

机场的出租车问题

摘要

国家经济的进步促进交通工具的快速发展，如今越来越多的人会选择飞机出行，而多数乘客下飞机后可能会选择出租车作为主要的交通工具，以便更快捷地到达市区或其周边的目的地。但如何使出租车司机的收益均衡、如何设置停靠点才能使出租车更加安全有效的拉客都是一系列需要解决的问题。

结合数据统计分析和排队论对出租车拉客的收益与效率进行分析，从而得到出租车在机场问题中的各种解决方案。本文通过 Matlab、排队论等对机场的出租车相关问题进行建模与求解。

针对问题一：分析研究影响出租车司机选择的因素，查找相关数据计算得出这些因素的变化规律，综合考虑各种因素的影响，在一定时间内判断两个决策的收益大小。再根据机场实际情况，对无法确定的因素分类讨论，选择收益较大的策略。

针对问题二：收集机场中人流量的变化情况、出租车的起步价、出租车的起步里程、及超过起步里程后每公里的价格、出租车平均每小时的利益等数据，用 Matlab 编写关于出租车选择模型的程序，根据“蓄车池”等待车辆与航班乘坐出租车人流量的关系，判断不同的取值范围内的收益的多寡，做出选择。通过模型的建立过程，分析模型的合理性及相关因素的依赖性。

针对问题三：机场乘客过多以及出租车数量较多的情况下，都会大幅度影响乘客乘车效率。在尽可能保证乘客安全的情况下，“单车道停靠点”的设置更具有安全性。将问题中的出租车停靠点视为服务点，乘客视为接受服务的顾客，从而问题满足 $M/M/n/\infty/\infty$ 模型，即乘客的汇入量以及出租车的“蓄车池”的蓄车量满足排队论之中的服务点与顾客之间的关系。所以可以利用排队论进行模型的构建求解。

针对问题四：为使机场出租车司机的收益尽量平衡，可将机场至短途限定里程的收益作为标准，与该司机接下来的各短途乘客所得利益之和进行比较，判断利益之和是否小于标准。若前 n 个乘客此时的利益之和小于标准，就给司机“优先卡”，此时使司机不用排队。若大于，就收回司机的“优先卡”。最终可以得到该司机的“优先”安排情况。

关键词：排队论 决策选择 效益均衡

一、问题重述

随着交通工具的发展，飞机成为了越来越多的人的选择，而乘客下飞机后可能会选择出租车作为交通工具，以便更快捷的到达目的地。国内多数机场都是将车辆的送客通道与接客通道分开。此时送客至机场的出租车司机都会面临以下两个选择：

选择 A：“载客返回”，出租车前往指定“蓄车池”依“先来后到”排队载客，载客完成后返回市区。其中等待时间长短将取决于排队出租车的数量和乘客的数量，需要耗费一定的时间，付出一定的时间成本。

选择 B：“空载返回”，若排队等候时间过长，可选择直接空载返回市区拉客。但出租车司机需要付出空载费用，同时会损失潜在的载客收益。

已知某时间段抵达的航班数量和“蓄车池”里已有的车辆数是司机可观测到的确定信息。通常司机的决策与其个人的经验判断有关，比如在不同季节、不同时间段，抵达航班的数量和乘客数量的多寡等。若乘客在下飞机后需要“打车”，就必须要去指定的“乘车区”依次等候乘车。机场相关管理人员负责“分批定量”使出租车进入“乘车区”，同时安排一定数量的乘客上车。在实际中，还有很多影响出租车司机决策的确定和不确定因素，其关联关系各异，影响效果也不尽相同。

根据题目要求，分为以下四个问题：

(1) 分析影响出租车司机决策相关因素的影响机理。综合机场乘客数量的变化规律及出租车司机的收益，建立出租车司机的决策模型，并给出司机的选择策略。

(2) 收集国内某机场及其所在城市出租车的相关数据，给出该出租车司机的选择方案，并分析此模型的合理性及模型对相关因素的依赖性。

(3) 在机场中经常会出现出租车与乘客排队的情况，从而使乘车效率变低。设某机场“乘车区”有两条并行车道，若要在保证车辆及乘客安全的条件下，高效乘车，管理部门应如何设置“上车点”。

(4) 机场的出租车收益与载客的行驶里程有关，乘客目的地的远近会直接影响其收益，司机拉客时不能选择性拉客和拒载，但可以多次往返载客。基于同时间却低收益的情况，管理部门对短途载客再次返回的出租车给予一定的“优先权”，使得这些出租车的收益尽量均衡，试给出一个可行的“优先”安排方案。

二、问题分析

司机在机场载客时，考虑到时间、收益等因素，会有两种选择：“载客返回”或“空载返回”。其中空载回城后可在市区内继续拉客，但回城的路程会有一定的消耗。同时，机场“乘车区”内如何安全有效地安排出租车和乘客也是一系列问题。司机在机场拉乘客时，排队时间过长，载客里程也会对收益有所影响，结合多种因素完成一个“优化方案”。

1 问题一的分析

如何使司机所得利益最大化，是解决此问题的重点。以策略 A 耗费的时间(排队等待时间+载客回城时间)为基准，司机根据策略 A 或者 B 判断在这段时间内所获利益的大小，选择合适的决策，而利益与路程和时间有关。

影响路程的因素包括：机场至目的地的距离、返回市区后拉客的距离。但在分析问题一时，无论司机选择“载客返回”还是“空载返回”，其去往目的地的路程都是相同的，所以二者回城路程的耗油量相同，但后者回城后载客会消耗一定的油量。

影响时间的因素包括：

(1) 将乘客送往机场后的一段时间内机场的航班班次(人流量)。

不同季节、不同的时间段航班班次的多少直接影响机场人数，根据航班的到达时间来确定机场此刻的乘客数量，从而出租车司机做出选择。

(2) 机场“蓄车池”中的出租车数量(等待时间)。

若“蓄车池”中的出租车数量多余此刻航班及其前后总的乘客人数，则司机会选择“空载返回”，在这段时间内市中心拉取更多的客人。

以策略 A 耗费的时间为基准，在这段时间内将出租车司机的选择 A 或者 B 所得到的收益进行对比，从而确定出租车司机的选择。

2 问题二的分析

对于机场的选择需要综合各种因素，在保证人流量与出租车数量均匀分布的情况下，选择数据更准确且具有代表性的首都国际机场。

将影响利益的数据变量带入，通过“蓄车池”等待车辆数 n_1 和乘坐出租车的人流量 P 的取值范围确定司机的选择方案。但求解过程中有些无法确定的变量会对决策造成影响，如：司机在机场接到乘客后的目的地距离不同，会导致收益不同；“蓄车池”中每辆出租车的载客数不同，会影响司机等待时间；不同时段航班的差异性会导致机场人流量的增加或减少。

这些因素都会影响司机的选择，同时可通过它们分析此模型的合理性及模型对相关因素的依赖性。

3 问题三的分析

若机场有两条并行车道，则可分为两个方案进行分析。方案一为两车道都设置停车点，方案二为停靠位置设置在道路一侧，一条可供乘车，一条保持车辆正常通行。在保证车辆和乘客安全的情况下选择方案二。

假设出租车停靠之间不会相互影响，乘客之间乘车相互独立，出租车以及乘客数量无限。则其中各项因素符合排队论的解题条件，所以可采用排队论解决此问题。

4 问题四的分析

载客里程直接影响了出租车的收益，在耗费同等大量时间的情况下，拉到短途乘客的司机相比于拉到长途乘客的司机收益差距较大。在考虑到司机是比较注重效益的前提下，对短途司机会有不公平的情况出现。

在每个乘客到达乘车处时，站点管理员会询问其目的地，若市区到目的地的路程属于限定的短途的路程，工作人员会给司机一个“优先权”，假设不考虑短途司机在回机场路上拉客，每次短途后会返回机场，可以保证司机在再次返回机场后不需要排队就直接拉客，从而均衡了司机的利益。

三、模型假设与符号说明

1 模型假设

- (1) 假设每次航班的载客量相同；
- (2) 忽略天气对出租车的影响；

- (3) 假设每次航班乘客乘坐出租车的人数所占总人数的概率相同；
 (4) 假设出租车在市区中每个时间段的收益固定；
 (5) 假设所收集到的数据真实有效。

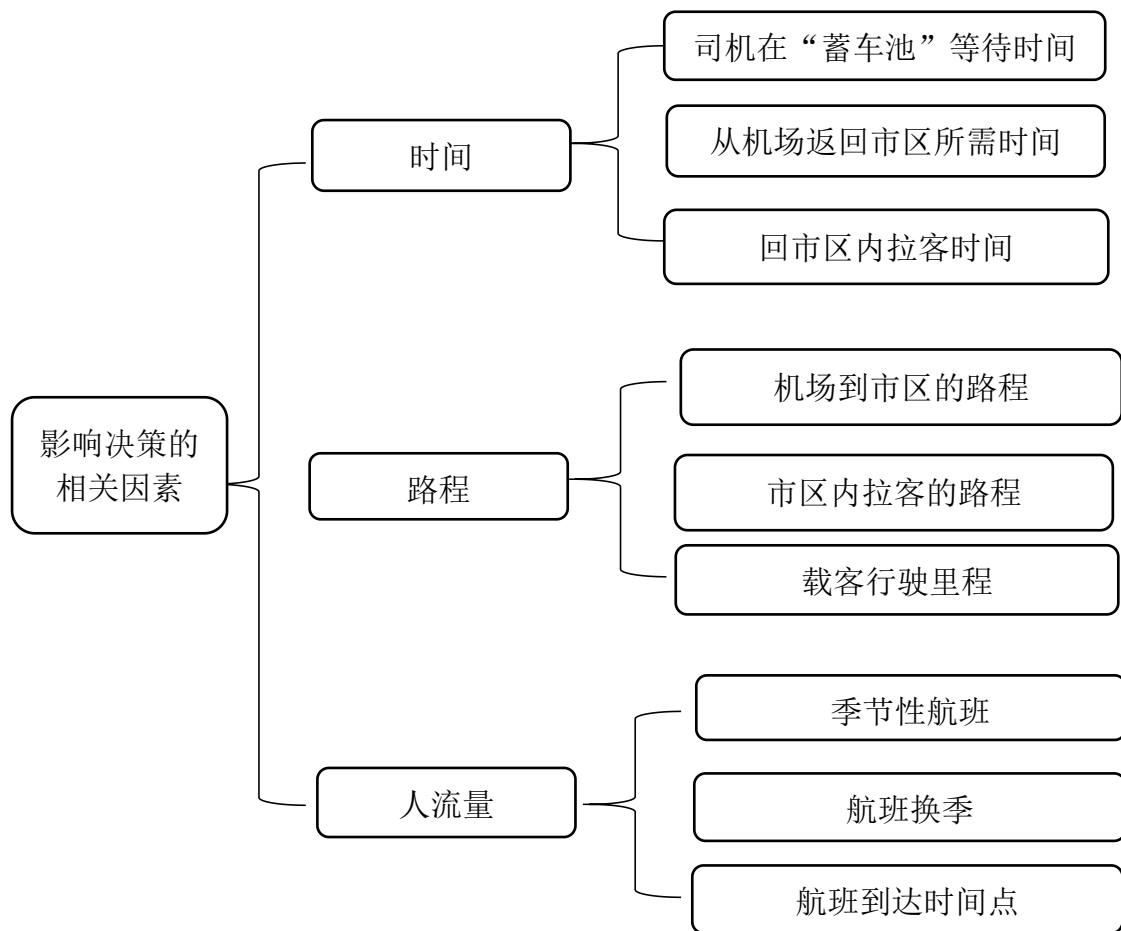
2 符号说明

符号	含义
n_1	出租车到达机场时“蓄车池”中汽车的数量
ΔE	出租车每公里耗油费用
x	机场到市区间的距离
P	机场中的当前坐出租车人流量
t_A	策略 A 所耗费时间(等客时间+载客回城时间)
t_B	策略 B 所耗费时间(回城时间+市区拉人时间)
N_1	t_A 时间内决策 B 在市区所拉乘客次数
w_A	出租车选择 A 决策的收益
w_B	出租车选择 B 决策的收益
w_0	出租车起步价
S_0	出租车起步距离
S	乘客在市区内到达目的地距离
Δw	出租车超过起步距离后每公里收费
t_1	“蓄车池”中每辆出租车拉客一次所用时间
t_2	从机场至市中心的时间
$f(s)$	出租车司机的收益函数($w_0 + \Delta w(S - S_0)$)
ΔT	飞机机场人流量统计时间间断
x_0	出租车在市区中平均每小时的净收益

四、模型建立与求解

1 问题一模型的建立与求解

出租车司机做出决策的根本因素取决于在一定的时间段内，是否可以获得更大的利益。影响利益的主要因素包括时间、路程以及人数。



1.1 乘客数量的变化规律

由于不同季节、不同时期的航班班次的变化,导致乘坐出租车的总人数 P 有所差异。机场乘客数量的变化规律可大概分为以下三种情况:

(1) “季节性航班”

在不同航季做不同的调整,寒暑假、节假日期间,正是旅游或回家的时期,乘客数出现大幅度增加。

(2) “航班换季”

若以北京为例,冬天偶尔会出现雾霾天气、夏天偶尔会出现雷阵雨天气,航空公司为了安全和方便旅客会对航班进行调整。若航班数减少,则在机场选坐出租车的人流量也会随之减少。

(3) “航班到达时间点”

若乘客白天到达机场,可能会选择更经济实惠的大城巴返程;若晚上到达机场,考虑到安全及时间问题,可能会选择更方便的出租车。

查阅相关文献^[1],统计出 2018 年首都机场每月乘客吞吐量,经 excel 处理得出机场乘客吞吐量折线图(如图 1),可直观反映不同时期乘客数量的差异性。



图 1 2018 年首都国际机场客流量

8 月、10 月正值假期，人流量明显有大幅度增加；3 月、8 月为学生返校期间，人数相对较多；而 4、5、6 月及 11、12、1 月无特殊时期，且可能会碰到异常天气，航班班次减少导致人流量相对较少。

1.2 出租车司机在不同决策下的收益分析

在人流量及出租车数量正常分布的情况下，以策略 A 耗费的时间(排队等客时间+载客回城时间)为基准，司机在这段时间内判断策略 A 及策略 B 所获利益的多寡，选择合适的决策。

(1) 策略 A 相关分析

当出租车司机到达“蓄车池”时，航班可能恰好抵达，且出租车司机可拉到乘客，此时航班之间的时间间隔 ΔT 不用计算在内；也可能“蓄车池”内车辆较多，司机会错过此刻航班的载客，需等待下一个航班的乘客，已知航班之间的时间间隔为 ΔT 。

策略 A 的耗费时间为排队等客时间加上载客回城时间(加航班班次间隔)：

$$t_A = n_1 * t_1 + \Delta T + t_2$$

净收益为出租车满载返市的收益减去返市路程的耗油费用：

$$w_A = w_0 + \Delta w(S - S_0) - S * \Delta E$$

出租车司机的收益函数： $f(s) = w_0 + \Delta w(S - S_0)$

(2) 策略 B 相关分析

策略 B 的耗费时间为载客回城时间加上回市内拉客的时间(以策略 A 耗费的时间为基准，使 $t_A = t_B$ ，得出其回市拉客时间即为 A 在机场等客时间)：

$$t_B = t_2 + n_1 * t_1 + \Delta T$$

司机回市后，由于拉人趟数的无法确定会导致回市拉客所得利益无法确定，可引进出租车在市区内平均每小时的净收益为 x_0 (运算过程在问题二的求解中给出)，净收益为出租车在市区中耗费时间乘以单位净收益：

$$w_B = x_0 * t_B$$

1.3 出租车司机的选择策略

设司机送客至机场时“蓄车池”内有车辆 n_1 ，“蓄车池”中每辆出租车拉客一次所用时间为 t_1 ，一段时间内航班中乘坐出租车的总人数为 P。多数情况下，一辆出租车的载客量为 2 人，用乘出租车总人数除以每车载客量，可以更准确的判断出等车量。

出租车司机已知“蓄车池”中的车辆数为 n_1 ，通过个人经验得出这段时间内的人流量为 P，通过二者的比较判断其是否供需平衡，分为以下两种情况：

(1) 若 $n_1 < \frac{P}{2}$ ，则出租车司机不用等待下一趟航班。

在策略 A 的等待时间中，不包含飞机航班班次的时间间隔，则策略 B 的有效拉客收益时间为 $n_1 * t_1$ 。

此时 $w_B = x_0 * n_1 * t_1$ ，

令 $w_A > w_B$ ，当 $n_1 < \frac{f(s)-S*\Delta E}{x_0*t_1}$ 时，选取策略 A；

令 $w_A < w_B$ ，当 $n_1 > \frac{f(s)-S*\Delta E}{x_0*t_1}$ 时，选取策略 B。

(2) 若 $n_1 > \frac{P}{2}$ ，出租车司机需要等待下一趟航班。

在策略 A 的等待时间中，包含飞机航班班次间隔 ΔT ，则策略 B 的有效拉客收益时间为 $n_1 * t_1 + \Delta T$ 。

此时 $w_B = x_0 * n_1 * t_1 + x_0 * \Delta T$ ，

令 $w_A > w_B$ ，当 $n_1 < \frac{f(s)-S*\Delta E-\Delta T*S_0}{x_0*t_1}$ 时，选取策略 A；

令 $w_A < w_B$ ，当 $n_1 > \frac{f(s)-S*\Delta E-\Delta T*S_0}{x_0*t_1}$ 时，选取策略 B。

其中 x_0 在计算的过程已经将出租车的空载费用排除，所以策略 B 在 t_2 时间内属于空载返回、不计入费用之中。。

2 问题二模型的建立与求解

在综合各种因素及保证人流量与出租车数量均匀分布的情况下，选择具有代表性的北京首都国际机场。查找相关文献^[2]后得到机场及其市区内出租车的相关数据(如表 1)：

表 1 机场及其市区内出租车的相关数据

符号	说明	数值	单位
w_0	出租车起步价	13	元
Δw	出租车超过固定距离后的单位距离收价	3.2	元/千米
S_0	出租车起步价固定距离	3	千米
S	机场距离市中心距离	36	千米
ΔE	出租车单位距离耗费	0.42	元/千米
v_0	出租车市区限速	70	千米/小时
t_1	蓄车池中每辆出租车拉客一次所用时间	0.05	小时
ΔT	机场内人流量的时间段间隔	0.17	小时
x_0	出租车在市区中平均每小时的净收益	86	元/小时

其中 x_0 的求解过程：

根据调查的数据显示^[3]，北京每辆出租车的日运行路程为 400 公里，但空驾驶率达到 40%，则每天的载客里程为 240 公里；百公里油耗为 6 元，每升所用汽油的价格为 7 元，则每天的油钱为 $40*6/100*7=168$ 元；假设 240 公里可以跑 20 单，平均每单的距离： $240/20=12$ 公里；出租车起步价为 13 元，燃油附加费为 1 元，3 公里外计价 3.2 元/公

里。估算得出司机每天的净收入： $(13+1)*20+3.2*(12-3)*20=856$ 元，假设出租车司机一天工作时间按 10 小时，即可得到北京出租车司机平均每小时约 86 元收入。

2.1 判断司机的选择方案

在问题一的基础上，带入收集到的出租车相关数据，通过变量的取值范围确定司机的选择方案。由于司机已知航班班次与“蓄车池”的总车辆数，可根据个人经验判断出每趟航班乘坐出租车的人数。用 Matlab 编写相关程序，求解得出结果(如表 2)：

表 2 司机方案选择

$S \geq S_0$	$W_A = w_0 + \Delta w(S - S_0) - \Delta E * S$	$S < S_0$	$W_A = w_0 - \Delta E * S$
$W_B = x_0 * n_1 * t_1$			
$\frac{P}{2} > n_1$	$W_A > W_B$	$n_1 < 24.07$	选 A 决策
	$W_A \leq W_B$	$n_1 \geq 24.07$	选 B 决策
$\frac{P}{2} \leq n_1$	$W_A > W_B$	$n_1 < 20.67$	选 A 决策
	$W_A \leq W_B$	$n_1 \geq 20.67$	选 B 决策

注：其中 P 为机场中乘坐出租车的客流量； n_1 为此时刻点蓄车池中的汽车数量； P 和 n_1 都为出租车司机的已知量， W_A 和 W_B 分别为选取 A 决策和 B 决策的利润值。

但求解过程中，司机在机场接到乘客后返回市区的目的地距离不同，“蓄车池”中每辆出租车的载客数不同，机场人流量在不同时段的数量也不同。这些因素都会对模型的合理性和依赖性产生影响。

2.2 模型的合理性及相关因素的依赖性分析

(1) 模型的合理性

在模型建立时，若选择策略 A，需假设“载客返回”至市区的路程是定值，确定利益后才能在相同时间段内与策略 B 的利益作比较。不过在实际中，顾客的目的地是不同的，即公式中 S 是变化的，从而会影响司机选择不同决策。

“蓄车池”中每辆出租车的载客数不同，通常情况下，可将出租车的载客量设为 2。但实际中，由于出租车的载客量是不固定的，从而会影响司机选择不同决策。

(2) 模型对相关因素的依赖性

若机场总人数多，则乘坐出租车的人数就相对增加。在不同时间段以及不同季节(如问题一中的“季节性航班”、“航班换季”、“航班到达时间点”的三个因素)，都会影响机场内的人流量，从而影响出租车司机的待车时间、导致司机的选择不同。

3 问题三模型的建立与求解

3.1 方案的建立

已知乘车区当中存在两条并行道路，假设两条道路是同向的，在道路中设置乘客上车的乘车点，即为出租车在道路之间的停靠点，针对于出租车停靠点的设置，根据实际情况设计两种试行方案。

方案一：两条道路同时设置停靠点，乘客根据前后位置，自行选择乘车，当前车载客之后才可以选择后面的车辆，如图 2 所示：

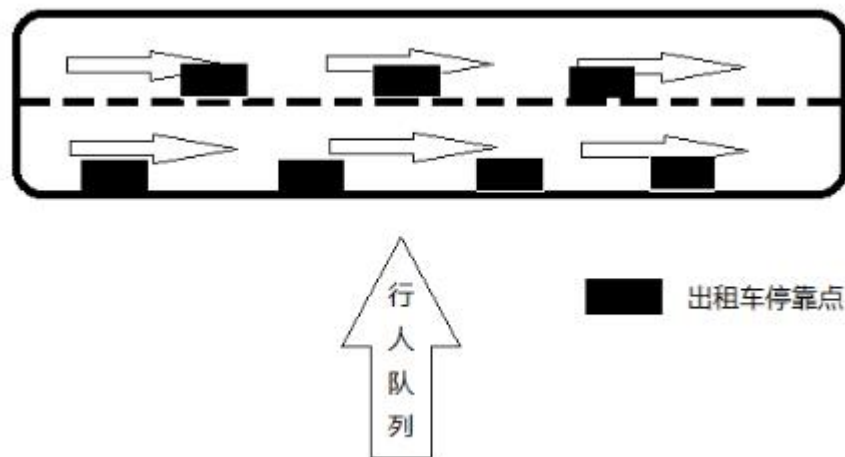


图 2 两条道路同时设置停靠点示意图

方案二：两条道路中停靠位置设置在道路一侧，乘客乘车时不需要考虑先后顺序，只要此时有空车时就可以乘车，当乘客乘车之后司机可从另外一侧道路出发，且不影响其他出租车的工作，如图 3 所示：

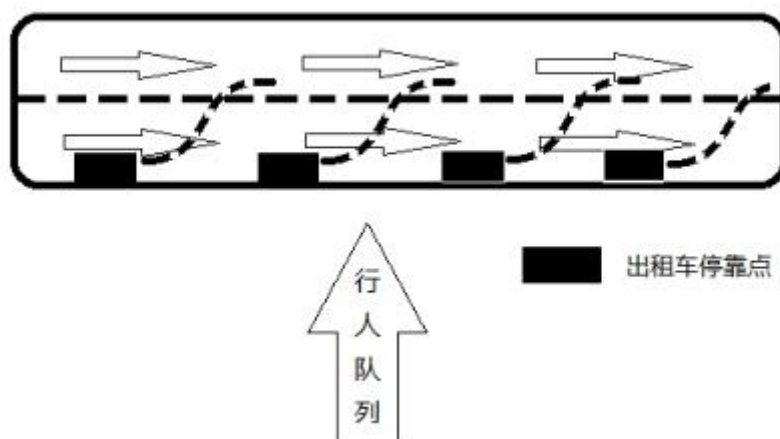


图 3 在道路一侧设置停靠位置

针对于方案一和方案二将对以下几点进行处理：

- (1) 忽略行人乘车时对车辆通行造成的延误；
- (2) 忽略车辆在变道时对其他车辆造成的延误；
- (3) 假设所有的乘客合理乘车，以及所有的出租车合理停放；
- (4) 假设当车辆第一次遇见空停靠点时即停靠；
- (5) 当车辆进入车道时，如果没有遇见空停靠点，出租车需排队等候。

3.2 方案的选择

当行人在选择空闲出租车的时候，会存在横穿马路的情况，由方案设计可看出：方案一存在横穿马路的情况，方案二只需在道路旁乘车，不存在横穿马路现象。在方案一中，乘客选择车辆的先后顺序会增加出租车司机等待乘客的时间，从而降低乘车的效率。综上，方案二比方案一更安全有效。

3.3 模型的建立

已知 ΔT 时间段内机场选择乘坐出租车的人流量为 P ，则此时可记 $\lambda = \frac{P}{\Delta T}$ 为平均每分钟到达“蓄车池”的乘客，若“蓄车池”中出租车每拉客一次花费时间为 t_1 ，则记 $\mu = \frac{1}{t_1}$ 为每分钟可以拉客人数；

由以上数据及变化规律可得，平均每分钟到达“蓄车池”的乘客服从参数为 λ 的泊松分布，出租车拉客效率服从参数为 μ 的负指数分布。将停靠点视为出租车服务乘客的服务点，由于出租车的数量是无限的，所以可以保证每个服务点随时都存在空车对乘客提供服务。假设在道路旁设置 m 个停靠点，故停靠点的设置问题即为多服务台负指数分布排队问题，且问题的排队模型为 $M/M/n/\infty/\infty$ 。

令 $\rho = \frac{\lambda}{m\mu}$ ，称为系统的服务强度或者服务机构的平均利用率，当 $\rho = \frac{\lambda}{m\mu} < 1$ 时，不会排成无限的队列(如图4)：

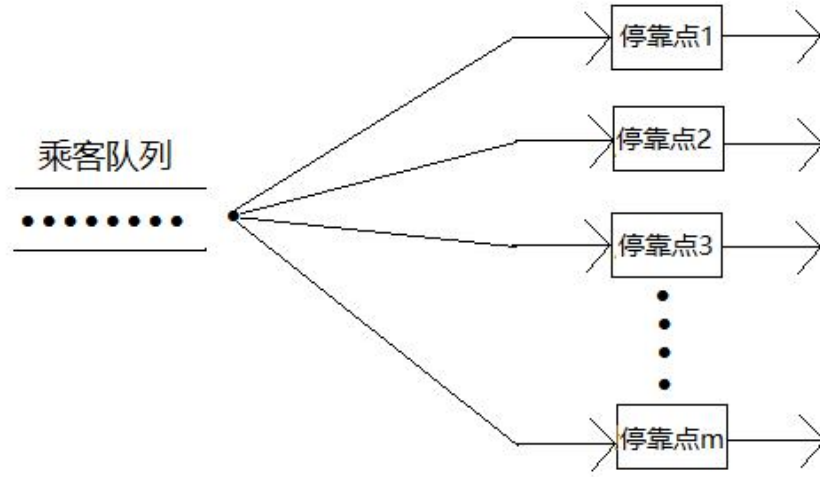


图4 乘客排队示意图

3.4 模型的求解

排队论之间的系统状态的概率平衡方程：

$$\begin{cases} \mu P_1 = \lambda P_0 \\ (n+1)\mu P_{n+1} + \lambda P_{n-1} = (\lambda + n\mu)P_n & (1 \leq n \leq c) \\ m\mu P_{n+1} + \lambda P_{n-1} = (\lambda + m\mu)P_n & (n > c) \end{cases}$$

其中 n 为停靠点服务的时候的状态，并且 $\sum_{i=0}^{\infty} P_i = 1$ 。

利用递推法进行计算，求解状态概率：

$$\begin{cases} P_0 = \left[\sum_{k=0}^{m-1} \frac{1}{k!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^k + \frac{1}{m!} \cdot \frac{1}{1-\rho} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^m \right]^{-1} \\ P_n = \begin{cases} \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n P_0 & (n \leq m) \\ \frac{1}{m! m^{n-m}} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n P_0 & (n > m) \end{cases} \end{cases}$$

其中涉及到的中间过程方程为：

$$\begin{aligned} L_{\text{系}} &= L_{\text{队}} + m\rho \\ L_{\text{队}} &= \frac{(m\rho)^m \rho}{m!(1-\rho)^2} P_0 \\ W_{\text{队}} &= \frac{L_{\text{队}}}{\lambda} \\ W_{\text{系}} &= W_{\text{队}} + \frac{1}{\mu} = \frac{L_{\text{系}}}{\lambda} \end{aligned}$$

将各公式进行分析可得，当出租车司机拉送乘客的效率增大时，乘客等待时间减少，即为 P_n 与 μ 呈现负相关关系。所以，若要提高总的乘车效率，需要降低 P_n ，从而增大 μ ，又因为 $\mu = \frac{1}{t_1}$ ，所以增大 μ 即为降低 t_1 。

“蓄车池”中每辆出租车拉客一次所用时间的 t_1 由三个部分组成。第一部分为乘客从出口到达乘车点的时间，第二部分为乘客上车所用的时间，第三部分为后面的出租车针对于前面车辆位置的补位时间。所以要减小 t_1 就必须针对三部分时间段进行缩减。

第一部分与第二部分主要影响因素为乘客，工作人员无法控制。第三部分影响因素为出租车，所以可针对第三部分的时间进行缩减，只要在保证车距在安全距离之中尽可能缩减车距，从而可以增大总的乘车效率。

4 问题四模型的建立与求解

4.1 模型的建立

以司机的载客路程来判断是否可以使用“优先权”。现实生活中，不同的机场根据自己的地理位置以及收费标准，将会对“短途”有不同的定义。在模型中的“北京首都国际机场”规定为短途限定在 20 公里之内^[4]，超过 20 公里即定位长途距离。

出租车司机在比较自己的收益是否均衡时，通常直接拿自己的纯收入进行比较，判断自己拉载的乘客是否对自己有利，针对于这种比较，我们做以下限定：

- (1) 假设出租车之间每公里的油耗相同；
- (2) 忽略出租车在拉载乘客期间路况带来的费用；
- (3) 忽略乘客产生的其他无关费用；
- (4) 忽略季节变化导致出租车收费标准不同的差异；
- (5) 忽略持有“优先卡”的出租车对其他车辆带来的影响。

由于出租车的载客收益与载客的行驶里程成正比关系，所以我们将出租车收益之间的比较，转换为出租车所拉乘客的里程之和之间的比较。已知机场当中的对于“短途”的限定里程，通过拉载“短途”乘客的出租车总的拉客里程与限定里程进行对比，从而

判断这种出租车是否具有“优先”权力。

4.2 模型的求解

乘客在机场中进行乘坐出租车的时候，工作人员会提前询问乘客的目的地，判断乘客目的地与机场之间的距离，来决定此位乘客的乘坐里程是否为“短途”，因此决定是否给出租车司机给予优先卡，试行优先权限。

机场出租车司机在营业的时候，机场出租车运营系统统计出租车每天的出行里程。当某一出租车司机拿到“优先卡”时，系统统计出租车司机的总里程是否达到“长途”标准 w ，当出租车司机的总里程没有达到“长途”里程的时候，工作人员不收回出租车司机的“优先卡”，此时出租车司机依旧可以使用“优先权利”。当系统中统计的出租车司机的总里程已达到“长途”标准时，工作人员收回“优先卡”，此时“短途”司机和“长途”司机的总里程都是超过“长途”标准，都是按照长途进行盈利的，此时使得这些出租车之间的收益相对均衡。

在程序实现中，利用矩阵对“短途”出租车里程 w_i 进行统计，判断每个司机的收益，当满足 $\sum_{i=1}^n (w_0 + \Delta w * (A_i + S_0)) < W$ 时，直接跳出循环。此时 $S = \sum_{i=1}^n A(i)$ ，费用将会达到“长途”里程的收益。

又因为起步里程为 $S_0 = 3\text{km}$ ，在起步里程范围内收费 $w_0 = 13$ 元，超出起步里程后每公里收费 $\Delta w = 3.2$ 元，计算得到当总里程 $S < 18.94$ 时，该辆出租车可获得“优先卡”，从而实现机场出租车的“优先”方案，如表 3 所示：

表 3 出租车的“优先”方案

拉客次数	出租车拉客总里程	是否达到“长途”	是否“优先”
1	$S = A(1)$	$S < 18.94$	是
2	$S = A(1) + A(2)$	$S < 18.94$	是
3	$S = A(1) + A(2) + A(3)$	$S < 18.94$	是
4	$S = A(1) + A(2) + A(3) + A(4)$	$S < 18.94$	是
.....
n	$S = A(1) + A(2) + A(3) + A(4) + \dots + A(n)$	$S \geq 18.94$	否

五、模型评价

1 优点

- (1) 分析人流量时，通过多方面因素考虑人流量，使得数据更具合理性；
- (2) 司机选择决策时，将决策之间的直接利益对比，使得决策的选择更具合理性；
- (3) 利用排队论模型，模型易于实现；
- (4) 排队论的使用，充分运用数学理论，使结果更具有准确性。

2 缺点

- (1) 针对与乘客的等车的概率，只进行了定性的分析，没有定量分析，缺乏数据支持；
- (2) 模型使用时，主观性较强，误差较大；
- (3) 忽略“短途”出租车回来时实行优先权力带来的时间影响，使得所得数据产生误差。

六、模型推广

认真分析所建的多个模型，可以发现这些模型不仅仅可以用到机场出租车的问题上。问题一的模型可以用于汽车站、火车站等与交通有关的模型，在这种交通工具的模型中，都存在与机场接送类似的出租车接送乘客现象，同样开学领新书也属于此模型，学生可根据书的数量和人的多少判断他是否去领书。

问题三的模型可以用于学校食堂窗口的设置、公交站牌的排队上车、医院挂号、理发等排队论相关的问题。

问题四的模型可以用于解决房屋承租人的优先承租权问题，优先承租权的问题相当于在某个城市内，很多买不起房的低收入人群以租赁的方式来解决住房问题。与出租人相比，承租人往往因经济问题处于相对弱势的地位，可以给他们一个优先选择房屋的权利，直到他们脱离这个弱势的群体。

参考文献

- [1]中国 机场：旅客吞吐量：月度
<https://www.ceicdata.com/zh-hans/china/airport-passenger-throughput-monthly>,
2019 年 9 月 12 日
- [2]机场出租车方案设计
<https://wenku.baidu.com/view/dd3a8c13b9d528ea80c7790d.html>, 2019 年 9 月 12 日
- [3]北京出租车司机一个月挣多少? <https://www.zhihu.com/question/28930172>, 2019 年 9 月 12 日
- [4]出租车不欢迎短途客，原有制度忽略了的哥感受
<http://auto.sina.com.cn/news/2005-02-23/1330100875.shtml>, 2019 年 9 月 12 日
- [5]T3 航站楼客流量分析
<https://wenku.baidu.com/view/465e2d43bele650e52ea995a.html>, 2019 年 9 月 12 日
- [6]互联网+”时代的出租车资源配置数学建模优秀论文，
<https://wenku.baidu.com/view/1fal6a649ec3d5bbfc0a7442.html>, 2019 年 9 月 12 日
- [7]机场陆侧出发层车道边通行能力分析，
<https://wenku.baidu.com/view/a76c4e88fad6195f302ba62b.html>, 2019 年 9 月 12 日
- [8]北京首都机场官网, <https://www.beijing-airport.com/taxi.php>, 2019 年 9 月 12 日
- [9]《运筹学》教材编写组，运筹学第四版，清华大学出版社，2013 年 1 月
- [10]寿纪麟，数学建模——方法与案例，西安交通大学出版社，1996 年 3 月

附录

用 matlab 求解问二:

```
function y=Choose(p,n1)%p 为机场当前选择出租车的总人数
w0 = 13;%出租车起步价
wi = 3.2;%出租车超过起步距离后每公里的收费
s = 36;%机场与市区之间的距离
s0 = 3;%出租车的起步距离
Ei = 0.42;%出租车每公里的油费
t1 = 0.05;%蓄车池中每辆出租车拉客一次所用时间，租车的组织调度时间
WA = 0;%出租车选择 A 或 B 决策的收益
WB = 0;%出租车选择 A 或 B 决策的收益
X = 86;%出租车每小时的纯利润
Ti = 0.17;%人流量统计时间间隔
if (s >= s0)
    WA = w0 + (s - s0) * wi - Ei * s ;
else
    WA = w0 - Ei * s;
end
if (p / 2 == 0)
    if (p / 2 > n1)
        WB = X * n1 * t1;
    else
        WB = X * n1 * t1 + Ti * X;
    end
else if((p / 2 + 1) > n1)
    WB = X * n1 * t1;
    else
        WB = X * n1 * t1 + Ti * X;
    end
end
end
if (WA > WB)
    y = 1;%1 为 A
else
    y = 0;%0 为 B
end
end
```

用 matlab 求解问四:

```
function [s] = PreOrder(A,E)
%矩阵 A 代表了这辆车之后所拉的前 10 个乘客的所走路程
m = 20;%机场划分长途短途的临界值
W = 67.4;%W 就是机场划分长途短途的临界值 20km 所对应的花费
```

```

n = length(A);
M = 0;%M 为花费
s = 0;%s 为需要优先的次数
Wz = 0;%额外拉人所挣的钱
%E = 0;%额外拉人跑的路程

for i = 1 : n
    if (A(i) < m)
        if (A(i) > 3)
            M = M + (A(i) - 3) * 3.2 + 13;
            if (M >= W)
                break;
            else
                s = s + 1;
            end
        else
            M = M + 13;
            if (M >= W)
                break;
            else
                s = s + 1;
            end
        end
    else
        break;
    end
end
end

```

机场及其市区内出租车的相关数据：

符号	说明	数值	单位
w_0	出租车起步价	13	元
Δw	出租车超过固定距离后的单位距离收价	3.2	元/千米
S_0	出租车起步价固定距离	3	千米
S	机场距离市中心距离	36	千米
ΔE	出租车单位距离耗费	0.42	元/千米
v_0	出租车市区限速	70	千米/小时
t_1	蓄车池中每辆出租车拉客一次所用时间	0.05	小时
ΔT	飞机机场人流量统计时间间断	0.17	小时

2018 年首都国际机场客流量：

