

陕西科技大学

数学软件与建模课程设计说明书

题目： 制动器试验台的控制方法分析

院 系： 文理学院

专业班级： 数学 162 班

学 号： 201611010211

学生姓名： 薛建慧

指导教师： 刘海峰

2019 年 01 月 13 日

陕 西 科 技 大 学

数学软件与建模课程设计任务书

文理学院 数学与应用数学 专业 数学 162 班级 学生： 薛建慧

题目： 制动器试验台的控制方法分析

课程设计从 2019 年 01 月 07 日起到 2019 年 01 月 13 日

1、课程设计的内容和要求（包括原始数据、技术要求、工作要求等）：

每人需在下面 5 个数学建模问题中自选 1 题。

5 个数学建模问题如下：

- 1、三维血管重建问题（详见附件 1）
- 2、GF(2⁸) 上高矩阵为密钥矩阵的 Hill 加密衍生算法（详见附件 2）
- 3、制动器试验台的控制方法分析（详见附件 3）
- 4、嫦娥三号软着陆轨道设计与控制策略（详见附件 4）
- 5、SARS 的传播问题的研究（详见附件 5）。

2、对课程设计成果的要求（包括图表、实物等硬件要求）：

2.1 提交课程设计报告

按照数学建模问题的要求，进行分析建模并应用程序设计语言设计和开发算法程序，提交由下述 9 项内容构成的课程设计报告：①标题、作者及作者信息、中英文摘要、关键词（在独立的一页内表述完成）；②问题重述；③问题分析与建模过程论述；④采用算法的原理与公式说明；⑤算法相应的程序设计说明（程序中的主要变量语义说明，变量的数据类型，数据在内存中组织和存储结构说明，各函数模块的主要流程图，函数功能说明，函数的形参说明，函数的调用方法说明）；⑥程序调试与实例运行记录（包括程序调试和修改记录、测试结论、运行结果记录）；⑦模型误差分析；⑧对数学建模问题的明确结论；⑨源程序代码编入附录。

2.2 课程设计报告版式要求

目录的要求：居中打印目录二字，（四号黑体，段后 1 行），字间空一字符；章、节、小节及其开始页码（字体均为小四号宋体）。节向右缩进两个字符（汉字），小节及以后标题均向右缩进四个字符（汉字）。目录中应包含正文部分每个章节标题、课程设计总结及改进意见、无序号的“参考文献资料”，

目录的最后一项是“附录”

正文的要求：问题分析与建模过程论述有理有据，专业术语规范、详略得当，算法说明论述清楚，公式符号撰写规范，流程图图符规范，计算方法恰当可行，计算结果基本正确可信，文字简练通顺，插图简洁规范，书写整洁。文中图、表按制图要求绘制，程序调试和运行情况记录详实，文章结构合理，符合课程设计报告要求中的规范。

打印版面要求：A4 纸，页边距：上 2cm，下 2cm，左 2.5cm、右 2cm；字体：正文宋体、小四号；行距：固定值 20；页眉 1.5cm，页脚 1.75cm；页码位于页脚居中打印；奇数页页眉“数学建模课程设计”，偶数页页眉“自己所选定的具体数学建模问题题目”，页眉宋体小 5 号；

段落及层次要求：每章、节标题以四号黑体左起打印（段前段后各 0.5 行），节下为小节，以小四号黑体左起打印（段前段后各 0.5 行）。换行后以小四号宋体打印正文。章、节、小节编号分别以 1、1.1、1.1.1 格式依次标出，空一字符后接各部分的标题。当课程设计报告结构复杂，小节以下的标题，左起顶格书写，编号依次用（1）、（2）.....或 1）、2）.....顺序表示。字体为小四号宋体。对条文内容采用分行并叙时，其编号用（a）、（b）.....或 a）、b）.....顺序表示，如果编号及其后内容新起一个段落，则编号前空两个中文字符。

曲线图表要求：所有曲线、图表、线路图、流程图、程序框图、示意图等不准徒手画，必须按国家规定标准或工程要求绘制（应采用计算机绘图）。

课程设计说明书（报告）中图表、公式要求如下：

（a）图：图的名称采用中文，中文字体为五号宋体，图号图名在图片下面。引用图应在图题右上角标出文献来源。图号以章为单位顺序编号。格式为：图 1-1，空一字符后接图名，比如第 1 章第 5 个图是关于高斯列主元法解方程组算法图，图的下方的图号图名应为：图 1-5 高斯列主元法解方程组算法图。

（b）表格：表的名称及表内文字采用中文，中文字体为五号宋体，表号表名在表格上面。表号以章为单位顺序编号，表内必须按规定的符号标注单位。格式为：表 1-1，空一字符后接表格名称。比如第 4 章第 1 个表是关于三次样条插值的插值点列表，表的上方表号表名则应为：表 4-1 已知插值点的列表。

（c）公式：公式书写应在文中另起一行，居中排列。公式序号按章顺序编号。字体为五号宋体，序号靠页面右侧。比如第 3 章第 1 个公式其编号则应为：（3-1）。

设计体会及今后的改进意见：设计总结要开阔思路写出对数学建模问题的创造性认识、数学模型的优缺点，及所用算法理解，编程经验等技术性、学术性总结；体会要简洁、真实、深刻，切忌空话、大话，客套话和矫揉造

作之词。改进意见要合理、中肯。

参考文献的要求：另起一页，居中打印参考文献四字（四号黑体，段前段后 1 行），字间空一字符；另起一行，按论文中参考文献出现的先后顺序用阿拉伯数字连续编号（参考文献编号应在正文中标注出）；参考文献中每条项目应齐全（字体均为小四号宋体）。（格式：[编号]作者.论文或著作名称.期刊名或出版社.出版时间）。（期刊应注明第几期、起止页数（包括论著））。参考文献中条目要符合科技文献引用文献条目书写的国家标准规范。

2.3 设计报告装订顺序与规范

封面

数学软件与建模课程设计任务书

目录（编制的目录必须是自动生成的目录）

数学软件与建模课程设计报告正文

设计体会及今后的改进意见

参考文献(无需加目录序号)

附录（无需加目录序号）

左边缘装订

3、课程设计工作进度计划：

时间	设计任务及要求
第 19 周	分析建模、编写和调试程序并按要求撰写课程设计报告

附件 1：2001 年全国大学生数学建模竞赛题目

- 答卷用 A4 纸，论文题目和摘要写在第一页上，不能有其他任何标志。
- 从今年起，将提高摘要在整篇论文评阅中所占的权重。
- 全部题目（包括数据）可以从以下网址下载：
www.csiam.edu.cn/mcm www.scicomput.com www.163.com 网易教育频道

A 题 血管的三维重建

断面可用于了解生物组织、器官等的形态。例如，将样本染色后切成厚约 1 mm 的切片，在显微镜下观察该横断面的组织形态结构。如果用切片机连续不断地将样本切成数十、成百的平行切片，可依次逐片观察。根据拍照并采样得到的平行切片数字图象，运用计算机可重建组织、器官等准确的三维形态。

假设某些血管可视为一类特殊的管道，该管道的表面是由球心沿着某一曲线（称为中轴线）的球滚动包络而成。例如圆柱就是这样一种管道，其中轴线为直线，由半径固定的球滚动包络形成。

现有某管道的相继 100 张平行切片图象，记录了管道与切片的交。图象文件名依次为 0.bmp、1.bmp、…、99.bmp，格式均为 BMP，宽、高均为 512 个像素（pixel）。为简化起见，假设：管道中轴线与每张切片有且只有一个交点；球半径固定；切片间距以及图象像素的尺寸均为 1。

取坐标系的 Z 轴垂直于切片，第 1 张切片为平面 $Z=0$ ，第 100 张切片为平面 $Z=99$ 。Z=z 切片图象中像素的坐标依它们在文件中出现的前后次序为

$(-256, -256, z), (-256, -255, z), \dots (-256, 255, z),$
 $(-255, -256, z), (-255, -255, z), \dots (-255, 255, z),$
.....

$(255, -256, z), (255, -255, z), \dots (255, 255, z)。$

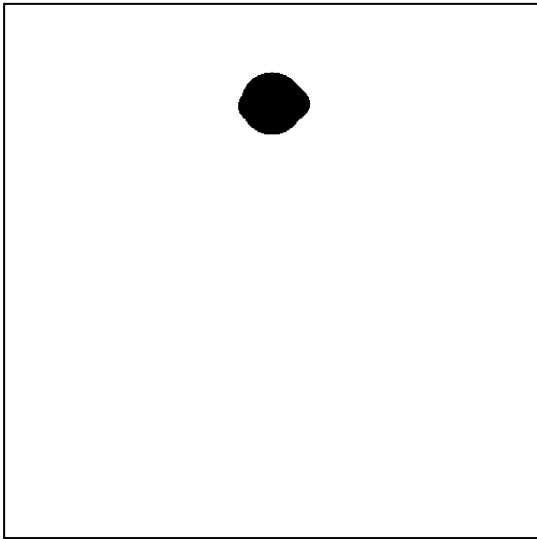
试计算管道的中轴线与半径，给出具体的算法，并绘制中轴线在 XY、YZ、ZX 平面的投影图。

第 2 页是 100 张平行切片图象中的 6 张，全部图象请从网上（<http://mcm.edu.cn>）下载。

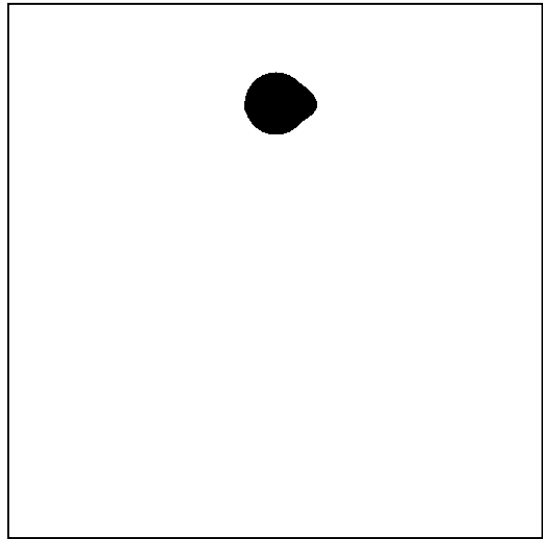
关于 BMP 图象格式可参考：

1. 《Visual C++ 数字图象处理》第 12 页 2.3.1 节。何斌等编著，人民邮电出版社，2001 年 4 月。

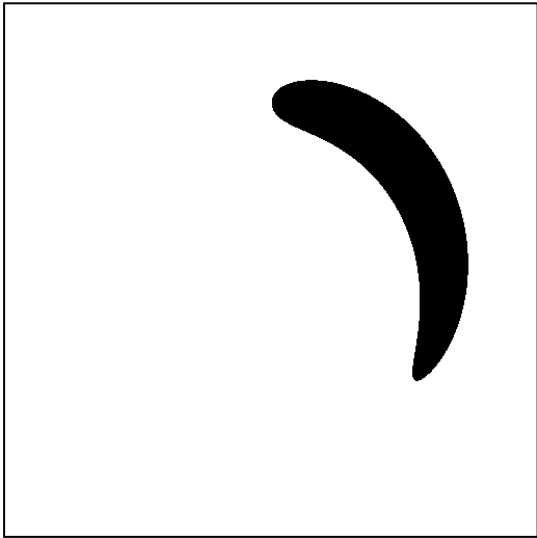
2. <http://www.dcs.ed.ac.uk/home/mxr/gfx/2d/BMP.txt>



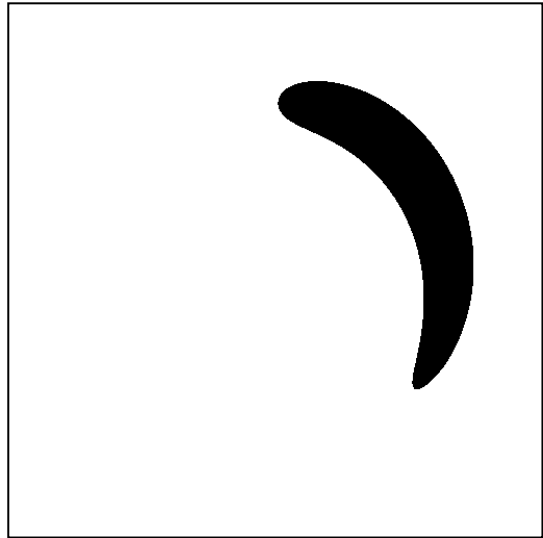
Z=0



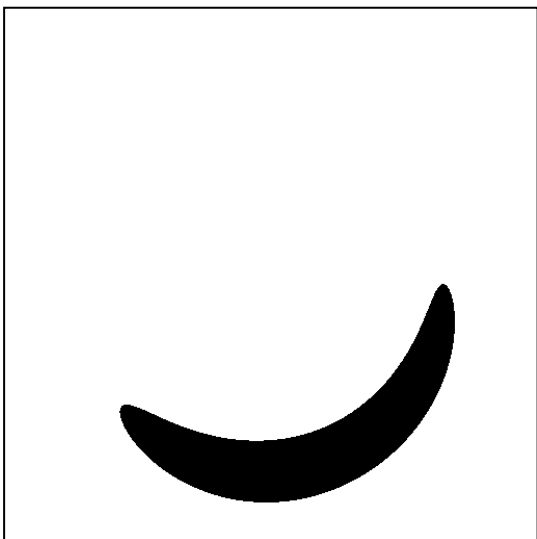
Z=1



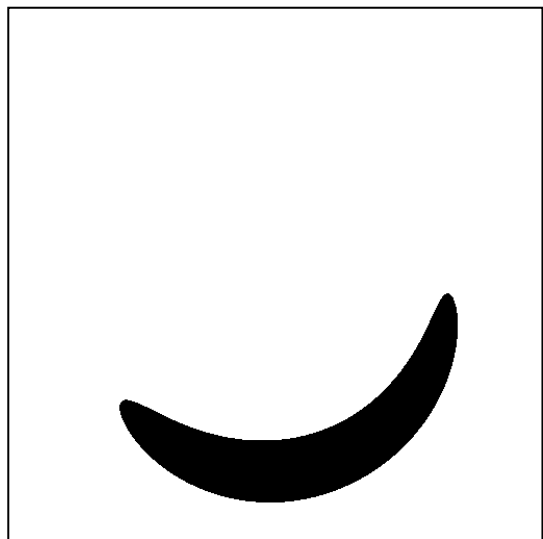
Z=49



Z=50



Z=98



Z=99

$GF(2^8)$ 上高矩阵为密钥矩阵 的 Hill 加密衍生算法^①

刘海峰^{1,2}, 卢开毅¹, 梁星亮²

1. 陕西科技大学 电气与信息工程学院, 西安 710021; 2. 陕西科技大学 文理学院, 西安 710021

摘要: 针对传统的 Hill 加密算法仅是利用有限域 $GF(p)$ 上可逆的数字方阵作为密钥矩阵与明文向量做模 P 乘法进行加密运算, 提出了一种新的在有限域 $GF(2)[x]/(p(x))$ 上以多项式高矩阵作为密钥矩阵的 Hill 加密衍生算法. 在 Hill 加密衍生算法中, 明文向量为明文字符对应的多项式构成的多项式向量, 随机选取密钥矩阵的一列作为加密时的平移增量, 在 $GF(2)[x]/(p(x))$ 上进行密钥矩阵与明文向量的模 8 次不可约多项式 $p(x)$ 的乘法和加法, 然后获得元素为多项式的密文向量, 从而实现明文信息加密. 由于在不知道 $p(x)$ 、密钥矩阵以及随机抽取的平移向量的情况下由密文破解得到明文的难度更大, 从而提高了有限域 $GF(2)[x]/(p(x))$ 上 Hill 加密衍生算法的抗攻击能力.

关键词: 有限域 $GF(2)[x]/(p(x))$; Hill 加密; 多项式高矩阵; 不可约多项式

中图分类号: TN918.4

文献标志码: A

文章编号: 1673-9868(2018)11-0001-07

针对西南大学学报 2018 年 11 月第 40 卷第 11 期《 $GF(2^8)$ 上高矩阵为密钥矩阵的 Hill 加密衍生算法》这篇文章, 请深入阅读并理解其中的算法思想, 完成下面问题:

1 编写程序计算并求证多项式环 $GF(2)[x]$ 的不可约多项式系数向量如文中表 2 所述。

2 给出实例阐述 $GF(2^8)$ 上高矩阵为密钥矩阵的 Hill 加密衍生算法, 编程计算并证实你的实例阐述是正确的。

附件 3：2009 高教社杯全国大学生数学建模竞赛题目

(请先阅读“全国大学生数学建模竞赛论文格式规范”)

A 题 制动器试验台的控制方法分析

汽车的行车制动器（以下简称制动器）联接在车轮上，它的作用是在行驶时使车辆减速或者停止。制动器的设计是车辆设计中最重要的一环之一，直接影响着人身和车辆的安全。为了检验设计的优劣，必须进行相应的测试。在道路上测试实际车辆制动器的过程称为路试，其方法为：车辆在指定路面上加速到指定的速度；断开发动机的输出，让车辆依惯性继续运动；以恒定的力踏下制动踏板，使车辆完全停止下来或车速降到某数值以下；在这一过程中，检测制动减速度等指标。假设路试时轮胎与地面的摩擦力为无穷大，因此轮胎与地面无滑动。

为了检测制动器的综合性能，需要在各种不同情况下进行大量路试。但是，车辆设计阶段无法路试，只能在专门的制动器试验台上对所设计的路试进行模拟试验。模拟试验的原则是试验台上制动器的制动过程与路试车辆上制动器的制动过程尽可能一致。通常试验台仅安装、试验单轮制动器，而不是同时试验全车所有车轮的制动器。制动器试验台一般由安装了飞轮组的主轴、驱动主轴旋转的电动机、底座、施加制动的辅助装置以及测量和控制系统等组成。被试验的制动器安装在主轴的一端，当制动器工作时会使主轴减速。试验台工作时，电动机拖动主轴和飞轮旋转，达到与设定的车速相当的转速(模拟实验中，可认为主轴的角速度与车轮的角速度始终一致)后电动机断电同时施加制动，当满足设定的结束条件时就称为完成一次制动。

路试车辆的指定车轮在制动时承受载荷。将这个载荷在车辆平动时具有的能量（忽略车轮自身转动具有的能量）等效地转化为试验台上飞轮和主轴等机构转动时具有的能量，与此能量相应的转动惯量(以下转动惯量简称为惯量)在本题中称为等效的转动惯量。试验台上的主轴等不可拆卸机构的惯量称为基础惯量。飞轮组由若干个飞轮组成，使用时根据需要进行选择几个飞轮固定到主轴上，这些飞轮的惯量之和再加上基础惯量称为机械惯量。例如，假设有 4 个飞轮，其单个惯量分别是：10、20、40、80 $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ ，基础惯量为 10 $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ ，则可以组成 10, 20, 30, ..., 160 $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ 的 16 种数值的机械惯量。但对于等效的转动惯量为 45.7 $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ 的情况，就不能精确地用机械惯量模拟试验。这个问题的一种解决方法是：把机械惯量设定为 40 $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ ，然后在制动过程中，让电动机在一定规律的电流控制下参与工作，补偿由于机械惯量不足而缺少的能量，从而满足模拟试验的原则。

一般假设试验台采用的电动机的驱动电流与其产生的扭矩成正比（本题中比例系数取为 $1.5 \text{ A/N}\cdot\text{m}$ ）；且试验台工作时主轴的瞬时转速与瞬时扭矩是可观测的离散量。

由于制动器性能的复杂性，电动机驱动电流与时间之间的精确关系是很难得到的。工程实际中常用的计算机控制方法是：把整个制动时间离散化为许多小的时间段，比如 10 ms 为一段，然后根据前面时间段观测到的瞬时转速与/或瞬时扭矩，设计出本时段驱动电流的值，这个过程逐次进行，直至完成制动。

评价控制方法优劣的一个重要数量指标是能量误差的大小，本题中的能量误差是指所设计的路试时的制动器与相对应的实验台上制动器在制动过程中消耗的能量之差。通常不考虑观测误差、随机误差和连续问题离散化所产生的误差。

现在要求你们解答以下问题：

1. 设车辆单个前轮的滚动半径为 0.286 m ，制动时承受的载荷为 6230 N ，求等效的转动惯量。

2. 飞轮组由 3 个外直径 1 m 、内直径 0.2 m 的环形钢制飞轮组成，厚度分别为 0.0392 m 、 0.0784 m 、 0.1568 m ，钢材密度为 7810 kg/m^3 ，基础惯量为 $10 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ ，问可以组成哪些机械惯量？设电动机能补偿的能量相应的惯量的范围为 $[-30, 30] \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ ，对于问题 1 中得到的等效的转动惯量，需要用电动机补偿多大的惯量？

3. 建立电动机驱动电流依赖于可观测量的数学模型。

在问题 1 和问题 2 的条件下，假设制动减速度为常数，初始速度为 50 km/h ，制动 5.0 s 后车速为零，计算驱动电流。

4. 对于与所设计的路试等效的转动惯量为 $48 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ ，机械惯量为 $35 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ ，主轴初转速为 514 转/分钟 ，末转速为 257 转/分钟 ，时间步长为 10 ms 的情况，用某种控制方法试验得到的数据见附表。请对该方法执行的结果进行评价。

5. 按照第 3 问导出的数学模型，给出根据前一个时间段观测到的瞬时转速与/或瞬时扭矩，设计本时间段电流值的计算机控制方法，并对该方法进行评价。

6. 第 5 问给出的控制方法是否有不足之处？如果有，请重新设计一个尽量完善的计算机控制方法，并作评价。

附件 4：2014 高教社杯全国大学生数学建模竞赛题目

(请先阅读“全国大学生数学建模竞赛论文格式规范”)

A 题 嫦娥三号软着陆轨道设计与控制策略

嫦娥三号于 2013 年 12 月 2 日 1 时 30 分成功发射，12 月 6 日抵达月球轨道。嫦娥三号在着陆准备轨道上的运行质量为 2.4t，其安装在下部的主减速发动机能够产生 1500N 到 7500N 的可调节推力，其比冲（即单位质量的推进剂产生的推力）为 2940m/s，可以满足调整速度的控制要求。在四周安装有姿态调整发动机，在给定主减速发动机的推力方向后，能够自动通过多个发动机的脉冲组合实现各种姿态的调整控制。嫦娥三号的预定着陆点为 19.51W，44.12N，海拔为-2641m（见附件 1）。

嫦娥三号在高速飞行的情况下，要保证准确地在月球预定区域内实现软着陆，关键问题是着陆轨道与控制策略的设计。其着陆轨道设计的基本要求：着陆准备轨道为近月点 15km，远月点 100km 的椭圆形轨道；着陆轨道为从近月点至着陆点，其软着陆过程共分为 6 个阶段（见附件 2），要求满足每个阶段在关键点所处的状态；尽量减少软着陆过程的燃料消耗。

根据上述的基本要求，请你们建立数学模型解决下面的问题：

- (1) 确定着陆准备轨道近月点和远月点的位置，以及嫦娥三号相应速度的大小与方向。
- (2) 确定嫦娥三号的着陆轨道和在 6 个阶段的最优控制策略。
- (3) 对于你们设计的着陆轨道和控制策略做相应的误差分析和敏感性分析。

附件 4.1： 问题的背景与参考资料；（原题中称为附件 1）

附件 4.2： 嫦娥三号着陆过程的六个阶段及其状态要求；（原题中称为附件 2）

附件 4.3： 距月面 2400m 处的数字高程图；（原题中称为附件 3）

附件 4.4： 距月面 100m 处的数字高程图。（原题中称为附件 4）

附件 5： 2003 高教社杯全国大学生数学建模竞赛题目

(请先阅读 “对论文格式的统一要求”)

A 题 SARS 的传播

SARS(Severe Acute Respiratory Syndrome, 严重急性呼吸道综合症, 俗称: 非典型肺炎)是 21 世纪第一个在世界范围内传播的传染病。SARS 的爆发和蔓延给我国的经济发展和人民生活带来了很大影响, 我们从中得到了许多重要的经验和教训, 认识到定量地研究传染病的传播规律、为预测和控制传染病蔓延创造条件的重要性。请你们对 SARS 的传播建立数学模型, 具体要求如下:

(1) 对附件 1 所提供的一个早期的模型, 评价其合理性和实用性。

(2) 建立你们自己的模型, 说明为什么优于附件 1 中的模型; 特别要说明怎样才能建立一个真正能够预测以及能为预防和控制提供可靠、足够的信息的模型, 这样做的困难在哪里? 对于卫生部门所采取的措施做出评论, 如: 提前或延后 5 天采取严格的隔离措施, 对疫情传播所造成的影响做出估计。附件 2 提供的数据供参考。

(3) 收集 SARS 对经济某个方面影响的数据, 建立相应的数学模型并进行预测。附件 3 提供的数据供参考。

(4) 给当地报刊写一篇通俗短文, 说明建立传染病数学模型的重要性。

附件 5.1: SARS 疫情分析及对北京疫情走势的预测

2003年5月8日

在病例数比较多的地区, 用数理模型作分析有一定意义。前几天, XXX老师用解析公式分析了北京SARS疫情前期的走势。在此基础上, 我们加入了每个病人可以传染他人的期限(由于被严格隔离、治愈、死亡等), 并考虑在不同阶段社会条件下传染概率的变化, 然后先分析香港和广东的情况以获得比较合理的参数, 最后初步预测北京的疫情走势。希望这种分析能对认识疫情, 安排后续的工作生活有帮助。

1 模型与参数

假定初始时刻的病例数为 N_0 , 平均每病人每天可传染 K 个人(K 一般为小数), 平均每个病人可以直接感染他人的时间为 L 天。则在 L 天之内, 病例数目的增长随时间 t (单位天)的关系是:

$$N(t) = N_0(1+K)^t$$

如果不考虑对传染期的限制, 则病例数将按照指数规律增长。考虑传染期限 L 的作用后, 变化将显著偏离指数律, 增长速度会放慢。我们采用半模拟循环计算的办法, 把到达 L 天的病例从可以引发直接传染的基数中去掉。

参数 K 和 L 具有比较明显的实际意义。 L 可理解为平均每个病人在被发现前后可以造成直接传染的期限, 在此期限后他失去传染作用, 可能的原因是被严格隔离、病愈不再传染或死去等等。从原理上讲, 这个参数主要与医疗机构隔离病人的时机和隔离的严格程度有关, 只有医疗机构能有效缩短这个参数。

但我们分析广东、香港、北京现有的数据后发现，不论对于疫情的爆发阶段，还是疫情的控制阶段，这个参数都不能用得太小，否则无法描写好各阶段的数据。该参数放在15-25之间比较好，为了简单我们把它固定在**20（天）**上这个值有一定统计上的意义，至于有没有医学上的解释，需要其他专家分析。

参数**K**显然代表某种社会环境下一个病人传染他人的平均概率，与全社会的警觉程度、政府和公众采取的各种措施有关。在疾病初发期，社会来不及防备，此时**K**值比较大。为了简单起见，我们从开始至到高峰期间均采用同样的**K**值（从拟合这一阶段的数据定出），即假定这阶段社会的防范程度都比较低，感染率比较高。到达高峰期后，我们在10天的范围内逐步调整**K**值到比较小，然后保持不变，拟合其后在控制阶段的全部数据，即认为社会在经过短期的剧烈调整之后，进入一个对疫情控制较好的常态。显然，如果疫情出现失控或反复的状态，则**K**值需要做更多的调整。

2 计算结果

2.1 对香港疫情的计算和分析。香港的数据相对比较完整准确。但在初期，由于诊断标准等不确切，在3月17日之前，没有找到严格公布的数据。我们以报道的2月15日作为发现第一例病人的起点，2月27日从报道推断为7例。3月17日后则都是正式公布的数据。累积病例数在图1中用三角形表示。我们然后用上述方法计算。4月1日前后（从起点起45天左右）是疫情高峰时期，在此之前我们取**K=0.16204**。此后的10天，根据数据的变化将**K**逐步调到0.0273，然后保持0.0273算出后面控制期的结果。短期内**K**调整的幅度很大，反映社会的变化比较大。图中实心方黑点是计算的累积病例数。从计算累积病例数，很容易算出每天新增病例数（当然只反映走向，实际状况有很大涨落）。可以看出，香港疫情从起始到高峰大约**45**天，从高峰回落到**1/10**以下（每天几个病例）大约**40**天（5月上中旬），到基本没有病例还要再经过近一个月（到6月上中旬）。

2.2 对广东疫情的计算和分析。广东的起点是02年11月16日，到今年2月下旬达到高峰，经过了约100天。在今年2月10日以前的数据查不到，分析比较困难。总体上看，广东持续的时间比香港长得多，但累积的总病例数却少一些，这反映出广东的爆发和高峰都不强烈。但广东的回落也比较慢。从2月下旬高峰期到现在经过了约70天，还维持着每天10来个新增病例，而同样过程香港只用了约40天。这种缓慢上升和下降的过程也反映到**K**值上。比较好的拟合结果是，在高峰期之前（ $t < 101$ 天），**K=0.0892**；在随后的10天逐步调整到0.031。用这组参数算出的后期日增病例数比实际公布的偏小，说明实际上降低得更慢。这种情况与疫情的社会控制状况有没有什么关系，需要更仔细的分析。

2.3 对北京疫情的分析与预测。北京的病例起点定在3月1日，经过大约59天在4月29日左右达到高峰。我们通过拟合起点和4月20日以后的数据定出高峰期以前的**K=0.13913**。这个值比香港的0.16204来得低，说明北京初期的爆发程度不如香港，但遗憾的是上升时间持续了近**60**天，而香港是**45**天，这就造成了累积病例数大大超过香港。从图2中还看出4月20日以前公布的数据大大低于计算值。而我们从对香港、广东情况的计算中，知道疫情前期我们的计算还是比较可行的。从而可以大致判断出北京前期实际的病例数。图中的公布数据截止到5月7日（从起点起67天），其后的计算采用的是香港情况下获得的参数。按这种估算，北京最终累积病例数将达到**3100**多。

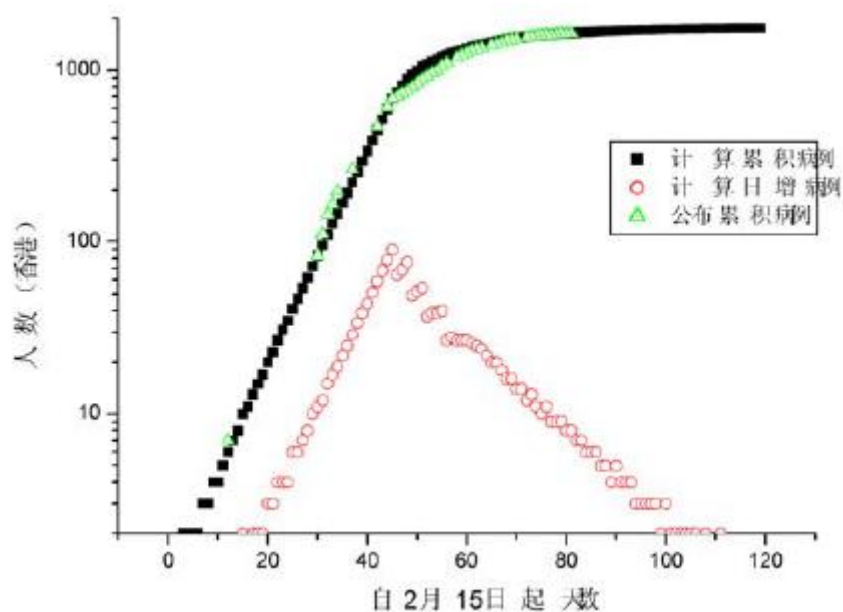


图1 对香港疫情的拟合

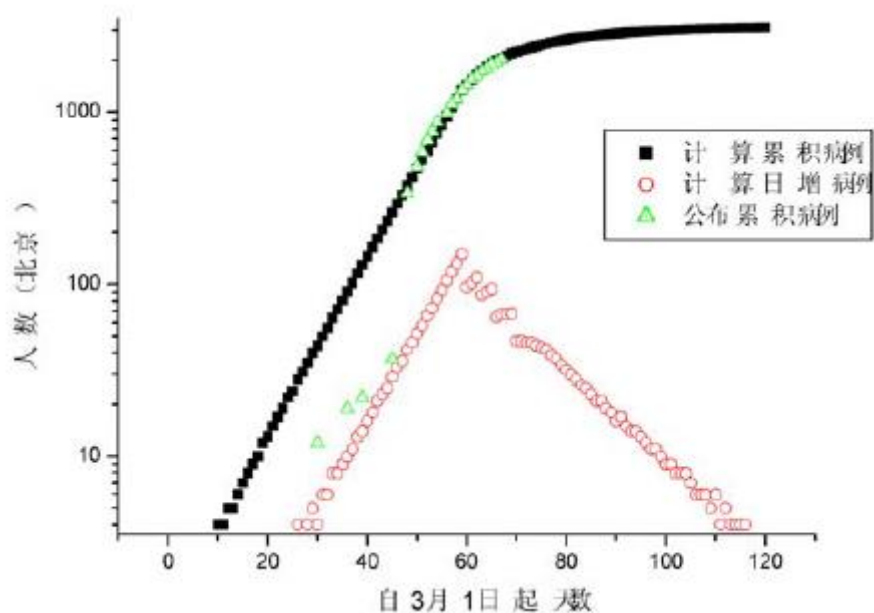


图2 对北京疫情的分析

图3是计算的日增病例数。后期下降得较快的实心方黑点是采用香港参数获得的。这就是说，如果北京的疫情控制与香港相当或更好的话，就可以在高峰期后的40天（从起点起100天）左右，即6月上中旬下降到日增几例。然后再经过约一个月，即7月上中旬达到日增0病例。但如果北京的新病例下降速度与广东类似的话，则要再多花至少一个月，才能达到上述的效果，且累积总病例数会到3800左右。至于什么原因造成香港下降速度快而广东下降速度慢，需要有关方面作具体分析。

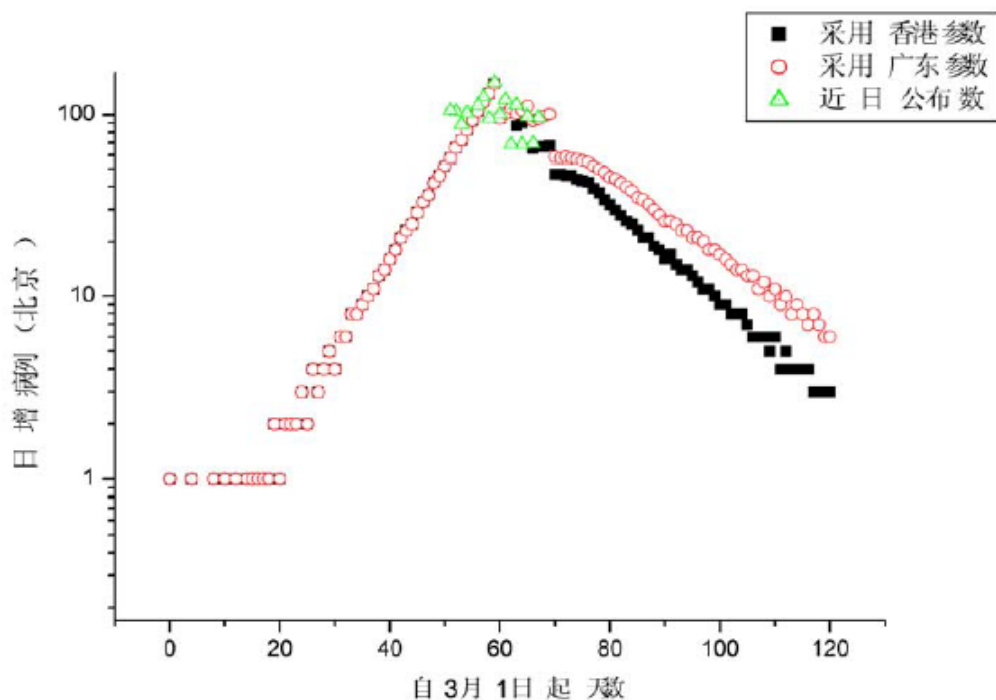


图3 北京日增病例走势分析

3 结论

每个病人可以造成直接感染他人的期限平均在 **20** 天左右，这个值在不同地区和不同疫情阶段似乎变化不大。病人的平均每天感染率与社会状况有关，在疫情爆发期较大，在疫情控制期要小很多。香港的初期爆发情况比广东和北京都剧烈，但控制效果明显比较好。北京后期如果控制在香港后期的感染率水平上，则有望在 **6** 月上中旬下降到日增几例。然后再经过约一个月，即 **7** 月上中旬达到日增 **0** 病例。而累积总病例数将达到 **3100** 多。但如果北京的新病例下降速度与广东类似的话，则要再多花至少一个月，才能达到上述的效果，且累积总病例数会到 **3800** 左右。

附件 5.2：北京市疫情的数据

(据： <http://www.beijing.gov.cn/Resource/Detail.asp?ResourceID=66070>)

日 期	已确诊病例累计	现有疑似病例	死亡累计	治愈出院累计
4 月 20 日	339	402	18	33
4 月 21 日	482	610	25	43
4 月 22 日	588	666	28	46
4 月 23 日	693	782	35	55
4 月 24 日	774	863	39	64
4 月 25 日	877	954	42	73
4 月 26 日	988	1093	48	76
4 月 27 日	1114	1255	56	78
4 月 28 日	1199	1275	59	78
4 月 29 日	1347	1358	66	83

4 月 30 日	1440	1408	75	90
5 月 01 日	1553	1415	82	100
5 月 02 日	1636	1468	91	109
5 月 03 日	1741	1493	96	115
5 月 04 日	1803	1537	100	118
5 月 05 日	1897	1510	103	121
5 月 06 日	1960	1523	107	134
5 月 07 日	2049	1514	110	141
5 月 08 日	2136	1486	112	152
5 月 09 日	2177	1425	114	168
5 月 10 日	2227	1397	116	175
5 月 11 日	2265	1411	120	186
5 月 12 日	2304	1378	129	208
5 月 13 日	2347	1338	134	244
5 月 14 日	2370	1308	139	252
5 月 15 日	2388	1317	140	257
5 月 16 日	2405	1265	141	273
5 月 17 日	2420	1250	145	307
5 月 18 日	2434	1250	147	332
5 月 19 日	2437	1249	150	349
5 月 20 日	2444	1225	154	395
5 月 21 日	2444	1221	156	447
5 月 22 日	2456	1205	158	528
5 月 23 日	2465	1179	160	582
5 月 24 日	2490	1134	163	667
5 月 25 日	2499	1105	167	704
5 月 26 日	2504	1069	168	747
5 月 27 日	2512	1005	172	828
5 月 28 日	2514	941	175	866
5 月 29 日	2517	803	176	928
5 月 30 日	2520	760	177	1006
5 月 31 日	2521	747	181	1087
6 月 01 日	2522	739	181	1124

6 月 02 日	2522	734	181	1157
6 月 03 日	2522	724	181	1189
6 月 04 日	2522	718	181	1263
6 月 05 日	2522	716	181	1321
6 月 06 日	2522	713	183	1403
6 月 07 日	2523	668	183	1446
6 月 08 日	2522	550	184	1543
6 月 09 日	2522	451	184	1653
6 月 10 日	2522	351	186	1747
6 月 11 日	2523	257	186	1821
6 月 12 日	2523	155	187	1876
6 月 13 日	2522	71	187	1944
6 月 14 日	2522	4	189	1994
6 月 15 日	2522	3	189	2015
6 月 16 日	2521	3	190	2053
6 月 17 日	2521	5	190	2120
6 月 18 日	2521	4	191	2154
6 月 19 日	2521	3	191	2171
6 月 20 日	2521	3	191	2189
6 月 21 日	2521	2	191	2231
6 月 22 日	2521	2	191	2257
6 月 23 日	2521	2	191	2277

附件 5. 3：北京市接待海外旅游人数（单位：万人）

年	1 月	2 月	3 月	4 月	5 月	6 月	7 月	8 月	9 月	10 月	11 月	12 月
1997	9.4	11.3	16.8	19.8	20.3	18.8	20.9	24.9	24.7	24.3	19.4	18.6
1998	9.6	11.7	15.8	19.9	19.5	17.8	17.8	23.3	21.4	24.5	20.1	15.9
1999	10.1	12.9	17.7	21.0	21.0	20.4	21.9	25.8	29.3	29.8	23.6	16.5
2000	11.4	26.0	19.6	25.9	27.6	24.3	23.0	27.8	27.3	28.5	32.8	18.5
2001	11.5	26.4	20.4	26.1	28.9	28.0	25.2	30.8	28.7	28.1	22.2	20.7
2002	13.7	29.7	23.1	28.9	29.0	27.4	26.0	32.2	31.4	32.6	29.2	22.9
2003	15.4	17.1	23.5	11.6	1.78	2.61	8.8	16.2				

目 录

摘 要.....	1
ABSTRACT.....	2
1 问题重述.....	3
2 问题分析与建模过程论述.....	4
3 符号说明.....	5
4 问题的求解.....	5
4.1 问题一	5
4.2 问题二	6
4.3 问题三	7
4.3.1 问题求解.....	7
4.3.2 流程图.....	9
4.4 问题四	9
4.4.1 问题求解.....	9
4.4.2 流程图.....	10
4.5 问题五	10
4.5.1 模型的建立.....	10
4.5.2 模型分析.....	11
4.6 问题六	13
设计体会及今后的改进意见.....	14
参 考 文 献.....	15
附 录.....	16

制动器试验台的控制方法分析

数学 162 班：薛建慧 指导老师：刘海峰

（陕西科技大学文理学院 陕西 西安 710021）

摘 要

制动器试验台的控制方法要求在试验台上制动器的制动过程与路试车辆上制动器的制动过程尽可能一致。本文研究题中已设计的某种控制方法，并对其进行评价，继而设计一种新的计算机控制方法。问题一中，假设车轮为一个均匀分布的圆环，根据转动惯量公式及牛顿第二公式联立，计算转动惯量。问题二中，假设飞轮为均质空心圆柱体。根据圆盘的转动惯量求解公式推导出空心圆柱体的转动惯量公式建立模型，即可求得所需解。问题三是利用角减速度 β 及转动惯量导出驱动电流扭矩的表达式，建立驱动电流的控制模型，求得所给具体情况下的驱动电流值。问题四中把能量误差的大小作为评价控制方法优劣的重要指标。对于问题五，假设在所考虑的每一个小时时间段内，驱动电流可以根据时间段内的观测到的转矩和角速度以确定下一时段内的驱动电流。问题六中，采样间隔是影响模型与控制方法稳定性的重要的因素。

关键词：转动惯量，角减速度，驱动电流

Analysis of Control Methods for Brake Test Bench

Mathematics class 162: Janhui Xue Instructor: Haifeng Liu

(Shaanxi University of Science and Technology College of Arts and Sciences Shanxi Xian 710021)

ABSTRACT

The control method of the brake test rig requires that the braking process of the brake on the test rig be as consistent as possible with the braking process of the brake on the road test vehicle. This paper studies some of the control methods that have been designed and evaluates them, and then designs a new computer control method. In the first problem, the wheel is assumed to be a uniformly distributed ring, and the moment of inertia is calculated according to the formula of the moment of inertia and the second formula of Newton. In question two, the flywheel is assumed to be a homogeneous hollow cylinder. According to the formula of the moment of inertia of the disk, the formula of the moment of inertia of the hollow cylinder is derived, and the required solution can be obtained. The third problem is to use the angular deceleration and the moment of inertia to derive the expression of the drive current torque, establish a control model of the drive current, and obtain the drive current value given in the specific case. In question four, the magnitude of the energy error is taken as an important indicator of the merits of the evaluation control method. For the fifth problem, it is assumed that during each hour interval considered, the drive current can determine the drive current for the next time period based on the observed torque and angular velocity over the time period. In question 6, the sampling interval is an important factor affecting the stability of the model and control method.

Key words: moment of inertia, angular deceleration, drive current

1 问题重述

汽车的行车制动器的作用是在行驶时使车辆减速或者停止。在道路上测试实际车辆制动器的过程称为路试，其方法为：车辆在指定路面上加速到指定的速度；断开发动机的输出，让车辆依惯性继续运动；以恒定的力踏下制动踏板，使车辆完全停止下来或车速降到某数值以下；在这一过程中，检测制动减速度等指标。假设路试时轮胎与地面的摩擦力为无穷大，因此轮胎与地面无滑动。

为了检测制动器的综合性能，只能在专门的制动器试验台上对所设计的路试进行模拟试验。模拟试验的原则是试验台上制动器的制动过程与路试车辆上制动器的制动过程尽可能一致。路试车辆的指定车轮在制动时承受载荷。将这个载荷在车辆平动时具有的能量等效地转化为试验台上飞轮和主轴等机构转动时具有的能量，与此能量相应的转动惯量在本题中称为等效的转动惯量。试验台上的主轴等不可拆卸机构的惯量称为基础惯量。飞轮的惯量之和再加上基础惯量称为机械惯量。

一般假设试验台采用的电动机的驱动电流与其产生的扭矩成正比，本题中比例系数取为 $1.5 \text{ A/N} \cdot \text{m}$ ，且试验台工作时主轴的瞬时转速与瞬时扭矩是可观测的离散量。

工程实际中常用的计算机控制方法是：把整个制动时间离散化为许多小的时间段，比如 10ms 为一段，然后根据前面时间段观测到的瞬时转速与/或瞬时扭矩，设计出本时段驱动电流的值，这个过程逐次进行，直至完成制动。

评价控制方法优劣的一个重要数量指标是能量误差的大小，本题中的能量误差是指所设计的路试时的制动器与相对应的实验台上制动器在制动过程中消耗；根据

以上说明来解答以下问题：

1. 设车辆单个前轮的滚动半径为 0.286m ，制动时承受的载荷为 6230N ，求等效的转动惯量。

2. 飞轮组由 3 个外直径 1m 、内直径 0.2m 的环形钢制飞轮组成，厚度分别为 0.0392m 、 0.0784m 、 0.1568m ，钢材密度为 7810kg/m^3 ，基础惯量为 $10\text{kg} \cdot \text{m}^2$ ，求可以组成的哪几种机械惯量，设电动机能补偿的能量相应的惯量的范围为 $[-30, 30] \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ，对于问题 1 中得到的等效的转动惯量，求需要用电动机补偿的惯量为多大。

3. 建立电动机驱动电流依赖于可观测量的数学模型。

在问题 1 和问题 2 的条件下，假设制动减速度为常数，初始速度为 50 km/h ，制动 5.0 秒后车速为零，计算驱动电流。

4. 对于与所设计的路试等效的转动惯量为 $48 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ，机械惯量为 $35 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ，主轴初转速为 514 转/分钟 ，末转速为 257 转/分钟 ，时间步长为 10 ms 的情况，请对该方法执行的结果进行评价。

5. 按照第 3 问导出的数学模型，给出根据前一个时间段观测到的瞬时转速与/或瞬时扭矩，设计本时间段电流值的计算机控制方法，并对该方法进行评价。

6. 考虑第 5 问给出的控制方法是否有不足之处，如果有，则重新设计一个尽量完善的

计算机控制方法，并作出评价。

2 问题分析与建模过程论述

问题一中，将路试转化为试验台上的制动测试，其中车辆平动具有的能力等效于实验台上飞轮和主轴等转动的能量，相应的转动惯量也等效于试验台的转动惯量。假设车轮为一个均匀分布的圆环，根据转动惯量公式 $J = mr^2$ 及牛顿第二公式 $F = mg$ 推导出 $J = \frac{Fr^2}{g}$ ，

代入数据进行计算得 $J = 52 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。

问题二中要求的是环形刚制飞轮的转动惯量，把飞轮当作均质空心圆柱体。根据圆盘的转动惯量求解公式 $J = \frac{1}{2}MR^2$ 推导出空心圆柱体的转动惯量公式建立模型：

$$J = \frac{1}{2}m \left\{ \left(\frac{D}{2} \right)^2 + \left(\frac{d}{2} \right)^2 \right\}$$

即可求得所需解。

问题三是利用能量守恒定律。假设角速度变化连续，推出 $[t, t + \Delta t]$ 时间段内，制动角减速度 β ，通过角减速度 β 及转动惯量导出驱动电流扭矩的表达式 $M_i = (J - J_z)\beta$ ，再建立驱动电流的控制模型 $I = \frac{K(J - J_z)v_0}{r \cdot T}$ ，然后利用该模型求得所给具体情况下的驱动电流值

问题四中要对试验台上得出的结果进行评价，把能量误差的大小作为评价控制方法优劣的重要指标。已知初末转速，利用 $E = E_1 - E_2 = \frac{1}{2}J(\omega_1^2 - \omega_2^2)$ 求得前后过程消耗的总能量。根据附表中的数据，计算出每一小段的能量，利用微分原理，对每一小段的能量进行求和得到模拟的总能量，求得模拟总能量及前后消耗能量的误差及误差百分比，从而对模型进行评价。

对于问题五，假设在所考虑的每一个小时时间段（取 $\Delta t = 0.01 \text{ s}$ ）内，驱动电流可以根据 $t_{k-1} \sim t_k$ 末的观测到的 $M_z(t_k)$ 和 $\omega(t_k)$ 以确定下一时段 $t_k \sim t_{k+1}$ 内的驱动电流，然后设计本时段电流值的计算机控制方法：

$$I(t_k) = \frac{K(J - J_z)}{J} M_z(t_k)$$

在第六问中，问题三中提出的数学模型及问题五中给出的计算机控制方法，均是基于离散采样得到制动扭矩值、角速度值，根据前一段时间的数据值来对电动机发出控制信号，来决定电动机下一时间段的输出电流值，且在这段时间 Δt 内的电动机电流保持该值，而不会实时的随着需要变化，因而实时性不好，也因此使得模拟测试的结果不精确，所以采样间隔 Δt 是影响模型与控制方法稳定性的重要的因素。

3 符号说明

表 3-1 符号说明

r	车辆单个前轮的滚动半径
F	制动时承受的载荷
J	等效的转动惯量
J_z	机械惯量的大小
n	制动试验台的转速
D	环形钢制飞轮的外直径
d	环形钢制飞轮的内直径
h_i	环形钢制飞轮的厚度
ρ	钢材的密度
M_z	制动力产生的扭矩
ω	主轴的角速度 ω
M_i	驱动电流扭矩的大小
I	驱动电流
β	角减速度

4 问题的求解

4.1 问题一

题中给定的车辆单个前轮的滚动半径为 r ，制动时承受的载荷为 F ，要求它的等效的转动惯量。设该车辆前轮为一个均质圆环，由刚体对通过圆环中心与环面垂直的轴的转动惯量为： $J = mr^2$

该题中是车辆单个前轮的自身的重力及其它载荷的总和，由 $F = mg$ 我们可得，等效转动惯量 $J = mr^2$ 可等价转换为 $J = \frac{Fr^2}{g}$ 来求得。其中 $r = 0.286m$, $F = 6230N$ 。

具体计算步骤如下：

$$\begin{aligned}
 J &= \frac{Fr^2}{g} \\
 &= \frac{6230N \times (0.286m)^2}{9.8m \cdot s^{-2}}
 \end{aligned}$$

$$= 51.9988 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \approx 52 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

计算得出车辆单个前轮的转动惯量为： $J = 52 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。

4.2 问题二

题目中给定 3 个外直径 1 m 、内直径 0.2 m 的环形钢制飞轮，厚度分别为 0.0392 m 、 0.0784 m 、 0.1568 m ，钢材密度为 7810 kg/m^3 ，基础惯量为 $10 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ，由此很容易想到质量为 M ，高度为 h ，半径为 R 的均质圆柱体对其对称轴的转动惯量的求法如下：

在圆柱体内选取高度为 h ，半径为 r ，厚度为 dr 的薄圆柱壳作为体积元，该体积元的质量为

$$dm = \frac{M}{\pi R^2 h} 2\pi r h dr = \frac{M}{R^2} r dr \quad (4-1)$$

转动惯量为

$$J = \int_V r^2 dm = \int_0^R \frac{2M}{R^3} r^3 dr = \frac{1}{2} MR^2 \quad (4-2)$$

假设本题中给出的刚体是内外直径为 d 和 D 的均质空心圆柱体，则同理可得：求解转动惯量的数学模型为

$$J = \frac{1}{2} m \left\{ \left(\frac{D}{2} \right)^2 + \left(\frac{d}{2} \right)^2 \right\} \quad (4-3)$$

运用公式 $m = \rho v$ ，其中 $v = \pi \left(\frac{D}{2} \right)^2 h - \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2 h$ ，由

$$\begin{cases} D = 1 \text{ m} \\ d = 0.2 \text{ m} \\ h_1 = 0.0392 \text{ m} \\ h_2 = 0.0784 \text{ m} \\ h_3 = 0.1568 \text{ m} \\ \rho = 7810 \text{ kg/m}^3 \end{cases}$$

分别代入数据可得：

$$\begin{cases} m_1 = \rho v_1 = 230.8332 \\ m_2 = \rho v_2 = 461.6663 \\ m_3 = \rho v_3 = 923.3327 \end{cases}$$

将以上求得的值代入即可求得：

$$\begin{cases} J_1 = \frac{1}{2}m_1 \left\{ \left(\frac{D}{2} \right)^2 + \left(\frac{d}{2} \right)^2 \right\} = 30.0083 \approx 30 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \\ J_2 = \frac{1}{2}m_2 \left\{ \left(\frac{D}{2} \right)^2 + \left(\frac{d}{2} \right)^2 \right\} = 60.0166 \approx 60 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \\ J_3 = \frac{1}{2}m_3 \left\{ \left(\frac{D}{2} \right)^2 + \left(\frac{d}{2} \right)^2 \right\} = 120.0332 \approx 120 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \end{cases}$$

可得其单个惯量分别是： $30 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ， $60 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ， $120 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ，基础惯量为 $10 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ，则可以组成 $10 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 、 $40 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 、 $70 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 、 $100 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 、 $130 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 、 $160 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 、 $190 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 、 $220 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 的 8 种数值的机械惯量。

表 4-1 机械惯量列表

单个惯量 $30 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	单个惯量 $60 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	单个惯量 $120 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	基础惯量 $10 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	机械惯量 $10 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
0	0	0	1	$10 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
1	0	0	1	$40 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
0	1	0	1	$70 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
1	1	0	1	$100 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
0	0	1	1	$130 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
1	0	1	1	$160 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
0	1	1	1	$190 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
1	1	1	1	$220 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

由问题一可知等效的转动惯量为 $J = 52 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ，因为电动机能补偿的能量相应的惯量的范围为 $[-30, 30] \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ，所以要得到的等效的转动惯量，需要用电动机补偿的惯量只可能为： $12 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 或 $-18 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。

4.3 问题三

4.3.1 问题求解

(1) 制动角减速度的确定

设施加制动后，在时间段 $[t, t + \Delta t]$ 内，车轮角速度亦即模拟实验中主轴的角速度由 ω 变为 $\omega - \Delta\omega$ ，主轴转过的角度为 $\Delta\theta$ 。由能量守恒定律可得：

$$-M_z \Delta\theta = \frac{1}{2} J (\omega - \Delta\omega)^2 - \frac{1}{2} J \omega^2 \quad (4-4)$$

其中， M_z 是制动力产生的扭矩

由假设，车轮的角速度连续变化可知， $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Delta\theta = 0$ ；当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时，可略去 (4.4) 式中 $\Delta\omega$

的二次项，且 $[t, t + \Delta t]$ 时间段内制动角减速度可认为恒等于 β ，从而得

$$M_z \Delta \theta = J \omega \Delta \omega = J \omega \beta \Delta t \quad (4-5)$$

故瞬时制动角减速度为

$$\beta = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{M_z \Delta \theta}{J \omega \Delta t} = \frac{M_z}{J \omega} \omega = \frac{M_z}{J} \quad (4-6)$$

(2) 驱动电流扭矩的大小

对于制动器模拟试验而言，由能量守恒定律可得：

$$M_i \Delta \theta - M_z \Delta \theta = \frac{1}{2} J (\omega - \Delta \omega)^2 - \frac{1}{2} J_z \omega^2 \quad (4-7)$$

其中， J_z 为机械惯量的大小。将 (4.5) 式代入 (4.7)，等式右边展开，得

$$M_i \Delta \theta - J \beta \omega \Delta t = -J_z \omega \Delta \omega + \frac{1}{2} J_z (\Delta \omega)^2 \quad (4-8)$$

略去 $\Delta \omega$ 的二次项，等式两边同除以 Δt ，得

$$M_i \frac{\Delta \theta}{\Delta t} - J \omega \beta = -J_z \omega \frac{\Delta \omega}{\Delta t} \quad (4-9)$$

两边同时取极限 $\Delta t \rightarrow 0$ ，得驱动电流产生的扭矩为

$$M_i = (J - J_z) \beta \quad (4-10)$$

(3) 驱动电流的控制模型建立

由题述可知

$$I = K \cdot M_i \quad (4-11)$$

其中 $K = 1.5 \text{ A} / \text{N} \cdot \text{m}$ ，为比例系数。

由 (4.5)、(4.7)、(4.11) 可得，驱动电流为

$$I = \frac{K(J - J_z)}{J} M_i \quad (4-12)$$

其中 K 、 J 、 J_z 为试验开始前可确定的已知量， M_i 为可观测量。

(4) 驱动电流的计算

假设制动初速度为 v_0 ，制动时间为 T ，由于制动末速度为 0，制动角减速度 β 为常数，故

$$\beta = \frac{v_0}{r \cdot T} \quad (4-13)$$

将上式代入 (4.11) 与 (4.13) 联立求得

$$I = \frac{K(J - J_z)v_0}{r \cdot T} = 174.8252 \text{ A 或 } -262.2378 \text{ A}$$

以上两个取值分别对应电动机补偿惯量为 $12 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 或 $-18 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 情况下的电流，其中负号表示电动机补偿惯量为负。

4.3.2 流程图

依据上述问题求解过程，绘制流程图，如下：

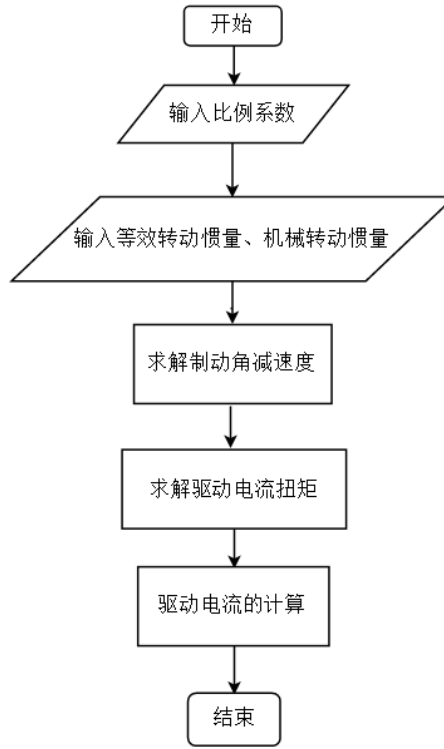


图 4-1 问题三流程图

4.4 问题四

4.4.1 问题求解

由题可知，等效的转动惯量 $48 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ，主轴初转速 $n_1 = 514 \text{ rpm}$ ，末转速 $n_2 = 257 \text{ rpm}$ ，对于每一时刻的能量有：

$$E = \frac{1}{2} J \omega^2 \quad (4-14)$$

其中 $\omega = \frac{2\pi n}{60}$ ， n 为转速。

则前后过程消耗的能量

$$E = E_1 - E_2 = \frac{1}{2} J (\omega_1^2 - \omega_2^2) \quad (4-15)$$

带入数据，得 $E = 52150.20009 \text{ J}$ 。

对于附表中的数据，用微积分的思想，对每一小段的能量累加求和，每一小段的能量是

$$\Delta W = M_i \omega_i \Delta t \quad (4-16)$$

其中 M_i 为观测点的扭矩， ω_i 为观测点的角速度， Δt 为微小时间段，

$$W = \sum_{i=1} \Delta W_i = 49291.94215 \text{ J} \quad (4-17)$$

还可以计算出真实和模拟的误差为：

$$\varepsilon = E - W = 2858.25794J \quad (4-18)$$

误差百分比为：

$$\eta = \frac{\varepsilon}{E} = 5.48\% \quad (4-19)$$

计算的结果表明并没有完全消除误差，误差的百分比还维持在一定的范围之内，说明补偿的驱动电流并不十分准确，没有补足相应的能量，还需继续改进驱动电流的调整方法。

4.4.2 流程图

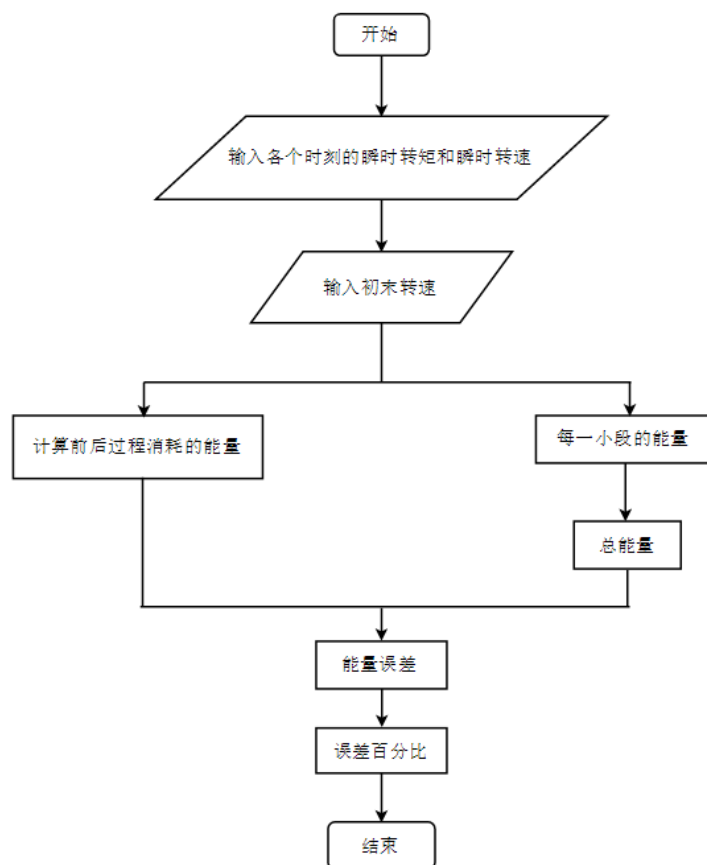


图 4-2 问题四流程图

4.5 问题五

4.5.1 模型的建立

本题采用将整个制动时间离散化为许多个小的时间段，以 $t = 0.01s$ 为一段，在试验台工作时可每隔 t 时间观测出主轴的瞬时转速和瞬时扭矩，而主轴的瞬时扭矩就是制动扭矩 M_z ，这样对于驱动电流可以根据 $t_{k-1} \sim t_k$ 末的观测到的 $M_z(t_k)$ 和 $\omega(t_k)$ 以确定下一时段

$t_k \sim t_{k+1}$ 内的驱动电流 $I(t_k)$ ，由第三问推导出的驱动电流的确定公式为

$$I = \frac{K(J - J_z)}{J} M_z \quad (4-20)$$

可以很容易的确定每一时段的电流值的计算机控制方法：

$$I(t_k) = \frac{K(J - J_z)}{J} M_z(t_k) \quad (4-21)$$

同时 $I = \frac{K(J - J_z)}{J} M_z = K(M_z - J_z \frac{M_z}{J}) = K(M_z - J_z \frac{d\omega}{dt})$ ，对于角速度变化率 $\frac{d\omega}{dt}$ ，可以用前一段的平均角速度变化率 $\frac{\omega(t_{k-1}) - \omega(t_{k-2})}{t}$ ；从而可推导出一个相类似驱动电流的计算机控制方法：

$$I(t_k) = K(M_z(t_{k-1}) - J_z \frac{\omega(t_k) - \omega(t_{k-1})}{\Delta t}) \quad (4-22)$$

4.5.2 模型分析

根据问题四所给瞬时扭矩 M_z (单位： $N \cdot m^2$) 和瞬时转速 n (单位： rpm) 的数据，作出瞬时扭矩 M_z 、瞬时转速 n 在各时刻的取值变化曲线，如图：

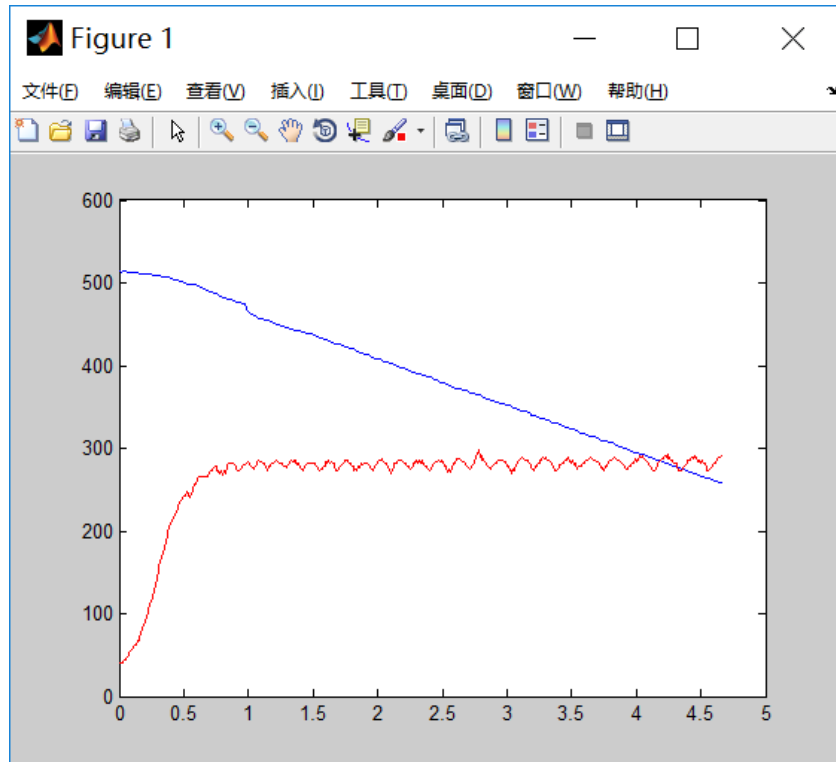


图 4-3 瞬时扭矩及瞬时转速在各时刻的取值变化曲线

观测图像可知， M_z 大致呈“S”形变化趋势，使用拟合工具进行拟合。如图：

制动器试验台的控制方法分析

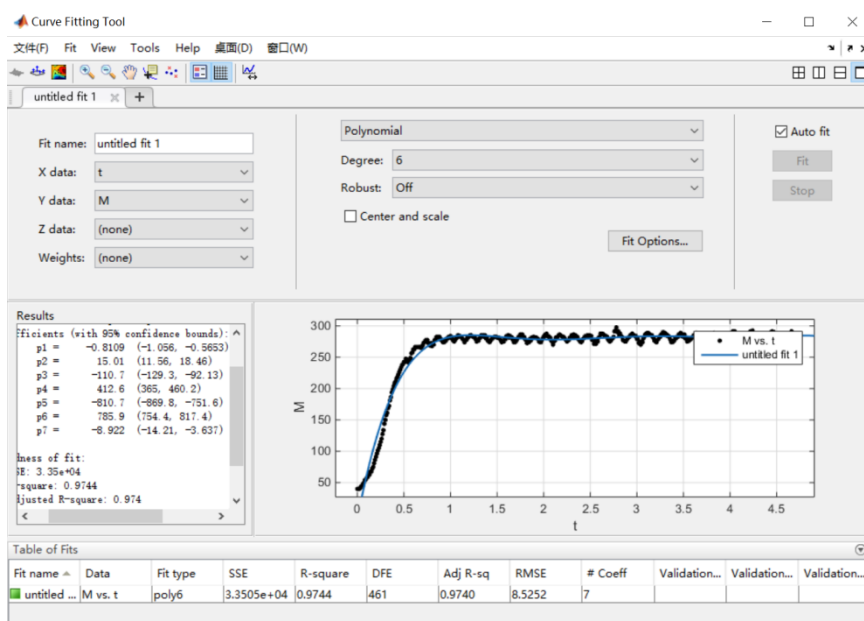


图 4-4 对瞬时扭矩进行拟合

由此可得，瞬时转矩 M_z 的拟合曲线

$$f(t) = -0.8109t^6 + 15.01t^5 - 110.7t^4 + 412.6t^3 - 810.7t^2 + 785.9t - 8.922$$

其中，方差为 3.35×10^4 ；确定系数为 0.9744；标准差为 8.525；可见，瞬时转矩的拟合的比较好。使用的 polynomial 函数进行多项式拟合。

根据模型计算出瞬时转矩 M_z 对应的时间段电流 $I(t_k)$ ，绘制拟合函数，同样使用多项式拟合。如图：

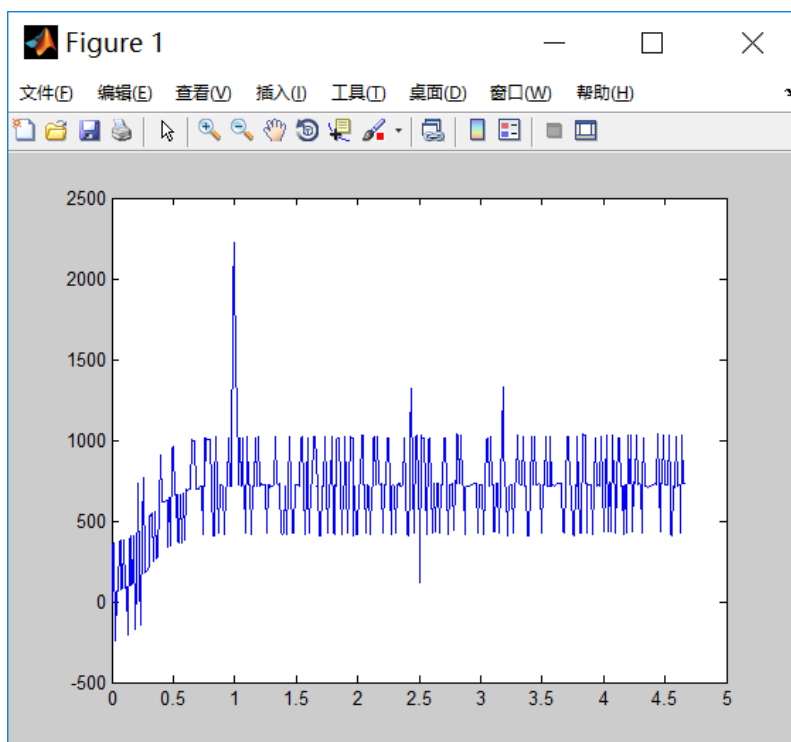


图 4-5 驱动电流在各时刻的取值变化曲线

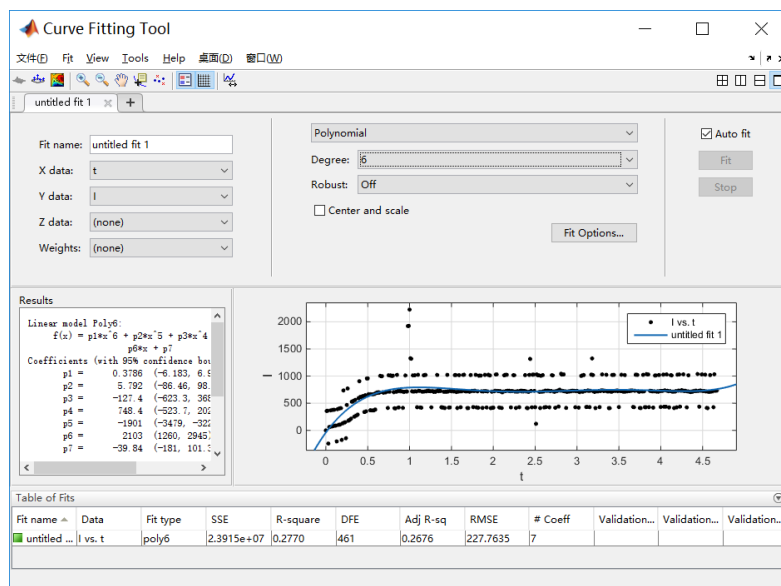


图 4-6 对驱动电流按时间拟合

由此可得，瞬时转矩 M_z 的拟合曲线

$$f(t) = 0.3786t^6 + 5.792t^5 - 127.4t^4 + 748.4t^3 - 1901t^2 + 2103t - 39.84$$

其中，方差为 2.391×10^7 ；确定系数为 0.2676；标准差为 227.8；驱动电流的波动性较大。

4.6 问题六

问题三中提出的数学模型及问题五中给出的计算机控制方法，均是基于离散采样得到制动扭矩值、角速度值，根据前一段时间的数据值来对电动机发出控制信号，来决定电动机下一时间段的输出电流值，且在这段时间 Δt 内的电动机电流保持该值，而不会实时的随着需要变化，因而实时性不好，也因此使得模拟测试的结果不精确。采样间隔 Δt 是影响模型与控制方法稳定性的重要因素。

下面讨论不同的 Δt 对结果稳定性的影响。

当采样间隔 $\Delta t = 0.01s$ 时计算出的总能量为 $49291.94215J$ ，但当采样间隔为 $\Delta t = 0.02s$ 时，计算出的总能量为 $98583.8843J$ 。可见两次模拟试验的能量误差相差较大， Δt 的微小变化即能改变模拟实验的总能量。然而 Δt 的改变确实使得结果的能量误差更大，降低了模拟的精确性与可靠性。

因此，在利用问题三提出的模型与问题五给出的计算机控制方法在制动台上进行车辆制动性能检测的过程中，应当取较小的采样时间间隔，提高检测精确性。

设计体会及今后的改进意见

本次课程设计选择的建模题目是制动器试验台的控制方法分析。在建模过程中，大量使用物理公式，主要由转矩，转动惯量，转速、角速度及驱动电流之间的相互转换关系，再根据能量守恒等式，建立模型；评价已知模型阶段，主要对电动机初末消耗能量与离散模型计算的能量总和进行误差分析，计算误差百分比，结果表明并没有完全消除误差，误差的百分比还维持在一定的范围之内，说明补偿的驱动电流并不十分准确，没有补足相应的能量，还需继续改进驱动电流的调整方法。继而展开问题五的解答，用前一段时间的瞬时扭矩和瞬时转速来表示下一段时间内的驱动电流，建立驱动电流控制方法模型；建立好模型之后，对所建立的模型进行评价，通过改变采样时间间隔 Δt 的大小，再绘制电流在各时刻的取值变化曲线，对比得出采样间隔 Δt 是影响模型与控制方法稳定性的重要的因素，所以在利用计算机控制方法在制动台上进行车辆制动性能检测的过程中，应当取较小的采样时间间隔，提高检测精确性。

编写程序过程中，计算的数值较大，matlab 软件将结果自动用科学记数法保存，故使用变量精度算法 (VPA) 计算小数位精度；计算每段时间内的驱动电流时，使用上一段时间段的瞬时扭矩和瞬时转速计算下一时间段的驱动电流，利用循环求解每一时间段的驱动电流值，注意一定要设置初值的大小，否则 matlab 将会报错。将题上所给的数据储存成数据表之后，如果要使用数据表内的数据进行计算，需要使用 ‘.’ 来代表矩阵的乘法运算。绘制瞬时扭矩、瞬时转速和驱动电流在各时刻的取值变化曲线时，使用 plot 函数用于绘制各种二维图像。在问题五的求解上，利用模型计算出的驱动电流，再对数据进行拟合，结果显示拟合效果较差，问题六的模型并未能做出实质性改变，但经过对比，得出采样间隔 Δt 是影响模型与控制方法稳定性的重要的因素。

本次课程设计主要考察对物理模型的理解及模型评价的方法。课程设计过程中，在模型评价方面的知识能力欠佳。题中大量要求模型评价，所以建模时有些吃力，上网查找文献，但多数的文章作用不大，再请教同学的过程中，了解到了一些简单的评价方法，但并没有完全理解评价方法的实质，因题而异，也就无法套用到驱动电流控制模型的评价中。所以在以后的学习中，将着重了解模型评价方法；其次，对 matlab 软件了解不多。对 matlab 软件的接触仅限于大二学年数值计算方法及运筹学两门课程的实验，当时也没有具体对 matlab 进行学习。好在我选的题着重点是物理模型的推导，对编程要求不高，在查阅资料之后，能简单的对问题进行求解，完成了本次课程设计。经过这一周的学习，我觉得我不仅对物理公式、matlab 软件有了一定了解，我的逻辑思维能力、写作能力也有了一定的提高。

参 考 文 献

- [1] 马文蔚. 物理学（第四版）[M]. 北京: 高等教育出版社. 2004. 1.
- [2] 吴百诗. 大学物理学上册[M]. 北京: 高等教育出版社. 2004
- [3] 江世宏. MATLAB 语言与数学实验[M]. 北京: 科学出版社. 2007. 7.

附录

(1) 求解等效转动惯量代码及结果

```
F=6230;%载荷
```

```
r=0.286;%滚动半径
```

```
g=9.8;
```

```
J=F*r^2/g
```

(2) 求解飞轮单个惯量代码及结果

```
D=1;%外直径
```

```
d=0.2;%内直径
```

```
h=[0.0392, 0.0784, 0.1568];%飞轮厚度
```

```
p=7810;%钢材密度
```

```
v=pi*(D/2)^2*h-pi*(d/2)^2*h;%体积
```

```
m=p*v;%飞轮质量
```

```
J=1/2*m*((D/2)^2+(D/2)^2)
```

(3) 求解驱动电流代码及结果

当机械惯量为 $12\text{kg}\cdot\text{m}^2$ 时

```
K=1.5;%系数
```

```
J1=52;%等效转动惯量
```

```
J2=40;%机械转动惯量
```

```
r=0.286;%滚动半径
```

```
v0=50*1000/3600;%初始速度
```

```
T=5;%制动时间
```

```
I=K*(J1-J2)*v0/(r*T)
```

当机械惯量为 $-18\text{kg}\cdot\text{m}^2$ 时

```
J2=70;
```

```
I=K*(J1-J2)*v0/(r*T)
```

(4) 将题中所给数据导入 matlab 中，建立数据表 data 代码

```
save data data%save 数据表名，工作区域表名
```

(5) 利用数据，计算电动机消耗能量，每一时间段能量及能量总和，得出能量误差及误差百分比

```
load data%读取保存的 data 文件
```

```
n1=514/60;%初转速
```

```
n2=257/60;%末转速
```

```
w1=2*pi*n1;%初角速度
```

```

w2=2*pi*n2;%末角速度
J=48;%等效转动惯量
E0=0.5*J*(w1^2-w2^2);%前后过程消耗的能量
a=vpa(E0,10)%vpa: 变量精度算法, a=vpa(E0,10)用10个位数代替当前设置的位数。
n=data(:,2)/60;%瞬时转速
M=data(:,1);%瞬时扭矩
t=0.01;
w=2*pi*n;
W=M.*w.*t;%矩阵的乘法需要用“.*”
W0=sum(W);
b=vpa(W0,10)
x=a-b;%能量误差
vpa(x,10)
y=x/a;%能量误差百分比
vpa(y,6)

```

(6) 绘制瞬时扭矩及瞬时转速在各时刻的取值变化曲线

```

M=data(:,1);
n=data(:,2);
w=2*pi*n/60;
t=data(:,3);
>> plot(t,n)
hold on
plot(t,M,'r')
cftool(工具箱)

```

(7) 计算每段时间的驱动电流

```

I(1)=0;
for k=2:468
I(k)=1.5*(M(k-1)-35*(w(k)-w(k-1)))/0.01;
end
I=I';
I

```

(8) 分别计算 $\Delta t = 0.01s$ 和 $\Delta t = 0.02s$ 时的总能量

```

(a) n=data(:,2)/60;M=data(:,1); t=0.02;
w=2*pi*n;
W=M.*w.*t;
W0=sum(W);

```

```
b=vpa(W0,10)
(b)n=data(:,2)/60;M=data(:,1); t=0.01;
w=2*pi*n;
W=M.*w.*t;
W0=sum(W);
b=vpa(W0,10)
```