DOI:10.19718/j.issn.1005-2992.1995.04.013

东北电力学院学报
第15卷 第4期 Journal Of Northeast China vol. 15 No. 4
1995年12月 Institute Of Electric Power Engineering Dec. 1995

抱杆多点整体扳立大型输电杆塔分析计算的Picard迭代法

陈祥都 刘树堂 刘士彬
(东北电力学院建筑工程系,吉林 132012)

摘要 在某些特殊情况下,跨江大型输电铁塔、钢筋混凝土输电杆塔,要用抱杆多点整体扳立方法立塔。本文首次用比卡(Picard)迭代法解算了复杂复合约束绳系动点坐标的非线性方程组,该法具有极简单的特点。

关键词 复合约束绳系 Picard迭代法
中图法分类号 O39 TB12

1 大型输电杆塔安装的抱杆多点整体扳立方法

输电杆塔一般有:钢筋混凝土杆塔;桁构式铁塔;独立钢管塔三种。前两种在我国用得很普遍。钢筋混凝土柱式塔较高,不宜用分段法安装时,要用抱杆多点整体扳立方法立塔,这就要使用较复杂或复杂约束绳系多栓吊些点实施。大型铁塔当受场地条件限制,如河网水生作物栽培区,大型机具无法开进时,也要用抱杆多点整体扳立方法立塔,如某越江巨型铁塔就用了这种方法立塔,采用了与图1相近的复杂约束绳系系统。有关这种方法的施工措施及其他有关问题本文不涉及,仅就解算约束绳系动点坐标的非线性方程组计算方法作些比较研究。

2 解算复合约束绳系动点坐标的非线性方程组

图 1(a) 复合约束绳系的组合方式,显示了抱杆扳立杆塔所用约束绳系的典型特征:基本单元都是一根绳索套绕一个动滑轮后,与另两个动滑轮或定滑轮联系。每一套约束绳系都可以写出它的定义方程与法线性质方程[1],见图 1(b)。

$$F_i = \sqrt{(X_i - X_{i+1})^2 + (Y_i - Y_{i+1})^2} + \sqrt{(X_i - X_{i+2})^2 + (Y_i - Y_{i+2})^2} - L_i = 0 \quad \text{(定义方程)} \tag{1}$$

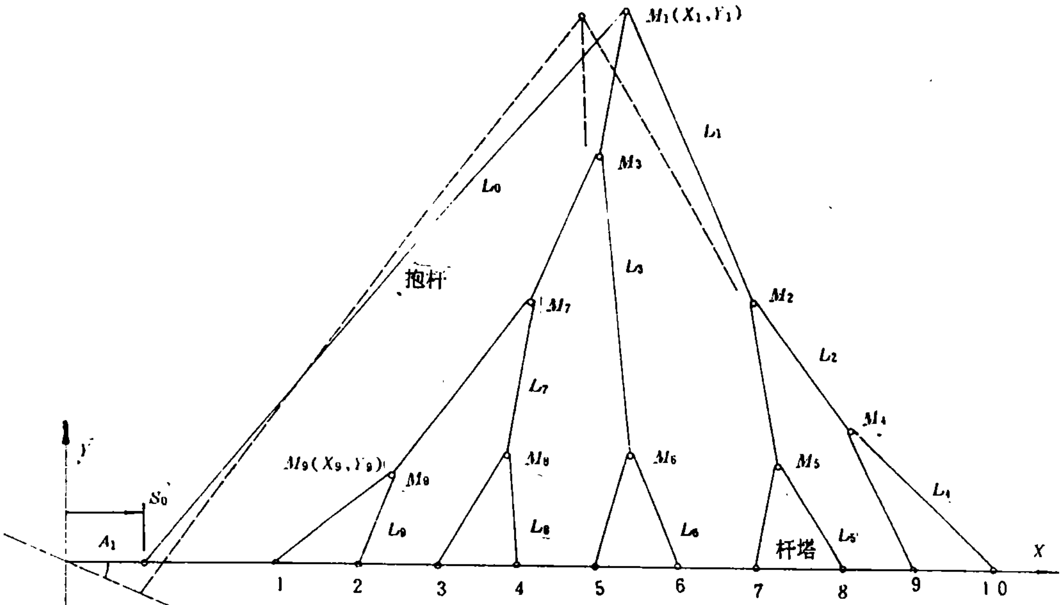
$$f_i = \frac{Y_{i-1} - Y_i}{X_{i-1} - X_i} - \frac{\sin\alpha_{i+1} + \sin\alpha_{i+2}}{\cos\alpha_{i+1} + \cos\alpha_{i+2}} = 0 \quad \text{(法线性质方程)} \tag{2}$$

收稿日期:1995-10-05

其中 $\bar{\beta}_i = arctg\dfrac{Y_{i-1} - Y_i}{X_{i-1} - X_i}$ (2.1)

$$a_{i+1} = arctg\frac{Y_i - Y_{i+1}}{X_i - X_{i+1}} \tag{2.2}$$

$$a_{i+2} = arctg\frac{Y_i - Y_{i+2}}{X_i - X_{i+2}} \tag{2.3}$$



(a)

如果 $i+1$ 或 $i+2$ 是定点，则相应坐标是已知的。注意，M_1 点简化与抱杆顶重合，M_1 系统的法线性质方程无法写出，但有抱杆方程

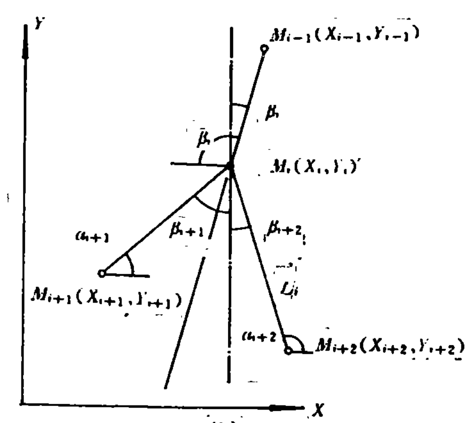
$$Y_1^2 + (X_1 - S_0)^2 = L_0^2 \tag{3}$$

显见，这样的问题最宜用地旋法描述，因此，(1)、(2) 式仍保持原形式不变，仅将抱杆方程(3) 改写成

$$(Y_1 - S_0 sin A_1)^2 + (X_1 - S_0 cos A_1)^2 = L_0^2 \tag{4}$$

即可，其中 A_1 为地旋角。

这样，n 个动点，总可以写出 $2n$ 个方程，从而解出动点坐标 X_i, Y_i。



(b)

图 1　复杂复合约束绳系

需要指出的是，对于象图 1 这样的约束绳系系统[见图 1(b)]：M_i 系统的引导绳 $\overline{M_{i-1}M_i}$，即 M_i 动点轨迹的法线是平分 M_i 系统顶角 $\angle M_{i+1}M_iM_{i+2}$ 的，因此，法线性质方程可改写成

$$tg[(\beta_{i+1}+\beta_{i+2})/2]=tg\beta_i=\frac{X_{i-1}-X_i}{Y_{i-1}-Y_i} \tag{5}$$

其中 $$\beta_{i+1}=arctg\frac{X_i-X_{i+1}}{Y_i-Y_{i+1}} \tag{5.1}$$

$$\beta_{i+2}=arctg\frac{X_i-X_{i+2}}{Y_i-Y_{i+2}} \tag{5.2}$$

定义方程可相应改写为

$$(Y_i-Y_{i+1})\sqrt{(\frac{X_i-X_{i+1}}{Y_i-Y_{i+1}})^2+1}-(Y_i-Y_{i+2})\sqrt{(\frac{X_i-X_{i+2}}{Y_i-Y_{i+2}})^2+1}-L_i=0 \tag{6.1}$$

$$(Y_i-Y_{i+1})\sqrt{tg^2\beta_{i+1}+1}+(Y_i-Y_{i+2})\sqrt{tg^2\beta_{i+2}+1}-L_i=0 \tag{6.2}$$

(5)式的意义在于解算过程中,分母$(Y_{i-1}-Y_i)$差值较大,分子$(X_{i-1}-X_i)$差值较小,β_i永远取锐角,因而可保证运算稳定进行,不会发散溢出。

3 非线性方程组的数值解法与*Picard*迭代法

3.1 解非线性方程组的数值方法较多,笔者在解算这类问题的非线性方程组时较充分的试用了其中的一种[1],为讨论方便,将这个方法称为"基本方法":先将非线性方程作多元泰勒展开,取其线性部分,并将一阶偏导数用差商表示,即

$$\begin{aligned}&\frac{F_i(X_1+h,\cdots,X_j,\cdots,X_n)-F_i}{h}(XX_1-X_1)+\cdots\\&+\frac{F_i(X_1,\cdots,X_j+h,\cdots,X_n)-F_i}{h}(XX_j-X_j)+\cdots\\&+\frac{F_i(X_1,\cdots,X_j,\cdots,X_n+h)-F_i}{h}(XX_n-X_n)=-F_i\end{aligned} \tag{7}$$

其中,$F_i=F_i(X_1,\cdots,X_j,\cdots,X_n)$

按(7)式构造线性方程组,然后用高斯消元——回代方法解算线性方程组。

解非线性方程组还有牛顿-拉夫逊(*Newton*-*Raphson*)方法,及改进的布罗登(*Broyden*)方法(又称拟牛顿法)。实践证明,用上述方法解算这类非线性方程组,都能获得较满意的结果。

显见,相对讲,这些方法涉及的数学知识较多,而且要编制较复杂的程序,如笔者试用的"基本方法",除编制主程序外,还编制了构造线性方程组的子程序,引用了高斯消元——回代法子程序。

3.2 *Picard*迭代法

笔者发现,用*Picard*迭代法解算这类问题的非线性方程组能较容易地获得满意结果。

其做法简单。将非线性方程组

$$F_i(X_i)=0 \quad (i=1,2,\cdots,n) \tag{8}$$

改写成

$$X_{i,k+1}=\varphi_i(X_{i,k}) \quad (k=0,1,2,\cdots,) \tag{9}$$

将一组初始值$X_{i,0}$代入(9)式右端,则可算出(9)式左端一组$X_{i,1}$;然后将一组$X_{i,1}$再代入

(9) 式右端，又算出(9) 式左端一组 $X_{i,2}$，如此往复迭代，直至使

$$|X_{i,m+1} - X_{i,m}| \leqslant \varepsilon \tag{10}$$

或

$$\sqrt{\Sigma[X_{i,m+1} - X_{i,m}]^2} \leqslant \varepsilon' \tag{11}$$

为止。

显见，*Picard* 迭代法直接涉及的数学知识少，而且仅编一个简单主程序即可。

3.3 *Picard* 迭代法算例

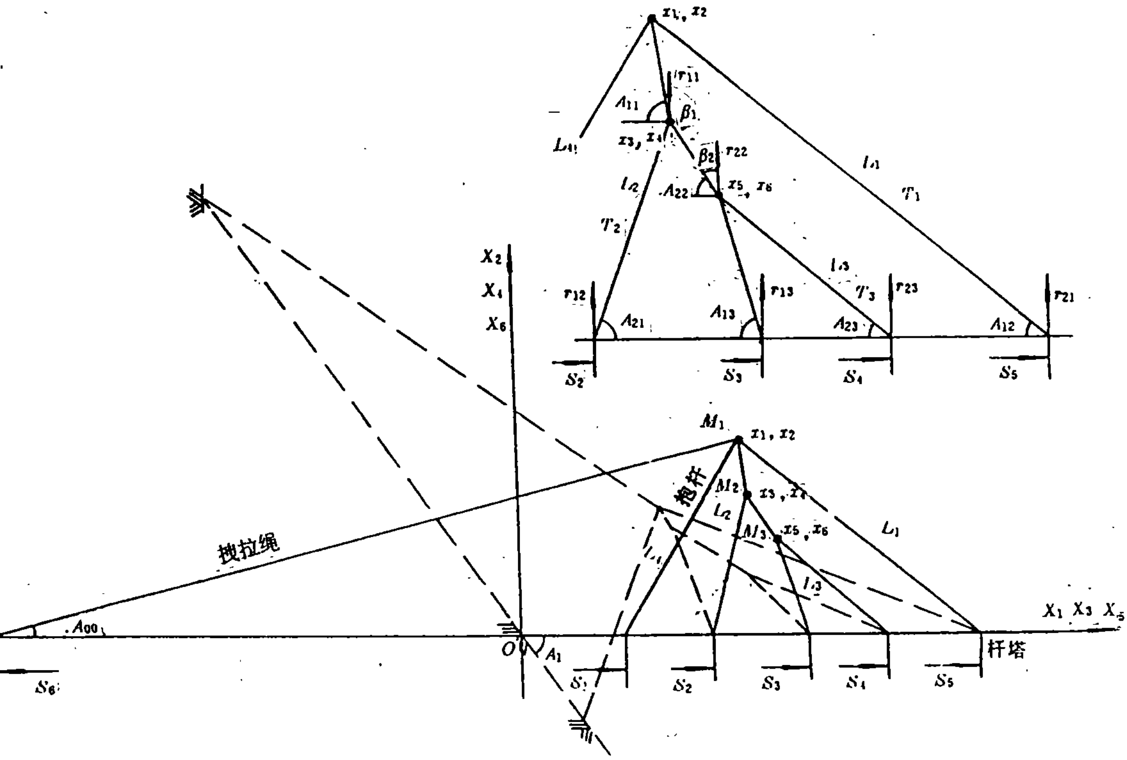


图 2　抱杆扳立杆塔四点吊

图 2 是一个抱杆四点扳立杆塔的例子，使用了由三套约束绳系构成的复合约束绳系，共有六个未知数。为方便未知数均用 X_i 表示，i 为奇数时表示横坐标，i 为偶数时表示纵坐标。为保证运算过程的稳定，将定义方程和法线性质方程均作了相应的改造。

$$X_2 = (L_1 + X_4\sqrt{t_1^2 + 1})/(\sqrt{t_1^2 + 1} + \sqrt{t_2^2 + 1}) \quad (M_1 \text{系统定义方程}) \tag{12}$$

$$X_4 = (L_2 + X_6\sqrt{t_3^2 + 1})/(\sqrt{t_3^2 + 1} + \sqrt{t_4^2 + 1}) \quad (M_2 \text{系统定义方程}) \tag{13}$$

$$X_6 = L_3/(\sqrt{t_5^2 + 1} + \sqrt{t_6^2 + 1}) \quad (M_3 \text{系统定义方程}) \tag{14}$$

$$X_1 = (L_4 + S_1 cosA_1\sqrt{t_7^2 + 1})/\sqrt{t_7^2 + 1} \quad (\text{抱杆方程}) \tag{15}$$

$$X_3 = X_1 - tg\beta_1(X_2 - X_4) \quad (M_2 \text{系统法线性质方程}) \tag{16}$$

$$X_5 = X_1 - tg\beta_1(X_2 - X_4) - tg\beta_2(X_4 - X_6) \quad (M_3 \text{系统法线性质方程}) \tag{17}$$

其中：$t_1 = (X_1 - X_3)/(X_2 - X_4)$　　(18.1)

$t_2 = (X_1 - S_5)/X_2$　　(18.2)

$$t_3 = (X_3 - S_2)/X_4 \tag{18.3}$$

$$t_4 = (X_3 - X_5)/(X_4 - X_6) \tag{18.4}$$

$$t_5 = (X_5 - S_3)/X_6 \tag{18.5}$$

$$t_6 = (X_5 - S_4)/X_6 \tag{18.6}$$

$$t_7 = (X_2 + S_1 sinA_1)/(X_1 - S_1 cosA_1) \tag{18.7}$$

$$\beta_1 = [arctgt_3 + (arctgt_5 + arctgt_6)/2]/2 \tag{18.8}$$

$$\beta_2 = (arctgt_5 + arctgt_6)/2 \tag{18.9}$$

(18.8)、(18.9)式来源见(5)式。

于是可按程序框图(图3)编制程序。

已知数据：各约束绳系长 $L_1 = 27.5$m、$L_2 = 15.0$m、$L_3 = 16.5$m，抱杆长 $L_4 = 17.0$m；各吊点距坐标原点距离 $S_2 = 14.2$m、$S_3 = 21.7$m、$S_4 = 27.4$m、$S_5 = 34.6$m，抱杆根距坐标原点距离 $S_1 = 8.0$m，拽拉卷扬机距坐标原点 $S_6 = 40.0$m。初始迭代数据：$X_{1,0} = 10.9$m，$X_{2,0} = 10.0$m，$X_{3,0} = 12.0$m，$X_{4,0} = 8.0$m，$X_{5,0} = 18.0$m，$X_6 = 5.0$m。

上机计算表明，程序运算平稳，收敛较快，通常迭代40次左右，即可得到满意的结果。输出结果如表1(单位m)。

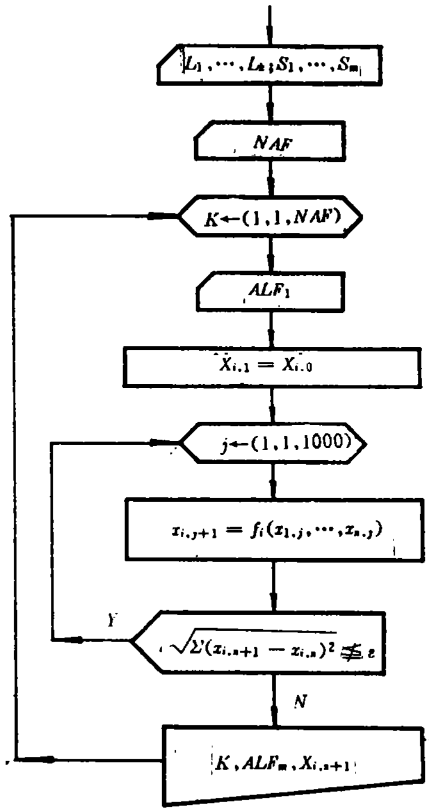


图3 程序框图

表3 计算结果

J	ALF	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
1	0	16.803 930	14.542 720	17.411 580	10.066 160	19.836 550	6.354 110
2	20	14.264 310	12.867 730	15.303 220	9.593 499	18.862 480	5.608 251
3	30	13.055 530	11.857 360	14.199 420	9.183 645	18.405 970	5.166 800
4	55	10.740 560	9.348 579	11.857 430	7.843 187	17.540 830	4.083 437

Picard 迭代法计算结果与"基本方法"计算结果是一致的(见文献[1])。

4 结 语

解抱杆多点整体扳立大型输电杆塔问题的非线性方程组，用 Picard 迭代法，较之用"基本方法"、牛顿迭代法、拟牛顿法，要简单得多。有人做了很多工作后认为，只有用拟牛

顿法才能解出这类问题的非线性方程组。文献[2][3]均只论证了一元非线性方程的 Picard 迭代法。本文完成的这部分工作，对解这类问题的非线性方程组具有实际意义。

参考文献

[1] 陈祥都.约束绳系力学.武汉：华中理工大学出版社，1992，202～216

[2] 郑咸仪.数值计算方法与 FORTRAN 语言.北京：电子工业出版社，1986

[3] 徐萃薇.计算方法引论.北京：高等教育出版社，1985，188～194

Hoist of Large—Sized Pole or Tower Computed by Picard Iteration

Chen Xiangdu　Liu Shutang　Liu Shibin

(Dept. of Architectural Civil Eng. ,Northeast China Inst. of Elec. Power Eng. ,Jilin 132012)

Abstract

In some special situations. the whole installation of a large—sized reinforced concrete pole or steel tower is completed b y means of a support column and a complex restrained systems of a rope and pulleys. The complex stresses formulated by a non—linear equations set first may be solved by Picard interation to give satisfactory results.

Keywords:complex restrained systems of a rope and pulleys　the Picard iteration