$  и  $B$  соответственно.

Коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$  в формуле (1.29) будут наиболее вероятными, т. е. прямая будет оптимальной, если сумма квадратов разностей

$$\Delta y_i = y_i - (Ax_i + B)$$

будет минимальна:

$$\sum_{i=1}^n (\Delta y_i)^2 = Q_{\min}. \quad (1.30)$$

Здесь  $n$  – число пар точек  $x_i, y_i$ . Условие (1.30) выполняется, если приравнять нулю производные:

$$\frac{\partial Q}{\partial B} = -2 \sum_{i=1}^n y_i - (Ax_i + B) = 0, \quad (1.31)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial A} = -2 \sum_{i=1}^n x_i y_i - (Ax_i + B) = 0. \quad (1.32)$$

Из выражений (1.31) и (1.32) соответственно находим:

$$\sum_{i=1}^n y_i = A \sum_{i=1}^n x_i + nB; \quad (1.33)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i = A \sum_{i=1}^n x_i^2 + B \sum_{i=1}^n x_i. \quad (1.34)$$

Из формул (1.33) и (1.34) находим  $A$  как

$$A = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2}. \quad (1.35)$$

Значение  $B$  определится выражением

$$B = \langle y \rangle - A \langle x \rangle, \quad (1.36)$$

в котором

$$\langle x \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i; \quad \langle y \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i. \quad (1.37)$$



Для упрощения формулы (1.35) сделаем замену переменных:

$$x'_i = x_i - \langle x \rangle; \quad y'_i = y_i - \langle y \rangle. \quad (1.38)$$

которая соответствует переносу начала координат в точку с координатами  $\langle x \rangle$ ,  $\langle y \rangle$  («центр тяжести»), через которую проходит искомая прямая. В новых переменных формула (1.35) принимает вид:

$$A = \frac{\sum_{i=1}^n x'_i y'_i}{\sum_{i=1}^n (x'_i)^2}. \quad (1.39)$$

Возвращаясь к первоначальным координатам, получим

$$A = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \langle x \rangle)(y_i - \langle y \rangle)}{\sum_{i=1}^n (x_i - \langle x \rangle)^2}. \quad (1.40)$$

Таким образом, формулы (1.40) и (1.36) вместе с формулой (1.37) позволяют определить значения  $A$  и  $B$  в уравнении прямой

$$y = Ax + B, \quad (1.41)$$

которая и проводится в соответствующих координатных осях  $y = f(x)$ .

При проведении эксперимента зависимость одной величины от другой может быть различной: линейной, степенной, экспоненциальной и т. д. При обработке результатов очень удобно, если это возможно, сделать такую замену переменных, чтобы в новых переменных зависимость оказалась линейной.

Например, электропроводность  $\sigma$  собственных полупроводников быстро растет с температурой по закону

$$\sigma = \sigma_0 \exp\left(-\frac{\Delta E}{2kT}\right), \quad (1.42)$$

где  $k$  – постоянная Больцмана;  $T$  – температура по абсолютной шкале;  $\Delta E$  – ширина запрещенной зоны полупроводника;  $\sigma_0$  – предэкспоненциальный множитель, величина, изменяющаяся с температурой гораздо медленнее, чем экспо-

нента, в связи с чем ее можно в первом приближении считать константой. После логарифмирования выражения (1.42) получается выражение

$$\ln \sigma = \ln \sigma_0 - \frac{\Delta E}{2kT}, \quad (1.43)$$

аналогичное по виду уравнению (1.41), и в координатах  $\ln \sigma = f \ T^{-1}$  график будет представлять прямую линию. В случае линейной зависимости легко определяется угловой коэффициент прямой – часто единственный искомый параметр. В данном примере по наклону прямой определяется ширина запрещенной зоны полупроводника  $\Delta E$ .

## **2. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ФИЗИЧЕСКОМ ЭКСПЕРИМЕНТЕ**

### **2.1. Электрический ток в металлических проводниках**

#### **2.1.1. Изучение электрического сопротивления металлических проводников**

В предлагаемом эксперименте описаны методы измерения электросопротивления проводников на основе закона Ома и компенсационного метода с использованием моста Уитстона

#### *Электрический ток в металлах*

Электрический ток представляет собой упорядоченное, направленное движение электрических зарядов. В соответствии с представлениями классической («доквантовой») теории носителями заряда в металлах являются свободные электроны, или электроны проводимости, отрицательно заряженные частицы, несущие элементарный заряд  $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл. Направленное движение электронов возникает в пределах всего металлического проводника при наличии в нем электрического поля.

Способность вещества проводить ток характеризуется удельной электрической проводимостью (электропроводностью)  $\sigma$ , которая обратно пропорциональна его удельному электрическому сопротивлению  $\rho = \sigma^{-1}$ . Значения  $\rho$  и  $\sigma$  зависят от природы проводника и условий, при которых он находится, в частности, от температуры. Все металлы, находящиеся в твердой фазе, обладают кристаллической решеткой, которая никогда не бывает совершенной. Рассеяние электронов проводимости при их движении в металле, которое и приводит к возникновению электрического сопротивления  $R$  проводника, обусловлено коллективными тепловыми колебаниями атомов и дефектностью кристаллического строения. Строгое объяснение механизма электропроводности металлов дает квантовая теория твердого тела.

В соответствии с законом Ома в интегральной форме сила тока  $I$ , текущего по однородному металлическому проводнику, пропорциональна падению напряжения  $U$  на проводнике

$$I = \frac{U}{R}, \quad (2.1)$$

причем в данном случае  $U$  совпадает с разностью потенциалов  $\varphi_1 - \varphi_2$  на его концах. Для проволочного образца постоянного сечения

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (2.2)$$

где  $l$  – длина проводника;  $S$  – площадь его поперечного сечения.

Электрический ток характеризуется также с помощью вектора плотности тока  $\vec{j}$ , модуль которого в простейшем случае равен отношению силы тока через расположенную в данной точке площадку, перпендикулярную к направлению движения носителей заряда, к величине этой площадки,

$$j = \frac{I}{S}. \quad (2.3)$$

Направление  $\vec{j}$  совпадает с направлением вектора напряженности электрического поля  $\vec{E}$  в металлическом проводнике. Поскольку за направление тока условились принимать направление движения положительных зарядов, то вектор  $\vec{j}$  противоположен по направлению упорядоченному движению электронов в металле.

Согласно закону Ома в дифференциальной форме

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} = \frac{1}{\rho} \vec{E}, \quad (2.4)$$

$$\text{где} \quad E = \frac{U}{l}. \quad (2.5)$$

Таким образом, получив экспериментальную зависимость, приведенную на рис. 2.1, можно определить удельное сопротивление материала образца  $\rho$  по формуле

$$\rho = \frac{\Delta E}{\Delta j}. \quad (2.6)$$

Классическая теория электропроводности предполагает, что электроны проводимости в металле ведут себя подобно молекулам идеального газа, сталкивающимся преимущественно не между собой, а с ионами, образующими кристаллическую решетку, что приводит к установлению теплового равновесия между электронным газом и кристаллической решеткой. Оценка средней скорости хаотического теплового движения электронов при комнатной температуре дает значение  $\langle v \rangle \cong 10^5$  м/с.

При включении электрического поля на хаотическое движение электронов накладывается упорядоченное движение со средней скоростью  $\langle u \rangle$ , которую можно оценить по формуле

$$\langle u \rangle = \frac{j}{n|e|}, \quad (2.7)$$

где  $n$  – концентрация свободных электронов.

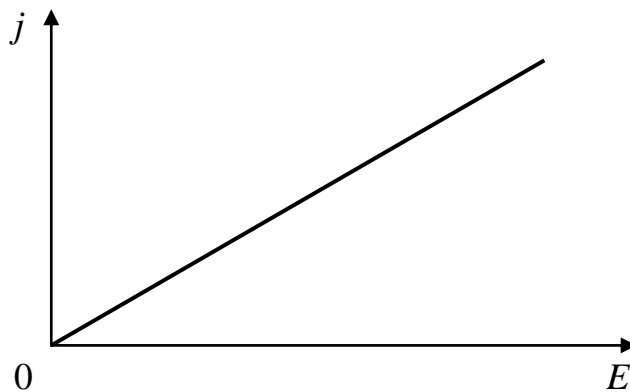


Рис. 2.1. Зависимость плотности тока от напряженности электрического поля в металлическом проводнике

Для разных металлов значения  $n = 10^{28} - 10^{29}$  м<sup>-3</sup>. Приняв  $n = 5 \cdot 10^{28}$  м<sup>-3</sup>, легко оценить по формуле (2.7) величину  $\langle u \rangle$  и сравнить ее со значением  $\langle v \rangle$ . При этом оказывается, что  $\langle u \rangle \ll \langle v \rangle$ .

### *Расчет моста Уитстона на основе правил Кирхгофа*

В настоящее время наиболее точное измерение электрического сопротивления осуществляется при помощи моста постоянного тока, называемого мостом Уитстона. Электрическая схема моста представлена на рис.2.2.

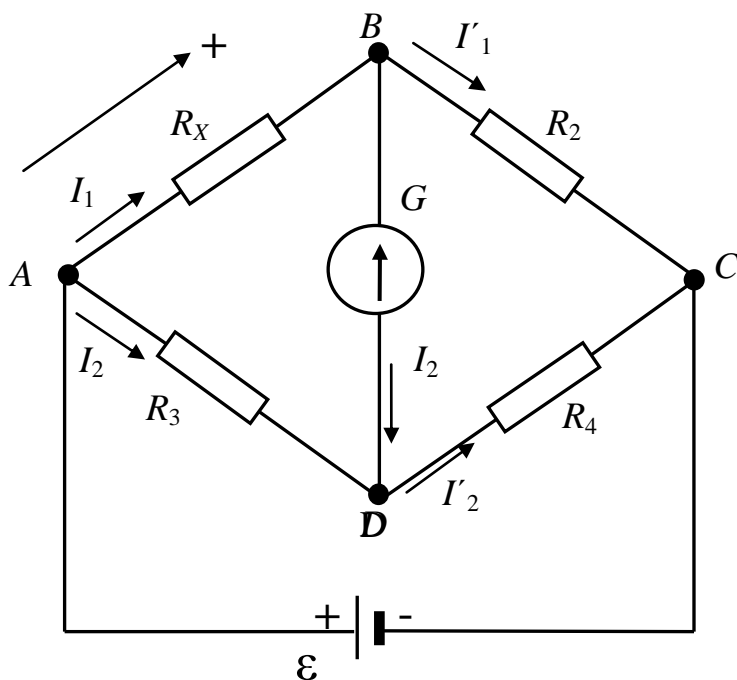


Рис. 2.2. Схема моста Уитстона

Мост Уитстона включает в себя четыре сопротивления, образующих четырехугольник, в одну диагональ которого включается источник тока  $\varepsilon$ , а в другую – гальванометр  $G$  – прибор, фиксирующий протекание тока. Само название "мостовая схема" связано с тем, что указатель тока  $G$ , как мост, переброшен между двумя параллельными ветвями  $ABC$  и  $ADC$ . В ветвь  $ABC$  входят два сопротивления:  $R_x$  и  $R_2$ , а в ветвь  $ADC$  – известные сопротивления  $R_3$  и  $R_4$ . Каждое из четырех сопротивлений называют плечами моста.

Для облегчения расчетов разветвленных цепей разработан ряд вспомогательных приемов, один из которых основан на применении двух правил Кирхгофа.

Первое правило Кирхгофа относится к узлам цепи: алгебраическая сумма сходящихся в узле токов равна нулю

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0. \quad (2.8)$$

Правило знаков: втекающие в узел токи считаются положительными, вытекающие из него – отрицательными.

Второе правило Кирхгофа относится к отдельным замкнутым контурам разветвленной цепи: в любом замкнутом контуре алгебраическая сумма падений напряжений равна алгебраической сумме ЭДС, встречающихся в этом контуре,

$$\sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_{j=1}^m \varepsilon_j. \quad (2.9)$$

Для определения знаков в суммах выбирают положительное направление обхода контура. Правило знаков: ток, совпадающий по направлению с направлением обхода, считается положительным; ЭДС  $\varepsilon$ , потенциал которой возрастает в направлении обхода, также входит в уравнение (2.9) со знаком "+". Уравнение (2.9) можно составить для любых независимых замкнутых контуров в данной разветвленной цепи.

Рассчитаем схему моста Уитстона на основе правил Кирхгофа. Выбираем направление токов так, как показано на рис. 2.2. Обходить контуры будем по часовой стрелке. Для определения искомого сопротивления  $R_x$  достаточно написать следующие уравнения Кирхгофа:

$$\left. \begin{aligned} I_1 - I'_1 - I_r &= 0 - \text{для узла } B; \\ I_2 - I'_2 + I_r &= 0 - \text{для узла } D; \\ I_1 R_x + I_r R - I_2 R_3 &= 0 - \text{для контура } ABDA; \\ I'_1 R_2 - I'_2 R_4 - I_r R &= 0 - \text{для контура } BCDB, \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$

где  $R$  – сопротивление гальванометра.

Для измерения сопротивления  $R_x$  с помощью моста Уитстона сопротивления  $R_3$  и  $R_4$  подбираются таким образом, чтобы ток через гальванометр был равен нулю ( $I_r = 0$ ), т. е. потенциалы точек  $B$  и  $D$  должны быть одинаковыми.

При этом  $I_1 = I'_1$ ,  $I_2 = I'_2$ . Такое состояние моста называется сбалансированным, или равновесным, и система уравнений (2.10) значительно упрощается.

Решая эту систему уравнений, получаем формулу для определения  $R_x$ :

$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4}. \quad (2.11)$$

### *Применение реохорда в схеме моста Уитстона*

В соответствии с рис. 2.2 и формулой (2.11) для определения  $R_x$  необходимо знать  $R_2$  и отношение  $R_3/R_4$ . Это отношение может быть заменено отношением величин, пропорциональных сопротивлениям, что и осуществляется в данной работе.

В рабочей схеме (рис. 2.3) ветвью  $ADC$  является калиброванная проволока реохорда. Вдоль реохорда перемещается скользящий по проволоке контакт  $D$ , благодаря которому можно изменять соотношение сопротивлений  $R_3$  и  $R_4$  и добиваться отсутствия тока в гальванометре  $G$ . Обозначим длину плеча  $AD - l_3$ , а плеча  $DC - l_4$ . Каждое из проволоочных сопротивлений  $R_3$  и  $R_4$  выразим формулой (2.2), где  $\rho$ ,  $l$  и  $S$  – величины, относящиеся к проволоке реохорда.

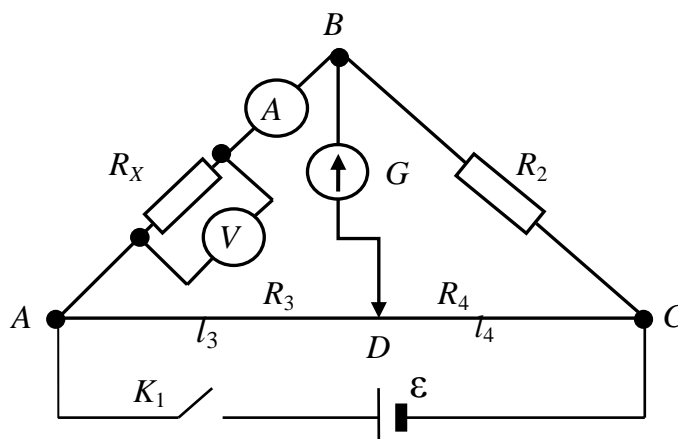


Рис. 2.3. Рабочая схема установки

Тогда выражение (2.11) примет вид

$$R'_x = R_2 \frac{l_3}{l_4}. \quad (2.12)$$



Здесь  $R'_x$  представляет собой сумму последовательно соединенных сопротивлений  $R_x$  с параллельно подключенным вольтметром и сопротивления амперметра  $R_A$ , которое всегда должно быть много меньше, чем значение  $R_x$  ( $R_A \ll R_x$ ).

Таким образом, измерение сопротивления  $R'_x$  мостовым методом связано с определением длин плеч реохорда  $l_3$  и  $l_4$  сбалансированного моста при известном сопротивлении  $R_2$ .

В данной работе используется реохорд, в котором однородная проволока намотана по цилиндрической спирали. Токоъемник скользит по спирали, поворачиваясь вокруг оси вращения на определенный угол. В этом случае длина проволоки  $l_3$  на участке  $AD$  пропорциональна углу поворота токоъемника  $\varphi_3$ . Длина проволоки  $l_4$  на участке  $DC$  пропорциональна углу поворота токоъемника  $\varphi_4$  на участке  $DC$ . Подставляя  $\varphi_3$  и  $\varphi_4$  в выражение (2.13), получим расчетную формулу для определения  $R'_x$ :

$$R'_x = R_2 \frac{\varphi_3}{\varphi_4}. \quad (2.13)$$

Величину сопротивления  $R_2$  лучше подбирать такой, чтобы при окончательной балансировке моста скользящий контакт  $D$  был ближе к середине реохорда, что соответствует минимальному значению погрешности.

Параллельно сопротивлению  $R_x$  подсоединен вольтметр, внутреннее сопротивление которого на несколько порядков выше значения  $R_x$ , и ток через вольтметр ничтожный. Вольтметр же показывает падение напряжения  $U$  на сопротивлении  $R_x$ , а амперметр (или миллиамперметр) – ток  $I_1$ , текущий по  $R_x$ . Тогда значение искомого сопротивления  $R_x$  можно найти по формуле

$$R_x = \frac{U}{I_1}. \quad (2.14)$$

Зная  $R'_x$  и  $R_x$ , можно легко определить и сопротивление амперметра  $R_A$ :

$$R_A = R'_x - R_x. \quad (2.15)$$

Строго говоря,  $R_A$  включает в себя и сопротивление соединительных проводов на участке  $AB$  (см.рис. 2.3).

В заключение отметим, что с помощью описанного метода нельзя определять с достаточной точностью слишком малые сопротивления. Это связано с тем, что начинает сказываться сопротивление контактов и подводящих проводов, а также нагревание плеч моста при прохождении по ним тока.

### ***Описание рабочей схемы***

Схема электрической цепи моста, используемого для измерений представлена на рис. 2.3.  $R_x$  – сопротивление калиброванной проволоки, которое следует определить (длина и диаметр проволоки указаны на панели установки);  $A$  – амперметр (или миллиамперметр), показывающий ток, текущий по  $R_x$ ; сопротивление амперметра  $R_A$  вычисляется по формуле (2.15);  $V$  – вольтметр, регистрирующий падение напряжения на  $R_x$ . В качестве плеча  $R_2$  используется магазин сопротивления.

Ветвью  $ADC$  является реохорд, в котором однородная калиброванная проволока намотана по цилиндрической спирали на барабан, изогнутый в виде окружности. Подвижным контактом служит токосъемник, который при скольжении по спирали поворачивается вокруг оси на определенный угол. Угол поворота токосъемника определяется по круговой шкале в градусах.

Нуль-гальванометр  $G$  включается в диагональ моста.

Источником тока служит батарея  $\varepsilon$ , включенная в цепь последовательно с ключом  $K$ . Во избежание перегрева плеч моста ток в цепи должен быть минимальным.

### ***Рекомендации по проведению эксперимента***

1. Составить перечень приборов и указать их характеристики, заполнив табл. П. 3.1.
2. Замкнуть ключ  $K$ .
3. Установить на магазине значение сопротивления  $R_2 = 10$  Ом.

4. Выполнить измерения  $R'_x$ , для этого сбалансировать мост путем перемещения контакта  $D$  вдоль реохорда. Когда стрелка гальванометра установится на нуле, записать показания вольтметра и амперметра, разомкнуть ключ  $K$  и отсчитать значения  $\varphi_3$  и  $\varphi_4$ .

Измерения  $R'_x$  повторить еще четыре раза, увеличивая каждый раз значения  $R_2$  на 10 Ом. Результаты всех измерений занести в табл. П. 3.2.

5. По формуле (2.13) произвести расчеты  $R_{x,i}$  и результаты занести в табл. П. 3.2.

6. По выражению (2.14) рассчитать  $R_{x,i}$ , занести в табл. П. 3.2 и найти среднее значение  $R_x$ .

7. По формуле (2.15) найти  $R_{A,i}$ , записать в табл. П. 3.4 и определить среднее значение  $R_A$ .

8. По формуле

$$\rho = R_x \frac{\pi d^2}{4l}, \quad (2.16)$$

где  $d$  – диаметр проволоки, определить значение удельного сопротивления проволоки и сравнить его с контрольными данными.

9. По формуле

$$j = \frac{4I}{\pi d^2} \quad (2.17)$$

произвести расчеты плотности тока и результаты занести в табл. П. 3.2.

10. По выражению (2.7) рассчитать значения напряженности электрического поля  $E$  в проводнике  $R_x$  и результаты занести в табл. П. 3.2.

11. На миллиметровой бумаге построить график  $j = f(E)$ , по формуле (2.6) определить значение  $\rho_{гр}$ , сравнить его с контрольными данными и со значением  $\rho$ , полученным по выражению (2.16).

12. По формуле (2.7) оценить значения  $\langle u \rangle$  для разных величин плотностей тока и результаты занести в табл. П. 3.2.

13. Произвести расчеты погрешностей при определении  $R_x, R_A$  и  $\rho$ .

### ***Контрольные вопросы***

1. Что представляет собой электрический ток? Какие частицы являются свободными носителями заряда в металлах?
2. Какова причина электрического сопротивления при протекании тока в металлах?
3. Сформулировать закон Ома для однородного участка цепи в интегральной и дифференциальной формах.
4. Существует ли движение носителей заряда в металлическом проводнике при отсутствии в нем электрического поля? Если да, то какое?
5. Какое направление принимается за направление тока?
6. Какие цепи называются мостами постоянного тока?
7. Сформулировать первое правило Кирхгофа.
8. Сформулировать второе правило Кирхгофа. Для чего необходимо выбирать направление обхода контура?
9. Какова принципиальная схема работы моста постоянного тока? В чем заключается принцип ее работы?

#### **2.1.2. Электродвижущая силы источника тока и ее определение компенсационным методом**

Важной характеристикой источника тока является его электродвижущая сила, обозначаемая  $\mathcal{E}$ . По определению, она численно равна работе сторонних (не кулоновских) сил по переносу единичного положительного заряда внутри источника.

Напряжением на участке цепи называют физическую величину, равную суммарной работе, совершаемой кулоновскими и сторонними силами на этом участке,

$$U = \Delta\varphi + \mathcal{E}. \quad (2.18)$$

Так как  $U = Ir$  (закон Ома), то при отсутствии тока через источник имеем

$$\mathcal{E} = |\Delta\varphi|. \quad (2.19)$$

Получаем, что электродвижущая сила равна разности потенциалов (не путать с напряжением!) между клеммами источника, по которому не идет ток. Ток через источник отсутствует, если цепь разомкнута или осуществлена компенсация электродвижущей силы за счет внешней разности потенциалов, созданной другим источником.

Метод измерения ЭДС, основанный на компенсации электродвижущей силы источника, приложенной к его полюсам внешней разностью потенциалов, называется компенсационным.

Необходимую для компенсации разность потенциалов получают с помощью потенциометра (делителя напряжения). Принципиальная схема потенциометра изображена на рис. 2.4. Вспомогательный источник тока замыкается на проводник с достаточно большим сопротивлением.

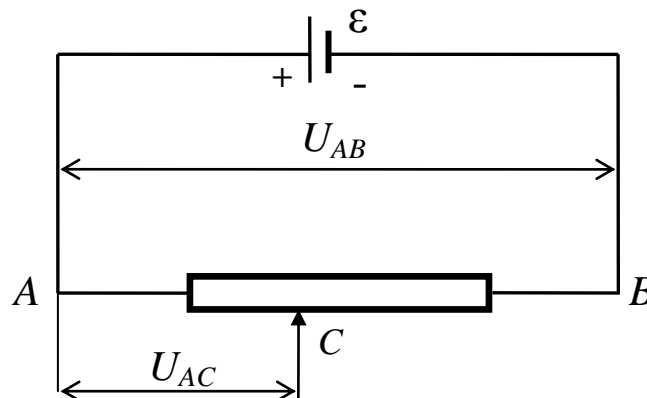


Рис. 2.4. Принципиальная схема потенциометра

В проводнике возникает ток, и каждая точка проводника приобретает вполне определенный потенциал (в направлении от  $A$  к  $B$  потенциал понижается). Если  $U_{AB}$  — разность потенциалов между концами  $A$  и  $B$  проводника, то разность потенциалов  $U_{AC}$  между точками  $A$  и  $C$  равна

$$U_{AC} = \frac{R_{AC}}{R_{AB}} U_{AB}, \quad (2.20)$$

где  $R_{AC}$  — сопротивление участка;  $R_{AB}$  — сопротивление проводника.

Передвигая контакт  $C$  от точки  $A$  к  $B$ , можно получить любую разность потенциалов от 0 до  $U_{AB}$  ( $U_{AB}$  по абсолютной величине всегда меньше ЭДС вспомогательного источника).

Потенциометр представляет собой натянутую на изолирующую основу калиброванную проволоку, по которой может скользить контакт (такое устройство называется реохордом).

В данной работе используется реохорд, в котором однородная проволока намотана по цилиндрической спирали. Токосъемник скользит по спирали, поворачиваясь вокруг оси вращения на определенный угол. В этом случае длина проволоки на участке  $AC$  пропорциональна углу поворота токосъемника  $\varphi$ .

Принципиальная схема электрической цепи для измерения ЭДС компенсационным методом изображена на рис. 2.5. Данная схема позволяет определить ЭДС исследуемого источника без непосредственного измерения компенсирующей разности потенциалов. На рис. 2.5:

$\varepsilon$  – вспомогательный источник тока, питающий потенциометр;

$\varepsilon_x$  – исследуемый источник тока – гальванический элемент Грене;

$\varepsilon_N$  – источник с известной ЭДС – ртутно-кадмиевый нормальный элемент Вестона (ЭДС при 20 °С равна 1,0186 В);

$\Gamma$  – нуль-гальванометр;

$R$  – реостат, регулирующий ток в потенциометре;

$R_\Gamma$  – сопротивление, предохраняющее гальванометр от перегрузок в нескомпенсированной схеме;

$K_2$  – переключатель для попеременного включения источников  $\varepsilon_x$  и  $\varepsilon_N$ ;

$K_1$  – ключ для включения цепи;

$AB$  – реохорд (потенциометр). Используются как линейные, так и барабанные реохорды.

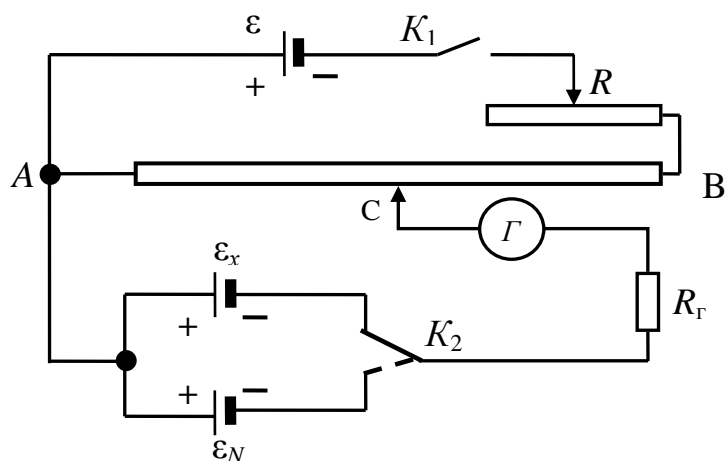


Рис. 2.5. Схема электрической цепи для измерения ЭДС

Сначала к потенциометру подключают исследуемый источник  $\varepsilon_x$  так, как это показано на схеме – «навстречу» источнику  $\varepsilon$ . Поворачивая токосъемник потенциометра, находят такое его положение  $C_x$ , при котором ток в гальванометре и, следовательно, в источнике  $\varepsilon_x$  отсутствует (необходимое и достаточное условие компенсации). По второму правилу Кирхгофа для контура  $AC_x\varepsilon_xA$  можно записать

$$IR_x = \varepsilon_x, \quad (2.21)$$

где  $R_x$  – сопротивление участка  $AC_x$  потенциометра;  $I$  – ток в этом участке.

Падение напряжения в этом контуре имеет место только на сопротивлении  $R_x$ .

Затем к потенциометру подключают источник  $\varepsilon_N$  с известной ЭДС (исследуемый источник при этом отключается). Вновь добиваются компенсации. По второму правилу Кирхгофа для нового контура можно записать

$$IR_N = \varepsilon_N, \quad (2.22)$$

где  $R_N$  – сопротивление участка  $AC_N$ , соответствующего компенсации  $\varepsilon_N$ .

В условиях компенсации ток течет только по цепи, включающей потенциометр; величина его такова, как если бы компенсируемого источника вообще не было, т. е.

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{AB} + r}, \quad (2.23)$$

где  $R_{AB}$  – сопротивление потенциометра;  $r$  – внутреннее сопротивление вспомогательного источника.

Заметим также, что компенсация  $\varepsilon_x$  и  $\varepsilon_N$  возможна только в том случае, если ЭДС вспомогательного источника  $\varepsilon$  больше  $\varepsilon_x$  и  $\varepsilon_N$  (точнее, разность потенциалов  $|U_{AB}| > |\varepsilon_x|$  и  $|U_{AB}| > |\varepsilon_N|$ ).

Из формул (2.21) и (2.22) следует

$$\varepsilon_x = \frac{R_x}{R_N} \varepsilon_N. \quad (2.24)$$

Таким образом, для определения ЭДС исследуемого источника тока необходимо знать ЭДС некоторого эталонного источника и отношение сопротивлений  $R_x$  и  $R_N$ . Если потенциометр представляет собой реохорд, то отношение

$\frac{R_x}{R_N}$  можно заменить отношением длин  $l_x$  и  $l_N$ , соответствующих этим сопротивлениям:

$$\frac{R_x}{R_N} = \frac{l_x}{l_N}.$$

Подставляя это выражение в формулу (2.24), получим

$$\varepsilon_x = \frac{l_x}{l_N} \varepsilon_N \quad (2.25)$$

или

$$\varepsilon_x = \frac{\varphi_x}{\varphi_N} \varepsilon_N$$

где  $\varphi_x$  и  $\varphi_N$  – соответствующие отсчеты угла поворота токосъемника потенциометра.



### ***Рекомендации по выполнению работы***

При выполнении работы следует обратить внимание на то, что источники  $\mathcal{E}$ ,  $\mathcal{E}_x$  и  $\mathcal{E}_N$  должны быть включены "навстречу" друг другу: к клемме А реохорда все источники подключаются одноименными полюсами.

1. Замкнуть ключи  $K_1$ . Переключатель  $K_2$  поставить в такое положение, при котором к потенциометру подключается источник  $\mathcal{E}_x$ . Поворачивая токосъемник потенциометра, добиться отсутствия тока через гальванометр. Записать в таблицу отсчет  $\varphi_x$ , соответствующий компенсации.

2. Подключить к реохорду нормальный элемент  $\mathcal{E}_N$ , для чего переключатель  $K_2$  перевести в другое положение. Скомпенсировать нормальный элемент, записать соответствующее показание  $\varphi_N$ .

3. Не меняя ток в потенциометре, проделать те же измерения (п.1 и п. 2) еще 4 раза. Результаты измерений занести в таблицу отчета (см. прил. 4).

4. Рассчитать результат и погрешность.

### ***Контрольные вопросы и задания***

1. Что называется электродвижущей силой источника тока? Разностью потенциалов на его полюсах? Каково соотношение между этими величинами?

2. Изложите физическую идею компенсационного метода измерения ЭДС.

3. Для чего служит потенциометр? Нарисуйте принципиальную схему потенциометра и объясните принцип его действия.

4. Какому требованию должен удовлетворять вспомогательный источник тока в компенсационной схеме? Как должны быть включены вспомогательный и источник тока с неизвестной ЭДС?

5. Выведите расчетную формулу для определения ЭДС исследуемого источника тока.

6. Какие требования следует предъявлять к проволоке для реохорда?

## 2.2. Изучение магнитных полей

### 2.2.1. Исследование магнитного поля соленоида

#### *Магнитное поле соленоида*

Соленоидом называется проводник, намотанный плотно, виток к витку, на длинный цилиндрический каркас. Внутри бесконечно длинного соленоида магнитное поле однородно, т.е. вектор  $\vec{B}$  во всех точках одинаков (при постоянном токе через обмотку), а вне такого соленоида магнитное поле ничтожно мало.

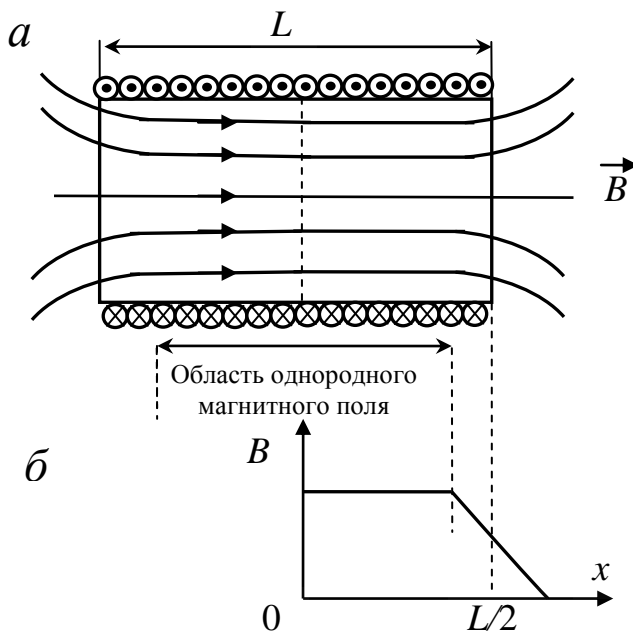


Рис. 2.6. Индукция магнитного поля в соленоиде конечной длины:

$a$  – картина линии магнитной индукции;

$b$  – зависимость модуля магнитной индукции на оси соленоида от расстояния  $x$  до его центра

В соленоиде конечной длины (рис. 2.6) магнитная индукция  $B$  постоянна лишь в центральной его части и уменьшается по мере удаления от центра соленоида к его торцам. Протяженность зоны однородного магнитного поля в соленоиде конечной длины зависит от отношения длины к диаметру соленоида.

Из соображений симметрии следует, что линии вектора магнитной индукции в соленоиде параллельны его оси, а направление их связано с направлением тока в витках правилом правого винта.

Магнитная индукция  $B$  в разных точках на оси соленоида конечной длины равна

$$B = \mu\mu_0 \frac{N_1 I_1}{2L} \cos\beta_1 - \cos\beta_2, \quad (2.26)$$

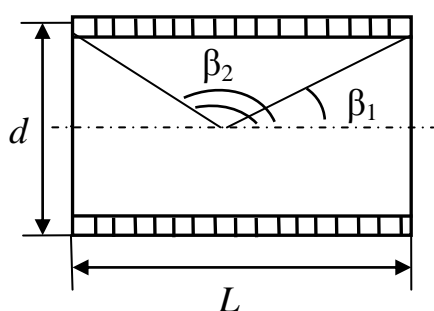


Рис. 2.7. Соленоид конечной длины

где  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$  Гн/м – магнитная постоянная;  $\mu$  – относительная магнитная проницаемость среды, заполняющей соленоид (для воздуха  $\mu \approx 1$ );  $I_1$  – сила тока в соленоиде;  $N_1$  – число витков соленоида;  $L$  – длина соленоида;  $\beta_1$  и  $\beta_2$  – углы между осью соленоида и радиусами – векторами, проведенными из рассматриваемой точки на оси соленоида к его концам (см. рис. 2.7).

Из рисунка видно, что для точки, выбранной в центре соленоида,

$$\cos \beta_1 = \frac{L}{\sqrt{d^2 + L^2}},$$

$$\cos \beta_2 = -\cos \beta_1 = -\frac{L}{\sqrt{d^2 + L^2}}.$$

Сердечник в соленоиде отсутствует, следовательно,  $\mu = 1$ . Таким образом,

$$B = \frac{\mu_0 N_1 I_1}{\sqrt{d^2 + L^2}}. \quad (2.27)$$

Магнитную индукцию поля на оси соленоида можно определить экспериментально.

В данном эксперименте изучается зависимость магнитной индукции в центре соленоида от силы тока в его витках, а также зависимость магнитной индукции на оси соленоида от расстояния до его центра.

### ***Холловский метод измерения магнитной индукции***

Измерение магнитного поля соленоида производится методом, основанным на эффекте Холла. Рассмотрим этот метод.

В основе холловского метода измерения магнитной индукции лежит действие магнитного поля на движущиеся электрические заряды. В проводнике с током, помещенном в поперечное к току магнитное поле, возникает дополни-

тельное электрическое поле, направленное перпендикулярно и к току, и к вектору магнитной индукции. Это явление получило название эффекта Холла.

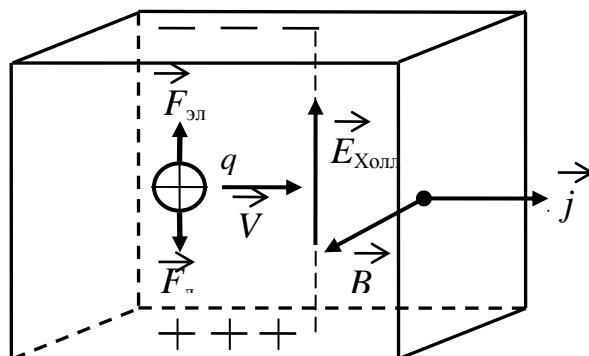


Рис. 2.8. Положение датчика Холла с током в магнитном поле

Рассмотрим проводник, имеющий форму прямоугольной пластины – датчик Холла, по которому течет электрический ток плотностью  $\vec{j}$  (рис. 2.8).

Возьмем на противоположных гранях проводника две точки  $b$  и  $c$ , между которыми в отсутствие поперечного магнитного поля разность потенциалов равна нулю. При включении однородного магнитного поля  $B$  перпендикулярного к току, между этими точками возникнет разность потенциалов  $U_x$ , значение которой, как установил Холл, прямо пропорционально величине индукции магнитного поля. Следовательно, между  $B$  и  $U_x$  есть прямо пропорциональная зависимость

$$B = CU_x, \quad (2.28)$$

где  $B$  – магнитная индукция;  $C$  – коэффициент пропорциональности, значение которого определяется геометрическими размерами и материалом датчика. Таким образом, зная значение коэффициента  $C$  (задается в характеристиках установки), можно рассчитать значение индукции магнитного поля  $B$ , измерив вольтметром разность потенциалов  $U_x$  (ЭДС Холла). В этом заключается суть холловского метода измерения индукции магнитного поля.

### Описание экспериментальной установки

Экспериментальное исследование магнитного поля соленоида выполняется на установке, внешний вид которой представлен на рис. 2.9. Установка смонтирована в корпусе с прозрачным верхом. Датчик Холла в данной работе расположен на конце штока 1, который может свободно перемещаться по оси соленоида 2.

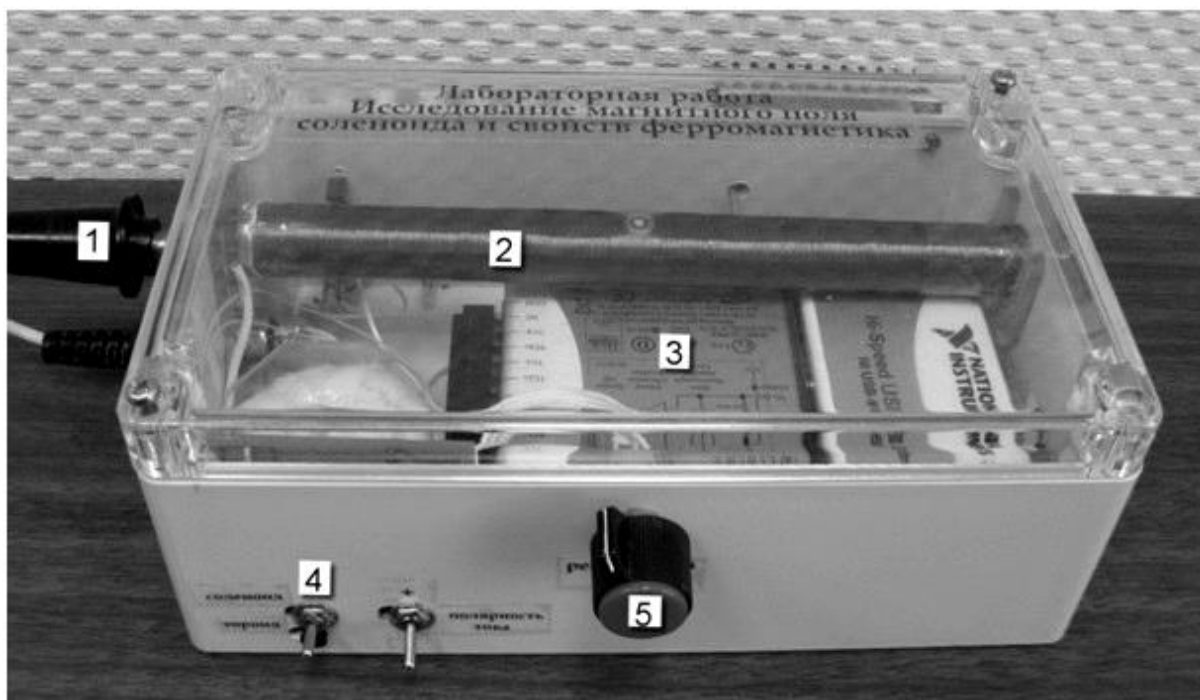


Рис. 2.9. Внешний вид установки по изучению магнитного поля соленоида

ЭДС Холла, возникающая в датчике, находящемся в магнитном поле, и сила тока, проходящего по виткам соленоида с помощью аналого-цифрового преобразователя 3, преобразуются в цифровой формат и поступают в компьютер через его USB вход. На лицевой панели корпуса размещены переключатель вида работы 4 и регулятор силы тока в соленоиде 5.

Проведение измерений производится с помощью компьютерной программы, написанной в среде *LabVIEW*. На рабочей панели программы измерений (на экране монитора) размещены виртуальные измерительные приборы, средства отображения получаемых в процессе измерения результатов – таблицы и графики, инструкции по выполнению работы и параметры установки.

Выполнение работы начинается с включения установки и компьютера. После загрузки программы измерений, осуществляемой щелчком мыши по ярлыку программы с названием «**Работа № 18. Соленоид**» на рабочем столе компьютера, необходимо следовать указаниям инструкции по проведению измерений, представленной на экране монитора компьютера. При оформлении отчета рекомендуется использовать форму, приведенную в прил. 5.

### ***Контрольные вопросы***

1. Какое магнитное поле называется однородным?
2. От каких величин зависит магнитная индукция в соленоиде конечной длины?
3. Какие физические явления используются для измерения магнитной индукции в данной лабораторной работе?
4. В чем заключается холловский метод измерения магнитной индукции?
5. Как зависит магнитная индукция в центре соленоида от силы тока в его витках?
6. Изобразите примерный вид зависимости магнитной индукции на оси соленоида от расстояния до его центра.

### **2.2.2. Измерение удельного заряда электрона методом магнетрона**

#### ***Движение электронов в магнетроне***

Целью эксперимента является опытное определение удельного заряда электрона методом магнетрона.

Удельный заряд частицы – это отношение ее заряда  $q$  к массе  $m$ .

Простейший магнетрон представляет собой двухэлектродную электронную лампу, состоящую из цилиндрического анода и расположенного на его оси катода (рис. 2.10). Лампа помещается в однородное магнитное поле, направленное по ее оси. В данной работе магнитное поле создается соленоидом. Магнитная индукция  $B$  изменяется за счет изменения тока  $I_c$  в соленоиде. В результате будут изменяться траектории электронов и анодный ток  $I_a$  магнетрона.

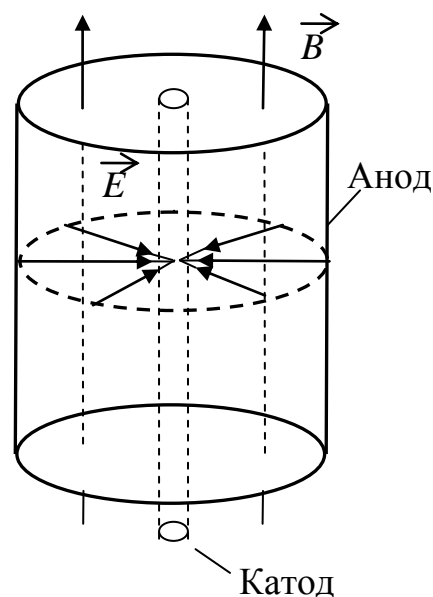


Рис. 2.10. Схематическая конструкция магнетрона

Удельный заряд  $\frac{e}{m}$  электрона оценивается по экспериментально наблюдаемой зависимости

$I_a = f I_c$ . На электрон, движущийся от катода к аноду, действуют две силы: одна – со стороны электрического поля

$$\vec{F}_e = e\vec{E}, \quad (2.29)$$

другая – со стороны магнитного поля

$$\vec{F}_M = e[\vec{v}\vec{B}]. \quad (2.30)$$

Первая направлена вдоль радиуса от катода к аноду, вторая – перпендикулярно к векторам скорости и магнитной индукции.

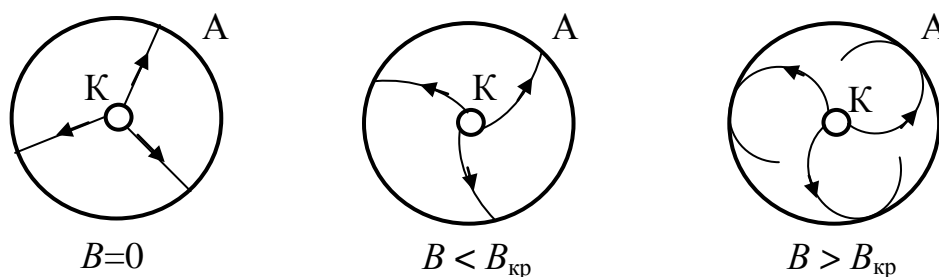


Рис. 2.11. Влияние магнитного поля на траекторию движения электрона

(вектор  $\vec{B}$  направлен к читателю)

На рис. 2.11 показаны траектории электронов при различных значениях магнитной индукции  $B$ . По мере ее увеличения траектория электрона все более искривляется, и при некотором критическом значении магнитной индукции  $\vec{B}_{кр}$  электроны не достигают анода, анодный ток в этот момент резко уменьшается.

Изображенную на рис. 2.12, *а* и *б* зависимость силы  $I_a$  анодного тока от магнитной индукции  $B$  называют сбросовой характеристикой магнетрона. График *а* соответствует идеальной, *б* – реальной характеристикам.

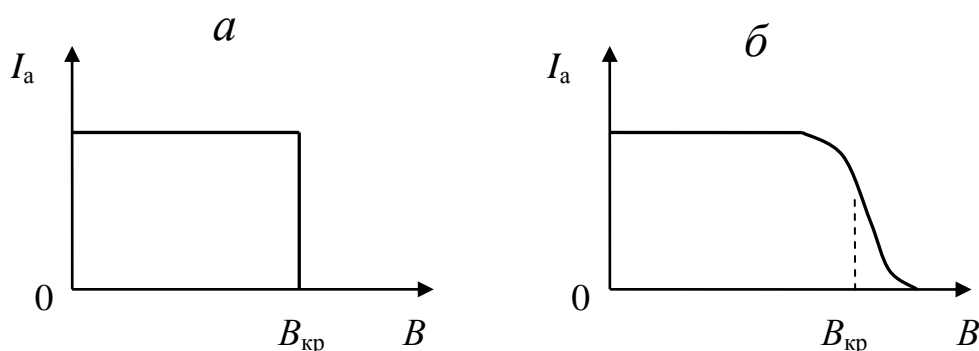


Рис. 2.12. Примерный вид идеальной (*а*) и реальной (*б*) сбросовых характеристик магнетрона

Идеальная характеристика получилась бы при одинаковых скоростях движения электронов в строго однородном поле. Реально падение анодного тока происходит не скачком, а достаточно плавно. Если от экспериментально полученной зависимости  $I_a = f(B)$  взять производную  $\frac{dI_a}{dB}$ , а затем построить график  $\frac{dI_a}{dB} = f(B)$ , то он окажется с максимумом для некоторого значения индукции  $B_{кр}$ , которое можно использовать в качестве расчетного для определения удельного заряда электрона.

Если радиус  $r_k$  катода лампы мал по сравнению с радиусом  $R_a$  анода  $\left(\frac{r_k}{R_a} \ll 1\right)$ , то электрон ускоряется в основном в пространстве вблизи катода, так как напряженность электрического поля отличается от нуля практически



только вблизи катода. Вследствие этого  $v = \text{const}$  и траектория электрона близка к окружности, а диаметр критической траектории можно считать равным радиусу анода

$$2r_{\text{кр}} = R_a. \quad (2.31)$$

### ***Вывод расчетной формулы***

Сила, действующая на электрон со стороны магнитного поля, сообщает ему нормальное ускорение. По второму закону Ньютона

$$F_M = ma_n, \text{ или } |e|vB_p = \frac{mv^2}{r_{\text{кр}}}, \quad (2.32)$$

откуда

$$r_{\text{кр}} = \frac{mv}{|e|B_{\text{кр}}}. \quad (2.33)$$

С другой стороны, известно, что

$$\frac{mv^2}{2} = eU_a, \quad (2.34)$$

где  $U_a$  – разность потенциалов между катодом и анодом.

Исключая  $v$  из формул (2.33) и (2.34) и используя формулу (2.33), получим формулу для удельного заряда электрона

$$\left( \frac{e}{m} \right) = \frac{8|U_a|}{R_a^2 B_{\text{кр}}^2}. \quad (2.35)$$

Строгий вывод приводит к более сложному выражению для  $\frac{e}{m}$ , однако при  $\frac{r_{\text{кр}}}{R_a} \ll 1$  оно преобразуется к выражению (2.35). Магнитное поле соленоида конечной длины без сердечника рассчитывается по формуле (см. прил. 6).

$$B = \frac{\mu_0 N I_C}{\sqrt{D^2 + L^2}}, \quad (2.36)$$

где  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – магнитная постоянная;  $N$  – число витков соленоида;  $L$  – его длина;  $D$  – диаметр;  $I_c$  – ток в соленоиде. Формула для расчета удельного заряда электрона принимает окончательный вид

$$\left(\frac{e}{m}\right) = \frac{8|U_a| L^2 + D^2}{R_a^2 \mu_0^2 I_{кр}^2 N^2}. \quad (2.37)$$

### ***Схема электрической цепи магнетрона***

Электрическая цепь магнетрона (рис. 2.13) состоит из двух частей – цепи соленоида (*а*) и цепи диода (*б*), в которых: А – амперметр для измерения силы тока в соленоиде;  $\mu A$  – микроамперметр для измерения силы анодного тока; V – вольтметр для измерения анодного напряжения; П1 и П2 – регуляторы тока и напряжения.

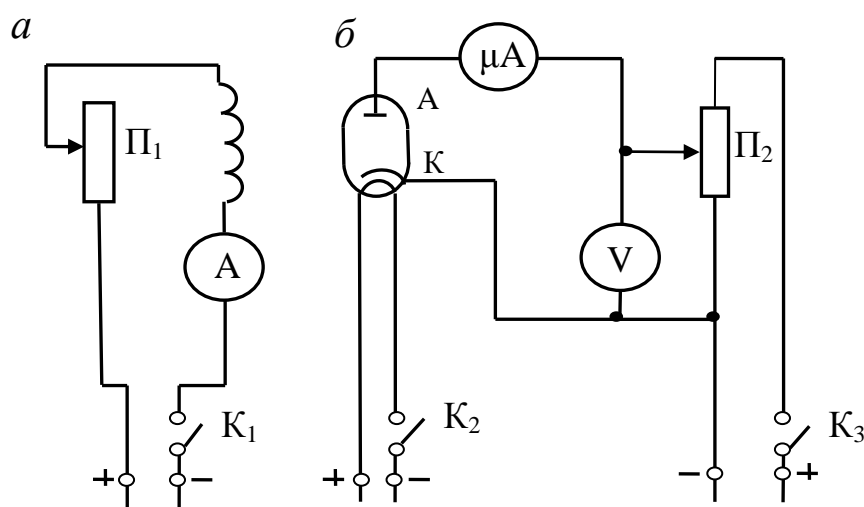


Рис. 2. 13. Принципиальная схема электрической цепи установки

### ***Рекомендации по выполнению эксперимента***

1. Включить все измерительные приборы.
2. Ознакомиться с приборами, заполнить таблицу "Средства измерений", записать данные о параметрах магнетрона (см. прил. 7).
3. Замкнуть ключом  $K_3$  цепь накала лампы и дать возможность катоду прогреться (1 – 2 мин).

4. Включить ключом  $K_1$  источник тока в цепи соленоида. Провести пробное испытание, постепенно увеличивая ток  $I_c$  в соленоиде (с помощью реостата). Следить по микроамперметру за изменениями анодного тока. Вблизи критического тока в соленоиде анодный ток  $I_a$  должен быстро уменьшаться с ростом  $I_c$ . Приблизительно оценить интервал  $\Delta I_c$  значений тока в соленоиде, в пределах которого анодный ток изменяется наиболее быстро.

5. Снять зависимость анодного тока  $I_a$  от силы тока  $I_c$  в соленоиде при постоянном анодном напряжении. Ток в соленоиде изменять от нуля через 0,10 А, но в интервале  $\Delta I_c$ , в пределах которого находится  $I_{кр}$ , измерения проводить через 0,04 А. Результаты измерений (15 – 20 точек) внести в табл. П. 7.1. По экспериментальным данным в размере тетрадной страницы построить график  $I_a = f I_c$  на миллиметровой бумаге.

При проведении измерений с использованием компьютера необходимо запустить программу измерений, щелкнув кнопкой мыши по ярлыку с названием работы на экране монитора и далее следовать указаниям, представленным на экране монитора.

### ***Обработка результатов измерений***

1. Определение  $I_{кр}$  по полученным данным производят одним из двух методов: графическим или численным дифференцированием зависимости  $I_a = f I_c$ .

1.1. Графическое дифференцирование осуществляют так. По парам ближайших точек табл. П. 7.1 (см. прил. 7) находят  $|\Delta I_a|$ ,  $\Delta I_c$  и  $\frac{\Delta I_a}{\Delta I_c}$  и заносят эти результаты в табл. П. 7.2 (см. прил. 7). Строят график зависимости  $\frac{\Delta I_a}{\Delta I_c} = f \langle I_c \rangle$ . Значение силы тока в соленоиде, соответствующее максимуму этого графика, принимают за  $I_{кр}$ .

1.2. Численное дифференцирование функции  $I_a = f I_c$  осуществляется с помощью ЭВМ. Результат дифференцирования представляется на экране компьютера.

2. Расчет удельного заряда электрона производится по формуле (2.37). Значения  $L$ ,  $D$ ,  $N$ ,  $R_a$ , и  $U_a$  приведены в таблице характеристик установки. Значение критического тока  $I_{c.кр}$  определяется из графика зависимости

$$\frac{\Delta I_a}{\Delta I_c} = f \langle I_c \rangle$$

3. Оценка границ погрешности результата измерения удельного заряда электрона производится по формулам, приведенным в прил. 7.

Отчет по работе рекомендуется оформить по форме, приведенной в прил. 7.

### ***Контрольные вопросы***

1. В каком случае траектория электрона, движущегося в однородном магнитном поле, представляет собой окружность?

2. При каких условиях траектория электрона, движущегося в скрещенных электрическом и магнитном полях, будет прямолинейной?

3. Почему с увеличением силы тока в соленоиде сила анодного тока в лампе будет уменьшаться?

4. Какое магнитное поле магнетрона называют критическим?

5. Каким образом определяется в данной работе величина критического тока в соленоиде?

6. Получить расчетную формулу для определения удельного заряда электрона по методу магнетрона.

## **2.3. Изучение магнитных свойств ферромагнетика**

В данном эксперименте исследуется влияние внешнего магнитного поля на магнитную индукцию ферромагнитного образца и определяется зависимость относительной магнитной восприимчивости ферромагнетика от индукции внешнего магнитного поля. Кроме того, при выполнении эксперимента необхо-

можно получить петлю магнитного гистерезиса ферромагнетика и по ней определить коэрцитивную силу и остаточную индукцию исследуемого ферромагнетика.

### ***Основные магнитные характеристики ферромагнитных материалов***

Всякое вещество способно под действием внешнего магнитного поля намагничиваться, т. е. приобретать магнитный момент. Намагниченное вещество создает свое магнитное поле  $\vec{B}'$ , которое вместе с внешним полем  $\vec{B}_0$  образует результирующее магнитное поле в веществе

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}' . \quad (2.38)$$

Магнитная индукция  $\vec{B}'$  зависит от индукции намагничивающего поля  $\vec{B}_0$ :

$$\vec{B}' = \chi \vec{B}_0 , \quad (2.39)$$

где  $\chi$  – магнитная восприимчивость вещества.

С учетом выражения (2.39)

$$\vec{B} = 1 + \chi \vec{B}_0 = \mu \vec{B}_0 , \quad (2.40)$$

где  $\mu$  – относительная магнитная проницаемость вещества:

$$\mu = 1 + \chi .$$

Относительная магнитная проницаемость показывает, во сколько раз изменяется магнитная индукция в веществе по сравнению с магнитной индукцией поля в вакууме

$$\mu = \frac{B}{B_0} . \quad (2.41)$$

Вещества по своим свойствам делятся на диа-, пара- и ферромагнетики. У диамагнитных веществ  $\chi < 0$  и  $\mu < 1$ ; у парамагнетиков  $\chi > 0$  и  $\mu > 1$ , причем как у тех, так и у других  $\mu$  очень мало отличается от единицы и не зависит от величины  $B_0$ .

У ферромагнетиков  $\mu \gg 1$ , причем для этих веществ характерна нелинейная зависимость результирующей магнитной индукции  $B$ , а также  $\chi$  и  $\mu$  от намагничивающего поля  $B_0$ . На рис. 2.14 представлены графики  $B = f B_0$  и  $\mu = f B_0$  для предварительно размагниченного образца ( $B = 0$  при  $B_0 = 0$ ).

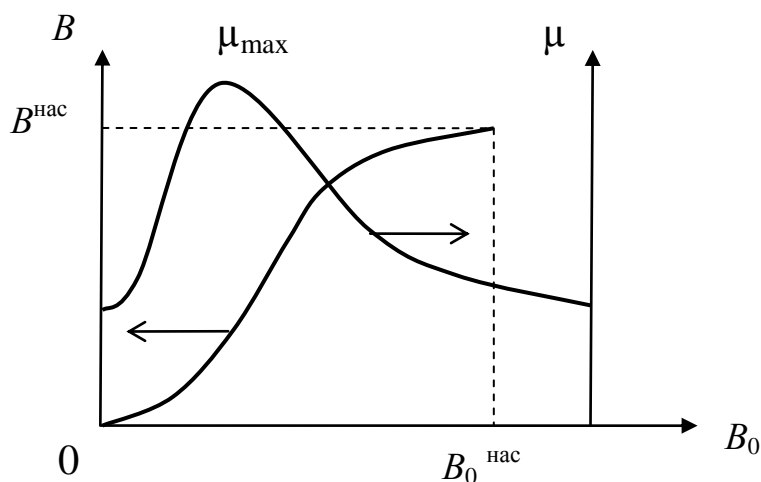


Рис. 2.14. Зависимость магнитной индукции  $B$  и относительной магнитной проницаемости  $\mu$  предварительно размагниченного ферромагнитного образца от индукции  $B_0$

Кривая зависимости  $B = f B_0$  для предварительно размагниченного образца называется основной кривой намагничивания. При сравнительно небольших значениях магнитной индукции намагничивающего поля в магнитомягком ферромагнетике достигается состояние насыщения  $B_0 = B_0^{\text{нас}}$ . При  $B_0 > B_0^{\text{нас}}$  зависимость  $B = f B_0$  является линейной.

Относительная магнитная проницаемость ферромагнетика, определяемая соотношением (2.41), изменяется при увеличении  $B_0$  по экстремальному закону, проходя через максимум. Максимальное значение  $\mu_{\max}$  этой величины является одной из важнейших характеристик ферромагнетика.

Важной особенностью ферромагнетиков является также магнитный гистерезис: связь между  $B$  и  $B_0$  оказывается неоднозначной, зависящей от предыстории намагничивания ферромагнетика. При изменении модуля и направления магнитного поля  $B_0$  (от 0 до  $\pm B_0^{\text{нас}}$ ) магнитная индукция ферромагнитного об-

разца изменяется по замкнутой кривой, называемой петлей гистерезиса (см. рис. 2.15). Точка 0 соответствует размагниченному состоянию исследуемого образца.

Пунктирная кривая – частная петля гистерезиса, соответствующая изменению магнитной индукции в образце, не намагниченном до насыщения.

Основными параметрами петли гистерезиса являются остаточная магнитная индукция  $B^{\text{ост}}$  (это магнитная индукция образца после намагничивания его до насыщения и выключения внешнего магнитного поля  $B_0$ ) и коэрцитивная сила  $B_0^{\text{коэр}}$  (это индукция намагничивающего поля, в котором образец после намагничивания его до насыщения переходит в размагниченное состояние).

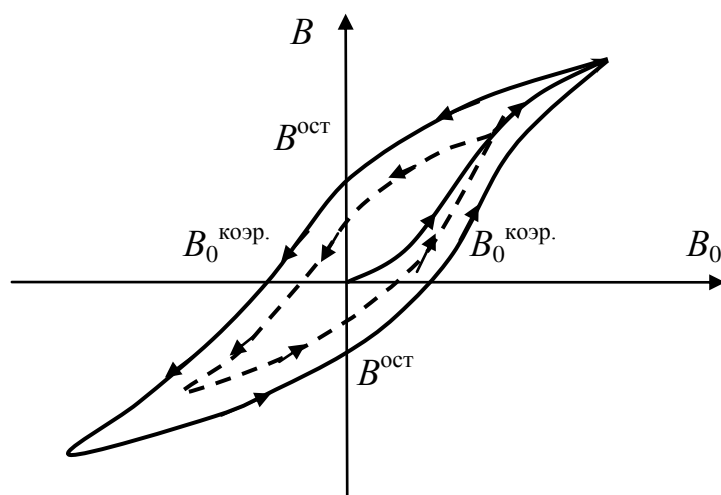


Рис. 2.15. Петля магнитного гистерезиса ферромагнитного образца:

$B^{\text{ост}}$  – остаточная магнитная индукция;  $B_0^{\text{коэр}}$  – коэрцитивная сила

В зависимости от формы и площади петли гистерезиса, а также от значений  $B_0^{\text{коэр}}$  и  $B^{\text{ост}}$  различают разные классы ферромагнитных материалов. Так, постоянные магниты изготовлены из ферромагнетиков с большими значениями  $B^{\text{ост}}$  и  $B_0^{\text{коэр}}$ , имеющих большую площадь петли гистерезиса («магнитожесткие материалы»). В трансформаторах, напротив, применяются ферромагнитные сердечники, легко перемагничиваемые внешним магнитным полем, имеющие

малые значения  $B_0^{\text{коэр}}$  и узкую петлю гистерезиса («магнитомягкие материалы»).

### *Установка для изучения магнитных свойств ферромагнетика*

При проведении эксперимента основная кривая намагничивания ферромагнетика строится по результатам измерений магнитной индукции в образце, имеющем форму тора.

Для намагничивания образец обматывается медной проволокой в изоляции. Кольцевая обмотка с правильно расположенными витками носит название тороида. Намагничивающее поле  $B_0$  создается током  $I_1$  в этой обмотке и на оси тороида и рассчитывается по формуле

$$B_0 = \frac{\mu_0 N_1 I_1}{\pi D}, \quad (2.42)$$

где  $N_1$  – число витков намагничивающей обмотки тороида;  $\pi D$  – длина осевой линии тороида.

Значения  $N_1$  и  $D$  задаются в списке параметров установки.

Установка смонтирована в пластиковом корпусе с прозрачным верхом (рис. 2.16).

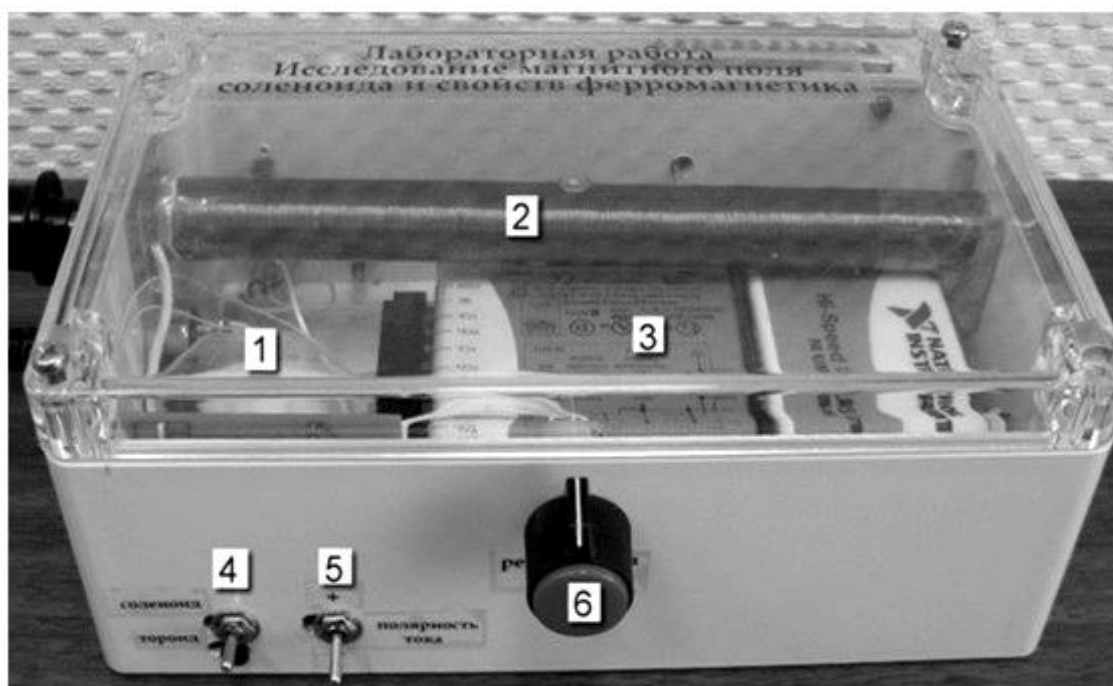


Рис. 2.16. Внешний вид установки по изучению свойств ферромагнетика



В корпусе размещены ферромагнитный тороид 1, соленоид 2, блок АЦП 3, преобразующий получаемый аналоговый электрический сигнал в цифровой формат для работы с ним на компьютере. На лицевой панели корпуса размещены органы управления установкой: переключатель вида работы – «соленоид», «тороид» 4, переключатель направления тока – «+», «-» 5 и регулятор силы тока 6.

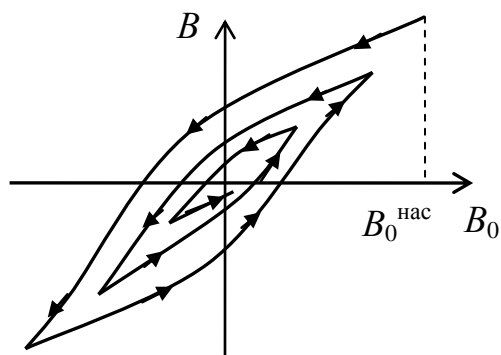


Рис. 2.17. Изменение магнитной индукции в образце при его размагничивании

Размагничивание образца перед измерениями производится путем плавного уменьшения силы тока в намагничивающей обмотке от указанного в инструкции значения до нуля при многократном изменении направления тока с помощью переключателя 5. В процессе размагничивания магнитная индукция

образца меняется по замкнутой кривой, состоящей из петель гистерезиса с постепенно уменьшающейся амплитудой (рис. 2.17).

Размагничивать образец следует один раз перед первым измерением индукции. Каждое последующее измерение непременно следует проводить при большем значении намагничивающего тока.

Электрическая схема установки приведена на рис. 2.18. Выполнение данной работы проводится на малогабаритной установке, внешний вид которой представлен на рис. 2.16. Для измерения магнитной индукции в тороиде сделана поперечная прорезь, в которую вставлен датчик магнитного поля – датчик Холла. Действие этого датчика основано на эффекте Холла – возникновении поперечной разности потенциалов в проводнике (датчике), помещенном в поперечное магнитное поле. Величина этой разности потенциалов  $U_x$  прямо пропорциональна величине магнитного поля, в котором находится датчик. Следо-

вательно, измерение холловской разности потенциалов  $U_x$  позволяет определять индукцию магнитного поля в ферромагнитном тороиде.

Индукция магнитного поля в ферромагнетике в этом случае рассчитывается по формуле

$$B = KU_x, \quad (2.43)$$

где  $K$  – коэффициент пропорциональности, значение которого (определяемое параметрами датчика) указано в характеристиках установки.

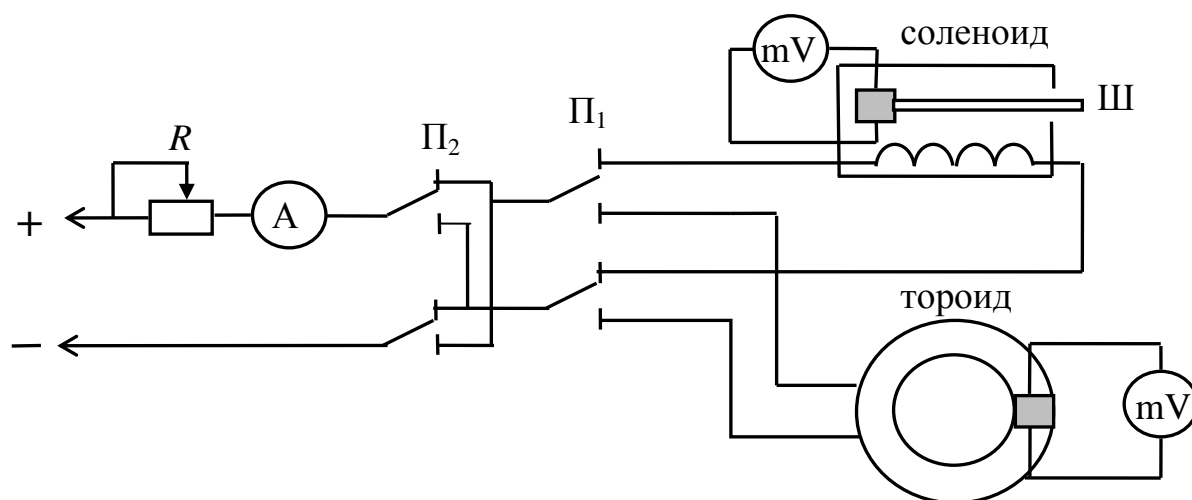


Рис. 2.18. Электрическая схема:  $R$  – реостат для изменения силы тока в обмотке тороида;  $A$  – амперметр;  $\Pi_2$  – переключатель направления тока в цепи;  $V$  – милливольтметр для измерения ЭДС датчика Холла

### ***Получение основной кривой намагничивания ферромагнетика***

1. Включите установку. Включите компьютер и щелкните мышкой на ярлыке программы Работа № 18 «Тороид». Установите переключатель 4 (см.рис.2.16) в положение ТОРОИД.

2. Установите регулятор тока в крайнее левое положение. При наличии остаточной ЭДС более 0,05 мВ сделайте следующее: установите переключатель направления тока в положение ( – ). Установите силу тока 0,15–0,18 А, затем уменьшите силу тока до нуля и верните переключатель направления тока в положение ( + ).

3. Меняйте силу тока от 0 до 0,8 А через 0,05 А и при каждом значении тока нажимайте клавишу ИЗМЕРЕНИЕ.

4. Уменьшите ток до нуля, нажмите кнопку ПРОВЕСТИ ОБРАБОТКУ РЕЗУЛЬТАТОВ , затем кнопку СТОП и перепишите результаты измерений в свой отчет.

5. Перейдите на вкладку ОТНОСИТЕЛЬНАЯ МАГНИТНАЯ ПРОНИЦАЕМОСТЬ ( $\mu/\mu_{\text{макс}}$ ) и перепишите результаты измерений в свой отчет (см. табл. П. 8.1).

### ***Получение петли магнитного гистерезиса***

1. Установите переключатель направления тока на панели установки и на экране в положение ( + ).

2. Установите максимальную силу тока  $I_{\text{макс}}$  и нажмите клавишу ИЗМЕРЕНИЕ.

3. Уменьшайте силу тока до 0 через 0,05 А и нажимайте клавишу ИЗМЕРЕНИЕ.

4. Установите переключатель направления тока на панели установки и на экране в положение (–).

5. Увеличивайте силу тока от 0 до  $I_{\text{макс}}$  через 0,05 А и нажимайте клавишу ИЗМЕРЕНИЕ.

6. Уменьшайте силу тока от  $I_{\text{макс}}$  до 0 через 0,05 А и нажимайте клавишу ИЗМЕРЕНИЕ.

7. Установите переключатель направления тока на панели установки и на экране в положение ( + ).

8. Увеличивайте силу тока от 0 до  $I_{\text{макс}}$  через 0,05 А и нажимайте клавишу ИЗМЕРЕНИЕ.

9. Уменьшите силу тока от  $I_{\text{макс}}$  до 0, нажмите кнопку СТОП, выключите установку и перепишите результаты измерений в свой отчет (см. табл. П. 8.2).

10. По данным таблицы результатов измерений постройте графики кривой намагничивания  $B = f B_0$  , магнитной проницаемости  $\mu = f B_0$  петли гистерезиса. Индукцию магнитного поля рассчитывать по формуле (2.43). Магнитную проницаемость – по формуле (2.41).

По результатам расчета и по виду петли гистерезиса укажите максимальные значения индукции намагничивающего поля  $B_0$ , индукции поля в образце  $B_{\max}$ ,  $B_{\text{ост}}$ ,  $B_{\text{коэрц}}$  и  $\mu_{\max}$ .

### ***Контрольные вопросы***

1. Что такое основная кривая намагничивания ферромагнитного образца?
2. Как можно размагнитить образец?
3. Для чего и как производят магнитную подготовку образца?
4. Каков вид зависимостей  $B = f B_0$  и  $\mu = f B_0$  у ферромагнитных образцов?
5. В чем состоит явление магнитного гистерезиса в ферромагнетике?
6. Что такое петля гистерезиса, остаточная индукция, коэрцитивная сила?
7. Из каких приборов состоит намагничивающая цепь?
8. Из каких приборов состоит измерительная цепь?
9. Как рассчитываются в данной работе индукция  $B_0$  намагничивающего поля, магнитная индукция  $B$  в образце, относительная магнитная проницаемость  $\mu$  образца?

## **2.4. Явление электромагнитной индукции**

### **2.4.1. Изучение магнитного поля Земли**

#### ***Магнитное поле Земли***

Как известно, Земля окружена магнитным полем. Изучение его имеет чрезвычайно важное практическое и научное значение. Точное знание составляющих магнитного поля Земли играет весьма важную роль в навигации, при поисках месторождений железной руды и других полезных ископаемых.

Это поле, как и всякое другое магнитное поле, в каждой точке характеризуется вектором магнитной индукции  $\vec{B}$ . Магнетизм Земли обусловлен действием постоянных источников, расположенных внутри Земли. Сложную картину магнитного поля Земли в первом приближении можно представить полем од-

народного намагниченного шара, магнитный момент которого направлен под углом  $11,5^\circ$  к оси вращения Земли (см. рис. 2.19).

Вектор  $\vec{B}$  магнитного поля Земли в любой точке земной поверхности лежит в вертикальной плоскости, которую называют плоскостью магнитного меридиана этой точки. Плоскость магнитного меридиана проходит через магнитные полюсы Земли. Именно в этой плоскости ориентируется свободная магнитная стрелка (например, стрелка компаса).

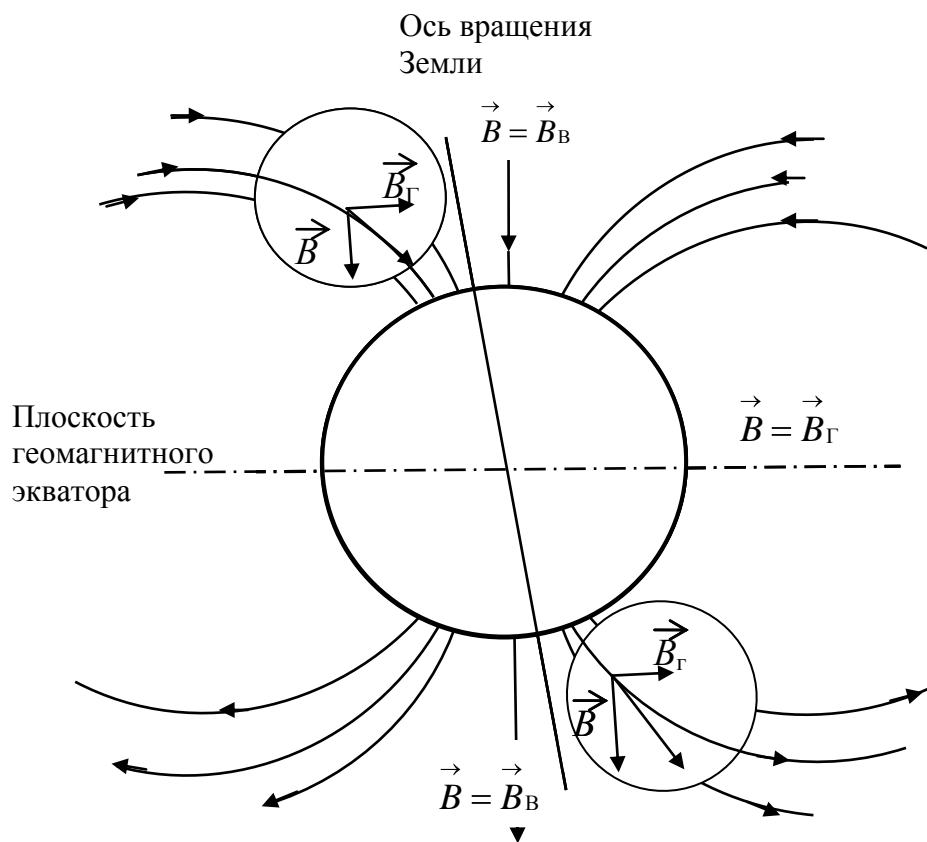


Рис. 2.19. Магнитное поле Земли,  $N$  и  $S$  – магнитные полюсы

Так как вектор магнитной индукции в любой точке земного шара, кроме точек магнитного экватора, образует с горизонтальной плоскостью угол, отличный от нуля (рис. 2.19), его можно разложить на две составляющие: горизонтальную  $\vec{B}_\Gamma$  и вертикальную  $\vec{B}_B$ .

Целью настоящей работы является изучение магнитного поля Земли, а именно, определение его горизонтальной и вертикальной составляющих. Оказывается, изучить составляющие магнитного поля Земли можно с помощью метода, в основе которого лежит явление электромагнитной индукции.

### ***Электромагнитная индукция***

Явление электромагнитной индукции состоит в том, что в любом контуре при изменении потока вектора магнитной индукции, сцепленного с этим контуром, возбуждается электродвижущая сила – ЭДС индукции.

Согласно закону электромагнитной индукции Фарадея, ЭДС индукции, возникающая в контуре, прямо пропорциональна скорости изменения магнитного потока, сцепленного с контуром, и противоположна ей по знаку

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt},$$

где  $\varepsilon_i$  – ЭДС индукции;  $t$  – время;  $\Phi$  – поток вектора магнитной индукции сквозь поверхность, опирающуюся на контур;  $d\Phi/dt$  – скорость изменения потока вектора магнитной индукции.

Поток вектора магнитной индукции  $\Phi$  – скалярная физическая величина, определяемая выражением

$$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S},$$

где  $\vec{B}$  – вектор магнитной индукции в месте нахождения элемента поверхности  $dS$ ; вектор  $d\vec{S}$  направлен по нормали к элементу поверхности  $dS$ ;  $\vec{B}d\vec{S} = BdS \cos(\vec{B}, d\vec{S})$  – скалярное произведение этих двух векторов. Интегрирование проводится по всей поверхности, опирающейся на контур.

Для данного контура в данном поле поток  $\Phi$  не зависит от формы и размеров поверхности, опирающейся на контур. Поэтому для расчета  $\Phi$  удобно строить простейшую поверхность. Например, поток  $\Phi$  одностороннего магнитного поля  $B$ , сцепленный с плоской рамкой площадью  $S$ , рассчитывается по формуле

$$\Phi = BS \cos \alpha.$$

где  $S$  – площадь рамки;  $\alpha$  – угол между направлением поля и нормалью к плоскости рамки.

Пусть проводящий контур представляет собой катушку, содержащую  $N$  витков провода, намотанного на плоскую рамку площадью  $S$ . Площадь поверхности, которую пронизывают линии магнитного поля, в  $N$  раз больше площади одного витка. Поэтому магнитный поток, сцепленный с катушкой, равен

$$\Phi = BNS \cos \alpha.$$

Пусть катушка вращается с угловой скоростью  $\omega$  вокруг оси, лежащей в плоскости катушки, а  $B$  – составляющая магнитной индукции постоянного однородного магнитного поля, перпендикулярная оси вращения катушки. Тогда угол  $\alpha$  изменяется со временем по закону

$$\alpha = \omega t = 2\pi \frac{t}{T},$$

где  $T$  – период вращения катушки. В катушке возникает ЭДС индукции

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} BNS \cdot \cos \alpha = -BNS \frac{d}{dt} \cos \omega t = BNS \omega \cdot \sin \omega t,$$

которая, как следует из полученной формулы, изменяется со временем по гармоническому закону.

### ***Определение составляющих магнитного поля Земли с помощью индуктора***

При вращении рамки в постоянном магнитном поле в ней возникает ЭДС индукции. Если концы рамки подключить к внешнему сопротивлению  $R$ , то в такой электрической цепи потечет индукционный ток. Его величина в произвольный момент времени

$$i = \frac{\varepsilon_i}{R} = \frac{N\omega BS}{R} \sin \omega t.$$

Величину магнитной индукции можно определить, если измерить мгновенное значение ЭДС или силы индукционного тока (при известных  $N, \omega, S, R$ ).

Вместо измерения мгновенного значения ЭДС индукции (или силы индукционного тока) легче определить их средние значения за половину периода  $T/2$

$$\langle \varepsilon_i \rangle = \langle N \omega B S \sin \omega t \rangle,$$

но по теореме о среднем значении

$$\langle \sin \omega t \rangle = \left( \frac{T}{2} \right)^{-1} \int_0^{\frac{T}{2}} \sin \omega t dt = \frac{2}{\pi},$$

следовательно,

$$\langle \varepsilon_i \rangle = N \frac{2\pi}{T} B S \frac{2}{\pi} = \frac{4BSN}{T}, \quad (2.44)$$

откуда

$$B = \frac{\langle \varepsilon_i \rangle T}{4SN}, \quad (2.45)$$

где  $T$  – период вращения индуктора;  $S$  и  $N$  – соответственно площадь поперечного сечения и число витков катушки.

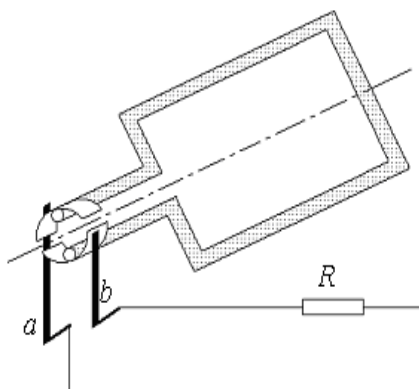


Рис. 2.20. Электрическая схема выпрямления тока

Индуктор – это плоская катушка, состоящая из большого числа последовательно соединенных витков провода, которая может свободно вращаться относительно фиксированной в пространстве оси. Ориентация последней определяется условиями конкретной задачи. На рис. 2.20 показан индуктор, содержащий один виток. Для получения знакопостоянной ЭДС индукции (или индукционного тока одного направления) концы обмотки индуктора (в данном случае – одного витка) соединены с двумя изолированными друг от друга полукольцами (коллектором) (рис. 2.20). При такой конструкции индуктора щетки  $a$  и  $b$  будут попеременно в контакте то с одним, то с другим полукольцом, при этом в цепи потечет ток переменной величины, но одного направления (рис. 2.21).



Среднее значение пульсирующего индукционного тока зависит от среднего значения  $\langle \varepsilon_i \rangle$  и от полного сопротивления электрической цепи –  $R$  (рис. 2.20).

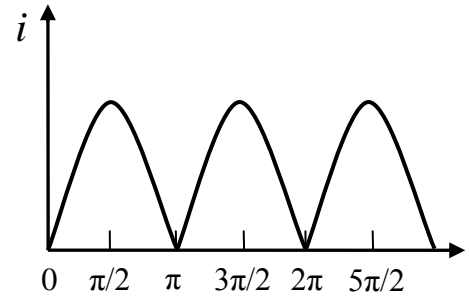


Рис. 2.21. Временная зависимость индукционного тока

Среднее значение ЭДС индукции  $\langle \varepsilon_i \rangle$  определяется методом компенсации. Для этого индуктор присоединяют к двум точкам  $C$  и  $D$  цепи, питаемой от источника постоянного тока (рис. 2.22). Разность потенциалов  $U_{CD}$ , созданная источником тока на участке  $CD$ , должна скомпенсировать ЭДС индукции, возникающую в индукторе при его вращении в магнитном поле. Условие компенсации достигается подбором скорости вращения индуктора. При наличии компенсации ток в индукторе отсутствует, это зафиксировано гальванометром  $\Gamma$ . Средняя ЭДС индукции при этом по абсолютной величине равна разности потенциалов, существующей между точками  $C$  и  $D$ :

$$\langle \varepsilon_i \rangle = U_{CD}. \quad (2.46)$$

Так как участок  $CD$  однородный, разность потенциалов на его концах равна произведению сопротивления участка на ток в нем

$$U_{CD} = Ir.$$

Следовательно,

$$\langle \varepsilon_i \rangle = Ir. \quad (2.47)$$

Подставив в формулу (2.45) выражение (2.47), получим расчетную формулу для вычисления проекции вектора магнитной индукции

$$B = \frac{IrT}{4d^2N}, \quad (2.48)$$

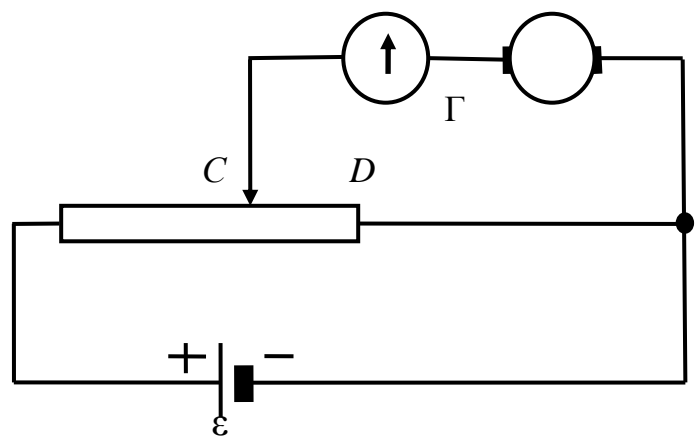


Рис. 2.22. Электрическая схема метода компенсации

где  $d^2$  – площадь поперечного сечения индуктора, выраженная через сторону квадрата  $d$ , остальные обозначения прежние.

Для измерения горизонтальной составляющей магнитной индукции Земли индуктор, очевидно, следует вращать вокруг вертикальной оси (рис. 2.23), а для измерения вертикальной составляющей индукции магнитного поля Земли – вокруг горизонтальной оси (рис. 2.24).

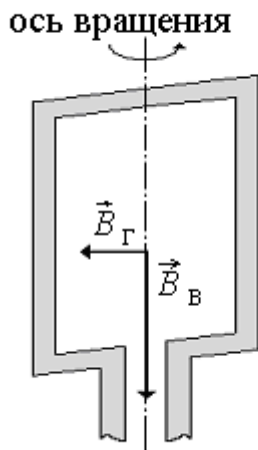


Рис. 2.23. Положение индуктора при изучении горизонтальной составляющей магнитной индукции Земли

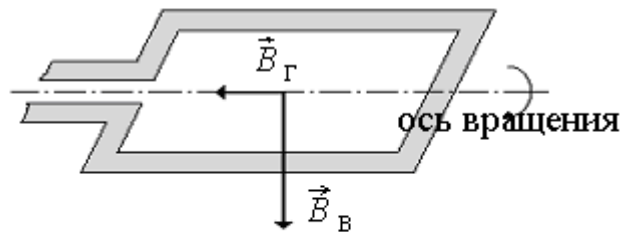


Рис. 2.24. Положение индуктора при изучении вертикальной составляющей магнитной индукции Земли

Именно в таких положениях индуктора поток вертикальной составляющей магнитной индукции Земли в первом случае и горизонтальной составляющей во втором будет неизменным и равным нулю.

Понятно, что расчетной формулой для определения обеих составляющих магнитного поля Земли будет выражение (2.48). Таким образом, достаточно, в соответствии с условием компенсации ЭДС индукции, измерить период вращения индуктора при определенном положении оси вращения последнего, и мы получим абсолютные значения горизонтальной и вертикальной составляющих магнитной индукции Земли.

### *Рекомендации по выполнению измерений*

1. Собрать электрическую цепь по схеме, представленной на рис. 2.25. Основная цепь состоит из источника постоянного тока  $\varepsilon$ , реостата  $R$ , сопротивлений  $r$ , микроамперметра  $\mu A$  и ключа  $K_1$ . Цепь индуктора содержит индуктор  $I$ , нуль-гальванометр  $\Gamma$ , магазин (или набор) сопротивлений  $r$ .
2. Замкните ключ  $K$ . С помощью реостата  $R$  (введенного первоначально на полное сопротивление) установите в основной цепи ток в соответствии с указаниями к работе (карточка с указаниями находится на рабочем столе).

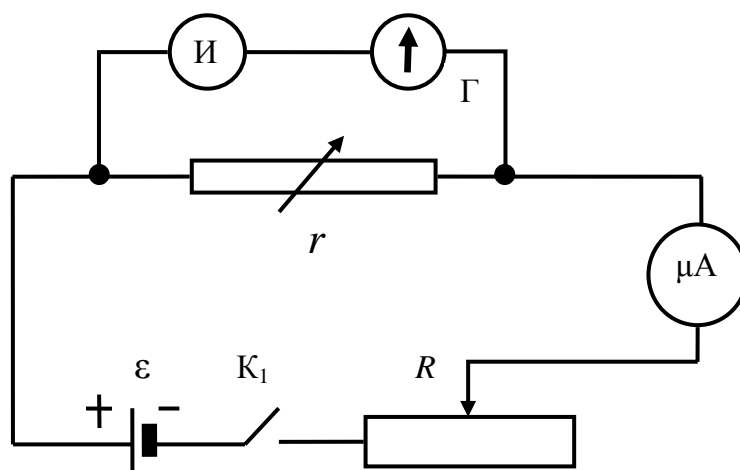


Рис. 2.25. Электрическая схема установки для изучения магнитного поля Земли

3. Для определения горизонтальной составляющей магнитной индукции Земли ось вращения индуктора установите вертикально (см. рис. 2.23).
4. Установите рекомендуемое в указаниях к работе значение силы тока для горизонтальной составляющей.
5. Начинайте вращать катушку индуктора в таком направлении и с такой скоростью, чтобы стрелка гальванометра колебалась вблизи нулевой отметки. Поддерживая скорость вращения неизменной, отсчитайте по секундомеру время 50 оборотов. Запишите показания секундомера в табл. 2. 1 и 2. 2. Опыт повторите 5 раз, и после каждого опыта показания секундомера заносите в таблицу 2.1.

Таблица 2. 1

Число оборотов индуктора	Показания секундомера, с	Период вращения индуктора, с	$(T_i - \langle T_z \rangle), \text{с}$	$(T_i - \langle T_z \rangle)^2, \text{с}^2$
50				
50				
50				
50				
50				

$$\sum (T_i - \langle T_z \rangle)^2 = \dots$$

6. Затем перейдите к определению вертикальной составляющей магнитного поля Земли. Для этого расположите ось вращения индуктора горизонтально (см. рис. 2.24). В лаборатории индукторы расположены (и закреплены) так, что при определении вертикальной составляющей оси вращения их будут ориентированы по магнитному меридиану.

7. Установите рекомендуемое значение силы тока для вертикальной составляющей (иное по сравнению с п. 3).

8. Прodelайте операции, аналогичные описанным в п. 5. Результаты измерений занесите в табл. 2.2. Заполните колонки этой таблицы по той же схеме, как для горизонтальной составляющей.

Таблица 2. 2

Число оборотов индуктора	Показания секундомера, с	Период вращения индуктора, с	$(T_i - \langle T_\theta \rangle), \text{с}$	$(T_i - \langle T_\theta \rangle)^2, \text{с}^2$
50				
50				
50				
50				
50				

$$\sum (T_i - \langle T_\theta \rangle)^2 =$$

Используя полученные данные, рассчитайте в каждом отдельном опыте период вращения индуктора. Соответствующие значения для горизонтальной и вертикальной составляющих впишите в табл. 2.1 и табл. 2.2. Найдите среднее

значение периода вращения индуктора при определении горизонтальной и вертикальной составляющих магнитной индукции Земли. Рассчитайте квадраты отклонений периода вращения индуктора в каждом опыте от среднего значения и найдите их сумму для каждой составляющей в отдельности (см. табл. 2.1, и 2.2).

### ***Расчет составляющих магнитной индукции Земли***

#### ***и доверительных границ погрешности результата измерения***

По формуле (2.48) с использованием средних значений периода рассчитайте горизонтальную и вертикальную составляющие магнитного поля Земли:  $\langle B_z \rangle$  и  $\langle B_\theta \rangle$ .

Затем вычислите границы погрешности результата измерения составляющих магнитного поля Земли в относительной форме по формуле

$$\gamma = \frac{\Delta_B}{\langle B \rangle} = \sqrt{\left(\frac{\Delta_I}{I}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_r}{r}\right)^2 + \left(2\frac{\Delta_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_{\langle T \rangle}}{\langle T \rangle}\right)^2}, \quad (2.49)$$

где  $\Delta_I, \Delta_r, \Delta_d, \Delta_{\langle T \rangle}$  – границы полных погрешностей, которые следует рассчитывать так:

$$\Delta_x = \sqrt{\theta_x^2 + \varepsilon_x^2}, \quad (2.50)$$

где  $\theta_x$  – доверительная граница неисключенной систематической погрешности;  $\varepsilon_x$  – доверительная граница случайной погрешности результата измерения величины  $x$ .

Граница неисключенной систематической погрешности равна

$$\theta_x = 1,1\sqrt{\theta_{\text{осн}}^2 + \theta_{\text{отс}}^2}; P = 0,95, \quad (2.51)$$

где  $\theta_{\text{осн}}$  – основная погрешность рассчитывается по классу точности прибора по формуле

$$\theta_{\text{осн}} = x_{\text{max}} \frac{\delta}{100}, \quad (2.52)$$

где  $\delta$  – класс точности прибора;  $x_{\max}$  – верхний предел измерения прибором (или номинальное значение);  $\theta_{\text{отс}}$  – погрешность отсчитывания, принимаемая равной половине цены деления шкалы.

Доверительная граница случайной погрешности находится по формуле

$$\varepsilon_x = t_{p,n} S_{\langle x \rangle}, \quad (2.53)$$

где  $t_{p,n}$  – коэффициент Стьюдента, зависящий от принятой доверительной вероятности  $P$  и числа измерений  $n$  (в данной лабораторной работе  $n = 5$ ,  $P = 0,95$ , а  $t_{0,95;5} = 2,77$ );  $S_{\langle x \rangle}$  – среднее квадратическое отклонение среднего арифметического, рассчитываемое как

$$S_{\langle x \rangle} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \langle x \rangle)^2}{n(n-1)}}; \quad (2.54)$$

под  $\langle x \rangle$  понимается среднее арифметическое измеряемой величины, а под  $x_i$  – результат  $i$ -го наблюдения.

Граница полной погрешности измерения силы тока  $I$  будет определяться только границей неисключенной систематической погрешности (принимая, что  $\varepsilon_I = 0$ )

$$\Delta_I = \theta_I = 1,1 \sqrt{\left( I_{\max} \frac{\delta}{100} \right)^2 + \left( \frac{C}{2} \right)^2},$$

где  $I_{\max}$  – предел измерений по шкале микроамперметра;  $\delta$  – класс точности микроамперметра;  $C$  – минимальная цена деления шкалы прибора.

Погрешность сопротивления  $\Delta_r$  задается в списке параметров установки.

Граница полной погрешности в определении геометрических размеров индуктора  $\Delta_d$  не рассчитывается, она приводится в списке параметров установки.

Границу полной погрешности измерения периода вращения индуктора следует рассчитывать с учетом доверительных границ как случайной, так и систематической погрешности. В первую очередь оцените границу систематиче-

ской погрешности, которая определяется исключительно погрешностью отсчитывания временного интервала и может быть рассчитана по соотношению

$$\theta_{\langle T \rangle} = \langle T \rangle \frac{\Delta_t}{t_{\min}}; P = 0,95,$$

где  $\langle T \rangle$  – среднее значение периода для данной составляющей;  $\Delta_t$  – граница полной погрешности отсчитывания временного интервала ( $\Delta_t = \frac{C}{2}$ , здесь  $C$  – минимальная цена деления шкалы секундомера);  $t_{\min}$  – минимальный временной интервал при изучении соответствующей составляющей (см. табл. 2.1. и 2.2).

Далее рассчитайте среднее квадратическое отклонение для каждой составляющей в отдельности по формуле (2.54) и сравните его с соответствующим значением доверительной границы систематической погрешности:

– если  $\theta_{\langle T \rangle} / S_{\langle T \rangle} < 0,8$ , то систематической погрешностью по сравнению со случайной пренебрегают и принимают за границу погрешности результат измерения периода  $\Delta_{\langle T \rangle} = \varepsilon_{\langle T \rangle}$ ;

– если  $\theta_{\langle T \rangle} / S_{\langle T \rangle} > 0,8$ , то случайной погрешностью по сравнению с систематической пренебрегают и принимают за границу погрешности результат измерения:  $\Delta_{\langle T \rangle} = \theta_{\langle T \rangle}$ ;

– если  $0,8 < \theta_{\langle T \rangle} / S_{\langle T \rangle} < 0,8$ , то необходимо учитывать обе составляющие погрешности измерения. В этом случае доверительную границу погрешности результата измерения:  $\Delta_x = \sqrt{\theta_x^2 + \varepsilon_x^2}$

Полученные значения для  $\Delta_I$ ,  $\Delta_r$ ,  $\Delta_d$  и  $\Delta_T$  подставьте в формулу (2.49) и произведите расчет  $\gamma$ .

Найдите границы абсолютной погрешности результатов измерений горизонтальной и вертикальной составляющих магнитной индукции Земли

$$\Delta_B = \gamma \cdot \langle B \rangle, P = 0,95.$$

Напоминаем, что погрешности окончательного результата должны быть выражены одной значащей цифрой.

Окончательный результат:

$$B_{\Gamma} = \langle B_{\Gamma} \rangle \pm \Delta_{B_{\Gamma}}, \text{ Тл}; P = 0,95;$$

$$B_{\text{в}} = \langle B_{\text{в}} \rangle \pm \Delta_{B_{\text{в}}}, \text{ Тл}, P = 0,95.$$

### ***Контрольные вопросы и задания***

1. Сформулируйте цель работы.
2. В чем состоит явление электромагнитной индукции? Сформулируйте правило Ленца.
3. Опишите метод определения составляющих вектора магнитной индукции Земли, применяемый в настоящей работе.
4. Как происходит выпрямление переменного тока во внешней цепи индуктора?
5. В чем смысл компенсационного метода измерения ЭДС?
6. С какой скоростью следует вращать рамку индуктора при проведении измерений?
7. Как в данной работе измеряется каждая из величин, входящих в расчетную формулу (2.48)?
9. Как должна быть ориентирована ось вращения индуктора при определении горизонтальной и вертикальной составляющей индукции магнитного поля Земли?

## **2.5. Изучение электромагнитных колебаний**

### **2.5.1. Сложение электрических колебаний**

Практическое изучение сложения электрических колебаний содержит две задачи: в первой предстоит познакомиться со сложением колебаний одного направления и измерить частоту промышленной электрической сети методом биений; во второй – изучить сложение взаимно перпендикулярных колебаний и измерить ту же частоту методом фигур Лиссажу. В обеих задачах результат сложения колебаний наблюдается на экране осциллографа.



## Некоторые сведения из теории колебаний

**Колебательный контур.** Электрическая цепь, изображенная на рис. 2.26, называется колебательным контуром. Основными элементами в ней являются:

катушка индуктивности  $L$ , конденсатор  $C$  и активное сопротивление  $R$ . Пусть в начальный момент конденсатор заряжен. Напомним, что в этой цепи происходит периодический обмен энергией между электрическим полем конденсатора и магнитным полем катушки. Дважды за период колебаний электрическая энергия  $W_E = \frac{q^2}{2C}$ , где  $q$  – заряд, сосредоточенный на обкладках конденсатора, полностью (идеальный контур) или частично (реальный контур) переходит в энергию магнитного поля катушки

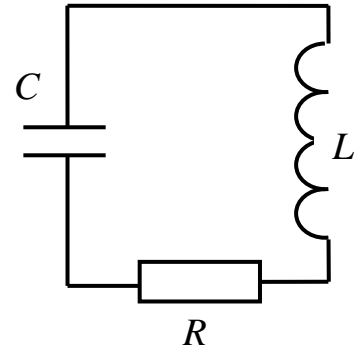


Рис. 2.26. Колебательный контур

( $W_B = \frac{LI^2}{2}$ , где  $I$  – разрядный ток, протекающий через катушку). В реальном контуре собственные колебания являются затухающими.

**Основные уравнения электрических колебаний.** Исходным уравнением для любого (по физической природе) колебания является дифференциальное уравнение второго порядка, составленное с учетом конкретных условий. Получим это уравнение для идеального колебательного контура ( $R = 0$ ). Используем закон сохранения энергии в этой цепи:

$$W_E + W_B = \text{const} \quad \text{или} \quad \frac{d}{dt} W_E + W_B = 0. \quad (2.55)$$

С учетом значений  $W_E$  и  $W_B$  перепишем уравнение (2.55) в виде

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{q^2}{2C} + \frac{LI^2}{2} \right) = 0, \quad (2.56)$$

где  $q$  и  $I$  – мгновенные значения заряда и тока в контуре. Дифференцируя выражение (2.56), имеем

$$\frac{2q}{2C} \frac{dq}{dt} + \frac{2LI}{2} \frac{dI}{dt} = 0. \quad (2.57)$$

Разделив обе части на  $LI$  и обозначив

$$\frac{1}{LC} = \omega_0^2, \quad \frac{dI}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}, \quad (2.58)$$

получим исходное дифференциальное уравнение собственных незатухающих электрических колебаний в контуре

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0. \quad (2.59)$$

Его решение в тригонометрической форме имеет вид

$$q = q_0 \cos \omega_0 t + \varphi_0 \quad (2.60)$$

и носит название уравнения незатухающего гармонического колебания. В уравнении (2.60), таким образом,  $q$  – мгновенное значение заряда в момент времени  $t$ ;  $q_0$  – амплитудное (наибольшее) значение заряда в контуре,  $\varphi = \omega_0 t + \varphi_0$  – фаза колебания;  $\varphi_0$  – начальная фаза;  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$  – циклическая частота и  $T$  – период колебаний.

И, наконец, разделив обе части уравнения (2.60) на  $C$  (емкость конденсатора), получим уравнение незатухающих гармонических электрических колебаний, записанное для напряжения на обкладках конденсатора:

$$U = U_0 \cos \omega_0 t + \varphi_0. \quad (2.61)$$

Конечно, условие  $R = 0$  в реальном контуре невыполнимо, и в системе должны возникнуть затухающие колебания. Чтобы колебания остались гармоническими, потерю энергии необходимо восполнить работой внешнего источника тока. В этом случае установившиеся вынужденные колебания являются колебаниями незатухающими и могут быть описаны уравнением

$$U = U_0 \cos \omega t + \varphi_0, \quad (2.62)$$

где амплитуда колебаний  $U_0$  и начальная фаза  $\varphi_0$  сложным образом зависят от параметров контура и характеристик внешнего сигнала, а частота колебаний  $\omega$  определяется частотой внешнего сигнала. Именно такой электрический сигнал

(временную развертку синусоидального переменного напряжения, получаемого в контуре) вы будете наблюдать на экране электронного осциллографа при выполнении лабораторной работы.

**Сложение гармонических электрических колебаний.** На отклоняющие пластины осциллографа можно одновременно подать два независимых электрических сигнала. Если источники этих сигналов соединены последовательно и подключены к одному входу осциллографа, то электронный луч на экране нарисует временную развертку результирующего колебания. Если же оба источника электрических колебаний подключить отдельно на горизонтальный и вертикальный входы осциллографа, то электронный луч на экране будет двигаться по траектории результирующего колебания, получающегося при сложении взаимно перпендикулярных колебаний.

### ***Задача 1. Сложение колебаний одного направления с близкими частотами (биения)***

При сложении двух колебаний, происходящих вдоль одного направления, согласно уравнениям:

$$U_1 = U_{01} \cos \omega_1 t + \varphi_{01} ,$$

$$U_2 = U_{02} \cos \omega_2 t + \varphi_{02} ,$$

при условии  $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ , получается результирующее колебание с той же частотой  $\omega$ .

Используя представления о сложении двух колебаний одного направления с помощью векторной диаграммы, амплитуду результирующего колебания найдем по теореме косинусов

$$U_0^2 = U_{01}^2 + U_{02}^2 + 2U_{01}U_{02} \cos \Delta\varphi, \quad (2.63)$$

где  $\Delta\varphi$  – разность фаз складываемых колебаний. Из выражения (2.63) видно, что если колебания синфазны ( $\Delta\varphi = 0$ ), то  $U_0 = U_{01} + U_{02}$ . В этом случае колебания максимально усиливают друг друга. И, напротив, если колебания проис-

ходят в противофазе  $\Delta\varphi = \pi$ , то  $U_0 = U_{01} - U_{02}$  и при  $U_{01} = U_{02}$  наблюдается полное гашение колебаний  $U_0 = 0$ .

Битения возникают вследствие того, что разность фаз складываемых колебаний с близкими частотами все время изменяется так, что оба колебания в какой-то момент оказываются в фазе, а через некоторое время – в противофазе, затем снова в фазе и снова в противофазе и т. д. В итоге возникают периодические изменения амплитуды результирующего колебания. Покажем это. Фраза "почти одинаковые частоты складываемых колебаний"

$$U_1 = U_{01} \cos \omega_1 t + \varphi_{01},$$

$$U_2 = U_{02} \cos \omega_2 t + \varphi_{02}$$

означает, что  $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 \ll \omega_1$  (или  $\omega_2$ ). Приняв для простоты  $\varphi_{01} = \varphi_{02} = 0$  и  $U_{01} = U_{02} = U_0$ , после тригонометрических преобразований («сумма косинусов двух углов») получаем

$$U = U_1 + U_2 = U_0 \cos \omega_1 t + U_0 \cos \omega_2 t = 2U_0 \cos \frac{\Delta\omega}{2} t \cos \left( \omega_1 + \frac{\Delta\omega}{2} \right) t.$$

Учитывая, что  $\Delta\omega \ll \omega_1$  и что  $\omega_1 \approx \omega_2 = \omega$ , окончательно получим уравнение битений

$$U = 2U_0 \cos \frac{\Delta\omega}{2} t \cos \omega t. \quad (2.64)$$

Уравнение (2.64) описывает колебание  $U = U_0 t \cos \omega t$  с частотой  $\omega$ , амплитуда которого  $U_0 t$  меняется со временем по периодическому закону

$$U t = \left| 2U_0 \cos \frac{\Delta\omega}{2} t \right|, \quad (2.65)$$

где  $\frac{\Delta\omega}{2}$  – циклическая частота изменения амплитуды.

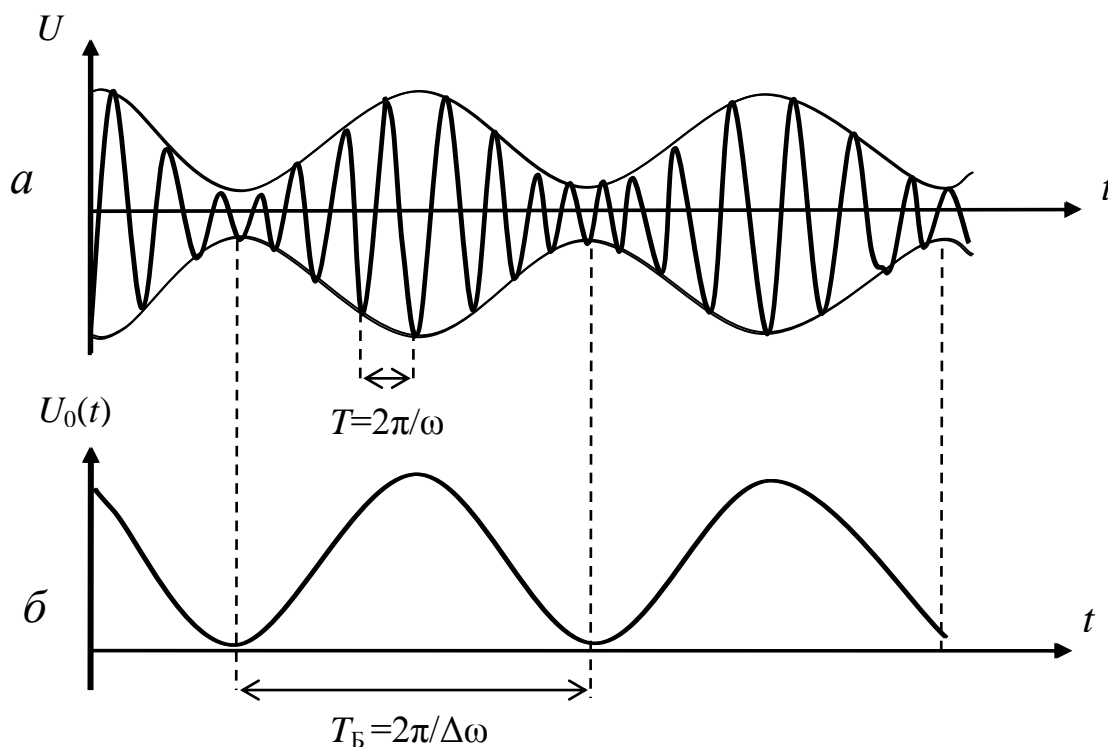


Рис. 2.27. Биения

На рис. 2.27 изображены графики результирующего колебания (а) и амплитуды биений (б). Период изменения амплитуды называют периодом биений  $T_B = \frac{2\pi}{\Delta\omega}$ , а биения квадрата амплитуды происходят с частотой  $\Delta\omega$ , называемой циклической частотой биений.

Из рис. 2.27 видно, что циклическая частота биений равна  $\Delta\omega$ , т. е. разности частот складываемых колебаний. Изучение биений представляет практический интерес, поскольку это один из вариантов осуществления амплитудной модуляции колебаний.

### ***Задача 2. Сложение взаимно перпендикулярных гармонических колебаний.***

#### ***Фигуры Лиссажу***

Для простоты вначале рассмотрим случай, когда частоты складываемых колебаний одинаковы. Тогда вид уравнения результирующего колебания и его траектория будут определяться разностью фаз складываемых колебаний

$$\left. \begin{aligned} U_x &= U_{01} \cos \omega t + \varphi_{01} \\ U_y &= U_{02} \cos \omega t + \varphi_{02} \end{aligned} \right\} \Delta\varphi = \varphi_{01} - \varphi_{02}. \quad (2.66)$$

Если эти колебания синфазны  $\Delta\varphi = 0$ , то уравнение траектории (прямой) имеет вид

$$y = \frac{U_{01}}{U_{02}} x. \quad (2.67)$$

Если же складываемые колебания противофазны  $\Delta\varphi = \pi$ , то результирующее колебание происходит вдоль прямой во втором квадранте

$$y = -\frac{U_{02}}{U_{01}} x. \quad (2.68)$$

Уравнения (2.67) и (2.68) получены из уравнений (2.66) путем исключения времени и переобозначений:  $U_x = x$ , а  $U_y = y$ .

Следовательно, в случае  $\omega_1 = \omega_2 = \omega$  и  $\Delta\varphi = 0$  или  $\Delta\varphi = \pi$  результирующее колебание происходит с частотой  $\omega$  вдоль прямой, описываемой формулами (2.67) или (2.68), с амплитудой  $U_0 = \sqrt{U_{01}^2 + U_{02}^2}$ . Рис. 2.28 поясняет это.

Пусть теперь разность фаз складываемых колебаний  $\Delta\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$ :

$$\begin{aligned} U_x &= U_{01} \cos \omega t; \\ U_y &= U_{02} \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right). \end{aligned}$$

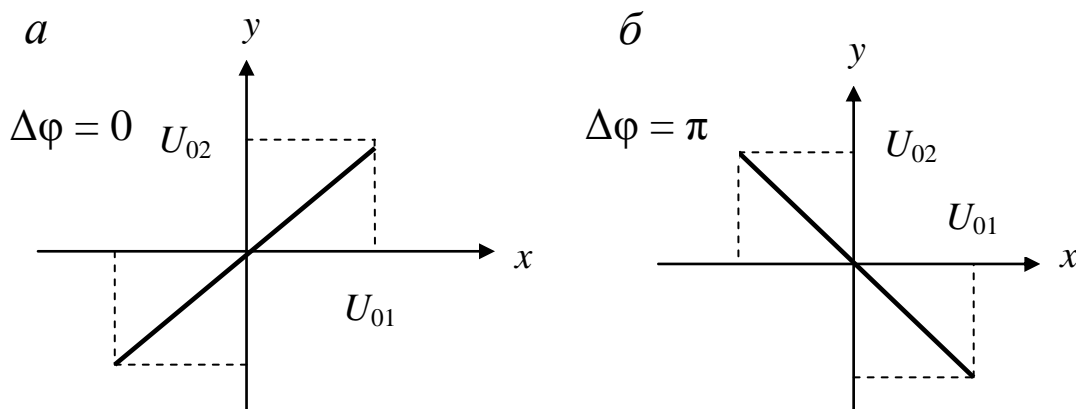


Рис. 2.28. Сложение взаимно перпендикулярных колебаний

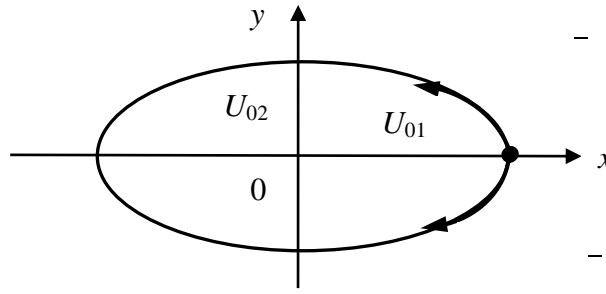


Рис. 2.29. Колебания по эллипсу

Снова переобозначая  $U_x = x$ ,  $U_y = y$  и учитывая, что

$$\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin \omega t,$$

получим

$$\begin{cases} \frac{x}{U_{01}} = \cos \omega t, \\ \frac{y}{U_{02}} = \sin \omega t. \end{cases} \quad (2.69)$$

Возводя обе части этих уравнений в квадрат и почленно складывая их, получим уравнение эллипса, приведенного к осям  $x$  и  $y$ :

$$\frac{x^2}{U_{01}^2} + \frac{y^2}{U_{02}^2} = 1.$$

Полуоси эллипса равны  $U_{01}$  и  $U_{02}$ . Результирующее движение электронного луча происходит по эллипсу, изображенному на рис. 2.29. Направление движения определяется знаком величины  $\Delta\varphi$  ( $+\frac{\pi}{2}$  или  $-\frac{\pi}{2}$ ).

При  $U_{01} = U_{02}$  эллипс вырождается в окружность.

Если частоты складываемых перпендикулярных колебаний не одинаковы  $\omega_1 \neq \omega_2$ , то траектории результирующего движения представляют собой сложные кривые. Если отношение частот равно отношению целых чисел, то траектории оказываются замкнутыми фигурами, называемыми фигурами Лиссажу. В качестве примера рассмотрим сложение взаимно перпендикулярных колебаний, частоты которых отличаются в два раза

$$\left. \begin{aligned} U_X &= U_{01} \cos \omega_X t + \varphi_{01} \\ U_Y &= U_{02} \cos \omega_Y t + \varphi_{02} \end{aligned} \right\} \frac{\omega_X}{\omega_Y} = \gamma = 2, \Delta\varphi = 0 \quad \varphi_{01} = \varphi_{02} = 0.$$

Снова используя переобозначения и тригонометрические преобразования, перепишем уравнения

$$\begin{cases} x = U_{01} \cos \omega t, \\ y = U_{02} \cos \frac{\omega}{2} t = U_{02} \sqrt{\frac{1 + \cos \omega t}{2}}. \end{cases} \quad (2.70)$$

Исключив из системы (2.70) время, получим уравнение параболы

$$\frac{2y^2}{U_{02}^2} - \frac{x}{U_{01}} = 1, \quad (2.71)$$

вершина которой находится в точке  $(-U_{01}, 0)$ , ось параболы совпадает с осью  $x$ , вогнутость обращена вправо (рис. 2.30).

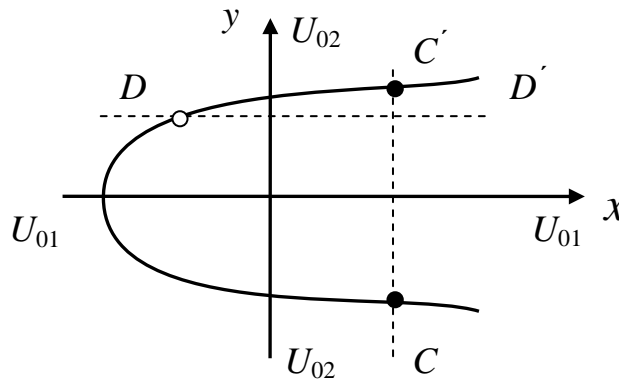
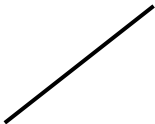
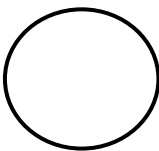
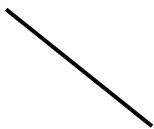
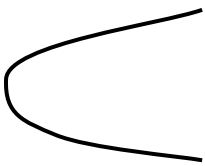
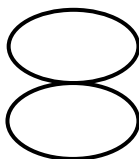
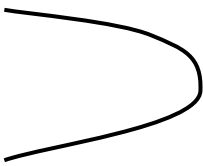
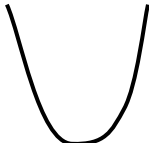
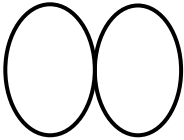

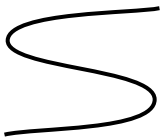
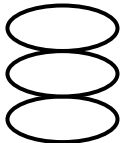
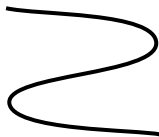

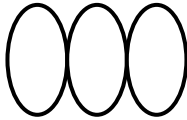

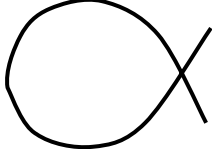
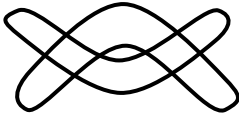
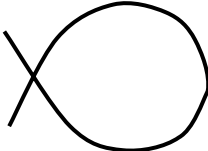


Рис. 2.30. Колебания по параболической кривой

Надо иметь в виду, что фазы складываемых колебаний  $\varphi_{01}$  и  $\varphi_{02}$  на практике медленно изменяются со временем, соответственно и разность фаз  $\Delta\varphi$  претерпевает изменения со временем. В результате наблюдаемая на экране осциллографа картина неизбежно «плывет»: фигура Лиссажу постепенно трансформируется, принимая различные, но характерные для данного значения  $\gamma$  формы, соответствующие всевозможным значениям  $\Delta\varphi$  в пределах от 0 до  $2\pi$ .



**Фигуры Лиссажу**

Отношение частот $\gamma$	Разность фаз $\Delta\varphi$		
	0	$\pi/2$	$\pi$
$\gamma = \frac{\omega_x}{\omega_y} = \frac{1}{1}$			
$\gamma = \frac{\omega_x}{\omega_y} = \frac{2}{1}$			
$\gamma = \frac{\omega_x}{\omega_y} = \frac{1}{2}$			
$\gamma = \frac{\omega_x}{\omega_y} = \frac{3}{1}$			
$\gamma = \frac{\omega_x}{\omega_y} = \frac{1}{3}$			
$\gamma = \frac{\omega_x}{\omega_y} = \frac{2}{3}$			

Отношение частот складываемых колебаний можно легко определить по форме фигуры Лиссажу. Для этого достаточно провести две вспомогательные линии (это линии  $CC'$  и  $DD'$  на рис. 2.30), перпендикулярные осям  $x$  и  $y$ , и подсчи-

тать количество пересечений этими линиями фигуры Лиссажу. В нашем примере на рис. 2.30

$$\gamma = \frac{\omega_X}{\omega_Y} = \frac{2}{1},$$

где 2 – число пересечений для линии  $CC$ , 1 – число пересечений для линии  $DD$ .

В табл. 2.3 представлены фигуры Лиссажу для разных соотношений частот  $\gamma$  и разностей фаз  $\Delta\varphi$ .

### ***Рекомендации по проведению эксперимента***

Экспериментальная установка, включающая генератор звуковой частоты ГЗ–118, изображена на рис. 2.31. В качестве осциллографа в настоящей работе используется компьютер с установленной программой-осциллографом. Вид лицевой панели осциллографа показан на рис. 2.32.

### ***Задача 1. Измерение частоты переменного электрического тока методом биений***



Рис. 2.31. Внешний вид установки

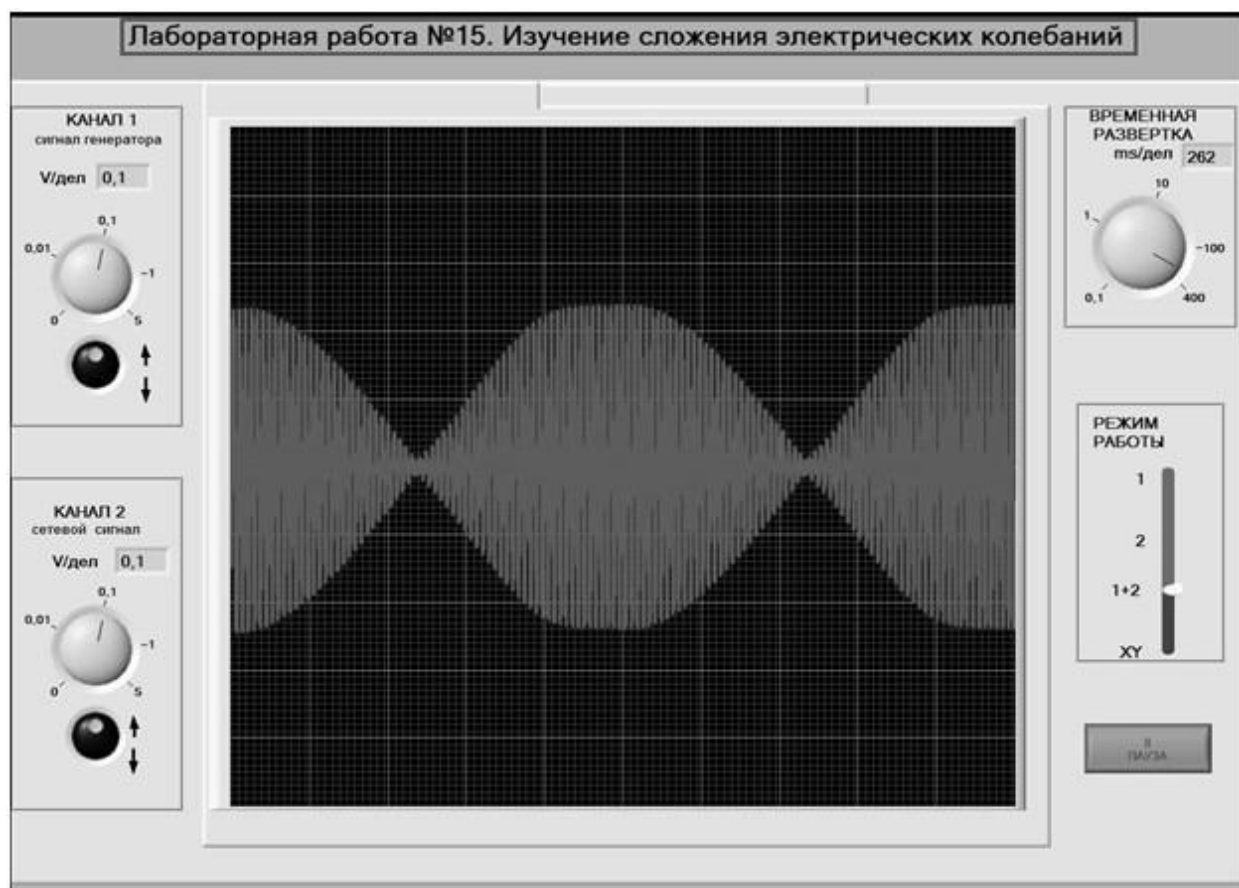



Рис. 2.32. Лицевая панель осциллографа

Для проведения эксперимента выполните следующие шаги.

- 1) Включить питание установки. Переключатель вида работы поставить в положение СЛОЖЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ. Включить генератор ГЗ–118. Найти на рабочем столе компьютера ярлык «Работа № 15», дважды щелкнуть по нему левой кнопкой мыши.
- 2) Регулятор «временная развертка ms/дел» перевести в положение «10» ms/дел.
- 3) Переключатель «Режим работы» перевести в положение «2» – вы увидите осциллограмму сетевого сигнала, поданного на 2-й канал осциллографа.
- 4) Учитывая, что цена большого деления шкалы по оси напряжения для этого канала устанавливается ручкой «V/дел» в блоке «КАНАЛ 2», измерить амплитуду сетевого сигнала, занести в п. 1.3 отчета (см. прил. 10).
- 5) Переключатель «Режим работы» перевести в положение «1» – вы увидите осциллограмму сигнала с генератора, поданного на 1-й канал осциллографа.

- 6) С помощью регулятора генератора «» установить амплитуду сигнала с генератора равной амплитуде сетевого сигнала. Занести амплитуду сигнала генератора в п. 1.3 отчета (см. прил. 10).

### ***Изучение биений***

1. С помощью регуляторов частоты генератора установить частоту сигнала, равную 51,5 Гц.
2. Переключатель «Режим работы» перевести в положение «1 + 2»; вы увидите картину биений.
3. Регулятор «временная развертка ms/дел» перевести в положение «200 ms/дел» – при этом цена большого деления по оси времени составит 200 мс.
4. В момент, когда на экране видны два соседних максимума биений, щелкнуть по кнопке «пауза».
5. С помощью горизонтальной оси времени измерить период биений  $T_6$  (для измерения периода необходимо измерить интервал времени между двумя соседними максимумами), а с помощью вертикальной оси напряжения – амплитуду биения  $2U_0$ , занести в п. 1.3 отчета (см. прил. 10).
6. Вновь щелкнуть по кнопке «пауза».
7. Регулятор «временная развертка ms/дел» перевести в положение «10 ms/дел», щелкнуть по кнопке «пауза».
8. Измерить период колебаний, щелкнуть по кнопке «пауза».
9. Записать уравнение биений, определить частоту сетевого сигнала (п. 1.4 и 1.5 отчета).

### ***Задача 2. Изучение фигур Лиссажу***

1. С помощью регуляторов частоты генератора установить частоту сигнала равной частоте сетевого сигнала  $f_c$ , найденной в задаче 1.
2. Переключатель «Режим работы» перевести в положение «XY»: вы увидите результат сложения взаимно перпендикулярных сигналов, соответствующий равенству частот обоих источников

$$\gamma = f^x / f^y = f^{\text{канал1}} / f^{\text{канал2}} = 1/1.$$

3. С помощью регуляторов десятых долей герца и ручки «Расстройка» генератора подобрать такую частоту генератора  $f_i^{3\Gamma}$ , при которой наблюдаемая фигура Лиссажу как можно медленнее меняется со временем; после получения необходимого значения частоты записать это значение в третью колонку табл. 10.1 отчета. Примечание: цена одного деления регулятора «Расстройка» составляет 0,4 от цены деления регулятора десятых долей герца (т. е. при частотах меньше 100 Гц она составляет 0,04 Гц).
4. В соответствии с текущим значением  $\gamma$  и частоты звукового генератора  $f_i^{3\Gamma}$  определить частоту сетевого напряжения  $f_i^C$ , занести в табл. П. 10.1 отчета.
5. Зарисовать полученную фигуру Лиссажу в табл. П. 10.2 отчета. Измерить число пересечений фигуры Лиссажу горизонтальной ( $n_x$ ) и вертикальной ( $n_y$ ) линиями и также занести в табл. П. 10.2 отчета.
6. Используя значение частоты сетевого напряжения  $f_c$ , найденное в задаче 1, рассчитать частоты, которые необходимо выставить на генераторе, чтобы получить необходимые значения для  $\gamma = f^x / f^y$ , перечисленные в табл. П. 10.1 отчета.
7. Изменяя частоту генератора, получить новые фигуры для отношения частот ( $\gamma = 1/2, 2/1, 2/3, 3/2, 3/4, 4/3$ ); каждый раз выполнять действия п. 3–5.
8. Закрыть программу измерений, выключить генератор и питание установки.

Среднее значение  $\langle f^c \rangle$ , рассчитанное по формуле  $\langle f^c \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_i^c$ , где  $n$  –

число измерений, можно принять в качестве экспериментального значения частоты промышленной электрической сети.

Оцените погрешность измерения. Среднеквадратическое отклонение

$$S \langle f^c \rangle = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \langle f^c \rangle - f_i^c^2}{n(n-1)}},$$

умноженное на коэффициент Стьюдента (он находится по таблицам для вероятности  $P = 0,95$ ), определит доверительную границу случайной погрешности  $\Delta f^C$  измерения частоты

$$\Delta f^C = \varepsilon_f = \pm t_{p,n} S \langle f^C \rangle$$

(при этом полагаем, что систематическая погрешность намного меньше случайной). Запишите (вспомнив правила округления) окончательный результат в виде

$$f^C = \langle f^C \rangle \pm \Delta f^C.$$

Напишите отчет по общей форме. В конце отчета сделайте вывод, в котором сравните использованные вами методы измерения частоты электрических колебаний (метод биений и метод фигур Лиссажу).

### ***Контрольные вопросы***

1. Какая электрическая цепь называется колебательным контуром? Какие процессы в ней происходят? Почему эта цепь так называется?
2. Запишите уравнения изменения заряда, тока и напряжения в идеальном колебательном контуре.
3. Что такое биения? Как можно наблюдать картину биений? Как определить частоту биений?
4. Как получить на экране осциллографа фигуры Лиссажу? От чего зависит форма фигуры? Как по форме фигуры Лиссажу определить отношение частот складываемых колебаний?
5. Изменяется ли частота промышленной электрической сети и от чего она зависит?

### **2.5.2. Изучение затухающих колебаний**

В предлагаемом эксперименте исследуются электрические колебания с помощью электронного осциллографа, что позволяет рассчитать характеристики затухающих колебаний в контуре.

Электрические цепи, называемые колебательными контурами, являются основой электро- и радиотехники, поэтому изучение процессов, в них происходящих, представляет значительный интерес для инженерной практики.

Работа содержит три задачи: в первой необходимо с помощью осциллографа изучить график и составить уравнение затухающих колебаний в контуре; во второй – измерить характеристики контура, определяющие интенсивность затухания колебаний; и в третьей – изучить аperiodический режим колебательного контура.

### *Затухающие электрические колебания*

Колебательный контур – это электрическая цепь (см. рис. 2.33), состоящая из конденсатора  $C$ , катушки индуктивности  $L$  и активного сопротивления  $R$ .

Источник тока  $\varepsilon$  и переключатель  $\Pi$  нужны только в начальный момент для зарядки конденсатора. Напомним, что в этой цепи происходит периодиче-

ский обмен энергией между электрическим полем конденсатора ( $W_E = \frac{q^2}{2C}$ , где

$q$  – заряд на обкладках конденсатора) и магнитным полем катушки ( $W_B = \frac{LI^2}{2}$ ,

где  $I$  – разрядный ток, протекающий через катушку).

Составим уравнение колебаний, происходящих в реальном  $R \neq 0$  колебательном контуре. По закону сохранения энергии

$$-d(W_E + W_B) = I^2 R dt. \quad (2.72)$$

В уравнении (2.72) записано, что полная энергия контура

$W = W_E + W_B$  убывает со временем (знак «–»), переходя в «джоулево» тепло (правая часть). В это уравнение вместо  $W_E$  и  $W_B$  надо подставить их значения,

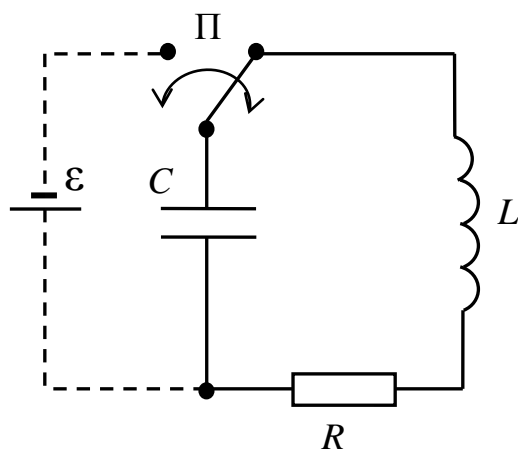


Рис. 2.33. Колебательный контур

продифференцировать по времени и разделить обе части на произведение  $LIdt$ .

Учитывая, что  $I = \frac{dq}{dt} = \dot{q}$ , и  $\frac{dI}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2} = \ddot{q}$  и вводя обозначения  $\frac{R}{2L} = \beta$  и

$\frac{1}{LC} = \omega_0^2$ , окончательно получим

$$\ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2 q = 0. \quad (2.73)$$

Перед нами однородное линейное дифференциальное уравнение второго порядка. Решение его зависит от соотношения между  $\omega_0^2$  и  $\beta^2$ .

Возможны три варианта.

а) При  $\beta^2 < \omega_0^2$  решение уравнения (2.73) имеет вид

$$q = q_0 e^{-\beta t} \cos \omega t + \varphi_0, \quad (2.74)$$

из которого следует, что заряд на обкладках конденсатора изменяется по периодическому закону, а амплитудное значение убывает ("затухает") со временем по экспоненциальному закону (см. рис. 2.34).

Частота затухающих колебаний

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}, \quad (2.75)$$

где  $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$  и  $\beta = \frac{R}{2L}$ ;  $\beta$  – коэффициент затухания.

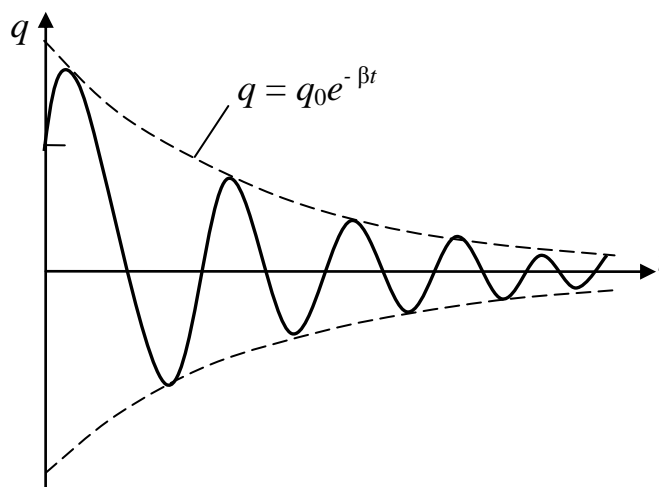


Рис. 2.34. Амплитуда затухающих колебаний



Период затухающих колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}} . \quad (2.76)$$

б) Из выражений (2.75) и (2.76) видно, что с ростом  $\beta$  период колебаний увеличивается и при  $\beta^2 \rightarrow \omega_0^2$   $T \rightarrow \infty$ . При этих условиях колебания в контуре прекращаются. Значение сопротивления контура, удовлетворяющее условию  $\beta_{\text{кр}}^2 = \omega_0^2$ , называют критическим. Из выражения (2.76) следует:

$$R_{\text{кр}} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (2.77)$$

в) При  $\beta^2 > \omega_0^2$  решение уравнения (2.73) представляет собой сумму экспонент с вещественными показателями. Это означает, что электрический контур, получив энергию извне, возвращается в исходное состояние, не совершая колебаний. Полученная энергия с некоторой задержкой во времени переходит в тепловую. Этот надкритический процесс получил название апериодического (непериодического) разряда. Возможные для разных начальных условий виды зависимости  $q(t)$  изображены

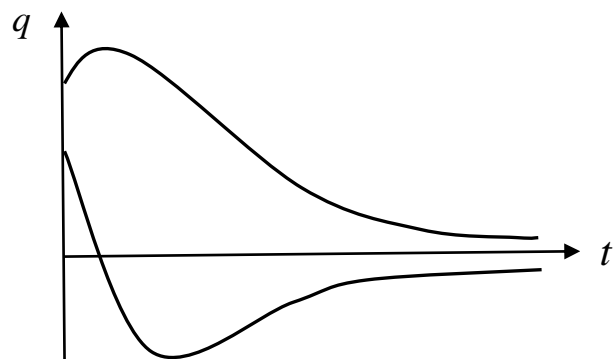


Рис. 2.35. Апериодический разряд

на рис. 2.35. Разделив на  $C$  (емкость конденсатора) левую и правую части уравнения (2.74), получим уравнение затухающих колебаний для напряжения на обкладках конденсатора

$$U = U_0 e^{-\beta t} \cos \omega t + \varphi_0 . \quad (2.78)$$

График зависимости  $U(t)$ , построенный по уравнению (2.78), имеет вид, изображенный на рис. 2.36. Видно, что напряжение на обкладках конденсатора изменяется периодически. При этом множитель  $U_m = U_0 e^{-\beta t}$ , играющий роль амплитуды колебаний, убывает со временем по экспоненциальному закону

(пунктирная кривая на рис. 2.37). Скорость уменьшения амплитуды колебаний определяется коэффициентом затухания  $\beta$ . По графику можно экспериментально определить значение периода колебаний  $T$  амплитуду напряжения на конденсаторе  $U_0$  в начальный момент времени, напряжение на конденсаторе в этот же момент времени  $U_0 \cos \varphi_0$  и начальную фазу колебаний  $\varphi_0$ .

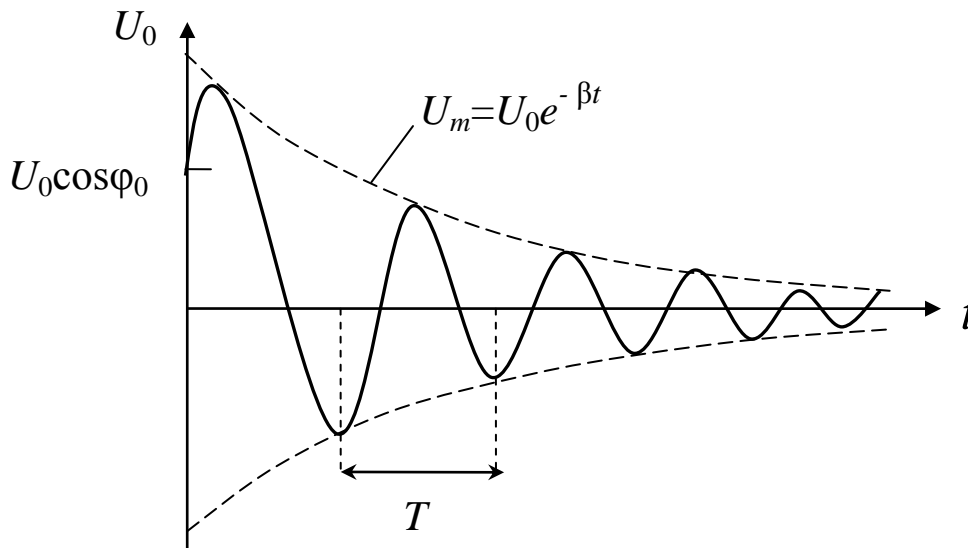


Рис. 2.36. Зависимость  $U(t)$  для затухающих колебаний

Отметим несколько характеристик, определяющих интенсивность затухания: логарифмический декремент затухания  $\lambda$  – натуральный логарифм отношения двух соседних амплитуд, отличающихся по времени на один период. По определению

$$\lambda = \ln \frac{U_0 e^{-\beta t}}{U_0 e^{-\beta(t+T)}} = \ln e^{-\beta t + \beta t + \beta T} = \ln e^{\beta T} = \beta T. \quad (2.79)$$

На практике для оценки  $\lambda$  удобнее сравнивать амплитуды колебаний, отстоящих друг от друга во времени на  $N$  периодов:

$$\lambda = \frac{1}{N} \ln \frac{U_0 e^{-\beta t}}{U_0 e^{-\beta(t+NT)}}; \quad \left( \frac{1}{N} \ln e^{\beta NT} = \beta T \right). \quad (2.80)$$

Введем в рассмотрение время релаксации  $\tau$  – промежуток времени, по истечении которого амплитуда колебаний уменьшается в  $e$  раз:

$$e = \frac{U_0 e^{-\beta t}}{U_0 e^{-\beta t + \tau}}; \quad e = e^{\beta \tau}; \quad \beta \tau = 1; \quad \tau = \frac{1}{\beta}. \quad (2.81)$$

Число полных колебаний за время релаксации  $N_\tau$  определяется по формуле  $N_\tau = \frac{\tau}{T}$ . Из уравнений (2.79) и (2.81) следует, что

$$N_\tau = \frac{1}{\lambda}. \quad (2.82)$$

Добротность колебательной системы с точностью до множителя  $2\pi$  равна отношению энергии, запасенной в системе в данный момент, к убыли этой энергии за один период колебаний. В случае колебательного контура с небольшим затуханием добротность  $Q$  равна количеству полных колебаний за время релаксации, умноженному на  $\pi$ :

$$Q = \pi N_\tau = \frac{\pi}{\lambda}. \quad (2.83)$$

В случае слабого затухания  $\beta^2 \ll \omega_0^2$  добротность контура оценивается через его параметры по приближенной формуле

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (2.84)$$

### ***Проведение эксперимента***

Внешний вид используемой в работе установки представлен на рис. 2.38. Установка подключена к компьютеру. Для вывода на экран монитора лицевой панели осциллографа и запуска программы измерений необходимо щелкнуть левой кнопкой мыши по ярлыку «**Работа 17**» на рабочем столе компьютера.



Рис. 2.37. Внешний вид установки

### ***Задача 1. Построение графика затухающих колебаний.***

#### ***Уравнение затухающих колебаний***

1.1. На магазине сопротивлений установите минимальное сопротивление контура  $R_{\text{маг}} = 0$ . Включите тумблер «Сеть» установки. Переключатель вида работы поставить в положение «Затухающие колебания». Цену деления осциллографа по вертикали установите 0,12 В/дел, а по горизонтали – 0,5 мс/дел. На экране появится осциллограмма, аналогичная изображенной на рис. 2.38.

1.2. Зафиксируйте на экране осциллограмму, щелкнув по кнопке «Пауза» осциллографа. Измерьте время, равное трем периодам, определите среднее значение периода затухающих колебаний.

1.3. Для построения графика затухающих колебаний оцените амплитудные значения напряжения  $U_m = U_0 e^{-\beta t}$  через временной интервал, равный половине периода. Для этого измерьте ординаты точек 1, 3, 5,... и 2, 4, 6,... (рис. 2.38). Измерьте интервалы времени  $t_1$  и  $t_2$ , временные координаты осталь-

ных точек осциллограммы считайте, прибавляя последовательно время, равное периоду  $T$ . Результаты занесите в табл. 2.4.

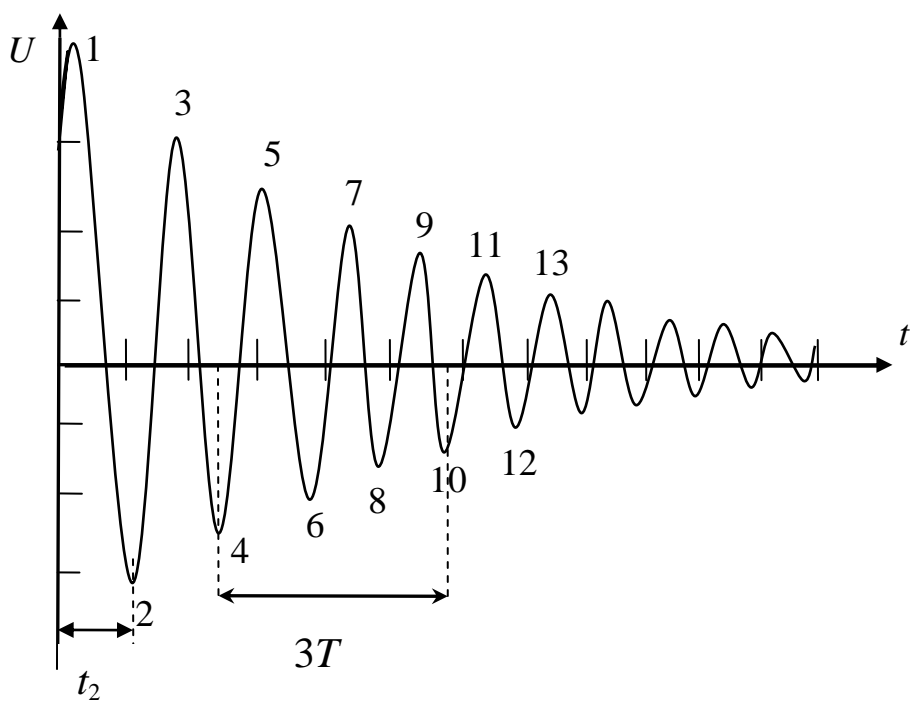


Рис. 2.38. Примерный вид осциллограммы

Измерьте  $U_0 \cos \varphi_0$  в момент времени  $t = 0$ . По результатам измерений постройте график затухающих колебаний в координатах, ориентируясь на вид конкретной осциллограммы.

Таблица 2.4

Амплитуда затухающих колебаний  $U_m = U_0 e^{-\beta t}$

$\langle T \rangle = \dots\dots\dots$  мкс,  $R_{\text{маг}} = 0$

Обозначение точки на осциллограмме	1	3	.....	11
$t$ , мкс	$t_1 =$			
$U_m$ , В				
$\ln U_m$				

$t_3 = t_1 + T$  и т. д.

Обозначение точки на осциллограмме	2	4	.....	12
$t$ , мкс	$t_2 =$			
$U_m$ , В				

$t_4 = t_2 + T$  и т. д.  $U_0 \cos \varphi_0 = \dots$  В.

1.4. По данным табл. 2.4 постройте график уменьшения амплитуды затухающих колебаний со временем в координатах  $U_m = f(t)$  (рис. 2.39). Здесь  $U_m = U_0 e^{-\beta t}$ .

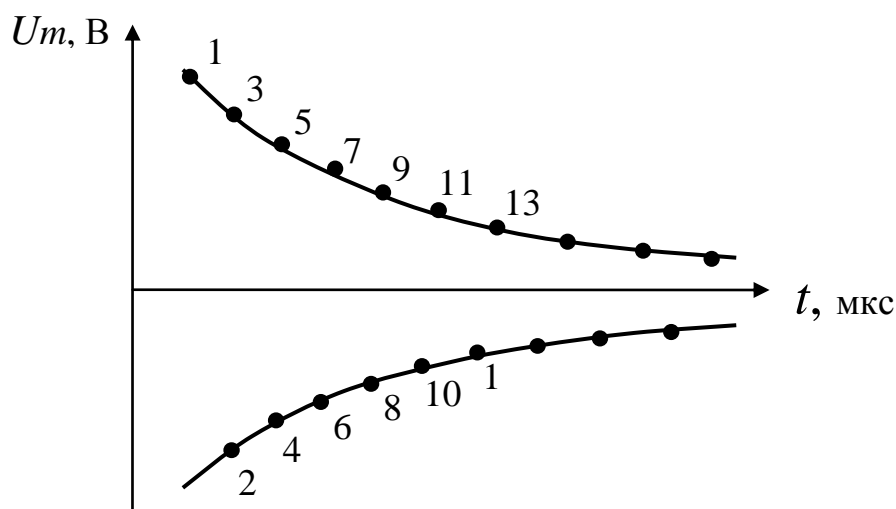


Рис. 2.39. Примерный вид зависимости  $U_m = f(t)$

1.5. Для определения начального напряжения на обкладках конденсатора  $U_0$  и коэффициента  $\beta$  затухания воспользуйтесь формулой

$$U_m = U_0 e^{-\beta t}, \ln U_m = \ln U_0 - \beta t.$$

Подсчитайте  $\ln U_m$  и занесите в первую часть табл. 2.4. Постройте график зависимости  $\ln U_m = f(t)$  (рис. 2.40).

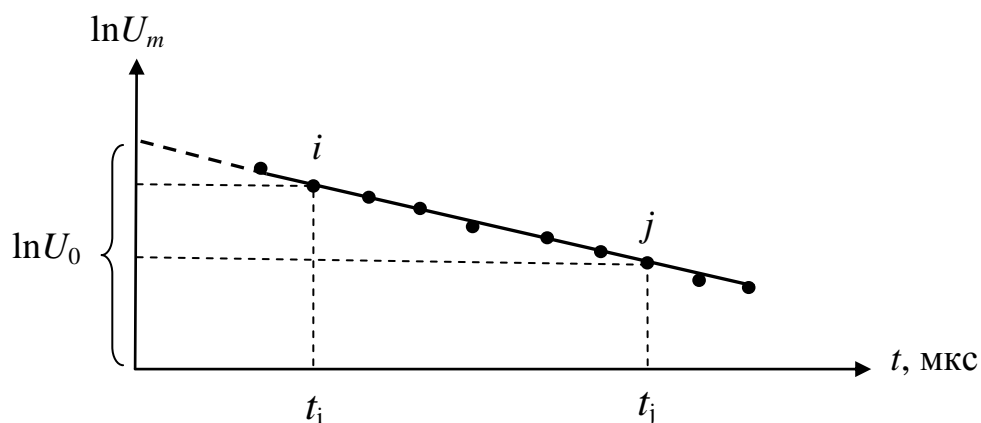


Рис. 2.40. Примерный вид зависимости  $\ln U_m = f(t)$

Продолжив прямую до пересечения с осью ординат, определите  $U_0$ . По наклону прямой, взяв координаты достаточно далеко отстоящих точек  $i, j$ , определите  $\beta$ .

$$\beta = \frac{\ln U_{m,i} - \ln U_{m,j}}{t_j - t_i}.$$

1.6. Вычислите  $\cos \varphi_0$  и величину начальной фазы  $\varphi_0$ . По формуле  $\omega = \frac{2\pi}{\langle T \rangle}$  рассчитайте значение циклической частоты затухающих колебаний  $\omega$ .

1.7. Таким образом, экспериментально определены все параметры уравнения (2.74) затухающих периодических колебаний. Запишите уравнение затухающих колебаний

$$U = U_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0),$$

где  $U_0 = \dots$  В;  $\beta = \dots$  с<sup>-1</sup>;  $\omega = \dots$  рад/с;  $\varphi_0 = \dots$  рад.

**Задача 2. Определение логарифмического декремента затухания, коэффициента затухания, добротности контура в зависимости от его сопротивления**

Фактическое значение активного сопротивления контура  $R$  для используемых в эксперименте контуров неизвестно и оценивается графическим способом.

2.1. Установите на магазине сопротивлений минимальное значение ( $R_{\text{маг}} = 0$ ). Измерьте и запишите период колебаний.

2.2. Измерьте амплитуды точек, отстоящих друг от друга на  $N$  периодов (рекомендуем  $N = 4$ ). Отсчеты начинайте с третьей точки (см. рис. 2.38). Найдите отношение амплитуд и рассчитайте  $\lambda$ ,  $\beta$ ,  $Q$  по формулам:

$$\lambda = \frac{1}{N} \ln \frac{U_3^*}{U_n}; \quad \beta = \frac{\lambda}{\langle T \rangle}; \quad Q = \frac{\pi}{\lambda}.$$

2.3. Повторите измерения для других значений сопротивления  $R_{\text{маг}}$ , изменяя его через 50, 100 или 150 Ом и добиваясь каждый раз устойчивого изображения осциллограммы. Полученные результаты занесите в табл. 2.5.

Расчитанные значения логарифмического декремента затухания  $\lambda$ , коэффициента затухания  $\beta$ , добротности контура  $Q$  также занести в табл. 2.5.

\* Допускается также  $N = 3$ , соответственно  $\lambda = \frac{1}{N} \ln \frac{U_3}{U_{11}}$ .

Таблица 2.5

Номер изм.	Сопротивление магазина	$U_3/U_{11}$	$\lambda$	$\beta$ , $\text{с}^{-1}$	$Q$	Сопротивление контура $R$ , Ом
1						
2						
3						
4						
5						
...						

2.4. В измерениях 1–5 обычно  $\beta^2 \ll \omega_0^2$ , поэтому зависимости  $\lambda(R)$  и  $\beta(R)$  могут быть представлены как линейные. Это позволяет графически оценить сопротивление контура  $R$ .

Считаем, что  $R = R_{\text{маг}} + R_{\text{уст}}$  ( $R_{\text{уст}}$  – активное сопротивление всех остальных частей контура). Учтем, что при  $\beta^2 \ll \omega_0^2$   $\lambda \approx \frac{R}{2L} 2\pi\sqrt{LC}$  (см. формулу (2.76)); следовательно, график  $\lambda = f(R)$  есть прямая линия, проходящая через начало координат.

Постройте вспомогательный график в координатах  $\lambda = f(R_{\text{маг}})$  (рис. 2.41). Продолжите прямую до пересечения с осью  $x$ , перенесите начало отсчета сопротивления контура  $R$  в эту точку и по графику определите  $R_{\text{уст}}$ . Занесите в табл. П. 2.6 значения сопротивления контура  $R$  ( $R_{\text{маг}} + R_{\text{уст}}$ ).



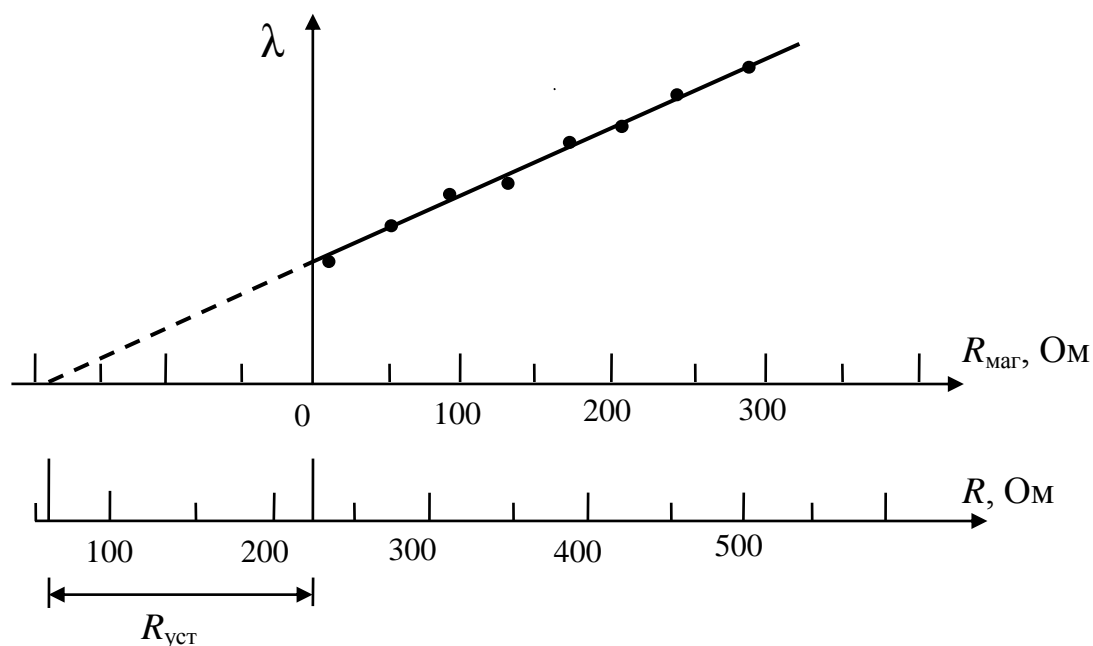


Рис. 2.41. Примерный вид зависимости  $\lambda = f(R_{\text{mag}})$ . Оценка  $R_{\text{уст}}$

2.5. Постройте графики зависимости  $\lambda(R)$ ,  $\beta(R)$ ,  $Q(R)$ .

*Примечание.* В случае отклонения от прямолинейной зависимости при больших  $R$  повторите измерения, выбрав меньший диапазон изменения  $R_{\text{mag}}$ .

### **Задача 3. Аperiodический режим контура. Определение критического сопротивления**

3.1. Постепенно увеличивая сопротивление магазина  $R_{\text{mag}}$ , наблюдайте за трансформацией осциллограммы затухающих колебаний. Критический режим работы достигается, когда осциллограмма примет вид, изображенный на рис. 2.42. Оцените значение критического сопротивления

$$R_{\text{mag.кр}} = \dots \text{ Ом}; R_{\text{кр}} = R_{\text{mag.кр}} + R_{\text{уст}}; R_{\text{кр}} = \dots \text{ Ом}.$$

3.2. Занесите в табл. 2.6 координаты нескольких характерных точек осциллограммы (рис. 2.42).

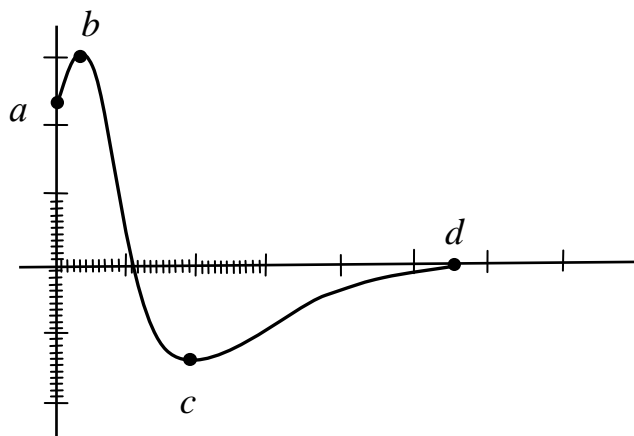


Рис. 2.42. Примерный вид осциллограммы в критическом режиме работы контура

Таблица 2.6

Данные для построения графика апериодического разряда

Обозначение точки	$U$ , В	$t$ , мкс
$a$		
$b$		
$c$		
$d$		

По данным табл. 2.6 постройте график  $U \sim t$ .

### Заключение

1. Коэффициент затухания  $\beta$  в работе оценивался двумя способами:

а) в задаче 1 – по графику зависимости  $U = f(t)$ , где  $U_m = U_0 e^{-\beta t}$  и

б) в задаче 2 – по отношению амплитуд колебаний.

Сравните полученные значения для  $R_{\text{маг}} = 0$  ( $R = \dots$  Ом):

а)  $\beta = \dots \text{с}^{-1}$ , б)  $\beta = \dots \text{с}^{-1}$ .

2. Оцените индуктивность контура  $L$

а) по результатам задачи 1, используя формулу

$$R_{\text{маг}} = 0, \quad R = R_{\text{уст}}, \quad L = \frac{R}{2\beta},$$

$$L = \dots \text{ Гн};$$

б) по результатам задачи 2 используйте графический способ оценки индуктивности, учитывая, что значение  $\beta$  рассчитывалось несколько раз для различных сопротивлений контура. Оцените наклон прямой, построенной по данным табл. 2.6 в соответствии с уравнением  $\beta = \frac{R}{2L}$  (рис. 2.43).

$$\frac{1}{2L} = \frac{\beta_j - \beta_i}{R_j - R_i} = \dots \text{ Гн}^{-1}, L = \dots \text{ Гн}.$$

Какому способу оценки  $L$  следует отдать предпочтение?

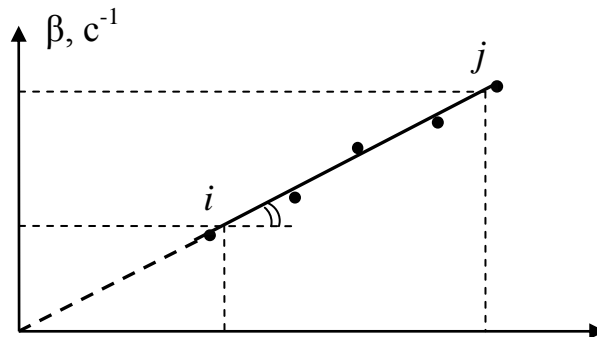


Рис. 2.43. Примерный вид графика  $\beta$   $R$

3. Оцените емкость контура. Используйте наиболее достоверное, по вашему мнению, значение  $L$ :

а) воспользуйтесь формулой Томсона  $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$  приближенной оценки периода затухающих колебаний

$$T \cong 2\pi\sqrt{LC}, \quad C = \frac{T^2}{4\pi^2 L}.$$

$$T = \dots \text{ мкс}, L = \dots \text{ Гн}, C = \dots \text{ Ф};$$

б) воспользуйтесь формулой для критического сопротивления

$$R_{\text{кр}} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}; \quad C = \frac{4L}{R_{\text{кр}}^2};$$

$$R_{\text{кр}} = \dots \text{ Ом}; L = \dots \text{ Гн}; C = \dots \text{ Ф}.$$

Какому способу оценки емкости следует, по вашему мнению, отдать предпочтение?

### ***Контрольные вопросы***

1. В каких случаях можно пользоваться формулой  $T = 2\pi\sqrt{LC}$  для расчета периода затухающих колебаний?

2. Выполняется ли в работе условие  $\beta^2 \ll \omega_0^2$ ?

( $\omega_0^2 = \omega^2 + \beta^2$ ), при малых значениях сопротивления  $R$  можно принять  $\omega_0 \cong \omega$ . Если условие  $\beta^2 \ll \omega_0^2$  выполняется, то, примерно, в какой области значений сопротивления контура  $R$ ?

## **2.6. Электрические свойства полупроводников**

### **2.6.1. Исследование полупроводникового резистора**

#### ***Методика определения ширины запрещенной зоны в собственных полупроводниках***

Собственные полупроводники – это химически чистые (без примесей) полупроводники.

В кристаллических твердых телах атомы, составляющие кристалл, расположены упорядоченно, образуя пространственную кристаллическую решетку. Из атомной физики и квантовой механики известно, что энергетический спектр электронов в изолированном атоме дискретен, а число электронов на каждом энергетическом уровне ограничено и определяется принципом Паули. В кристаллах энергетическое состояние электронов определяется не только взаимодействием их с ядром своего атома, но и взаимодействием с другими атомами кристаллической решетки. В результате этого взаимодействия атомные дискретные энергетические уровни смещаются, расщепляются, образуя зоны разрешенных энергий, разделенные зонами запрещенных энергий.

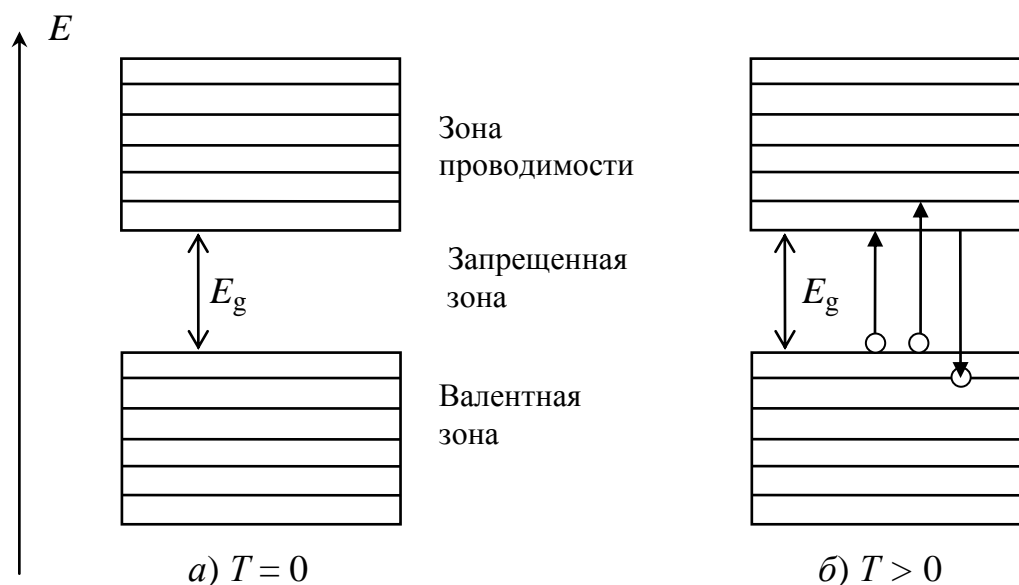


Рис. 2.44. Зонная структура собственного полупроводника

Разрешенная зона, возникающая из того атомного уровня, на котором находятся валентные электроны в основном состоянии атома, называется валентной зоной. При  $T = 0$  К в собственных полупроводниках валентная зона полностью заполнена.

Более высокие разрешенные зоны при  $T = 0$  К от электронов свободны. Наиболее низкая из них, т. е. ближайшая к валентной зоне, называется зоной проводимости (рис. 2.44, а). Зона проводимости отделена от валентной зоны запрещенной зоной шириной  $E_g$ . Чтобы «поднять» электрон из валентной зоны в зону проводимости, т. е. перевести его из связанного состояния в свободное, ему необходимо сообщить энергию, не меньшую, чем  $E_g$ . Эта энергия может быть получена, например, за счет теплового возбуждения электронов валентной зоны при нагревании полупроводника. При переходе электрона из валентной зоны в зону проводимости в первой появляются вакантные состояния – дырки (рис. 2.44, б).

Дырки рассматриваются как самостоятельные свободные носители заряда; им приписывается положительный заряд, определенная масса и т. д. Одновременно с процессом образования (генерацией) свободных носителей заряда идет процесс их исчезновения (рекомбинации), так как часть электронов возвраща-

ется в валентную зону и заполняет разорванные связи – дырки. При  $T \neq 0$  за счет действия этих двух конкурирующих процессов в полупроводнике устанавливается некоторая равновесная концентрация свободных носителей заряда.

В отсутствие внешнего электрического поля в полупроводнике свободные электроны и дырки движутся хаотически. При наличии внешнего электрического поля в собственном полупроводнике возникает направленное движение – дрейф – свободных электронов и дырок, т. е. возникает электрический ток. Электропроводность полупроводника, обусловленная направленным движением электронов и дырок, называется собственной.

Запишем общее выражение для удельной проводимости полупроводника:

$$\sigma = qn\mu. \quad (2.85)$$

Поскольку в полупроводнике два типа подвижных носителей, удельная проводимость складывается из двух составляющих – электронной и дырочной проводимостей,

$$\sigma = \sigma_n + \sigma_p = qn\mu_n + qp\mu_p, \quad (2.85a)$$

где  $\mu_n, \mu_p$  – подвижности электронов и дырок;  $n, p$  – концентрации электронов и дырок в полупроводнике.

Для собственного полупроводника  $n = p = n_i$  и, следовательно,

$$\sigma_i = qn_i (\mu_n + \mu_p). \quad (2.86)$$

Таким образом, при оценке проводимости необходимо прежде всего знать концентрации носителей заряда и их подвижности при любой температуре.

### ***Температурная зависимость концентрации свободных носителей заряда***

Разрешенные зоны содержат огромное количество уровней ( $10^{22}$ – $10^{23}$  в  $1 \text{ см}^3$ ), на каждом из которых могут находиться электроны. Фактическое же количество электронов зависит от концентрации доноров и от температуры. Чтобы оценить фактическую концентрацию носителей в полупроводнике, нужно знать распределение уровней и вероятность заполнения этих уровней.

Энергетическое распределение электронов в твердом теле определяется статистикой Ферми–Дирака. Принципиальный результат функции распределе-

ния Ферми–Дирака дает вероятность того, что электрон занимает уровень, соответствующий энергии  $E$ :

$$f_n(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{kT}} + 1}. \quad (2.87)$$

Общее число электронов в кристалле можно определить следующим образом:

$$n = \int_0^{\infty} f_n(E) g(E) dE, \quad (2.88)$$

где  $f(E)$  – функция распределения Ферми–Дирака;  $g(E)$  – функция плотности энергетических состояний.

Можно показать, что

$$g(E) \approx cE^{\frac{1}{2}}. \quad (2.89)$$

Рассчитывая интеграл (2.88) и учитывая, что концентрации  $n$  и  $p$  электронов и дырок в собственном полупроводнике одинаковы, получим температурную зависимость концентрации носителей заряда в виде

$$n = p = CT^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right), \quad (2.90)$$

где  $E_g$  – ширина запрещенной зоны полупроводника, а  $C$  – некоторая константа.

### ***Температурная зависимость подвижности носителей заряда***

В твердом теле движущиеся электроны непрерывно испытывают столкновения с узлами кристаллической решетки, примесями и дефектами, т. е. испытывают рассеяние. Равноускоренное движение под действием поля возможно только в коротких интервалах между столкновениями на длине свободного пробега. После каждого столкновения электрон, грубо говоря, должен заново набирать скорость. В результате средняя скорость электронов и дырок пропорциональна напряженности поля, коэффициент пропорциональности называется *подвижностью*:  $\langle \vec{v} \rangle = \mu E$ .

Таким образом, подвижность – это скорость движения носителей заряда при единичной напряженности поля.

Подвижность, обусловленная рассеянием на узлах решетки, находится по формуле

$$\mu_L = \mu_{OL} \cdot \left( \frac{T_0}{T} \right)^C. \quad (2.91)$$

Если преобладает рассеяние на ионах примеси, то

$$\mu_I = \mu_{OI} \cdot \left( \frac{T_0}{T} \right)^{-\frac{3}{2}}. \quad (2.92)$$

Константа  $C$  зависит от материала и типа проводимости. Например, для кремния  $C \approx \frac{5}{2}$ . Учет двух процессов приводит к следующему выражению для подвижности:

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_I} + \frac{1}{\mu_L}.$$

Результирующая подвижность близка к меньшей из двух составляющих  $\mu_L$  и  $\mu_I$ . Для кремния при температурах  $T > 0$  °С меньшей оказывается составляющая  $\mu_L$ ; поэтому зависимость  $\mu(T)$  описывается формулой (2.91): подвижность уменьшается с ростом температуры. При  $T < -50$  °С меньшей оказывается составляющая  $\mu_I$ ; поэтому зависимость  $\mu(T)$  описывается формулой (2.92): подвижность уменьшается с уменьшением температуры.

Поскольку в рассматриваемом интервале температур определяющим механизмом рассеяния является рассеяние на фононах, то температурная зависимость подвижности определяется  $\mu = \mu_0 \left( T_0/T \right)^{\frac{3}{2}}$ .

Однако среди отмеченных особенностей механизмов проводимости определяющей при формировании свойств полупроводникового резистора является экспоненциальная температурная зависимость концентрации носителей заряда собственного полупроводника. Поэтому окончательное выражение можно представить в виде



$$\sigma = \sigma_0 \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right), \quad (2.93)$$

где  $\sigma_0$  – предэкспоненциальный множитель, зависящий от природы полупроводника.

Данное выражение можно записать и для полной электрической проводимости  $G$

$$G = G_0 \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right), \quad (2.94)$$

которая связана с электрическим сопротивлением  $R$  соотношением  $G = 1 / R$  и  $G_0 = 1 / R_0$ .

Тогда

$$R = R_0 \exp\left(\frac{E_g}{2kT}\right). \quad (2.95)$$

Задачей данной работы является снятие вольтамперной характеристики полупроводникового терморезистора, изучение температурной зависимости его термосопротивления и определение ширины  $E_g$  запрещенной зоны исследуемого собственного полупроводника.

### ***Задача 1. Получение вольтамперной характеристики терморезистора***

Терморезистор – полупроводниковый резистор, сопротивление которого изменяется с изменением температуры.

Статическая вольтамперная характеристика терморезистора – зависимость силы протекающего по нему тока  $I$  от напряжения  $U$ , действующего на терморезисторе при условии стационарного состояния полупроводника с окружающей средой. Конкретный вид вольтамперной характеристики определяется веществом, из которого изготовлено сопротивление, его конструктивным оформлением, массой и условиями теплообмена с окружающей средой. Для всех терморезисторов характерно существование нелинейного участка на вольтамперной характеристике.

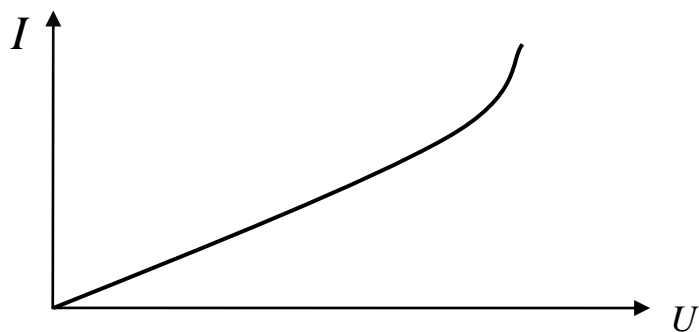


Рис. 2.45. Вольтамперная характеристика терморезистора

При малом токе в терморезисторе выделяющейся в нем тепловой мощности недостаточно для существенного изменения его температуры, вследствие этого практически не меняется концентрация носителей тока и их подвижность, а следовательно, и сопротивление полупроводника, поэтому выполняется закон Ома.

Дальнейшее увеличение силы тока приводит к росту выделяемой в полупроводнике тепловой мощности и повышению его температуры. Вследствие этого сопротивление полупроводника резко уменьшается и зависимость между напряжением и силой тока становится нелинейной (рис. 2.45)

### ***Выполнение измерений в задаче 1***

1. Включить компьютер, навести указатель мыши на ярлык ***Работа № 33*** на рабочем столе и два раза щелкнуть по левой клавише мыши. На экране монитора появится программа сбора и обработки результатов измерений (см. рис. 2.46).

Функции вольтметров, миллиамперметра, а также термометра в настоящей работе выполняет АЦП (аналого-цифровой преобразователь), который является устройством, сопрягающим установку с компьютером. Программа сбора и обработки результатов измерений, написанная в среде *LabVIEW* (рис. 2.46), отображает виртуальные приборы, которые выводят на экран монитора данные, измеряемые аналогово-цифровым преобразователем.

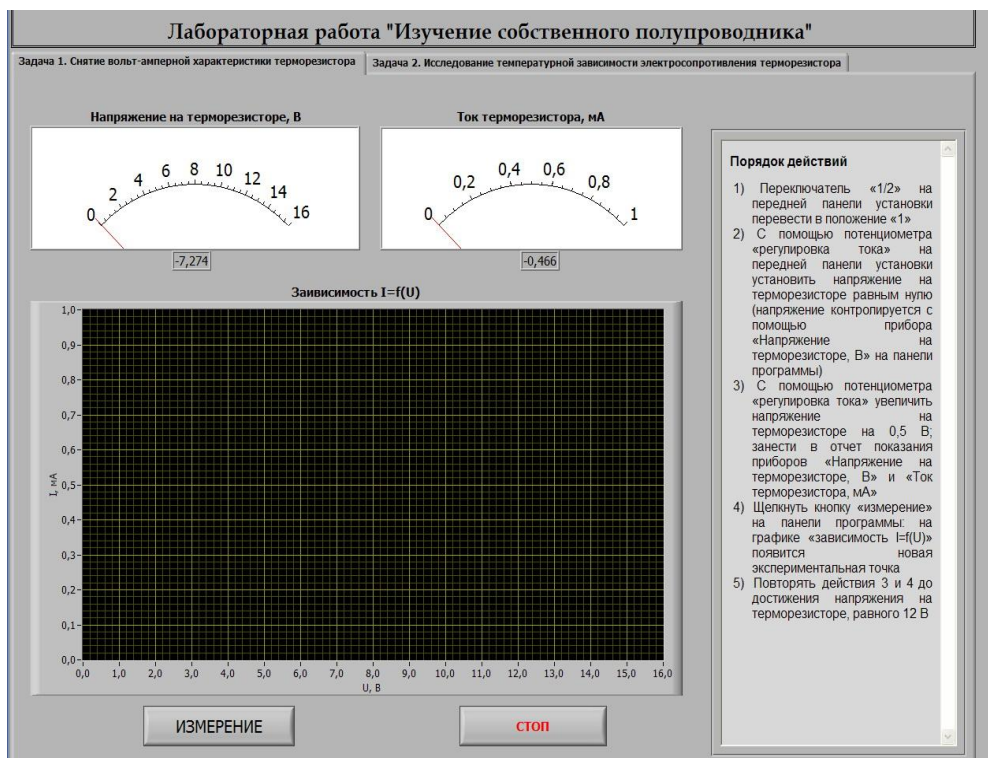


Рис. 2.46. Лицевая панель установки на экране монитора

Также программа проведения измерений отображает органы управления – переключатель выполняемых задач, клавишу проведения дискретных измерений (по точкам), графики получаемых зависимостей, краткую инструкцию по проведению измерений.

2. Перейти на вкладку Задача 1. Заполнить таблицу «Средства измерений и их характеристики» отчета по работе.

3. Измерения проводить в соответствии с указаниями, представленными на экране монитора. Результаты измерений записывать в таблицу, приведенную в отчете.

***Задача 2. Исследование температурной зависимости электрического сопротивления полупроводникового резистора и определение ширины запрещенной зоны в собственном полупроводнике***

В соответствии с формулой (2.95) в собственных полупроводниках температурная зависимость сопротивления имеет вид

$$R = R_0 \exp\left(\frac{E_g}{2kT}\right)$$

или, после логарифмирования,

$$\ln R = \ln R_0 + \frac{E_g}{2kT}, \quad (2.96)$$

где  $E_g$  – ширина запрещенной зоны.

### **Выполнение измерений в задаче 2**

1. Перейти на вкладку Задача 2 и провести измерения в соответствии с рекомендациями, указанными на экране монитора.
2. Нагрев производить не более чем до 60 °С. Результаты измерений записывать в соответствующую таблицу отчета.
3. По окончании измерений нажать кнопку «Стоп» на экране, а на установке отключить тумблер «Нагрев».

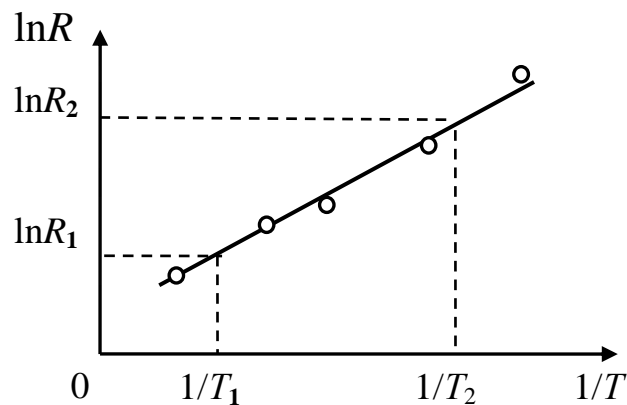


Рис. 2.47. Зависимость логарифма сопротивления  $\ln R$  полупроводника от обратной температуры  $1/T$

Зависимость  $\ln(R) = f(1 / T)$  (см. рис. 2.47) представляет собой прямую и в соответствии с формулой (2.96) ширина запрещенной зоны будет связана с угловым коэффициентом этой прямой выражением

$$E_g = 2k \operatorname{tg} \alpha = 2k \frac{\ln R_1 - \ln R_2}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}}, \quad (2.97)$$

где  $k$  – постоянная Больцмана,  $k = 0,862 \cdot 10^{-4}$  эВ/К;

$\ln R_1, \frac{1}{T_1}$  и  $\ln R_2, \frac{1}{T_2}$  – координаты двух произвольных, но не слишком близких точек, лежащих на полученной прямой.

Программа измерений позволяет выполнить аппроксимацию полученной зависимости  $\ln(R) = f(1/T)$  линейной функцией с помощью метода наименьших квадратов и найти параметры прямой (угловой коэффициент  $b$  и постоянную  $a$ , а также погрешность определения этих параметров).

Для проведения аппроксимации полученной экспериментальной зависимости нужно щелкнуть кнопку «произвести аппроксимацию функцией  $y(x) = a + bx$ »: на графике помимо экспериментальных точек появится аппроксимирующая прямая, а в полях « $a$ » и « $b$ » – значения соответствующих констант. Занести в отчет значение коэффициента  $b$  и его погрешности  $\Delta b$ . Ширина запрещенной зоны  $E_g$  может быть рассчитана по формуле:  $E_g = 2kq$ , а абсолютную погрешность определения ширины запрещенной зоны можно оценить по формуле:  $\Delta E_g = 2k\Delta b$ .

По данным опыта построить график  $\ln(R) = f(1/T)$ . Необходимо отметить, что на практике удобнее строить зависимость  $\ln(R)$  не от  $1/T$ , а от  $(1/T) \cdot 10^3$ , однако при этом перед подстановкой получаемого коэффициента  $b$  и его погрешности  $\Delta b$  в соответствующие выражения для  $E_g$  и  $\Delta E_g$  они должны быть умножены на  $10^3$ .

На основе полученных данных по коэффициенту  $b$  и его погрешности  $\Delta b$  определить ширину запрещенной зоны  $E_g$  и погрешность  $\Delta E_g$ .

Погрешность  $\Delta E_g$  определения ширины запрещенной зоны оценивается по формуле

$$\Delta E_g = \varepsilon_{Eg} = t S_{<Eg>}, \quad (2.98)$$

где  $t$  – значение коэффициента Стьюдента при доверительной вероятности  $P = 0,95$ .

Среднее квадратическое отклонение  $S_{<Eg>}$  рассчитывается по методу наименьших квадратов.

### *Метод наименьших квадратов.*

Пусть измеряемые величины  $\ln R$  и  $1/T$  связаны линейной зависимостью  $\ln R = b \cdot \langle 1/T \rangle + c$ . Задача заключается в том, чтобы по  $n$  парам измеренных значений  $(\ln R_i, 1/T_i)$  найти наилучшие значения  $b$  и  $c$ . Наилучшими считают те значения, которые обеспечивают минимальную величину среднего квадрата отклонений измеренных величин от прямой.

Ответ дается формулами 
$$b = \frac{\sum (1/T_i - \langle 1/T \rangle) \cdot \ln R_i}{\sum (1/T_i - \langle 1/T \rangle)^2}, \quad c = \langle \ln R \rangle - b \langle 1/T \rangle.$$

Среднеквадратичные ошибки в величинах  $b$  и  $c$  имеют вид:

$$(\Delta b)^2 \approx \frac{1}{D} \frac{\sum d_i^2}{n-2};$$
$$(\Delta c)^2 \approx \left( \frac{1}{n} + \frac{\langle 1/T \rangle^2}{D} \right) \frac{\sum d_i^2}{n-2},$$

где  $d_i = \ln R_i - b(1/T_i) - c$ ;  $D = \sum (1/T_i - \langle 1/T \rangle)^2$ .

В нашем случае коэффициент  $b$  определяет ширину запрещенной зоны рассматриваемого полупроводника, а величина  $\Delta b$  – среднее квадратичное отклонение измеряемой величины.

### ***Контрольные вопросы***

1. Какие полупроводники называются собственными?
2. Какие носители электрического заряда создают электрический ток в собственном полупроводнике?
3. Что называется вольтамперной характеристикой терморезистора?
4. Как объяснить нелинейность вольтамперной характеристики?
5. Как определить ширину запрещенной зоны полупроводника, зная зависимость сопротивления полупроводника от температуры?
6. Каковы основные механизмы рассеяния носителей заряда в полупроводниках?

## 2.6.2. Свойства *p-n* перехода и практическое определение ширины запрещенной зоны полупроводника

### *Собственные полупроводники*

Особенности электропроводности полупроводников объясняются квантовой теорией проводимости кристаллов.

В кристаллах энергетическое состояние электронов определяется не только взаимодействием их с ядром своего атома, но и с другими атомами и электронами. Поэтому энергетические уровни в кристалле расщепляются, образуя зоны разрешенных энергий электронов. Зоны разрешенных энергий разделены областями запрещенных энергий – запрещенными зонами. Разрешенные зоны включают в себя валентную зону и зону проводимости.

У полупроводников при температуре  $T = 0$  К валентная зона заселена полностью, а зона проводимости отделена от нее запрещенной зоной шириной  $E_g$ . При переходе электронов в зону проводимости (при  $T > 0$  К) в валентной зоне появляются вакантные электронные состояния – дырки, в результате чего проводимость полупроводника резко возрастает. Ширина запрещенной зоны определяет энергию активации собственных носителей тока (рис. 2.48).

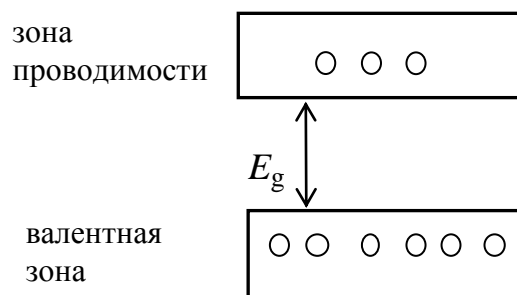


Рис. 2.48. Собственный полупроводник

Электропроводность полупроводника, обусловленная направленным движением электронов и дырок, называется собственной.

## Примесные полупроводники

Проводимость полупроводника можно резко увеличить введением в него небольших добавок некоторых атомов (такие полупроводники называются примесными). Эти ничтожные добавки (порядка  $10^{-4} \%$ ) увеличивают проводимость полупроводника в сотни и даже тысячи раз. Связано это с тем, что при введении атомов примеси в запрещенной зоне кристалла возникает узкая энергетическая полоса. Положение ее определяется валентностью примеси. Если валентность примеси больше на единицу валентности полупроводника, то эта полоса заполнена электронами и расположена вблизи дна зоны проводимости на расстоянии всего 0,01 эВ от нее. Эта энергия (ее называют энергией активации донорной примеси  $E_d$ ) не только очень мала по сравнению с шириной запрещенной зоны  $E_g \sim (0,6-1,0)$  эВ, но и сравнима с энергией теплового движения  $kT$ . Поэтому уже при комнатной температуре ( $kT \sim 0,025$  эВ) электроны этой полосы могут легко переходить в зону проводимости и электронная проводимость резко возрастает. Такие полупроводники называются полупроводниками  $n$ -типа (рис. 2.49).

Если валентность примеси меньше на единицу валентности полупроводника, то эта полоса является незаполненной и лежит вблизи потолка валентной зоны, отделенной от нее на величину  $E_a \sim 0,01$  эВ ( $E_a$  – энергия активации акцепторной примеси).

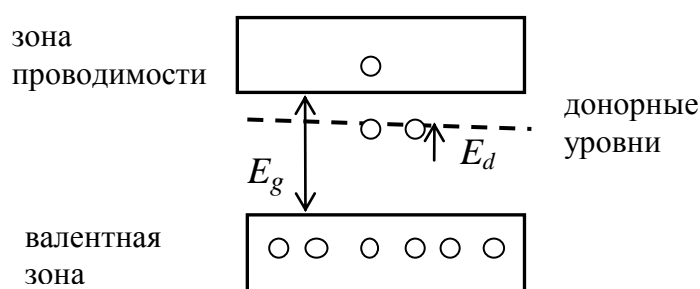


Рис. 2.49. Полупроводник  $n$ -типа



Даже при комнатной температуре под действием теплового движения на свободные уровни этой полосы переходят электроны из валентной зоны. В результате в ней появляются дырки и резко возрастает дырочная проводимость полупроводника, который в этом случае называется полупроводником *p*-типа (рис. 2.50).

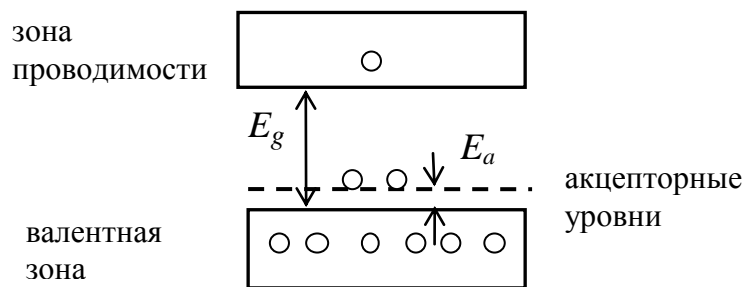


Рис. 2.50. Полупроводник *p*-типа

Следует при этом иметь в виду, что наряду с основными в примесных полупроводниках имеются и неосновные носители тока: в полупроводниках *n*-типа – дырки, в полупроводниках *p*-типа – электроны, появление которых связано с переходом из валентной зоны в зону проводимости подобно тому, как это происходит в собственном полупроводнике. Их концентрация невелика.

### **Область *p-n*-перехода**

При контакте полупроводников *p*- и *n*-типа в приграничной области возникают градиенты концентраций электронов и дырок, в результате чего появляются диффузионные потоки этих частиц: дырок из *p*- в *n*-полупроводник, электронов – в обратном направлении. При этом в приконтактной области полупроводников появляется нескомпенсированный объемный заряд, положительный в *n*-полупроводнике и отрицательный в *p*-полупроводнике.

Поэтому в таком приконтактном слое (его толщина  $10^{-8}$ – $10^{-6}$  м) создается внутреннее электрическое поле, направленное от *n*- к *p*-полупроводнику и препятствующее дальнейшей диффузии основных носителей. Эта образовавшаяся область (ее называют *p-n*-переходом) представляет собой потенциальный барьер для основных носителей, особенность этой области в том, что она обеднена

носителями заряда по отношению к областям  $p$ - и  $n$ -полупроводников.

Приложим к  $p$ - $n$ -переходу внешнюю разность потенциалов  $U > 0$ , подключив к  $p$ -области положительный полюс источника напряжения, а к  $n$ -области – отрицательный. Такое включение источника называется прямым. Внешняя разность потенциалов понижает потенциальный барьер для основных носителей, поэтому потоки основных носителей (и, следовательно, плотность тока основных носителей) увеличиваются.

Если приложить к  $p$ - $n$ -переходу внешнюю разность потенциалов  $U < 0$  (обратное включение), то величина потенциального барьера увеличится и поток основных носителей резко уменьшится. Это приводит к односторонней проводимости  $p$ - $n$ -перехода.

Наряду с основными в примесных полупроводниках имеются неосновные носители тока: в полупроводниках  $n$ -типа – дырки, а в полупроводниках  $p$ -типа – электроны. Их появление связано с переходом электронов из валентной зоны в зону проводимости. Для этого необходимо сообщить электронам энергию порядка  $E_g$ . Так как  $E_g \gg E_d, E_a$ , то вероятность этого перехода  $W$  (а она определяется распределением Больцмана  $W \sim \exp(-E_g/kT)$ ) при комнатной температуре невелика и концентрация неосновных носителей тока значительно меньше концентрации основных носителей. С повышением температуры концентрация неосновных носителей увеличивается по экспоненциальному закону:

$$n \sim \exp(-E_g/kT).$$

Плотность тока неосновных носителей не зависит от величины потенциального барьера, поэтому при включении достаточно большого обратного напряжения ток через  $p$ - $n$ -переход обусловлен неосновными носителями.

### ***Описание эксперимента***

Для изучения свойств  $p$ - $n$ -перехода используется электрическая цепь, схема которой изображена на рис. 2.51. Устройство, содержащее  $p$ - $n$ -переход, называется полупроводниковым диодом. В данном эксперименте используется германиевый диод.

В цепь включен стабилизирующий источник питания. Напряжение на диоде  $D$  плавно регулируется потенциометром  $R$ , ток, протекающий при прямом включении, – миллиамперметром, при обратном включении – микроамперметром.

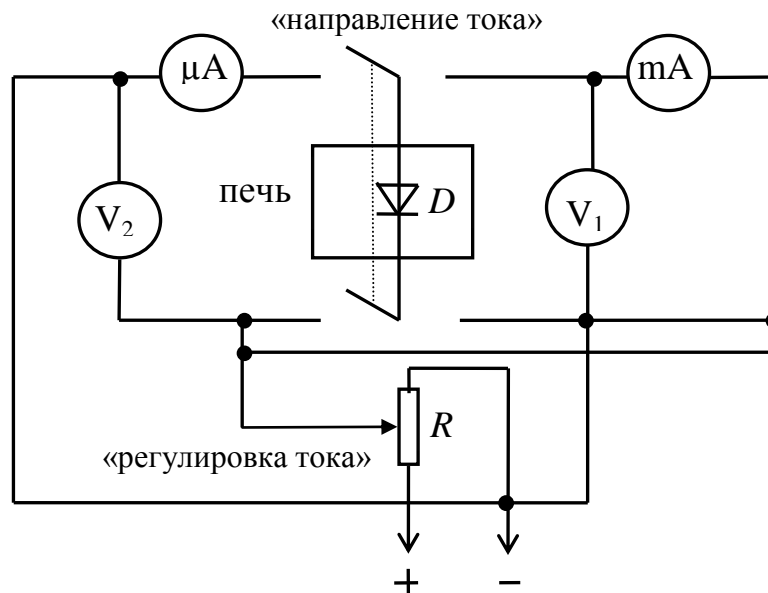


Рис. 2.51. Электрическая схема установки

Функции вольтметров, мили/микроамперметра, а также термометра в настоящей работе выполняет АЦП (аналого-цифровой преобразователь), который является устройством, сопрягающим установку с компьютером. Программа сбора и обработки результатов измерений, написанная в среде *LabVIEW*, отображает виртуальные приборы, которые выводят на экран монитора данные, измеряемые аналогово-цифровым преобразователем. Также программа проведения измерений отображает органы управления – переключатель выполняемых задач, клавишу проведения дискретных измерений (по точкам), графики получаемых зависимостей, краткую инструкцию по проведению измерений.

### ***Задача 1. Изучение односторонней проводимости р-п-перехода. Снятие вольтамперной характеристики полупроводникового диода***

Для изучения вольтамперной характеристики диода необходимо включить установку. На рабочем столе включенного компьютера найти ярлык программы «Работа № 36» и активировать программу двойным щелчком мыши по этому

ярлыку. После загрузки программы на экране монитора появится заставка с названием работы. Далее следует перейти на вкладку «Исследование вольтамперной характеристики диода», далее «Вольтамперная характеристика прямого тока». Проведение измерений следует проводить в соответствии с рекомендациями, приведенными на экране монитора. На экране монитора компьютера будут отображаться получаемые результаты измерений в виде графических зависимостей.

При прямом включении диода плотность тока, протекающего через  $p$ - $n$ -переход, определяется выражением

$$j_{\text{пр}} = \alpha \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) \left( \exp\left[\frac{eU}{kT}\right] - 1 \right), \quad (2.99)$$

где  $\alpha$  – постоянная, слабо зависящая от температуры и определяемая типом полупроводника,  $e$  – модуль заряда электрона.

$$j_{\text{обр}} = \alpha \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) \left( \exp\left[-\frac{eU}{kT}\right] - 1 \right). \quad (2.100)$$

При  $eU \gg kT$  экспонента  $\exp(-eU/kT) \rightarrow 0$  и

$$j_{\text{обр}} = \alpha \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) = -j_s, \quad (2.101)$$

где  $j_s = \alpha \exp(-E_g/kT)$  называется обратным током насыщения.

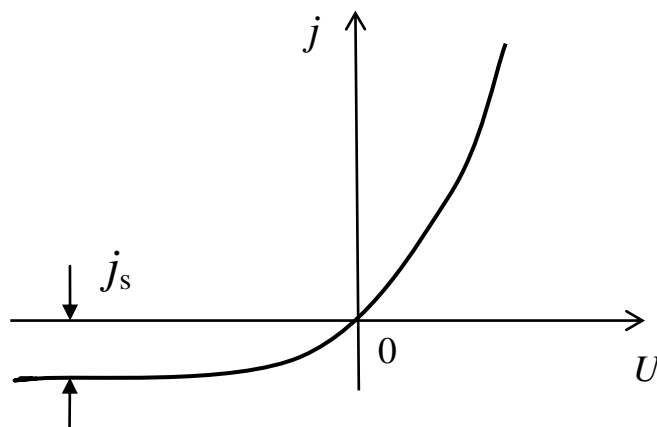


Рис. 2.52. Вольтамперная характеристика  $p$ - $n$ -перехода

В большинстве случаев обратный ток насыщения достигается уже при подаче обратного напряжения  $U < 1$  В.

Зависимость плотности тока через  $p$ - $n$ -переход от приложенного внешнего напряжения, называемая вольтамперной характеристикой, изображена на рис. 2.52.

### **Выполнение задачи 1**

1. Переключатель полярности диода перевести в положение .

2. С помощью ручки «Регулировка тока» установки и прибора «Напряжение на диоде, В» на лицевой панели программы установить минимально возможное напряжение на диоде.

3. Записать показания приборов «Напряжение на диоде, В» и «Прямой ток диода, мА» на лицевой панели программы в отчет (табл. 2.7).

Таблица 2.7

Прямой ток		Обратный ток	
напряжение $U$ , В	сила тока $J$ , мА	напряжение $U$ , В	сила тока $J$ , мкА

4. Щелкнуть по кнопке «Измерение» на лицевой панели программы: на графике «Вольтамперная характеристика прямого тока» появится новая экспериментальная точка.

5. Выполнять действия 3–4, увеличивая напряжение на диоде с интервалом 0,05 В до достижения напряжения 0,2 В и затем с интервалом 0,01 В до достижения максимального напряжения.

6. Переключатель полярности диода перевести в положение .

7. Перейти на вкладку «Вольтамперная характеристика обратного тока».

8. С помощью ручки «Регулировка тока» установки и прибора «Напряжение на диоде, В» на лицевой панели программы установить минимально возможное напряжение на диоде.

9. Записать показания приборов «Напряжение на диоде, В» и «Обратный ток диода, мкА» на лицевой панели программы в отчет (табл. 2.7).

10. Щелкнуть по кнопке «Измерение» на лицевой панели программы: на графике «Вольтамперная характеристика обратного тока» появится новая экспериментальная точка.

11. Выполнять действия 9 и 10, увеличивая напряжение на диоде с интервалом 1 В до достижения напряжения 12 В на диоде.

По результатам измерений, записанным в таблицу 2.7. строятся графики зависимости тока  $J$  от напряжения  $U$  для прямого и обратного включения диода. Обе кривые изображаются на одном графике.

**Задача 2. Изучение температурной зависимости обратного тока насыщения  $j_s$  и прямого тока и определение ширины запрещенной зоны германия**

Анализ выражения (2.101) показывает, что величина  $j_s$  сильно зависит от температуры. Логарифмируя это соотношение, получим формулу

$$\ln j_s = \ln \alpha - \frac{E_g}{kT}, \quad (2.102)$$

описывающую линейную зависимость  $\ln j_s$  от  $1/T$  (рис. 2.53).

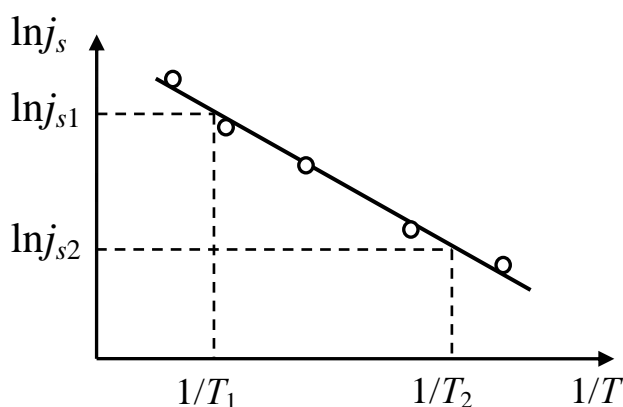


Рис. 2.53. Зависимость логарифма обратного тока от обратной температуры

Угол наклона этой зависимости позволяет оценить ширину запрещенной зоны  $E_g$  по формуле

$$E_g = \frac{k(\ln j_s)_1 - (\ln j_s)_2}{\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}}. \quad (2.103)$$

Программа измерений позволяет выполнить аппроксимацию полученной зависимости  $\ln(I_{\text{обр}}) = f(1/T)$  линейной функцией с помощью метода наименьших квадратов и найти параметры прямой (угловой коэффициент  $q$  и постоянную  $a$ , а также погрешность определения этих параметров).

Тогда ширина запрещенной зоны  $E_g$  может быть рассчитана по формуле:  $E_g = qk$ , а абсолютная погрешность определения ширины запрещенной зоны можно оценить по формуле:  $\Delta E_g = \Delta qk$ . Необходимо отметить, что на практике удобнее строить зависимость  $\ln(I_{\text{обр}})$  не от  $1/T$ , а от  $(1/T) \cdot 10^3$ , однако при этом перед подстановкой получаемого коэффициента  $q$  и его погрешности  $\Delta q$  в соответствующие выражения для  $E_g$  и  $\Delta E_g$  они должны быть умножены на  $10^3$ .

Исследуемый диод помещен в термостат, который позволяет изменять температуру от 20 до 70°С.

### **Выполнение задачи 2**


1. Переключатель полярности диода перевести в положение  (если он находился в другом положении).
2. С помощью ручки «Регулировка тока» установки и прибора «Напряжение на диоде, В» на лицевой панели программы установить напряжение на диоде равным 2 В.
3. На лицевой панели программы перейти на вкладку «Определение ширины запрещенной зоны германия».
4. Измерить температуру воздуха в лаборатории и занести измеренное значение в поле «Комнатная температура, С».
5. Переключатель «Нагрев» установки перевести в верхнее положение – начнется нагрев диода.
6. Записать показания приборов «Т, °С» и «Обратный ток,  $J_s$ , мкА» на лицевой панели программы в отчет (см. табл. 2.8).

Таблица 2.8

$t, ^\circ\text{C}$						
$T, \text{K}$						
$10^3 / T, \text{K}^{-1}$						
$J_S, \text{мкА}$						
$\ln J_S$						

7. Щелкнуть по кнопке «Измерение» на лицевой панели программы: на графике «Зависимость  $\ln(I_{\text{обр}}) = f(1/T)$ » появится новая экспериментальная точка. Если точка замерена неверно, то можно ее удалить с помощью кнопки «Убрать последнюю точку» и произвести замер заново.
8. Повторять п. 6 и п. 7 через каждые два градуса до достижения температуры на  $20^\circ\text{C}$  выше комнатной.
9. Переключатель «Нагрев» установки перевести в нижнее положение.
10. Щелкнуть кнопку «Произвести аппроксимацию функцией  $y(x) = a + qx$ » и записать в отчет значение коэффициента  $q$  и его погрешности  $\Delta q$ .
11. По данным опыта построить график  $\ln j_S = f(1 / T)$ .
12. На основе полученных данных по коэффициенту  $q$  и его погрешности  $\Delta q$  определить ширину запрещенной зоны  $E_g$  и погрешность  $\Delta E_g$ .

### **Контрольные вопросы**

1. Что понимают под основными и неосновными носителями тока в полупроводниках?
2. Какие полупроводники называются электронными, какие дырочными?
3. Каков принцип действия полупроводникового диода?
4. Как изменяется с температурой концентрация носителей тока в полупроводниках?
5. Каков характер зависимости обратного тока от температуры?
6. Каков характер зависимости обратного тока от напряжения при постоянной температуре?
7. Что называется коэффициентом выпрямления полупроводникового диода?



### 2.6.3. Исследование эффекта Холла в металлах и полупроводниках

Кинетические явления, возникающие в твердых телах при совместном действии на носители заряда электрического и магнитного полей, называются гальваномагнитными. Цель данного исследования: познакомиться с одним из гальваномагнитных явлений – эффектом Холла и его практическим использованием.

#### Эффект Холла

В 1879 г. американский физик Э. Холл обнаружил, что в проводнике с током, помещенном в поперечное к току магнитное поле, возникает дополнительное электрическое поле, направленное перпендикулярно и к току, и к вектору магнитной индукции. Это явление получило название – эффект Холла.

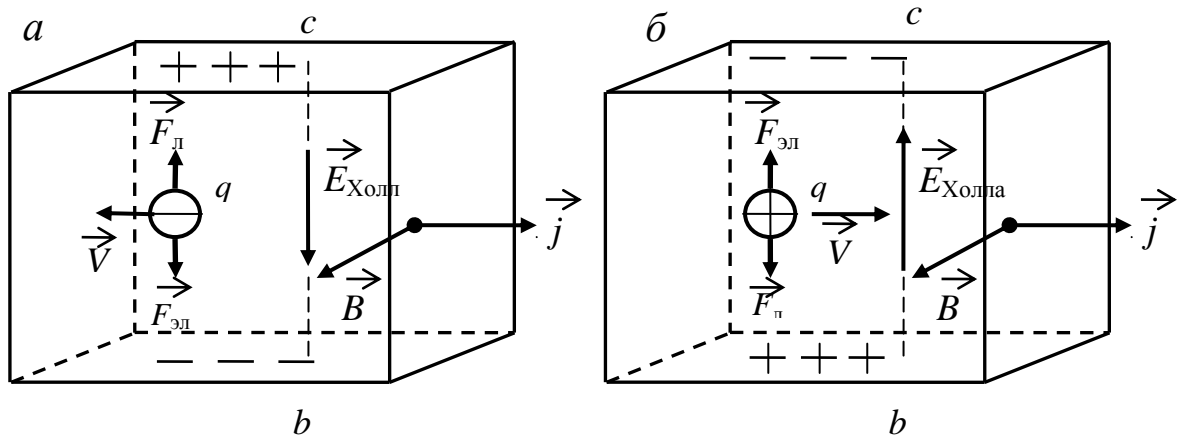


Рис. 2.54. Положение датчика Холла с током в магнитном поле:

*а* – свободные носители заряда – электроны; *б* – свободные носители заряда – дырки

Рассмотрим проводник, имеющий форму прямоугольной пластины, по которой течет электрический ток плотностью  $\vec{j}$  (рис. 2.54). Возьмем на противоположных гранях проводника две точки *b* и *c*, между которыми в отсутствие поперечного магнитного поля разность потенциалов равна нулю.

При включении однородного магнитного поля  $B$  перпендикулярного к току, между этими точками возникнет разность потенциалов  $U$ , значение которой, как установил Холл, равно

$$U = R \frac{IB}{d}, \quad (2.104)$$

где  $I$  – ток в образце;  $B$  – магнитная индукция;  $d$  – толщина образца;  $R$  – постоянная Холла.

В настоящее время эффект Холла используется как один из методов исследования свойств твердого тела. Кроме того, он нашел практическое применение в приборах для измерения магнитной индукции, силы тока, а также в различных устройствах – генераторах, модуляторах, микрофонах и т. д.

### ***Физическая природа эффекта Холла***

При наличии в металлическом образце электрического тока электроны проводимости движутся с некоторой дрейфовой скоростью  $\vec{v}$  в направлении, противоположном вектору плотности тока  $\vec{j}$ . В магнитном поле с индукцией  $B$  на движущиеся с этой скоростью электроны действует сила Лоренца  $\vec{F}_n = e[\vec{v} \times \vec{B}]$ , направленная перпендикулярно к векторам  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$ . Поскольку заряд электронов отрицателен ( $e = -1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл), под действием силы Лоренца они отклоняются в сторону, противоположную вектору  $[\vec{v} \times \vec{B}]$  (на рис. 2.54, а – вниз). В результате на нижней грани образца накапливается отрицательный электрический заряд, а на противоположной грани возникает избыточный положительный заряд. Это приводит к возникновению поперечного электрического поля  $\vec{E}$ , направленного вертикально вниз.

Нетрудно убедиться, что если свободными носителями заряда являются дырки ( $e_+ = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл), то верхняя грань образца заряжается отрицательно, а нижняя – положительно (см. рис. 2.54, б). Таким образом, направление поля Холла  $\vec{E}$  при заданных направлениях магнитного поля и тока зависит от знака носителей заряда.

Процесс разделения электрических зарядов противоположных знаков продолжается до тех пор, пока напряженность поля  $\vec{E}$  не достигнет значения, при котором электрическая сила  $\vec{F}_e = e\vec{E}$  уравнивает магнитную силу  $\vec{F}_n = e[\vec{v} \times \vec{B}]$ , после чего наступит стационарное состояние. Условие равновесия имеет вид

$$eE = evB. \quad (2.105)$$

Сокращение левой и правой частей уравнения (2.105) на  $e$  и умножение на расстояние между точками  $b$  и  $c$  дают

$$aE = avB. \quad (2.106)$$

Как известно, плотность тока в случае носителей заряда одного знака  $j = env$ , отсюда  $v = j/(en)$ .

После подстановки этого выражения в формулу (2.106) с учетом  $aE = U$  получим

$$U = \frac{1}{en} jaB, \quad (2.107)$$

где  $n$  – концентрация носителей заряда. Так как площадь поперечного сечения проводника  $S = ad$ , а плотность тока  $j = I/(ad)$ , имеем

$$U = \frac{1}{en} \frac{IB}{d}. \quad (2.108)$$

Таким образом, теория приводит к выражению для холловской разности потенциалов  $U$ , совпадающему с установленной экспериментально формулой (2.104). При этом постоянная Холла оказывается равной

$$R = \frac{1}{en}. \quad (2.109)$$

Если учесть статистическое распределение носителей заряда по скоростям, то в формуле (2.108) появляется безразмерный множитель  $A$ , называемый Холл-фактором

$$R = \frac{A}{en}. \quad (2.110)$$

Практически для большинства металлов  $A=1$ , а для полупроводников  $A = \frac{3\pi}{8}$ ; тогда из формулы (2.109) можно рассчитать концентрацию носителей заряда (для случая одинаковых носителей одного знака).

$$\text{в металлах} \quad n = \frac{1}{eR}, \quad (2.111)$$

$$\text{в полупроводниках} \quad n = \frac{3\pi}{8eR}. \quad (2.112)$$

Концентрация носителей заряда в полупроводниках мала по сравнению с металлами, поэтому постоянная Холла металлов намного меньше, чем полупроводников, в связи с этим для создания заметной холловской разности потенциалов в металлах необходима значительно большая сила тока, чем в полупроводниках.

### *Собственные полупроводники*

В собственных полупроводниках электрический ток создается движением как электронов, так и дырок. Дрейфовая скорость  $\vec{v}_+$  движения дырок совпадает по направлению с вектором  $\vec{j}$ . Так как заряд дырок положителен, действующая на них сила Лоренца имеет такое же направление, как и в случае электронов, т. е. вертикально вниз (см. рис. 2.54, б). Следовательно, при заданных направлениях векторов  $\vec{B}$  и  $\vec{j}$  дырки и электроны отклоняются силой Лоренца в одну и ту же сторону, в результате чего направления холловских электрических полей, созданных за счет движения дырок и электронов, противоположны. Постоянная Холла в таких полупроводниках может быть рассчитана по формуле

$$R = \frac{A}{e} \cdot \frac{\mu_+^2 n_+ - \mu_-^2 n_-}{\mu_+ n_+ + \mu_- n_-}, \quad (2.113)$$

где  $n_-$  и  $n_+$  — концентрации электронов и дырок;  $\mu_-$  и  $\mu_+$  — их подвижности (напомним: подвижностью называют отношение дрейфовой скорости носителей тока к напряженности электрического поля, вызывающего дрейф,  $\mu = \frac{v}{E_0}$ ).

В собственном полупроводнике концентрации электронов и дырок одинаковы:  $n_+ = n_-$ . В этом случае формула (2.113) приобретает вид

$$R = \frac{A}{en} \cdot \frac{\mu_+ - \mu_-}{\mu_+ + \mu_-}. \quad (2.114)$$

Если бы подвижности электронов и дырок в собственном полупроводнике были равны друг другу, постоянная Холла обратилась бы в нуль и эффект бы не наблюдался. Однако в действительности  $\mu_+ \neq \mu_-$  и постоянная Холла отличается от нуля.

### ***Примесные полупроводники и металлы***

В примесных полупроводниках основными носителями заряда являются либо электроны (примесные полупроводники  $n$ -типа), либо дырки (примесные полупроводники  $p$ -типа). В металлах ток создается электронами. Постоянная Холла связана с концентрацией носителей заряда в полупроводниках и металлах формулами (2.109) и (2.110) (для носителей одного знака). Следовательно, определив экспериментальное значение постоянной Холла по формуле (2.104), можно рассчитать концентрацию основных носителей заряда по формулам (2.111) и (2.112) (в модели с одним типом носителей!). Если известна удельная электрическая проводимость  $\sigma$ , равная в случае носителей одного знака  $\sigma = en\mu$ , то можно определить подвижность носителей заряда для металлов

$$\mu = R\sigma, \quad (2.115)$$

для полупроводников

$$\mu = \frac{8}{3\pi} R\sigma. \quad (2.116)$$

### ***Проведение эксперимента***

При исследовании эффекта Холла обычно используются так называемые датчики Холла, представляющие собой тонкие прямоугольные пластинки с четырьмя контактами (рис. 2.55).

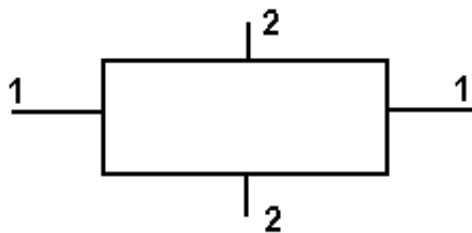


Рис. 2.55. Схематическое изображение датчика Холла

Контакты 1–1 используются для пропускания тока через датчик, контакты 2–2 – для измерения холловской разности потенциалов. Датчики могут быть вырезаны из металлической фольги, из полупроводникового кристалла или получены в виде тонких пленок проводника путем напыления его в вакууме на изолирующую подкладку.

Цель настоящего исследования – экспериментальное определение электрических характеристик примесного полупроводника и металла на основе эффекта Холла, а также градуировка поля электромагнита с помощью датчика Холла.

### *Описание экспериментальной установки*

Принципиальная схема установки, используемой в работе, изображена на рис. 2.56. Цепь (рис. 2.56, а) состоит из электромагнита ЭМ, источника постоянного тока (выпрямителя), амперметра  $A_1$  и коммутатора П, позволяющего изменять направление тока в обмотке электромагнита.

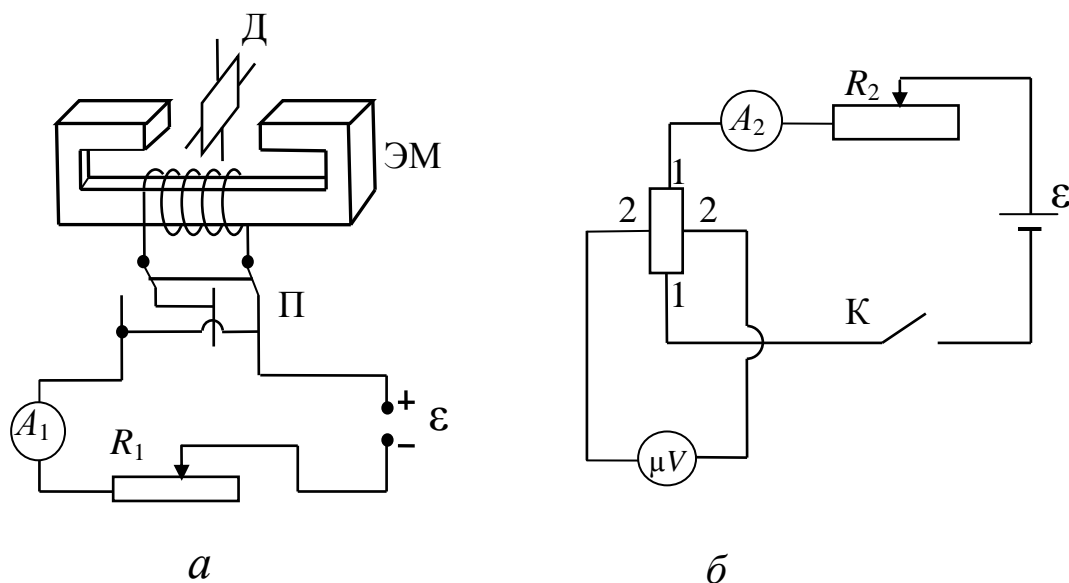


Рис. 2.56. Схема цепи: а – электромагнита; б – датчика Холла

В цепь (рис. 2.56, б) включены датчик Холла Д (металл или полупроводник), источник постоянного тока  $\varepsilon$  и амперметр  $A_2$  (в случае металла) или миллиамперметр (в случае полупроводника). Выходные контакты датчика 2–2

подключаются к потенциометру (полупроводник) или к микровольтметру (металл) для измерения напряжения Холла.

Все элементы установки по изучению эффекта Холла в полупроводниках размещены в пластиковом корпусе с прозрачным верхом (см. рис. 2.57).

В качестве электромагнита используется тороид из ферромагнитного материала 1, имеющий поперечную прорезь, в которую вставлен полупроводниковый датчик Холла. Все органы управления установкой: регуляторы силы тока в электромагните, в датчике Холла 3, переключатели направления тока 4 размещены на лицевой панели установки. Все измеряемые в работе электрические сигналы поступают в аналого-цифровой преобразователь – АЦП 2, где преобразуются в цифровой формат и по *USB* кабелю передаются на компьютер.

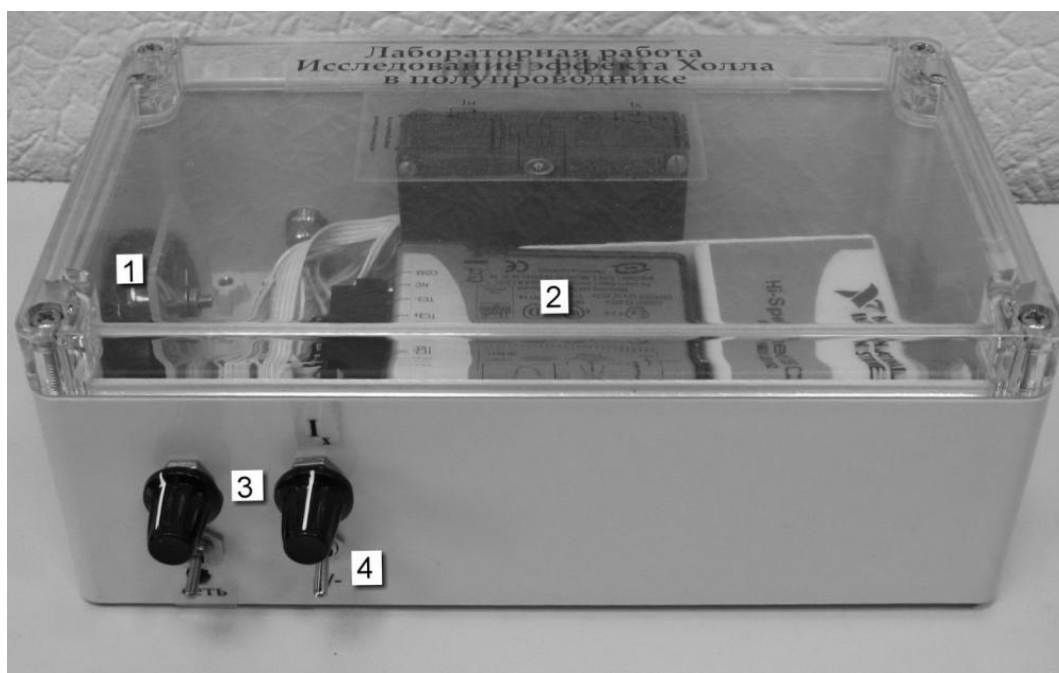


Рис. 2.57. Внешний вид установки по изучению эффекта Холла в полупроводниках

Написанная в графической среде *LabVIEW* программа отображает измеряемый сигнал на экране компьютера в виде показаний виртуальных измерительных приборов. Программа проведения измерений в работе, написанная в среде *LabVIEW*, представляет собой лицевую панель установки, отображаемую на экране монитора (см. рис. 2.58).

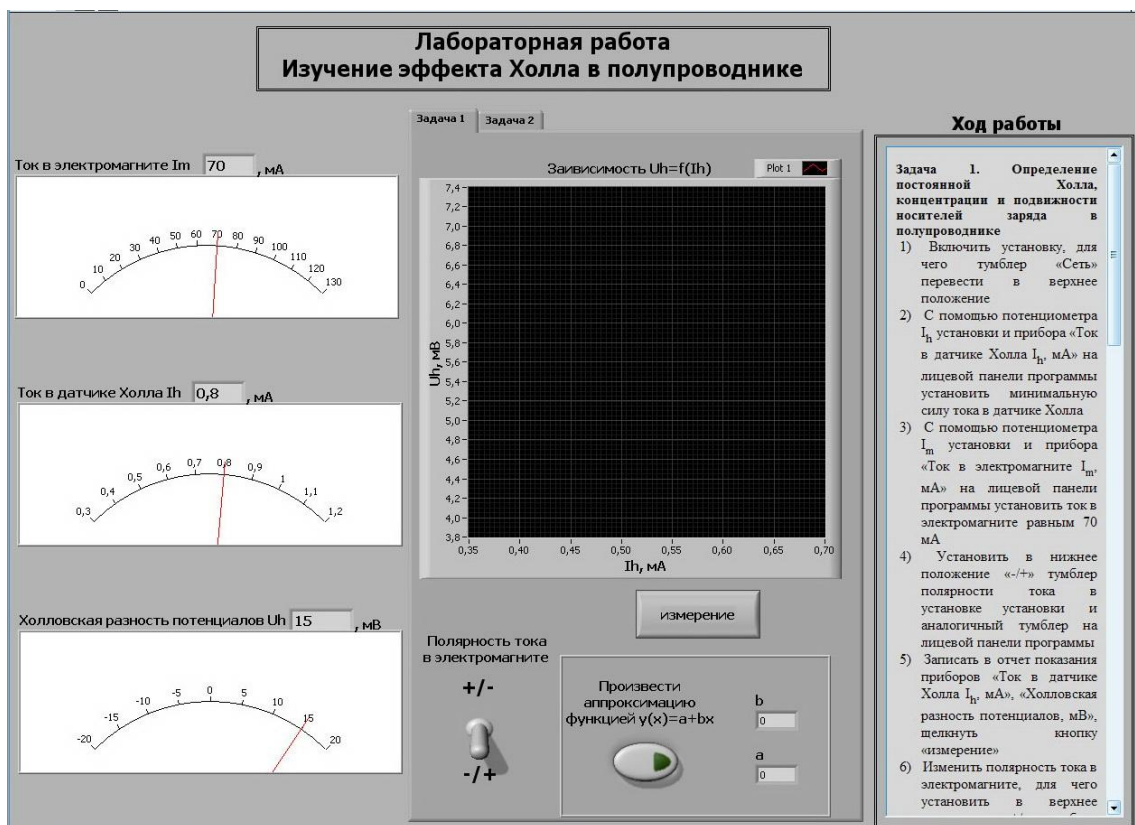


Рис. 2.58. Вид лицевой панели виртуального прибора для проведения измерений в работе

На этой панели изображены измерительные приборы – миллиамперметр и милливольтметр, а также органы управления программой измерений – переключатель выполняемых задач, переключатель направления тока в электромагните, клавиша проведения дискретных измерений (по точкам), а также таблицы для отображения получаемых результатов. На лицевой панели виртуального прибора представлена также краткая инструкция по проведению измерений с помощью программы *LabVIEW*.

### ***Проведение эксперимента***

#### ***Задача 1. Определение постоянной Холла, концентрации и подвижности носителей заряда в монокристалле германия n-типа (n-Ge)***

Работа может выполняться как на установке, описанной выше, так и на установке, смонтированной на стенде. В этом случае электромагнит расположен на отдельном столе и имеет мощный источник питания, а измерительные приборы и элементы управления смонтированы на стенде, закрепленном на ла-



бораторном столе. Перед началом работы необходимо включить компьютер и загрузить программу измерений.

Для этого необходимо на рабочем столе включенного компьютера щелкнуть мышкой по ярлыку программы **«Работа № 35»**. После загрузки программы на экране монитора появится лицевая панель виртуального прибора (см. рис. 2.58). При проведении измерений следует придерживаться рекомендуемого порядка работы, представленного на лицевой панели виртуального прибора.

При работе на установке, выполненной в стендовом варианте, следует придерживаться следующего порядка выполнения работы.

1. *Создание в зазоре электромагнита магнитного поля известной индукции.* Включить выпрямитель и при произвольном положении переключателя П ручкой регулировки тока установить рекомендуемую силу тока в обмотке электромагнита. Рекомендуемое значение силы тока и соответствующее значение магнитной индукции  $B$  указаны в паспорте установки, который находится на рабочем месте.

2. *Измерение холловской разности потенциалов.* Замкнуть ключом  $K$  цепь датчика. Установить реостатом  $R_2$  начальное значение силы тока в датчике и измерить холловскую разность потенциалов  $U_1$  цифровым вольтметром. Повторить измерения при нескольких значениях силы тока  $I$  в датчике (рекомендуемые значения силы тока указаны в паспорте установки). Полученные данные занести в табл. П. 14.1.

3. *Изменение направления магнитного поля в зазоре электромагнита на противоположное.* Для этого следует уменьшить до нуля силу тока в электромагните, поставить переключатель П на выпрямителе в другое положение и снова установить рекомендуемое значение силы тока. Повторить измерения холловской разности потенциалов  $U_2$ .

Необходимость измерения холловской разности потенциалов при различных направлениях тока в электромагните вызвана тем, что между выходными контактами 2–2 датчика имеется некоторая дополнительная разность потенциа-

лов  $U_0$ . Величина  $U_0$  в основном обусловлена недостаточно симметричным расположением контактов и зависит от величины тока  $I$ , текущего через датчик. Измерительный прибор показывает разность потенциалов  $U_1 = U_0 + U$ . При изменении направления тока в электромагните и, следовательно, направления магнитного поля холловская разность потенциалов  $U$  в отличие от  $U_0$  меняет знак. Разность потенциалов становится равной  $U_2 = U_0 - U$ . Если рассчитать  $U$  по формуле

$$U = \frac{U_0 + U - U_0 - U}{2} = \frac{U_1 - U_2}{2}, \quad (2.117)$$

то ошибка, вносимая неэквипотенциальностью контактов 2–2, исключается. Поскольку для полупроводникового датчика в данных условиях  $|U_0| < |U|$ , то величина  $U_2$  отрицательная, поэтому для ее измерения необходимо изменить полярность входного сигнала. Холловскую разность потенциалов при этом можно рассчитать по формуле

$$U = \frac{U_1 - U_2}{2} = \frac{|U_1| + |U_2|}{2}. \quad (2.118)$$

4. Найти средние значения холловской разности потенциалов, соответствующие разным значениям силы тока в датчике, по формуле (2.118). Внести эти значения в табл. П. 14.1.

5. Построить график зависимости  $U$  от силы тока  $I$ , аппроксимируя экспериментальные точки прямой линией (рис. 2.59).

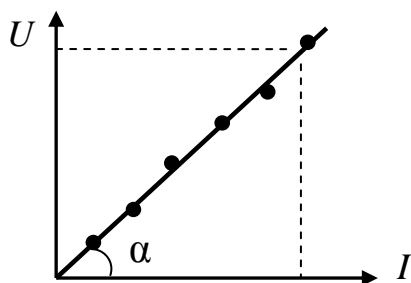


Рис. 2.59. Зависимость  $U(I)$

По графику определить величину  $\operatorname{tg}\alpha$ . Из формулы (2.104) следует, что  $\operatorname{tg}\alpha = \frac{RB}{d}$ . Используя значения  $B$  и  $d$ , указанные в паспорте установки, вычислить постоянную Холла  $R$ .

Относительную систематическую погрешность измерения  $R$  вычислить по формуле

$$\gamma = \frac{\theta_R}{R} = \sqrt{\left(\frac{\theta_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\theta_B}{B}\right)^2 + \left(\frac{\theta_U}{\langle U \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\theta_I}{\langle I \rangle}\right)^2}. \quad (2.119)$$

$\theta_d$  и  $\theta_B$  указаны в паспорте установки, а  $\theta_U$  и  $\theta_I$  определяются по классу точности соответствующих приборов,  $\langle U \rangle$  и  $\langle I \rangle$  определяются как средние арифметические из всех полученных значений. Абсолютная погрешность  $\Delta_R = \gamma R$ . Случайная погрешность не определяется, так как она много меньше систематической.

6. По формуле (2.112) рассчитать концентрацию, а по формуле (2.116) – подвижность носителей заряда в  $n$ -германии (значение удельной электрической проводимости  $\sigma$  приведено в паспорте установки).

## ***Задача 2. Определение постоянной Холла, концентрации и подвижности электронов в меди***

Эта задача выполняется аналогично задаче 1. Отличие заключается в том, что силу тока в датчике (0–30 А) измеряют с помощью амперметра, а холловскую разность потенциалов (0–50 мкВ) – микровольтметром. Кроме того, поскольку для металлов в данных условиях  $|U_0| > |U|$ , то изменение направления магнитного поля не приводит к изменению полярности входного сигнала на микровольтметре, поэтому холловская разность потенциалов рассчитывается по формуле (2.118). Аналогично строится график  $U = f(I)$ , рассчитываются  $R$ ,  $n$ ,  $\mu$  для меди.

### ***Задача 3. Градуировка магнитного поля электромагнита при помощи полупроводникового датчика Холла***

Под градуировкой электромагнита понимается определение зависимости магнитной индукции между полюсными наконечниками магнита от силы тока в обмотке при заданном межполюсном расстоянии. Для этой цели можно использовать датчик Холла и полученное в задаче 1 значение постоянной Холла  $R$ .

Согласно формуле (2.108) при постоянной силе тока  $I$  в датчике магнитная индукция  $B$  пропорциональна холловской разности потенциалов  $U$ .

$$B = \frac{Ud}{RI}. \quad (2.120)$$

С другой стороны, значение  $B$  определяется величиной силы тока  $I_M$  в обмотке электромагнита. Если изменять значение  $I_M$ , то, измеряя  $U$  и рассчитывая соответствующие значения  $B$  по формуле (2.120), можно получить зависимость магнитной индукции электромагнита от силы тока в его обмотке. Измерения проводятся в таком порядке.

1. Установить определенную силу тока в полупроводниковом датчике (5–10 мА).
2. Изменяя силу тока  $I_M$  в обмотке электромагнита (от 1 до 7 А через 1 А), провести измерения  $U$  цифровым вольтметром. Во время измерений следить, чтобы сила тока в датчике оставалась неизменной.
3. Рассчитать значения  $B$  по формуле (2.120), используя при этом величину  $R$ , полученную в задаче 1. Результаты измерений занести в табл. П. 14.3.
4. Построить график  $B = f I_M$ .

### ***Контрольные вопросы***

1. В чем заключается эффект Холла и каков механизм возникновения холловской разности потенциалов?
2. Почему значения постоянной Холла в полупроводниках существенно больше, чем в металлах?

3. От каких характеристик носителей тока зависит постоянная Холла в собственных полупроводниках? В примесных полупроводниках? В металлах? Почему в собственных полупроводниках  $R \neq 0$  ?

4. Какими способами можно добиться увеличения холловской разности потенциалов?

5. В чем различие измерения холловской разности потенциалов в металлах и полупроводниках?

6. В чем заключается графический метод определения постоянной Холла?

7. Каким образом производится градуировка электромагнита с помощью полупроводникового датчика Холла?

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики / В.С. Волькенштейн. Санкт-Петербург: Специальная литература; Лань, 1999. 327 с.
2. Вонсовский С.В. Магнетизм / С.В. Вонсовский. М.: Наука, 1971. 1032 с.
3. Лабораторные занятия по физике / под ред. Л.И. Гольдина. М.: Наука, 1983. 66 с.
4. Общий физический практикум. Механика / Л.Г. Деденко, Д.Ф. Киселев, В.К. Петерсон, А.И. Слепков. М.: Издательство МГУ, 1991. 270 с.
5. Евгрофова Н.Н. Руководство к лабораторным работам по физике / Н.Н. Евгрофова, В.Л. Каган. М.: Высшая школа, 1970. 383 с.
6. Зайдель А.Н. Элементарные оценки ошибок измерений / А.Н. Зайдель. М.: Наука, 1967.
7. Иродов И.Е. Основные законы электромагнетизма / И.Е. Иродов. М.: Высшая школа, 1983. 279 с.
8. Калашников С.Г. Электричество / С.Г. Калашников. М.: Наука, 1985. 576 с.
9. Кассандрова О.Н. Обработка результатов наблюдений / О.Н. Кассандрова, В.В. Лебедев. М.: Наука, 1970.
10. Матвеев А.Н. Электричество и магнетизм / А.Н. Матвеев. М.: Высшая школа, 1983. 463 с.
11. Парсэлл Э. Электричество и магнетизм / Э. Парсэлл. М.: Наука, 1983. 416 с.
12. Савельев И.В. Курс общей физики. Т.2 / И.В. Савельев. М.: Наука, 1982. 496 с.
13. Трофимова Т.И. Курс физики / Т.И. Трофимова. М.: Наука, 2003.
14. Физический практикум. Часть 2: Электричество и магнетизм / под ред. Ф.А. Сидоренко. Екатеринбург: Изд-во ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, 2005. 123 с.
15. Чечерников В.И. Магнитные измерения / В.И. Чечерников. М.: Изд-во МГУ, 1963. 387 с.

## ПРИЛОЖЕНИЯ

### Приложение 1

#### Некоторые физические константы

##### 1.1. Фундаментальные физические константы.

Скорость света в вакууме	$c = 2,99792458 \cdot 10^8$ м/с
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 12,566370614 \cdot 10^{-7} \frac{1}{\text{H}^2/\text{M}}$
Электрическая постоянная	$\epsilon_0 = 8,85418782 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Постоянная Планка	$h = 6,626176 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
Масса покоя электрона	$m_e = 9,109534 \cdot 10^{-31}$ кг
Элементарный заряд	$ e  = 1,6021892 \cdot 10^{-19}$ Кл
Удельный заряд электрона	$ e /m_e = 1,7588047 \cdot 10^{-11}$ Кл/кг
Постоянная Больцмана	$k = 1,380662 \cdot 10^{-23}$ Дж/К

##### 1.2. Удельное сопротивление проводников (при 0° С), мкОм·м

Алюминий	0,025	Нихром	100
Графит	0,039	Ртуть	0,94
Железо	0,089	Свинец	0,22
Медь	0,017	Сталь	0,10

Таблица коэффициентов Стьюдента ( $t_{p,n}$ )

Число наблюдений, $n$	Доверительная вероятность, $P$		
	0,90	0,95	0,99
2	6,31	12,71	63,70
3	2,92	4,30	9,92
4	2,35	3,18	5,84
5	2,13	2,77	4,60
6	2,02	2,57	4,03
7	1,94	2,45	3,71
8	1,90	2,36	3,50
9	1,86	2,31	3,36
10	1,83	2,26	3,25
...	...	...	...
...	...	...	...
20	1,73	2,09	2,86
...	...	...	...
...	...	...	...
120	1,66	1,98	2,62
...	...	...	...
...	...	...	...
$\infty$	1,65	1,96	2,58



## ФОРМА ОТЧЕТА

*Титульный лист*

УрФУ

кафедра физики

ОТЧЕТ

**Изучение электрического сопротивления  
металлических проводников**

Студент-(ка) \_\_\_\_\_

Группа \_\_\_\_\_

Преподаватель \_\_\_\_\_

Дата \_\_\_\_\_

*На внутренних страницах:*

## 1. Расчетные формулы:

1.1. Формула для расчета величины  $R'_x$ :

$$R'_{x,i} = R_{2,i} \frac{\varphi_{3,i}}{\varphi_{4,i}},$$

где  $R_2$  – известное сопротивление;  $\varphi_3$  и  $\varphi_4$  – углы поворотов токосъемника реохорда, соответствующие плечам  $l_3$  и  $l_4$ .

1.2. Формулы для расчета величины  $R_x$ :

$$R_{x,i} = \frac{U_i}{I_i},$$

где  $U_i$  – показания вольтметра;  $I_i$  – показания амперметра.

$$\langle R_x \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_{x,i},$$

где  $n$  – число измерений.

1.3. Формулы для определения значения  $R_A$  :

$$R_{A,i} = R'_{x,i} - R_{x,i},$$

$$\langle R_A \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_{A,i}.$$

1.4. Формула для определения удельного электросопротивления

$$\rho = R_x \frac{\pi d^2}{4l},$$

где  $d$  – диаметр исследуемого проволочного образца;  $l$  – длина проволоки.

1.5. Формула для расчета плотности тока

$$j_i = \frac{4I_i}{\pi d^2},$$

где  $I_i$  – текущий по образцу ток.

1.6. Формула для расчета напряженности электрического поля

$$E_i = \frac{U_i}{l},$$

где  $U_i$  – падение напряжения на образце.

1.7. Формула для определения значения удельного электросопротивления по данным графика  $j = f(E)$ :

$$\rho_{\text{гр}} = \frac{\Delta E}{\Delta j}.$$

1.8. Формула для оценки средней скорости направленного движения электронов в образце

$$\langle u \rangle_i = \frac{j_i}{n|e|},$$

где  $n \cong 5 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$  – значение концентрации свободных электронов в металле;

$|e| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$  – величина заряда электрона.

2. Схема рабочей цепи.

3. Средства измерений и их характеристики.

Таблица П. 3.1

Наименование средства измерения	Предел измерения	Цена деления шкалы	Класс точности	Предел основной погрешности, $\theta_{\text{осн}}$
Реохорд высокоомный Круговая шкала Нуль-гальванометр Вольтметр Амперметр Магазин сопротивлений $R_2$ Реостат движковый				

Исследуемое сопротивление № ...

$$l = \dots \text{ м }, \quad \Delta l = \dots \text{ м },$$

$$d = \dots \text{ м }, \quad \Delta d = \dots \text{ м }.$$

#### 4. Результаты измерений и расчетные значения

Таблица П. 3.2

№ п/п	$R_2$ , Ом	$\varphi_3$ , рад.	$\varphi_4$ , рад	$R'_x$ , Ом	$l$ , А	$U$ , В	$R_x$ , Ом	$R_A$ , Ом	$E$ , В/м	$j$ , А/м <sup>2</sup>	$\langle u \rangle$ , м/с
1	10										
2	20										
3	30										
4	40										
5	50										

#### 5. Расчеты искомых величин:

$$5.1. R'_{x,i} = R_{2,i} = \frac{\varphi_{3,i}}{\varphi_{4,i}} = \dots \text{ Ом}.$$

$$5.2. R'_{x,i} = \frac{U_i}{I_i} = \dots \text{ Ом};$$

$$\langle R_x \rangle = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 R_{x,i} = \dots \text{ Ом}.$$

$$5.3. R_{A,i} = R'_{x,i} - R_{x,i} = \dots \text{ Ом};$$

$$\langle R_A \rangle = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 R_{A,i} = \dots \text{ Ом.}$$

$$5.4. \rho = R_x \frac{\pi d^2}{4l} = \dots \text{ Ом}\cdot\text{м.}$$

$$5.5. j_i = \frac{4I_i}{\pi d^2} = \dots \text{ А/м}^2.$$

$$5.6. E_i = \frac{U_i}{l} = \dots \text{ В/м.}$$

$$5.7. \rho_{\text{гр}} = \frac{\Delta E}{\Delta j} = \dots \text{ Ом}\cdot\text{м.}$$

$$5.8. \langle u \rangle_i = \frac{j_i}{n|e|} = \dots \text{ м/с.}$$

6. Оценка границ погрешностей:

6.1. Результаты измерения  $R_x$

Таблица П. 3.3

№ п/п	$R_{x,i}$ , Ом	$R_{x,i} - \langle R_x \rangle$ , Ом	$(R_{x,i} - \langle R_x \rangle)^2$ , Ом <sup>2</sup>
1			
2			
3			
4			
5			

Среднее значение  $\langle R_x \rangle = \dots \text{ Ом.}$

$$S_{R_x} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (R_{x,i} - \langle R_x \rangle)^2}{n-1}} = \dots \text{ Ом,}$$

где  $t_{p,n}$  – коэффициент Стьюдента, значение которого берется из таблицы в прил. 2.

$$\varepsilon_{R_x} = t_{p,n} \cdot S_{R_x} = \dots \text{ Ом;}$$

$$\Delta_{R_x} = \varepsilon_{R_x} = \dots \text{ Ом} \quad \text{при } P = 0,95.$$

## 6.2. Результаты измерения $R_A$ :

Таблица П. 3.4

№ п/п	$R_{A,i}, \text{Ом}$	$R_{A,i} - \langle R \rangle_A, \text{Ом}$	$(R_{A,i} - \langle R \rangle_A)^2, \text{Ом}^2$
1			
2			
3			
4			
5			

$$S_{RA} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (R_{A,i} - \langle R_A \rangle)^2}{n-1}} = \dots \text{Ом},$$

$$\varepsilon_{RA} = t_{P,n} \cdot S_{RA} = \dots \text{Ом};$$

$$\Delta_{RA} = \varepsilon_{RA} = \dots \text{Ом} \quad \text{при } P = 0,95.$$

## 6.3. Результаты расчета

$$\gamma_\rho = \frac{\Delta_\rho}{\rho} = \sqrt{\left(\frac{\Delta_{Rx}}{\langle R_x \rangle}\right)^2 + \left(2 \frac{\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_l}{l}\right)^2} = \dots;$$

$$\Delta_\rho = \gamma_\rho \cdot \rho = \dots \text{Ом} \cdot \text{м} \quad \text{при } P = 0,95.$$

## 7. Окончательные результаты:

$$R_x = \dots \text{Ом}; \quad R_A = \dots \text{Ом}; \quad \rho = \dots \text{Ом} \cdot \text{м};$$

$$\rho_{\text{гр}} = \dots \text{Ом} \cdot \text{м}; \quad \langle u \rangle = \dots \text{м/с} \quad \text{при } P = 0,95.$$

## 8. Выводы.

## ФОРМА ОТЧЕТА

Титульный лист

УрФУ

кафедра физики

ОТЧЕТ

**Определение электродвижущей силы источника тока  
компенсационным методом**

Студент- (ка) \_\_\_\_\_

Группа \_\_\_\_\_

Преподаватель \_\_\_\_\_

Дата \_\_\_\_\_

*На внутренних страницах:*1. Расчетная формула для определения величины  $\varepsilon_x$ :

$$\varepsilon_x = \frac{\varphi_x}{\varphi_N} \varepsilon_N,$$

где  $\varepsilon_N$  – ЭДС эталонного источника тока; $\varphi_x, \varphi_N$  – углы поворота токосъемника реохорда.

2. Схема электрической цепи.

3. Средства измерений и их характеристики.

Наименование средства измерения	Предел измерения или номинальное значение	Цена деления шкалы	Класс точности	Предел основной погрешности
Реохорд высокоомный, круговая шкала				
Нуль-гальванометр				
Эталонный источник тока				

Объект исследования – элемент гальванический сухой.

#### 4. Результаты измерений

$\varphi_{Ni}$ , град.	$\varphi_{Ni} - \langle \varphi_{Ni} \rangle$ , град	$\varphi_{Ni} - \langle \varphi_{Ni} \rangle^2$ , град <sup>2</sup>	$\varphi_{xi}$ , град	$\varphi_{xi} - \langle \varphi_x \rangle$ , град	$\varphi_{xi} - \langle \varphi_x \rangle^2$ , град <sup>2</sup>
1					
...					
5					

$$\langle \varphi_N \rangle = \dots \text{ град}; \quad \sum_{i=1}^5 \varphi_{Ni} - \langle \varphi_N \rangle^2 = \dots \text{ град}^2;$$

$$\langle \varphi_x \rangle = \dots \text{ град}; \quad \sum_{i=1}^5 \varphi_{xi} - \langle \varphi_x \rangle^2 = \dots \text{ град}^2.$$

#### 5. Расчет искомой величины

$$\varepsilon_x = \varepsilon_N \frac{\varphi_x}{\varphi_N} = \dots, \text{ В.}$$

#### 6. Оценка доверительных границ погрешностей $\Delta \varepsilon_N, \Delta \varphi_x, \Delta \varphi_N$ :

$$\Delta \varphi_x = \sqrt{\theta_{\text{осн}}^2 + \varepsilon_{nx}^2} = \dots \text{ град};$$

$$\Delta \varphi_N = \sqrt{\theta_{\text{осн}}^2 + \varepsilon_{nN}^2} = \dots \text{ град},$$

где  $\theta_{nx} = \theta_{nN} = \theta_{\text{осн}}$  – систематические погрешности для реохорда.

$$\Delta \varepsilon_N = \varepsilon_N \frac{\delta}{100},$$

где  $\delta$  – класс точности нормального элемента;

$$\varepsilon_{nx} = t_{P,n} S_{nx} = t_{P,n} \sqrt{\frac{\sum \varphi_{ni} - \langle \varphi_x \rangle^2}{n \ n-1}} = \dots \text{ об};$$

$$\varepsilon_{nN} = t_{P,n} S_{nN} = t_{P,n} \sqrt{\frac{\sum \varphi_{Ni} - \langle \varphi_N \rangle^2}{n \ n-1}} = \dots \text{ об},$$

где  $n$  – число наблюдений;  $t_{P,n}$  – коэффициент Стьюдента.

#### 7. Оценка границы погрешности результата измерения ЭДС $\varepsilon_x$ :

$$\gamma = \frac{\Delta \varepsilon_x}{\varepsilon_x} = \sqrt{\left(\frac{\Delta \varepsilon_N}{\varepsilon_N}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \varphi_x}{\varphi_x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \varphi_N}{\varphi_N}\right)^2} = \dots;$$

$$\Delta \varepsilon_x = \gamma \varepsilon_x = \dots \text{ В.}$$

8. Окончательный результат

$$\varepsilon_x = \langle \varepsilon_x \rangle \pm \Delta \varepsilon_x = \dots \text{ В} \quad \text{при } P = 0,95.$$

9. Выводы.



## ФОРМА ОТЧЕТА

Титульный лист:

УрФУ  
кафедра физики  
Отчет

**Изучение магнитного поля соленоида**

Студент-(ка) \_\_\_\_\_

Группа \_\_\_\_\_

Преподаватель \_\_\_\_\_

Дата \_\_\_\_\_

*На внутренних страницах:*

## 1. Расчетные формулы:

$$B_{\text{расч}} = \frac{\mu_0 N_1 I_1}{\sqrt{d^2 + L^2}},$$

где  $N_1 - \dots$  $I_1 - \dots$  $d - \dots$  $L - \dots$ 

$$B_{\text{изм}} = c U_x,$$

где  $c - \dots$  $U_x - \dots$ 

## 2. Средства измерений и их характеристики

Наименование средства измерения	Предел измерений или номинальное значение	Цена деления шкалы	Класс точности

Соленоид:  $d = \dots$ ,  $L = \dots$ ,  $N_1 = \dots$ Постоянная установки  $c = \dots$

3. Зависимость магнитной индукции в центре соленоида от силы тока в его витках

Сила тока в соленоиде, А	Значения $U_X$ , мВ	Индукция $B$ в соленоиде, Тл
0,10		
0,15		
.....		
0,50		

$$B_{\text{расч}} = \dots$$

$$\gamma = \frac{|B_{\text{теор}} - B_{\text{изм}}|}{B_{\text{расч}}} = \dots$$

4. Зависимость магнитной индукции на оси соленоида от расстояния до его центра

Расстояние от центра соленоида $X$ , см	Значения $U_X$ , мВ	Индукция $B$ в соленоиде, Тл
0		
1		
.....		
10		

5. Графики  $B = f(I)$ ,  $B = f(X)$ .

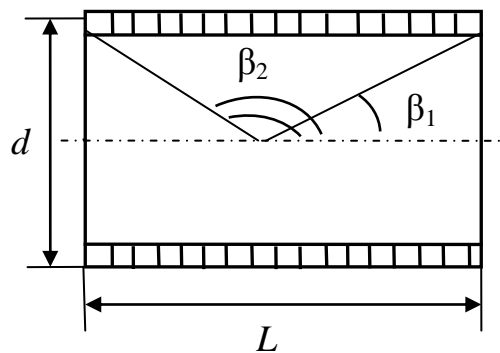
6. Выводы.

### Формулы для расчета магнитного поля в соленоиде

Магнитная индукция  $B$  поля соленоида без сердечника на его оси может быть найдена по формуле

$$B = \frac{\mu_0 I_c N}{2L} \cos \beta_1 - \cos \beta_2 ,$$

где  $N$  – общее число витков соленоида;  $I_c$  – сила тока в соленоиде;  $L$  – его длина;  $\beta_1$  и  $\beta_2$  – углы между осью соленоида и радиусами-векторами, проведенными от его середины к крайним виткам (см. рисунок).



К расчету магнитной индукции  
магнитного поля соленоида

Из рисунка видно, что

$$\cos \beta_1 = \frac{L}{\sqrt{D^2 + L^2}}, \cos \beta_2 = -\frac{L}{\sqrt{D^2 + L^2}}.$$

Таким образом, имеем

$$B = \frac{\mu_0 I_c N}{\sqrt{D^2 + L^2}}.$$

Если  $D \ll L$  (соленоид длинный), то  $B = \mu_0 I \frac{N}{L}$ .

## ФОРМА ОТЧЕТА

Титульный лист:

УрФУ  
кафедра физики  
ОТЧЕТ

**Определение удельного заряда электрона методом магнетрона**

Студент-(ка) \_\_\_\_\_

Группа \_\_\_\_\_

Преподаватель \_\_\_\_\_

Дата \_\_\_\_\_

*На внутренних страницах:*

1. Расчетная формула для определения удельного заряда электрона с пояснениями величин, входящих в нее.
2. Средства измерений и их характеристики

Наименование средства измерения	Предел измерений	Цена деления шкалы	Класс точности	Предел основной погрешности, $\theta_{\text{осн}}$
Микроамперметр Амперметр				

Магнетрон:

а) соленоид: диаметр  $D = \dots$  мм, длина  $L = \dots$  мм, число витков  $N = \dots$ ; $\Delta_D = \dots$  мм,  $\Delta_L = \dots$  мм;б) диод: радиус анода  $R_a = \dots$  мм,  $\Delta_R = \dots$  мм.

Погрешности:

а)  $\Delta U_a = \theta_{\text{осн}} = \dots \text{В}$  (задается в таблице к установке);

б)  $\Delta I_{\text{с.кр}} = \dots \text{А}$  (задается в таблице к установке).

3. Схема электрической цепи.

4. Результаты измерений

Таблица П. 7.1

Зависимость анодного тока от тока в соленоиде

$I_c, \text{А}$									
$I_a, \text{мкА}$									

5. Построение графика  $I_a = f I_c$ .

6. Определение критического тока  $I_{\text{с.кр}}$  в соленоиде по графику, построенному по данным табл. П. 7.1.

Таблица П. 7.2

$ \Delta I_a , \text{мкА}$												
$\Delta I_c, \text{А}$												
$\frac{ \Delta I_a }{\Delta I_c}$												
$\langle I_c \rangle = \frac{I_{c_1} + I_{c_2}}{2}$												

7. Удельный заряд электрона

$$\left( \frac{|e|}{m} \right) = \frac{8U_a L^2 + D^2}{R_a^2 \mu_0^2 I_{\text{с.кр}}^2 N^2} = \dots \text{Кл/кг.}$$

8. Оценка границ погрешностей результата измерения

$$\gamma = \frac{\Delta \left( \frac{|e|}{m} \right)}{\frac{|e|}{m}} = \sqrt{\left( \frac{\Delta U_a}{U_a} \right)^2 + \left[ 2 \frac{L \cdot \Delta L}{L^2 + D^2} \right]^2 + \left[ 2 \frac{D \cdot \Delta D}{L^2 + D^2} \right]^2 + \left[ 2 \frac{\Delta R_a}{R_a} \right]^2 + \left[ 2 \frac{\Delta I_{\text{с.кр}}}{I_{\text{с.кр}}} \right]^2},$$

$$\Delta\left(\frac{|e|}{m}\right) = \gamma \cdot \left(\frac{|e|}{m}\right) = \dots \text{ Кл/кг.}$$

9. Окончательный результат

$$\left(\frac{|e|}{m}\right) = \dots \pm \dots \text{ Кл/кг.}$$

10. Выводы.

## ФОРМА ОТЧЕТА

Титульный лист:

УрФУ  
кафедра физики  
ОТЧЕТ

**Изучение магнитных свойств ферромагнетика**

Студент-(ка) \_\_\_\_\_

Группа \_\_\_\_\_

Преподаватель \_\_\_\_\_

Дата \_\_\_\_\_

На внутренних страницах:

## 1. Расчетные формулы

$$B_0 = \frac{\mu_0 I_1 N_1}{\pi D},$$

где  $B_0$  – ..., $N_1$  – ..., $I_1$  – ..., $D$  – ..., $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – ...,
 $B = KU_x$ , где  $B$  – ...,  $K$  – ...,  $U_x$  – ... ,  $\mu = \frac{B}{B_0}$ .

## 2. Схема электрической цепи.

## 3. Средства измерений и их характеристики.

Наименование средства измерения	Предел измерений	Цена деления шкалы	Класс точности

Тороид:

 $D = \dots$ ,  $N_1 = \dots$ ,

## 4. Результаты наблюдений

Таблица П. 8.1

## Получение кривой намагничивания

Намагничивающий ток $I$ , А	Индукция $B_0$ намагничивающего поля, Тл	$U_x$ , mV.	Индукция $B$ магнитного поля в образце, Тл	Магнитная проницаемость, $\mu = B/B_0$
0,10 0,15 0,20 0,25 .... 0,70 0,75 0,80				

Таблица П. 8.2

## Получение петли гистерезиса

Сила тока $I$ , А	$U_x$ , mV	Сила тока $I$ , А	$U_x$ , mV	Сила тока $I$ , А	$U_x$ , mV	Сила тока $I$ , А
0,80 0,75 ..... 0,05 0,00		-0,05 -0,10 ..... -0,75 -0,80		-0,75 -0,70 ..... -0,05 -0,00		0,05 0,10 ..... 0,75 0,80

5. Графики  $B(B_0)$ ,  $\mu(B_0)$ , петли гистерезиса.

$B_{ост} =$

$B_{макс} =$

$B_c =$

$\mu_{макс} =$

6. Выводы



## ФОРМА ОТЧЕТА

*Титульный лист:*

УрФУ  
кафедра физики  
ОТЧЕТ

**Изучение магнитного поля Земли**

Студент-(ка)\_\_\_\_\_

Группа\_\_\_\_\_

Преподаватель\_\_\_\_\_

Дата\_\_\_\_\_

*На внутренних страницах:*

1. Расчетная формула для измеряемой величины

2. Средства измерения и их характеристики

Наименование средства измерения	Предел измере- ний или номи- нальное значе- ние	Цена деле- ния шкалы	Класс точности	Предел основной по- грешности

3. Схема электрической цепи.

4. Результаты измерений.

Определение периода вращения индуктора при изучении горизонтальной составляющей (начертите таблицу по типу табл. 2.1).

Определение периода вращения индуктора при изучении вертикальной составляющей (начертите таблицу по типу табл. 2.2).

5. Расчет искомой величины:

$$\langle B_H \rangle =$$

$$\langle B_V \rangle =$$

## 6. Расчет границы относительной погрешности результата измерений.

### 6.1. Для горизонтальной составляющей:

$$\Delta_I = \dots\dots\dots$$

$$\Delta_r = \dots\dots\dots$$

$$\Delta_d = \dots\dots\dots; \quad \gamma_{Br} = \dots\dots\dots$$

$$\Delta_{<T>} = \dots\dots\dots$$

### 6.2. Для вертикальной составляющей:

$$\Delta_I = \dots\dots\dots$$

$$\Delta_r = \dots\dots\dots$$

$$\Delta_d = \dots\dots\dots; \quad \gamma_{Bv} = \dots\dots\dots$$

$$\Delta_{<T>} = \dots\dots\dots$$

## 7. Расчет границы абсолютной погрешности результата измерений

$$\Delta_{Br} = \gamma_{<B_r>};$$

$$\Delta_{Bv} = \gamma_{<B_v>}.$$

## 8. Окончательный результат

$$B_r = \dots \text{ Тл}; P = 0,95;$$

$$B_v = \dots \text{ Тл}; P = 0,95.$$

*Напомним:* результат измерения искомой величины должен быть округлен до того разряда, которым выражена погрешность!

## 9. Выводы.

# ФОРМА ОТЧЕТА

*Титульный лист*

УрФУ

кафедра физики

ОТЧЕТ

## Сложение электрических колебаний

Студент-(ка) \_\_\_\_\_

Группа \_\_\_\_\_

Преподаватель \_\_\_\_\_

Дата \_\_\_\_\_

*На внутренних страницах*

1. Цель работы:

2. Перечень приборов:

1. Измерительный осциллограф.

2. Генератор звуковой частоты ГЗ-118

– максимальная частота генератора – Гц;

– наименьший шаг изменения частоты – Гц;

3. Источник переменного тока (“сеть”).

**Задача 1. Сложение колебаний одного направления с близкими частотами (биения).**

1.1. График биений представлен на рисунке ...:

1.2. Измерения: амплитудные значения напряжений :

$U_{01} = \dots \text{ В. } U_{02} = \dots \text{ В.}, \quad 2U_0 = \dots \text{ дел.}$

– период биений  $T_6 = \dots \text{ с, } \nu_6 = 1/T_6 = \dots \text{ с}^{-1};$

– циклическая частота биений  $\Delta\omega = 2\pi/T_6 = \dots \text{ рад/с;}$

1.3. Запись уравнения биений:

$U(t) = \dots$

1.4. Частота сетевого напряжения  $f_c = \dots$  Гц;  $f_c = f_{3\Gamma} - \nu_6$ ;

## Задача 2. Измерение частоты переменного электрического тока с помощью фигур Лиссажу.

2.1. Результаты измерений:

Таблица П. 10.1

№ измер.	$\gamma$	$f_{3\Gamma_i}, \text{ Гц}$	$f_i^c, \text{ Гц}$	$(\langle f_i^c \rangle - f_i^c), \text{ Гц}$	$(\langle f_i^c \rangle - f_i^c)^2, \text{ Гц}^2$
1	1:1				
2	1:2				
3	2:1				
4	2:3				
5	3:2				
6	3:4				
7	4:3				
		$\langle f^c \rangle = \dots$		$\Sigma = \dots$	

2.2. Расчет случайной погрешности измерения  $f^c$  :

– среднеквадратическое отклонение  $S_{\langle f^c \rangle}$  :

$$S_{\langle f^c \rangle} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\langle f^c \rangle - f_i^c)^2}{n(n-1)}},$$

– абсолютная случайная погрешность  $\Delta f^c$  :

$$\Delta f^c = S_{\langle f^c \rangle} * t_{n,P} = \dots \text{ Гц.}$$

2.3. Окончательный результат:

$$f^c = \dots$$

2.4. Рисунки фигур Лиссажу:

Таблица П. 10.2

$\gamma = 1:1$		$\gamma = 1:2$		$\gamma = 2:1$	
$n_x$		$n_x$		$n_x$	
$n_y$		$n_y$		$n_y$	
$\gamma = 2:3$		$\gamma = 3:2$		$\gamma = 3:4$	
$n_x$		$n_x$		$n_x$	
$n_y$		$n_y$		$n_y$	
		$\gamma = 4:3$			
		$n_x$			
		$n_y$			

**3. Вывод по работе:**

– Задача 1

– Задача 2

ФОРМА ОТЧЕТА

*Титульный лист*

УрФУ  
кафедра физики  
ОТЧЕТ

**Изучение затухающих электрических колебаний**

Студент-(ка) \_\_\_\_\_

Группа \_\_\_\_\_

Преподаватель \_\_\_\_\_

Дата \_\_\_\_\_

*На внутренних страницах*

1. Цель работы:
2. Перечень приборов:
  1. Измерительный электронный осциллограф.
  2. (  $R, L, C$  ) – колебательный контур.
  3. Источник переменного тока («сеть»), напряжение 6,3 В.
3. Электрическая блок-схема установки.
4. Средства измерений и их характеристики:

Наименование средства измерения	Предел измерения, номинальное значение меры	Цена деления
1. Осциллограф: вертикальная шкала		
2. Осциллограф: горизонтальная шкала		
3. Магазин сопротивлений		$R_{\min} =$

## 5. Основные расчетные формулы:

$U = U_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0)$  – уравнение затухающих электрических колебаний,

где  $U_0$  – ...

$\beta$  – ...

$\omega$  – ...

$\varphi_0$  – ...

$$\lambda = \ln(U_3/U_{11}) / N,$$

где  $N = 4$ ,

$U_3$  и  $U_{11}$  – значения амплитуд колебаний, временной интервал между которыми равен четырем периодам колебаний ( $4T$ ).

$$\beta = \lambda / T,$$

где  $\lambda$  – логарифмический декремент затухания;  $Q = \pi/\lambda$  – добротность контура.

$T$  – период колебаний.

## 6. Результаты измерений:

### 6.1. Задача 1. Построение графика затухающих колебаний. Уравнение затухающих колебаний

$$R_{\text{маг}} = 0$$

1.  $3T =$  мкс  $T =$  мкс.

2. Амплитуды затухающих колебаний  $U_m$ :

$$t_3 = t_1 + T \text{ и т. д.}$$

Обозначение точки на осциллограмме	1	3	5	7	9	11
$t$ , мкс						
$U_m$ , В						
$\ln U_m$ , В						

$$t_4 = t_2 + T \text{ и т. д.}$$

Обозначение точки на осциллограмме	2	4	6	8	10	12
$t$ , мкс						
$U_m$ , В						
$\ln U_m$ , В						

3.  $U_0 \cos \varphi_0 = \dots$  В.

## 6.2. Задача 2

Отношение амплитуд  $U_3/U_{11}$  ( $N = 4$ ) для разных значений  $R_{\text{маг}}$ .

(Примечание: допускается  $N = 3$ , в этом случае измеряются  $U_3$  и  $U_9$  и вычисляются  $U_3 / U_9$ ).

№ изм.	Сопротивление магазина $R_{\text{маг, Ом}}$	$U_3$ , В	$U_{11}$ , В	$U_3 / U_{11}$
1				
2				
3				
4				
5				

## 6.3. Задача 3. Аперидический режим контура. Определение критического сопротивления

1.  $R_{\text{маг.кр}} = \dots$  Ом.

2. Данные для графика построения аперидического разряда.

Обозначение точки на осциллограмме	$U$ , В	$t$ , мкс
$a$		
$b$		
$c$		
$d$		



## 7. Обработка результатов измерений и расчет искомых величин.

### 7.1. Уравнение затухающих колебаний: $R_{\text{маг}} = 0$

По результатам измерений построить график затухающих колебаний.

Вспомогательные графики зависимости  $U_m = f(t)$  и зависимости  $\ln U_m = f(t)$ ;

$$U_0 \cos \varphi_0 = \dots \text{ В.} \quad U_0 = \dots \text{ В.}$$

$$\cos \varphi_0 = \dots ; \quad \varphi_0 = \dots \text{ рад.}$$

$$\omega = 2\pi/T = \dots \text{ рад/с.}$$

$$\beta = (\ln U_{mi} - \ln U_{mj}) / (t_i - t_j) = \dots$$

$$U = U_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0) = \dots$$

$$U_0 = \dots \text{ В;}$$

$$\beta = \dots \text{ с}^{-1}.$$

### 7.2. Расчет $\lambda$ , $\beta$ , $Q$

$$T = \dots \text{ мкс; } N = 4.$$

Пример расчета:

$$R_{\text{маг}} = 0; \quad U_3/U_{11} = \dots, \quad \ln(U_3/U_{11}) = \dots, \quad \lambda = \ln(U_3/U_{11}) / N = \dots$$

$$\beta = \lambda / T = ; \quad Q = \pi / \lambda = \dots$$

Логарифмический декремент затухания  $\lambda$ , коэффициент затухания  $\beta$ , добротность  $Q$ .

№ изм.	$R_{\text{маг}}$ , Ом	$\ln(U_3/U_{11})$	$\lambda$	$\beta$ , $\text{с}^{-1}$	$Q$	Сопротивление контура $R$ , Ом
1						
2						
3						
4						
5						

По данным таблицы построить график зависимости  $\lambda = f(R_{\text{маг}})$  и определить сопротивление контура

$$R_{\text{уст}} = \dots \text{ Ом; } R = R_{\text{маг}} + R_{\text{уст}} \text{ (измерения 1–5).}$$

Построить графики:  $\lambda = f(R)$ ;  $\beta = f(R)$ ;  $Q = f(R)$ .

7.3. Определение критического сопротивления:

$$R_{\text{маг.кр}} = \dots \text{Ом};$$

$$R_{\text{уст}} = \dots \text{Ом};$$

$$R = R_{\text{маг.кр}} + R_{\text{уст}} = \dots \text{Ом};$$

По данным последней таблицы построить график апериодического разряда.

8. Выводы.

## ФОРМА ОТЧЕТА

Титульный лист:

УрФУ  
кафедра физики  
ОТЧЕТ

**Исследование полупроводникового резистора**

Студент- (ка) \_\_\_\_\_

Группа \_\_\_\_\_

Преподаватель \_\_\_\_\_

Дата \_\_\_\_\_

*На внутренних страницах:*

1. Расчетная формула для измеряемой величины.

$$E_g = 2k \operatorname{tg} \alpha = 2k \frac{\ln R_1 - \ln R_2}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}},$$

где  $k$  – постоянная Больцмана,  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К;  $R_1$ ,  $R_2$  – сопротивления резистора при температурах  $T_1$  и  $T_2$ .

2. Средства измерений и их характеристики.

Наименование средства измерения	Предел измерений	Цена деления шкалы	Предел основной погрешности или класс точности

3. **Задача 1.** Снятие вольтамперной характеристики полупроводникового резистора.

3.1. Схема электрической цепи

3.2. Результаты измерений

Данные к построению вольтамперной характеристики

Таблица П. 12.1

Напряжение $U$ , В										
Сила тока $I$ , мА										

4. **Задача 2.** Исследование температурной зависимости электрического сопротивления полупроводникового резистора и определение ширины запрещенной зоны в собственном полупроводнике

Таблица П. 12.2

Зависимость сопротивления полупроводникового резистора от температуры

$t$ , °C	$T$ , К	$1000/T$ , К <sup>-1</sup>	$R$ , Ом	$\ln R$

5. Расчет ширины запрещенной зоны в исследуемом полупроводнике проводят по графику  $\ln R = f(1/T)$

$$E_g = \dots \text{ эВ.}$$

6. Оценка погрешностей

6.1. Расчет среднеквадратичного отклонения производят методом наименьших квадратов

Таблица П. 12.3

$R$ , Ом	$T$ , К	$1/T$ , К <sup>-1</sup>	$\ln R$	$(1/T_i - \langle 1/T \rangle)$	$(1/T_i - \langle 1/T \rangle)^2$	$(1/T_i - \langle 1/T \rangle) \ln R_i$	$d_i = \ln R_i - b(1/T_i) - c$

$$b = \frac{\sum (1/T_i - \langle 1/T \rangle) \cdot \ln R_i}{\sum (1/T_i - \langle 1/T \rangle)^2} = \dots;$$

$$c = \langle \ln R \rangle - b \langle 1/T \rangle = \dots;$$

$$D = \sum (1/T_i - \langle 1/T \rangle)^2 = \dots$$

$$(\Delta b)^2 \approx \frac{1}{D} \frac{\sum d_i^2}{n-2} = \dots$$

$$S_{\langle E_g \rangle} = \Delta b = \dots \text{ эВ}$$

6.2. Граница погрешности

$$\Delta E_g = t S_{\langle E_g \rangle} = \dots \text{ эВ.}$$

7. Окончательный результат:

$$E_g = \langle E_g \rangle \pm \Delta E_g = (\dots \pm \dots) \text{ эВ; } P = 0,95.$$

8. Выводы (проанализировать полученную вольтамперную характеристику полупроводникового резистора, сравнить ширину запрещенной зоны с табличным значением).

# ФОРМА ОТЧЕТА

*Титульный лист:*

УрФУ

кафедра физики

по лабораторной работе

## **Изучение свойств $p$ - $n$ -перехода и определение ширины запрещенной зоны полупроводника**

Студент- (ка)\_\_\_\_\_

Группа\_\_\_\_\_

Преподаватель\_\_\_\_\_

Дата\_\_\_\_\_

*На внутренних страницах:*

1. Расчетная формула для измеряемой величины.
2. Средства измерений и их характеристики.

Наименование средства измерения	Предел измерений	Цена деления шкалы	Предел основ- ной погрешно- сти или класс точности

3. Схема электрической цепи
4. Результаты измерений (в форме таблицы).
5. Расчет искомой величины
6. Окончательный результат
7. Выводы. В выводах должна быть отмечена цель работы, каким методом выполнялась работа и приведены основные результаты. Необходимо сравнить полученное значение  $E_g$  с табличными.

## ФОРМА ОТЧЕТА

Титульный лист

УрФУ

кафедра физики

О Т Ч Е Т

**Исследование эффекта Холла в металлах и полупроводниках**

Студент-(ка) \_\_\_\_\_

Группа \_\_\_\_\_

Преподаватель \_\_\_\_\_

Дата \_\_\_\_\_

*На внутренних страницах:*

## 1. Расчетные формулы:

## 1.1. Формула для расчета постоянной Холла

$$R = \frac{d}{B} \operatorname{tg} \alpha,$$

где  $d$  – толщина образца;  $B$  – индукция магнитного поля;  $\operatorname{tg} \alpha$  – тангенс угла наклона экспериментальной зависимости  $U = f(I)$ .

## 1.2. Формулы для расчета электрических характеристик датчиков Холла

$$n\text{-германий} \quad n = \frac{3\pi}{8eR},$$

$$\mu = \frac{8R\sigma}{3\pi};$$

$$\text{медь} \quad n = \frac{1}{eR},$$

$$\mu = R\sigma,$$

где  $\sigma$  – удельная электрическая проводимость проводника;

$n$  – концентрация носителей заряда;

$\mu$  – подвижность носителей заряда.

## 2. Средства измерений и их характеристики

Наименование средства измерения	Предел измерений	Цена деления шкалы	Класс точности	Предел основной погрешности

### Характеристики установки

Магнитная индукция в зазоре электромагнита при силе тока в обмотке

$$I = \quad ; \quad B = \quad ;$$

### *Параметры датчиков Холла*

Датчик	$d$ , мм	$\sigma$ , Ом <sup>-1</sup> /м
$n$ -германий		
медь		

## 3. Результаты измерений.

**Задача 1. Определение постоянной Холла в полупроводнике (кристалл германия  $n$ -типа)**

Таблица П. 14.1

Сила тока $I$ в датчике, мА	$U_1$ , мВ	$U_2$ , мВ	$U = \frac{ U_1  +  U_2 }{2}$ , мВ



## Задача 2. Определение постоянной Холла в металле (медь)

Таблица П. 14.2

Сила тока $I$ в датчике, А	$U_1$ , мкВ	$U_2$ , мкВ	$U = \frac{ U_1 - U_2 }{2}$ , мкВ

## Задача 3. Градуировка магнитного поля электромагнита при помощи полупроводникового датчика Холла

$d = \dots$  мм;  $R = \dots$  м<sup>3</sup>/Кл;  $I = \dots$  мА.

Таблица П. 14.3

Сила тока $I$ в электромагните, А											
$U$ , мВ											
$B$ , Тл											

5. Построение графиков  $U = f(I)$  по данным табл. П. 14.1 и П. 14.2. Определение тангенса угла наклона прямых.

6. Расчет значений  $R$ ,  $n$ ,  $\mu$  для полупроводника и металла.

7. Оценка систематических погрешностей

$$n\text{-германий: } \gamma = \frac{\theta_R}{R} = \sqrt{\left(\frac{\theta_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\theta_B}{B}\right)^2 + \left(\frac{\theta_U}{\langle U \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\theta_I}{\langle I \rangle}\right)^2},$$

$$\Delta_R = \gamma R = \dots \text{ м}^3/\text{Кл};$$

$$\text{медь: } \gamma = \frac{\theta_R}{R} = \sqrt{\left(\frac{\theta_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\theta_B}{B}\right)^2 + \left(\frac{\theta_U}{\langle U \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\theta_I}{\langle I \rangle}\right)^2},$$

$$\Delta_R = \gamma R = \dots \text{ м}^3/\text{Кл}.$$

8. Запись результатов измерений

$$n\text{- германий: } R = \dots \pm \dots \text{ м}^3/\text{Кл},$$

$$n = \dots \text{ м}^{-3},$$

$$\mu = \dots \text{м}^2 (\text{В} \cdot \text{с});$$

медь:  $R = \dots \pm \dots \text{м}^3 / \text{Кл},$

$$n = \dots \text{м}^{-3},$$

$$\mu = \dots \text{м}^2 (\text{В} \cdot \text{с}).$$

9. Построение градуировочной кривой для электромагнита  $B = f I_M$  .

10. Выводы (сравнить характеристики меди и германия).

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	3
1. Некоторые сведения по обработке результатов измерений физических величин .....	4
1.1. Измерения физических величин. Погрешности измерений .....	4
1.2. Оценка границ случайной погрешности прямого измерения.....	6
1.3. Оценка границ неисключенной систематической погрешности прямого измерения .....	10
1.4. Оценка границ результата измерения .....	12
1.5. Оценка границ погрешности косвенного измерения .....	13
1.6. Правила приближенных вычислений.....	14
1.7. Понятие о методе наименьших квадратов (МНК).....	15
2. Электромагнитные явления в физическом эксперименте.....	19
2.1. Электрический ток в металлических проводниках .....	19
2.2. Изучение магнитных полей.....	34
2.4. Явление электромагнитной индукции .....	52
2.5. Изучение электромагнитных колебаний.....	64
2.6. Электрические свойства полупроводников.....	92
Библиографический список.....	126
Приложения .....	127

*Учебное издание*

**Карпов** Юрий Григорьевич  
**Филанович** Антон Николаевич  
**Повзнер** Александр Александрович

## **ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ**

Редактор *Н. П. Кубыщенко*  
Компьютерная верстка *Н. Н. Суслиной*

Подписано в печать 30.09.2013 г. Формат 60×90 1/16.  
Бумага типографская. Плоская печать. Усл. печ. л. 10,11.  
Уч.-изд. л. 8,2. Тираж 100 экз. Заказ \_\_\_\_.

Редакционно-издательский отдел ИПЦ УрФУ  
620002, Екатеринбург, ул. Мира, 19  
E-mail: rio@mail.ustu.ru

Отпечатано в типографии Издательско-полиграфического центра УрФУ  
620000, Екатеринбург, ул. Тургенева, 4  
Тел.: +7 (343) 350-56-64, 350-90-13  
Факс: +7 (343) 358-93-06  
E-mail.: press.info@usu.ru