More about Polynomials

續多項式

Exercises(練習)

1. Add $5x^2 - 7x + 3$ to $2x^2 - 3x - 1$.
求 $2x^2 - 3x - 1$ 加上 $5x^2 - 7x + 3$ 所得的和。

2. Multiply $3x^2 - 2x + 2$ by $2 - x$, and arrange the answer in descending powers of x.
求 $3x^2 - 2x + 2$ 乘以 $2 - x$ 所得的積，並把答案依 x 的降冪排列。

3. Subtract $5x^3 + x - 3$ from $3x^3 + x^2 - x + 1$.
求從 $3x^3 + x^2 - x + 1$ 減去 $5x^3 + x - 3$ 所得的差。

4. Find the quotient and the remainder of $(1 - 3x^3 + 2x^2 + x) \div (x^2 - 1 + 2x)$.
求 $(1 - 3x^3 + 2x^2 + x) \div (x^2 - 1 + 2x)$ 的商式和餘式。

5. Find the quotient and the remainder of $(3x^2 - 5x + 4) \div (x - 1)$.
求 $(3x^2 - 5x + 4) \div (x - 1)$ 的商式和餘式。

6. Simplify the following expressions.
化簡下列各數式。
(a) $(3x^5 - 6x^4 + 7x^3) \div x^2$ **(b)** $(6x^3 - 4x^2 - 8x) \div 2x$

7. Find the quotient and the remainder of $(2x^3 + 4x^2 - 6) \div (x + 3)$.
求 $(2x^3 + 4x^2 - 6) \div (x + 3)$ 的商式和餘式。

8. Find the remainder when the polynomial $x^3 + 2x^2 - 3x + 1$ is divided by
求當多項式 $x^3 + 2x^2 - 3x + 1$ 除以下列各式時所得的餘數。
(a) $x - 1$,   **(b)** $x + 2$.

9. When $16x^3 + 8x^2 + kx - 3$ is divided by $2x + 1$, the remainder is 7. Find the value of k.
當 $16x^3 + 8x^2 + kx - 3$ 除以 $2x + 1$ 時，所得的餘數是 7。求 k 的值。

10. When $x^4 - 2x^3 + x^2 - kx + k$ is divided by $x + 1$, the remainder is 10. Find the value of k.

當 $x^4 - 2x^3 + x^2 - kx + k$ 除以 $x + 1$ 時，所得的餘數是 10。求 k 的值。

11. If $2kx^3 + 6x^2 - 12x - 9$ is divisible by $2x + 1$, find the value of k.

若 $2kx^3 + 6x^2 - 12x - 9$ 可被 $2x + 1$ 整除，求 k 的值。

12. Find the remainders when the polynomial $6x^2 - 3x + 1$ is divided by

求當 $6x^2 - 3x + 1$ 除以下列各式時所得的餘數。

(a) $2x - 3$,   **(b)** $3x + 1$.

13. When $ax^2 + bx - 2$ is divided by $x + 1$ and $x - 1$, the remainders are –1 and 3 respectively. Find the values of a and b.

當 $ax^2 + bx - 2$ 除以 $x + 1$ 和 $x - 1$ 時，所得的餘數分別是 –1 和 3。求 a 和 b 的值。

14. When $x^2 + 4x - 20$ is divided by $x - k$, the remainder is k^2. Find the value of k.

當 $x^2 + 4x - 20$ 除以 $x - k$ 時，所得的餘數是 k^2。求 k 的值。

15. Use the factor theorem to determine whether each of the following is a factor of $2x^3 + x^2 - 2x + 8$.

利用因式定理，判斷下列兩個多項式是否 $2x^3 + x^2 - 2x + 8$ 的因式。

(a) $x + 2$ **(b)** $2x - 1$

16. Factorize $f(x) = x^3 + 5x^2 - x - 5$.

因式分解 $f(x) = x^3 + 5x^2 - x - 5$。

17. It is given that $f(x) = 4x^3 + 4x^2 - 7x + 2$.

已知 $f(x) = 4x^3 + 4x^2 - 7x + 2$。

(a)   Show that $x + 2$ is a factor of $f(x)$.

證明 $x + 2$ 是 $f(x)$ 的因式。

(b)   Hence, factorize $f(x)$ completely.

由此，因式分解 $f(x)$。

18.(a) If $x^3 + 4x^2 + x + m$ is divisible by $x + n$, find the relation connecting m and n.

若 $x^3 + 4x^2 + x + m$ 可被 $x + n$ 整除，求一個聯繫 m 和 n 的方程。

  (b) If $n = -1$,   **(i)**   find the value of m,

    若 $n = -1$，**(i)**求 m 的值；

                (ii)   hence, find all the factors of $x^3 + 4x^2 + x + m$.

                (ii)   由此，求 $x^3 + 4x^2 + x + m$ 的所有因式。

19. Factorize $3x^3 - 7x^2 - 7x + 3$.
因式分解 $3x^3 - 7x^2 - 7x + 3$。

20. If $x^2 - 5x + k$ and $x^3 + x^2 + 8$ have the same remainder when divided by $x + 1$, find the value of k.
當 $x^2 - 5x + k$ 和 $x^3 + x^2 + 8$ 分別除以 $x + 1$ 時，所得的餘數相等，求 k 的值。

21. Factorize $3x^3 + 6x^2 - 15x - 18$.
因式分解 $3x^3 + 6x^2 - 15x - 18$。

22. If $x - c$ is a factor of $x^2 + cx + c$, where $c \neq 0$, find the value of c.
若 $x - c$ 是多項式 $x^2 + cx + c$ 的因式，其中 $c \neq 0$，求 c 的值。

Pre-requisite Questions
預備測驗

1.   If $g(x) = 3(x^2 + 4x - 5k) - 2kx$, find the values of

已知 $g(x) = 3(x^2 + 4x - 5k) - 2kx$，求下列各題的值。

    (a) $g(1)$,   **(b)** $g(-k)$,   **(c)** $g(k + 1)$.

2.   It is given that $f(x) = x^2 - 3x$. If $g(x) = f(x + 1)$, find the symbolic representation of $g(x)$.

已知 $f(x) = x^2 - 3x$。若 $g(x) = f(x + 1)$，試以符號形式表示 $g(x)$。

3.   If $g(x) = x^2 + ax - 4$ and $g(-2) = 6$, find the value of a.

若 $g(x) = x^2 + ax - 4$ 及 $g(-2) = 6$，求 a 的值。

4.   It is given that $f(x) = 3x^2 + x + 2$. Find the values of

已知 $f(x) = 3x^2 + x + 2$，求下列各題的值。

    (a) $f(0)$,   **(b)** $f(1)$,   **(c)** $f(-1)$.

5.   If $f(x) = (x - k)(x + 3k)$ and $f(3) = 12$, find the value(s) of k.

若 $f(x) = (x - k)(x + 3k)$ 及 $f(3) = 12$，求 k 的值。

6.   Let $f(x) = x^2 - 5x$ and $g(x) = f(x + 1) + f(2x)$. Find the symbolic representation of $g(x)$.

設 $f(x) = x^2 - 5x$ 及 $g(x) = f(x + 1) + f(2x)$。試以符號形式表示 $g(x)$。

7.   It is given that $f(x) = 2x - 1$. If $g(x) = f(3x)$, find the symbolic representation of $g(x)$.

已知 $f(x) = 2x - 1$。若 $g(x) = f(3x)$，試以符號形式表示 $g(x)$。

8.   Let $f(x) = x^2 + 2x - 3$ and $g(x) = f(x - 1) - f(x + 1)$. Find the symbolic representation of $g(x)$.

設 $f(x) = x^2 + 2x - 3$ 及 $g(x) = f(x - 1) - f(x + 1)$。試以符號形式表示 $g(x)$。

9. Given that $F(x) = 2x^2 + 4x$ and $G(x) = 8kx + 6$. Find the values of k if $F(k + 1) = G(k - 2)$.

已知 $F(x) = 2x^2 + 4x$ 及 $G(x) = 8kx + 6$。若 $F(k + 1) = G(k - 2)$，求 k 的值。

10. Let $g(x) = 3x(x - 6)$. If $g(k) = g(3k + 2)$, find the values of k.

設 $g(x) = 3x(x - 6)$。若 $g(k) = g(3k + 2)$，求 k 的值。

11. Let $f(x) = x(2x + 1)$. If $f(k - 1) = 5 - k$, find the values of k.

設 $f(x) = x(2x + 1)$。若 $f(k - 1) = 5 - k$，求 k 的值。

12. Given that $F(x) = x^2 + 2kx$ and $G(x) = kx + 3$. Find the values of k if $F(k) = G(k + 5)$.

已知 $F(x) = x^2 + 2kx$ 及 $G(x) = kx + 3$。若 $F(k) = G(k + 5)$，求 k 的值。

Level 1 Questions
程度 1 題目

1. Simplify $(x^3 + 2x - 3) + (4 - 3x^3 + x)$ and express your answer in descending powers of x.
   化簡 $(x^3 + 2x - 3) + (4 - 3x^3 + x)$，並把答案依 x 的降冪排列。

2. Simplify $(x + 1)(3x^2 - x + 4)$ and express your answer in descending powers of x.
   化簡 $(x + 1)(3x^2 - x + 4)$，並把答案依 x 的降冪排列。

3. Add $x^3 - x + 5$ to $2 - 3x^2 + 4x^3$ and express your answer in descending powers of x.
   求 $2 - 3x^2 + 4x^3$ 加上 $x^3 - x + 5$ 所得的和，並把答案依 x 的降冪排列。

4. Subtract $5x + 2x^2 - 1$ from $x^2 - 3x - 4$ and express your answer in descending powers of x.
   求從 $x^2 - 3x - 4$ 減去 $5x + 2x^2 - 1$ 所得的差，並把答案依 x 的降冪排列。

5. Divide $18w^3 - 21w^4 + 6w^2$ by $3w^2$ and arrange the terms in descending powers of w.
   求 $18w^3 - 21w^4 + 6w^2$ 除以 $3w^2$ 所得的商式，並把答案依 w 的降冪排列。

6. Simplify $(2x^3 - 4x^2 + 5) - (x^3 + 3x - 6)$ and express your answer in descending powers of x.
   化簡 $(2x^3 - 4x^2 + 5) - (x^3 + 3x - 6)$，並把答案依 x 的降冪排列。

7. Multiply $5x^3 - 4 + 3x^2$ by $3 - 2x$ and express your answer in descending powers of x.
   求 $5x^3 - 4 + 3x^2$ 乘以 $3 - 2x$ 所得的積，並把答案依 x 的降冪排列。

8. Simplify $(4x^3 + 13) - (7x - 9)(6 - x - x^2)$ and express your answer in descending powers of x.
   化簡 $(4x^3 + 13) - (7x - 9)(6 - x - x^2)$，並把答案依 x 的降冪排列。

9. Simplify $(x^2 + 2x - 1)(x + 3) + (3 + x)^2$ and express your answer in descending powers of x.
   化簡 $(x^2 + 2x - 1)(x + 3) + (3 + x)^2$，並把答案依 x 的降冪排列。

10. Find the quotient and the remainder of $(x^3 - 5x^2 + 2x - 4) \div x$.
    求 $(x^3 - 5x^2 + 2x - 4) \div x$ 的商式和餘式。

11. Simplify $(8y^4 - 4y^6 + 12y - 2y^3) \div 2y$ and arrange the terms in descending powers of y.
    化簡 $(8y^4 - 4y^6 + 12y - 2y^3) \div 2y$，並把答案依 y 的降冪排列。

12. Divide $20x^6 + 8x^3 - 12x^4 - 36x^5$ by $-4x^3$ and arrange the terms in descending powers of x.
    求 $20x^6 + 8x^3 - 12x^4 - 36x^5$ 除以 $-4x^3$ 所得的商式，並把答案依 x 的降冪排列。

13. Find the quotient and the remainder of $(x^3 + 2x^2 + 1) \div 2x$.

求 $(x^3 + 2x^2 + 1) \div 2x$ 的商式和餘式。

14. Find the quotient and the remainder of $(4x^3 - 8x^2 - 9x + 28) \div (x - 3)$.

求 $(4x^3 - 8x^2 - 9x + 28) \div (x - 3)$ 的商式和餘式。

15. Find the quotient and the remainder of $(3x^2 - 6x + 2) \div (x - 1)$.

求 $(3x^2 - 6x + 2) \div (x - 1)$ 的商式和餘式。

16. Find the quotient and the remainder of $(27t^3 + 9t^2 - 3t - 35) \div (3t - 2)$.

求 $(27t^3 + 9t^2 - 3t - 35) \div (3t - 2)$ 的商式和餘式。

17. By using the remainder theorem, find the remainder of $(2x^3 + 6x^2 + 2x - 7) \div (x + 1)$.

利用餘式定理，求 $(2x^3 + 6x^2 + 2x - 7) \div (x + 1)$ 的餘數。

18. Find the quotient and the remainder of $(21w^4 + 10w^3 + w^2 + 18) \div (7w + 1)$.

求 $(21w^4 + 10w^3 + w^2 + 18) \div (7w + 1)$ 的商式和餘式。

19. Find the quotient and the remainder of $(z^3 - 2z^2 + 25) \div (z + 2)$.

求 $(z^3 - 2z^2 + 25) \div (z + 2)$ 的商式和餘式。

20. Find the quotient and the remainder of $(24x^4 + 58x^3 + 7) \div (4x - 1)$.

求 $(24x^4 + 58x^3 + 7) \div (4x - 1)$ 的商式和餘式。

21. By using the remainder theorem, find the remainder of $(54x^3 - 18x^2 + 21x - 5) \div (3x - 2)$.

利用餘式定理，求 $(54x^3 - 18x^2 + 21x - 5) \div (3x - 2)$ 的餘數。

22. By using the remainder theorem, find the remainder of $(3x^3 - 5x^2 + x - 9) \div (x - 3)$.

利用餘式定理，求 $(3x^3 - 5x^2 + x - 9) \div (x - 3)$ 的餘數。

23. By using the remainder theorem, find the remainder of $(x^3 + 7x + 4) \div (x - 2)$.

利用餘式定理，求 $(x^3 + 7x + 4) \div (x - 2)$ 的餘數。

24. By using the remainder theorem, find the remainder of $(x^3 + 8x^2 - 13x + 39) \div (x + 4)$.

利用餘式定理，求 $(x^3 + 8x^2 - 13x + 39) \div (x + 4)$ 的餘數。

25. By using the remainder theorem, find the remainder of $(24x^3 + 12x^2 + 4x - 8) \div (2x - 1)$.

利用餘式定理，求 $(24x^3 + 12x^2 + 4x - 8) \div (2x - 1)$ 的餘數。

26. By using the remainder theorem, find the remainder of $(16x^3 - 8x^2 - 3x + 7) \div (4x + 3)$.

利用餘式定理，求 $(16x^3 - 8x^2 - 3x + 7) \div (4x + 3)$ 的餘數。

27. By using the remainder theorem, find the remainder of $(6x^3 + 5x^2 + 9x + 3) \div (2x + 1)$.

利用餘式定理，求 $(6x^3 + 5x^2 + 9x + 3) \div (2x + 1)$ 的餘數。

28. When $x^3 + 2x^2 + kx + 8$ is divided by $x - 2$, the remainder is 18. Find the value of k.

當 $x^3 + 2x^2 + kx + 8$ 除以 $x - 2$ 時，所得的餘數是 18。求 k 的值。

29. When $6x^3 + 7kx^2 - 2x - 5$ is divided by $3x + 1$, the remainder is -3. Find the value of k.

當 $6x^3 + 7kx^2 - 2x - 5$ 除以 $3x + 1$ 時，所得的餘數是 -3。求 k 的值。

30. When $5x^3 - kx^2 + 3x - 14$ is divided by $x + 1$, the remainder is -10. Find the value of k.

當 $5x^3 - kx^2 + 3x - 14$ 除以 $x + 1$ 時，所得的餘數是 -10。求 k 的值。

31. By using the remainder theorem, find the remainder of $(x^{666} + 1) \div (x - 1)$.

利用餘式定理，求 $(x^{666} + 1) \div (x - 1)$ 的餘數。

32. When $kx^2 + x^3 - 4$ is divided by $x + k$, the remainder is $k - 1$. Find the value of k.

當 $kx^2 + x^3 - 4$ 除以 $x + k$ 時，所得的餘數是 $k - 1$。求 k 的值。

33. When $8x^3 - 2x^2 + kx + 1$ is divided by $2x - 3$, the remainder is 31. Find the value of k.

當 $8x^3 - 2x^2 + kx + 1$ 除以 $2x - 3$ 時，所得的餘數是 31。求 k 的值。

34. Let $g(x) = x(x - 3)^2 - 4x^2 + 9x - 4$. Determine whether $x - 2$ and $2x - 1$ are factors of $g(x)$ by using the factor theorem.

設 $g(x) = x(x - 3)^2 - 4x^2 + 9x - 4$。利用因式定理，判斷 $x - 2$ 和 $2x - 1$ 是否 $g(x)$ 的因式。

35. By using the remainder theorem, find the remainder of $(x^{2003} + 1) \div (x + 1)$.

利用餘式定理，求 $(x^{2003} + 1) \div (x + 1)$ 的餘數。

36. Let $f(x) = 7x^3 - 5x^2 + 11x + 23$. Determine whether $x + 1$ and $x - 3$ are factors of $f(x)$ by using the factor theorem.

設 $f(x) = 7x^3 - 5x^2 + 11x + 23$。利用因式定理，判斷 $x + 1$ 和 $x - 3$ 是否 $f(x)$ 的因式。

37. Show that $x + a$ is a factor of $(x + a)^3 + (x - b)^3 + (a + b)^3$, where a and b are constants.

證明 $x + a$ 是 $(x + a)^3 + (x - b)^3 + (a + b)^3$ 的因式，其中 a 和 b 都是常數。

38. Show that $(x + 3)(x + 5) - 2x - 7$ is divisible by $x + 4$.

證明 $(x + 3)(x + 5) - 2x - 7$ 可被 $x + 4$ 整除。

39. Use the factor theorem to factorize $f(x) = x^3 + 2x^2 - 29x - 30$.

利用因式定理，因式分解 $f(x) = x^3 + 2x^2 - 29x - 30$。

40. If $3x + 1$ is a factor of $6x^3 + kx^2 - 9x - 3$, find the value of k.

若 $3x + 1$ 是 $6x^3 + kx^2 - 9x - 3$ 的因式，求 k 的值。

41. Use the factor theorem to factorize $f(x) = x^3 + 7x^2 - x - 7$.

利用因式定理，因式分解 $f(x) = x^3 + 7x^2 - x - 7$。

42. If $x^3 - 3x^2 + kx + 2$ is divisible by $x - 2$, find the value of k.

若 $x^3 - 3x^2 + kx + 2$ 可被 $x - 2$ 整除，求 k 的值。

43. Use the factor theorem to factorize $f(x) = x^3 + 4x^2 - 28x + 32$.

利用因式定理，因式分解 $f(x) = x^3 + 4x^2 - 28x + 32$。

44. Use the factor theorem to factorize $f(x) = x^3 + 5x^2 - 2x - 24$.

利用因式定理，因式分解 $f(x) = x^3 + 5x^2 - 2x - 24$。

45. Use the factor theorem to factorize $f(x) = 2x^3 - 14x^2 + 16x + 32$.

利用因式定理，因式分解 $f(x) = 2x^3 - 14x^2 + 16x + 32$。

46. Use the factor theorem to factorize $f(x) = x^3 - 7x^2 + 36$.

利用因式定理，因式分解 $f(x) = x^3 - 7x^2 + 36$。

47. Use the factor theorem to factorize $f(x) = 4x^3 - 28x + 24$.

利用因式定理，因式分解 $f(x) = 4x^3 - 28x + 24$。

Level 2   Questions
程度 2   題目

1. Simplify $(3x^3 - 2x + 1) - (x^2 + 4x - 5) + (6x^2 - 2x^3 - 7)$ and express your answer in descending powers of x.

化簡 $(3x^3 - 2x + 1) - (x^2 + 4x - 5) + (6x^2 - 2x^3 - 7)$，並把答案依 x 的降冪排列。

2. Simplify $(3x^2 + 7x - 2)(x^2 + 6x + 4)$ and express your answer in descending powers of x.

化簡 $(3x^2 + 7x - 2)(x^2 + 6x + 4)$，並把答案依 x 的降冪排列。

3. Simplify $(7x^2 - 3x + 1)(x^2 - 2x)$ and express your answer in descending powers of x.

化簡 $(7x^2 - 3x + 1)(x^2 - 2x)$，並把答案依 x 的降冪排列。

4. If $F = x^2 - 2x - 5$ and $G = x^2 + 3x - 7$, simplify $F^2 + G^2 - 2FG$. Express your answer in descending powers of x.

若 $F = x^2 - 2x - 5$ 及 $G = x^2 + 3x - 7$，化簡 $F^2 + G^2 - 2FG$，並把答案依 x 的降冪排列。

5. Simplify $(2x^2 - 6x - 9) + (2x + 1)(3x^2 - 2x) - (6x^3 - 5x^2 + 4x + 3)$ and express your answer in descending powers of x.

化簡 $(2x^2 - 6x - 9) + (2x + 1)(3x^2 - 2x) - (6x^3 - 5x^2 + 4x + 3)$，並把答案依 x 的降冪排列。

6. Simplify $(7x^4 + x^3 - 13x^2 + 5x - 20) + (4x^3 - 19x^2 + 21x + 44) - (2x^4 + 3x^3 - 6x - 17)$ and express your answer in descending powers of x.

化簡 $(7x^4 + x^3 - 13x^2 + 5x - 20) + (4x^3 - 19x^2 + 21x + 44) - (2x^4 + 3x^3 - 6x - 17)$，並把答案依 x 的降冪排列。

7. If $F = x^2 + 3$ and $G = 4x^2 - x + 2$, simplify $FG + 3F^2$. Express your answer in descending powers of x.

若 $F = x^2 + 3$ 及 $G = 4x^2 - x + 2$，化簡 $FG + 3F^2$，並把答案依 x 的降冪排列。

8. Find the constant term in $(5x^5 + 34x^4 - 8x + 2)(63x - 13 + 2x^3)$.

求 $(5x^5 + 34x^4 - 8x + 2)(63x - 13 + 2x^3)$ 中的常數項。

9. Find the coefficient of x^6 in $(x^2 + 2x + 5)(x^3 - 3x^2 + 2) + (x^2 - 4)(x + 1)$.

求 $(x^2 + 2x + 5)(x^3 - 3x^2 + 2) + (x^2 - 4)(x + 1)$ 中 x^6 的係數。

10. Find the coefficient of x^4 in $(1 - 2x^2 + x^4)(2 + 3x^2 + 5x^3)$.

求 $(1 - 2x^2 + x^4)(2 + 3x^2 + 5x^3)$ 中 x^4 的係數。

11. Simplify $(x^3 + 3x^2 - 2x - 6) \div (x^2 - 2)$.
化簡 $(x^3 + 3x^2 - 2x - 6) \div (x^2 - 2)$。

12. Find the coefficient of x^3 in $(2x^3 + x - 3)(4 - x) - (x^3 + 1)$.
求 $(2x^3 + x - 3)(4 - x) - (x^3 + 1)$ 中 x^3 的係數。

13. Find the quotient and the remainder of $(z^3 + 12z^2 - 9) \div (z^2 - z + 2)$.
求 $(z^3 + 12z^2 - 9) \div (z^2 - z + 2)$ 的商式和餘式。

14. Simplify $(x^2 - x^4 + 3x - 3x^3) \div (x^2 + 3x)$ and arrange the terms in descending powers of *x*.
化簡 $(x^2 - x^4 + 3x - 3x^3) \div (x^2 + 3x)$，並把答案依 x 的降冪排列。

15 Find the quotient and the remainder of $(x^3 - 3x^2 + 8x + 24) \div (x^2 + 2x + 6)$.
求 $(x^3 - 3x^2 + 8x + 24) \div (x^2 + 2x + 6)$ 的商式和餘式。

16. **(a)** Find the quotient and the remainder of $(4x^3 - 12x^2 + 16x - 8) \div (2x^2 - 4x + 1)$.
求 $(4x^3 - 12x^2 + 16x - 8) \div (2x^2 - 4x + 1)$ 的商式和餘式。

(b) Hence, find the quotient and the remainder when $4x^3 - 12x^2 + 16x - 8$ is divided by $x - 1$.
由此，求當 $4x^3 - 12x^2 + 16x - 8$ 除以 $x - 1$ 時所得的商式和餘式。

17. Find the quotient and the remainder of $(7x^3 + 13x^2 - 2x - 16) \div (x^2 + 2x - 3)$.
求 $(7x^3 + 13x^2 - 2x - 16) \div (x^2 + 2x - 3)$ 的商式和餘式。

18. Find the quotient and the remainder of $[(8x^4 + 15x^3 - 5x) - (16x^2 - 17x^3 - 9x + 12)] \div (2x^2 + x + 3)$.
求 $[(8x^4 + 15x^3 - 5x) - (16x^2 - 17x^3 - 9x + 12)] \div (2x^2 + x + 3)$ 的商式和餘式。

19. Find the quotient and the remainder of $(6z^3 - 15z + 3) \div (3z^2 + 9z + 2)$.
求 $(6z^3 - 15z + 3) \div (3z^2 + 9z + 2)$ 的商式和餘式。

20. When $x^2 - 7x + 12$ is divided by $2x + k$, the remainder is 0. Find the values of *k*.
當 $x^2 - 7x + 12$ 除以 $2x + k$ 時，所得的餘數是 0。求 *k* 的值。

21. Find the quotient and the remainder of $[(4t^2 + 2t - 3)(3t - 1) - (9t^4 + 3t^2 - 3)] \div (3t^2 + 2)$.
求 $[(4t^2 + 2t - 3)(3t - 1) - (9t^4 + 3t^2 - 3)] \div (3t^2 + 2)$ 的商式和餘式。

22. When $6x^2 - 17x + 21$ is divided by $x + k$, the remainder is 9. Find the values of *k*.
當 $6x^2 - 17x + 21$ 除以 $x + k$ 時，所得的餘數是 9。求 *k* 的值。

23. Find the quotient and the remainder of $(x^5 - 1) \div (x^2 - 1)$.

求 $(x^5 - 1) \div (x^2 - 1)$ 的商式和餘式。

24. Let $f(x) = x^3 - 4x^2 + ax + 3b$ and $g(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - b^2$, where a and b are non-zero constants. If $f(x)$ and $g(x)$ leave the same remainder when divided by $x - b$, prove that $a = b$.

設 $f(x) = x^3 - 4x^2 + ax + 3b$ 及 $g(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - b^2$，其中 a 和 b 都是非零常數。若 $f(x)$ 和 $g(x)$ 分別除以 $x - b$ 時，所得的餘數相等，證明 $a = b$。

25. When $2(x - 3)^2 + 3(x + 2)$ is divided by $x - k$, the remainder is 29. Find the values of k.

當 $2(x - 3)^2 + 3(x + 2)$ 除以 $x - k$ 時，所得的餘數是 29。求 k 的值。

26. When $x^3 - (3 + k)x^2 + 4x - 6$ is divided by $x - k$, the remainder is $5k - 16$. Find the values of k.

當 $x^3 - (3 + k)x^2 + 4x - 6$ 除以 $x - k$ 時，所得的餘數是 $5k - 16$。求 k 的值。

27. When $16x^3 + 8k(x - 1)^2$ is divided by $2x + k$, the remainder is 16. Find the values of k.

當 $16x^3 + 8k(x - 1)^2$ 除以 $2x + k$ 時，所得的餘數是 16。求 k 的值。

28. Let $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 1$. When $f(x)$ is divided by $x + 1$ and $x - 2$, the remainders are -13 and 11 respectively. Find the values of a and b.

設 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 1$。當 $f(x)$ 除以 $x + 1$ 和 $x - 2$ 時，所得的餘數分別是 -13 和 11。求 a 和 b 的值。

29. When $x^2 - ax + b$ and $bx^3 + x^2 - 3$ are divided by $x + 2$, the remainders are 7 and 9 respectively. Find the values of a and b.

當 $x^2 - ax + b$ 和 $bx^3 + x^2 - 3$ 除以 $x + 2$ 時，所得的餘數分別是 7 和 9。求 a 和 b 的值。

30. It is given that $f(x) = x^3 + kx + 3$.

已知 $f(x) = x^3 + kx + 3$。

(a) When $f(x - 1)$ is divided by $x + 1$, the remainder is 3. Find the value of k.

當 $f(x - 1)$ 除以 $x + 1$ 時，所得的餘數是 3。求 k 的值。

(b) Hence, find the remainder when $f(3x)$ is divided by $x - 1$.

由此，求當 $f(3x)$ 除以 $x - 1$ 時所得的餘數。

31. Let $f(x) = ax^3 - 3x^2 + bx + 4$. When $f(x)$ is divided by $x + 1$ and $x - 3$, the remainders are 6 and 10 respectively. Find the values of a and b.

設 $f(x) = ax^3 - 3x^2 + bx + 4$。當 $f(x)$ 除以 $x + 1$ 和 $x - 3$ 時，所得的餘數分別是 6 和 10。求 a 和 b 的值。

32. Show that $(3x + 2)(6x − 1)(9x − 7) + 15x + 2$ is divisible by $3x − 2$.

證明 $(3x + 2)(6x − 1)(9x − 7) + 15x + 2$ 可被 $3x − 2$ 整除。

33. **(a)** If a polynomial $f(x)$ is divided by $(x + 1)(x − 3)$, write down the highest possible degree of the remainder.

若多項式 $f(x)$ 除以 $(x + 1)(x − 3)$，寫出所得餘式的最高可能次數。

(b) It is given that when $f(x)$ is divided by $x + 1$ and $x − 3$, the remainders are –9 and –1 respectively. Find the remainder when $f(x)$ is divided by $(x + 1)(x − 3)$.

已知當 $f(x)$ 除以 $x + 1$ 和 $x − 3$ 時，所得的餘數分別是 –9 和 –1。求當 $f(x)$ 除以 $(x + 1)(x − 3)$ 時所得的餘式。

34. Show that $3x^3 + x^2 − 10x − 8$ is divisible by $3x + 4$.

證明 $3x^3 + x^2 − 10x − 8$ 可被 $3x + 4$ 整除。

35. Show that $5x + 3$ is a factor of $5x^3 + 3x^2 − 5x − 3$.

證明 $5x + 3$ 是 $5x^3 + 3x^2 − 5x − 3$ 的因式。

36. It is given that $g(x) = x^3 + x^2 − 58x − 112$.

已知 $g(x) = x^3 + x^2 − 58x − 112$。

(a) Show that $x + 7$ is a factor of $g(x)$.

證明 $x + 7$ 是 $g(x)$ 的因式。

(b) Hence, factorize $g(x)$ completely.

由此，因式分解 $g(x)$。

37. Let $f(x) = x^3 − 5x^2 + ax + b$. If $f(x)$ is divisible by $x^2 + 2x − 3$, find the values of a and b.

設 $f(x) = x^3 − 5x^2 + ax + b$。若 $f(x)$ 能被 $x^2 + 2x − 3$ 整除，求 a 和 b 的值。

38. Let $f(x) = ax^3 + bx^2 − 12x + 8$. If $f(x)$ is divisible by $3x^2 − 8x + 4$, find the values of a and b.

設 $f(x) = ax^3 + bx^2 − 12x + 8$。若 $f(x)$ 能被 $3x^2 − 8x + 4$ 整除，求 a 和 b 的值。

39. It is given that $f(x) = x^3 − 2x^2 + kx + 42$ is divisible by $x − 1$.

已知 $f(x) = x^3 − 2x^2 + kx + 42$ 可被 $x − 1$ 整除。

(a) Find the value of k.

求 k 的值。

(b) Hence, factorize $f(x)$ completely.

由此，因式分解 $g(x)$。

40. It is given that $g(x) = 3x^3 + 5x^2 - 74x + 24$.
已知 $g(x) = 3x^3 + 5x^2 - 74x + 24$。

    (a) Show that $3x - 1$ is a factor of $g(x)$.
         證明 $3x - 1$ 是 $g(x)$ 的因式。

    (b) Hence, factorize $g(x)$ completely.
         由此,因式分解 $g(x)$。

41. It is given that $g(x) = ax^3 + 23x^2 + bx - 4$. When $g(x)$ is divided by $x + 1$, the remainder is 18, and $2x - 1$ is a factor of $g(x)$.

    (a) Find the values of a and b.
         求 a 和 b 的值。

    (b) Hence, factorize $g(x)$ completely without using the long division.

42. It is given that $f(x) = 4x^3 + kx^2 - 25x - 6$ is divisible by $4x + 1$.
已知 $f(x) = 4x^3 + kx^2 - 25x - 6$ 可被 $4x + 1$ 整除。

    (a) Find the value of k.
         求 k 的值。

    (b) Hence, factorize $f(x)$ completely.
         由此,因式分解 $f(x)$。

43. It is given that $g(x) = ax^3 - 17x^2 + bx + 15$. When $g(x)$ is divided by $x - 1$, the remainder is –4, and $x - 3$ is a factor of $g(x)$.
已知 $x - 3$ 是 $g(x) = ax^3 - 17x^2 + bx + 15$ 的因式。當 $g(x)$ 除以 $x - 1$ 時,所得的餘數是 –4。

    (a) Find the values of a and b.
         求 a 和 b 的值。

    (b) Hence, factorize $g(x)$ completely.
         由此,因式分解 $g(x)$。

44. Use the factor theorem to factorize $f(x) = x^3 - 2x^2 - 23x + 60$.
利用因式定理,因式分解 $f(x) = x^3 - 2x^2 - 23x + 60$。

45. Use the factor theorem to factorize $f(x) = x^3 + x^2 - 33x + 63$.
利用因式定理,因式分解 $f(x) = x^3 + x^2 - 33x + 63$。

46. Use the factor theorem to factorize $f(x) = 2x^3 + 17x^2 + 40x + 16$.
利用因式定理,因式分解 $f(x) = 2x^3 + 17x^2 + 40x + 16$。

47. Use the factor theorem to factorize $f(x) = x^3 - 10x^2 + x + 120$.
利用因式定理，因式分解 $f(x) = x^3 - 10x^2 + x + 120$。

48. Use the factor theorem to factorize $f(x) = 3x^3 + 7x^2 - 22x - 8$.
利用因式定理，因式分解 $f(x) = 3x^3 + 7x^2 - 22x - 8$。

Level 2+ Questions
程度 2+ 題目

1. (a) Solve $2x^2 - 5x - 3 = 0$.
        解 $2x^2 - 5x - 3 = 0$。

    (b) Let $f(x) = 6x^3 - x^2 - 29x - 21$ and $g(x) = 2x^3 + 3x^2 - 8x - 12$.
        設 $f(x) = 6x^3 - x^2 - 29x - 21$ 及 $g(x) = 2x^3 + 3x^2 - 8x - 12$。

        (i)   Find the quotient and the remainder of $f(x) \div (2x + 3)$.
             求 $f(x) \div (2x + 3)$ 的商式和餘式。

        (ii) Without using the factor theorem, express $g(x)$ in the form $(ax + b)(cx^2 + d)$, where a, b, c and d are constants.
             試不利用因式定理,把 $g(x)$ 表示成 $(ax + b)(cx^2 + d)$ 的形式,其中 a、b、c 和 d 都是常數。

        (iii) Hence, factorize $f(x) - g(x)$ completely.
             由此,因式分解 $f(x) - g(x)$。

2. (a) Let $f(x) = a_1x^4 + a_2x^3 + a_3x^2 + a_4x + a_5$.
        設 $f(x) = a_1x^4 + a_2x^3 + a_3x^2 + a_4x + a_5$。

        (i)   If $a_1 + a_3 + a_5 = a_2 + a_4$, prove that $f(x)$ is divisible by $x + 1$.
             若 $a_1 + a_3 + a_5 = a_2 + a_4$,證明 $f(x)$ 可被 $x + 1$ 整除。

        (ii) Hence, show that 69 487 is divisible by 11.
             由此,證明 69 487 可被 11 整除。

    (b) Let $g(x) = 4x^4 + 9x^3 + x^2 + 9x + 2$.
        設 $g(x) = 4x^4 + 9x^3 + x^2 + 9x + 2$。

        (i)   Find the remainder when $g(x)$ is divided by $x + 1$.
             求當 $g(x)$ 除以 $x + 1$ 時所得的餘數。

        (ii) Hence, show that 49 192 is divisible by 11.
             由此,證明 49 192 可被 11 整除。

3. Let $f(x) = 6x^3 - 5x^2 - 17x + 8$ and $g(x) = 2x^3 + 5x^2 - 9x - 17$.
    設 $f(x) = 6x^3 - 5x^2 - 17x + 8$ 及 $g(x) = 2x^3 + 5x^2 - 9x - 17$。

    (a) Find the remainders when $f(x)$ and $g(x)$ are divided by $2x + 3$ respectively.
        求當 $f(x)$ 和 $g(x)$ 分別除以 $2x + 3$ 時所得的餘數。

    (b) (i)   Hence, find the value of k such that $f(x) - kg(x)$ is divisible by $2x + 3$.
             由此,求 k 的值,使 $f(x) - kg(x)$ 能被 $2x + 3$ 整除。

        (ii) Factorize $f(x) - kg(x)$ completely.
             因式分解 $f(x) - kg(x)$。

4. Let $f(x) = ax^3 - x^2 + 5bx - 4a$ and $g(x) = x^3 + ax^2 - 10x + 2ab$, where a and b are integers.
設 $f(x) = ax^3 - x^2 + 5bx - 4a$ 及 $g(x) = x^3 + ax^2 - 10x + 2ab$，其中 a 和 b 都是整數。

(a) If $x + 2$ is a common factor of $f(x)$ and $g(x)$, find the values of a and b.
若 $x + 2$ 是 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的公因式，求 a 和 b 的值。

(b) Hence, show that $4x^3 + 2x^2 - 30x - 36$ is divisible by $x + 2$.
由此，證明 $4x^3 + 2x^2 - 30x - 36$ 可被 $x + 2$ 整除。

(c) By the result obtained in **(b)**, show that $x + 1$ is a factor of $32x^3 + 8x^2 - 60x - 36$.
根據 **(b)** 的結果，證明 $x + 1$ 是 $32x^3 + 8x^2 - 60x - 36$ 的因式。

5. **(a)** If $(Ax + 1)(x - A)(x + B) + A(x + 2) + 1 \equiv 2x^3 + 3x^2 - 7x - 1$, find the values of A and B without expanding the left hand side of the identity.
若 $(Ax + 1)(x - A)(x + B) + A(x + 2) + 1 \equiv 2x^3 + 3x^2 - 7x - 1$，試不展開恆等式的左方，求 A 和 B 的值。

(b) Hence, determine whether each of the following polynomials is a factor of $2x^3 + 3x^2 - 9x - 6$.
由此，判斷下列各多項式是否 $2x^3 + 3x^2 - 9x - 6$ 的因式。

(i) $x^2 + x - 6$

(ii) $2x^2 + 7x + 3$

(iii) $2x^2 - x - 1$

6. **(a)** Expand $(x + 1)^3$.
展開 $(x + 1)^3$。

(b) Let $f(x) = 2x^3 + ax^2 - 5x + 3b$. It is given that $f(x)$ is divisible by $x + 1$, and when $f(x)$ is divided by $x - 2$, the remainder is 12.
設 $f(x) = 2x^3 + ax^2 - 5x + 3b$。已知 $f(x)$ 可被 $x + 1$ 整除，及當 $f(x)$ 除以 $x - 2$ 時，所得的餘數是 12。

(i) Find the values of a and b.
求 a 和 b 的值。

(ii) If $g(x - 1) = f(x)$, write down the symbolic representation of $g(x)$.
若 $g(x - 1) = f(x)$，試以符號形式表示 $g(x)$。

(iii) From the above results, write down one factor of $g(x)$.
根據以上的結果，寫出一個 $g(x)$ 的因式。

(iv) Hence, factorize $g(x)$ completely.
由此，因式分解 $g(x)$。

7. Let $f(x) = (a - b)x^3 + (3b - 2a - c)x^2 - (a + 2b - 3c)x - 2(c - a)$.

設 $f(x) = (a - b)x^3 + (3b - 2a - c)x^2 - (a + 2b - 3c)x - 2(c - a)$。

(a) **(i)** By using the factor theorem, prove that $(x - 1)(x - 2)$ is a factor of $f(x)$.

利用因式定理，證明 $(x - 1)(x - 2)$ 是 $f(x)$ 的因式。

(ii) Express the remaining factor of $f(x)$ in terms of a, b and c.

試以 a、b 和 c 表示 $f(x)$ 餘下的因式。

(b) It is given that the graph of $y = g(x)$ is obtained by translating the graph of $y = f(x)$ in the direction of the x-axis, and $g\left(\dfrac{c - b}{a - b}\right) = 0$, where $a - b \neq 1$.

已知 $y = g(x)$ 的圖像是由 $y = f(x)$ 的圖像沿 x 軸平移而得，且 $g\left(\dfrac{c - b}{a - b}\right) = 0$，其中 $a - b \neq 1$。

(i) Factorize $g(x)$ completely.

因式分解 $g(x)$。

(ii) Suggest a function $g(x) = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$ such that $g(x) > 0$ for $2 < x < 3$.

對於 $2 < x < 3$，試舉出一個函數 $g(x) = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$，使 $g(x) > 0$。

8. **(a)** Show that if two polynomials $f(x)$ and $p(x)$ have a common factor $x - k$, then $x - k$ is also a factor of the polynomial $f(x) - p(x)$.

若多項式 $f(x)$ 和 $p(x)$ 有一個公因式 $x - k$，證明 $x - k$ 亦是多項式 $f(x) - p(x)$ 的因式。

(b) Hence, show that if $ax^3 + 4x^2 - 3x - 6 = 0$ and $ax^3 - 7x + 2 = 0$ have a common root, then $a = 2$ or $a = 5$.

由此，若 $ax^3 + 4x^2 - 3x - 6 = 0$ 及 $ax^3 - 7x + 2 = 0$ 有一個相同的實根，證明 $a = 2$ 或 $a = 5$。

(c) Suggest two cubic polynomials $g(x)$ and $h(x)$ such that the following conditions are satisfied:

試舉出兩個符合下列條件的三次多項式 $g(x)$ 和 $h(x)$：

(1) The equations $g(x) = 0$ and $h(x) = 0$ have only one common root.

方程 $g(x) = 0$ 及 $h(x) = 0$ 只有一個相同的實根。

(2) The equation $g(x) - h(x) = 0$ has three distinct integral roots.

方程 $g(x) - h(x) = 0$ 有三個相異的整數根。

Multiple Choice Questions
多項選擇題

1 The product of $(x^2 - 6x - 2)(3x^2 + x + 1)$ is
$(x^2 - 6x - 2)(3x^2 + x + 1)$ 所得的積是

A. $3x^4 + 17x^3 + 11x^2 - 8x - 2$.

B. $3x^4 + 17x^3 + 11x^2 + 8x + 2$.

C. $3x^4 - 17x^3 - 11x^2 - 8x - 2$.

D. $3x^4 - 17x^3 - 11x^2 + 8x + 2$.

2. Simplify $(8x^3 - 12x^4 + 4x^2) \div (-4x^2)$.
化簡 $(8x^3 - 12x^4 + 4x^2) \div (-4x^2)$。

A. $3x^2 - 2x + 1$

B. $3x^2 + 2x - 1$

C. $3x^2 + 2x + 1$

D. $3x^2 - 2x - 1$

3. If $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2$ and $g(x) = x^2 + 3$, find $f(x) - x\,g(x)$.
若 $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2$ 及 $g(x) = x^2 + 3$，求 $f(x) - x\,g(x)$。

A. $x^3 + 3x + 2$

B. $3x^2 - 2$

C. $3x^2 - 3x - 2$

D. $x^2 + 3x$

4. Simplify $(2x^3 - x + 3x^2 + 1) + (x^2 + 3x^3 - 4) - (5x^3 + 2x^2 - 6 - 3x)$.
化簡 $(2x^3 - x + 3x^2 + 1) + (x^2 + 3x^3 - 4) - (5x^3 + 2x^2 - 6 - 3x)$。

A. $-2x^3 + 4x^2 + 2x - 9$

B. $-2x^3 + 4x^2 + 2x + 3$

C. $2x^2 + 2x - 9$

D. $2x^2 + 2x + 3$

5. It is given that $f(x) = ax^3 + 2x^2 + bx - 4$, $g(x) = 7x^3 - 2(x + 1)^2 + c$ and $h(x) = 4x^2 + 8x + 4$. If $f(x) \equiv g(x) + h(x)$, then find the values of a, b and c.
已知 $f(x) = ax^3 + 2x^2 + bx - 4$，$g(x) = 7x^3 - 2(x + 1)^2 + c$ 及 $h(x) = 4x^2 + 8x + 4$。若 $f(x) \equiv g(x) + h(x)$，求 a、b 和 c 的值。

A. $a = 7, b = 1, c = -4$

B. $a = 7, b = 1, c = -6$

C. $a = 7, b = 4, c = -4$

D. $a = 7, b = 4, c = -6$

6. Find the quotient and the remainder of $(x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1) \div (x^2 + 1)$.
求 $(x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1) \div (x^2 + 1)$ 的商式和餘式。

A. quotient $= x^3 + x^2$, remainder $= -x - 1$
商式 $= x^3 + x^2$, 餘式 $= -x - 1$

B. quotient $= x^3 - x^2$, remainder $= x - 1$
商式 $= x^3 - x^2$, 餘式 $= x - 1$

C. quotient $= x^3 + x^2$, remainder $= x - 1$
商式 $= x^3 + x^2$, 餘式 $= x - 1$

D. quotient $= x^3 - x^2$, remainder $= -x - 1$
商式 $= x^3 - x^2$, 餘式 $= x - 1$

7. Simplify $(6x^4 + 9x^2 - 4x^3 - 6x) \div (3x^2 - 2x)$.
化簡 $(6x^4 + 9x^2 - 4x^3 - 6x) \div (3x^2 - 2x)$。

A. $2x^2 + 3$

B. $2x^2 - 3$

C. $3x^2 + 2$

D. $3x^2 - 2$

8. Find the coefficient of x^4 in
$(x^3 + 2x^2 - 1)(2x - 2x^2 + 1)$.
求 $(x^3 + 2x^2 - 1)(2x - 2x^2 + 1)$ 中 x^4 的係數。

   A. 2

   B. -2

   C. 4

   D. -4

9. Find the quotient and the remainder of
$(4 - 2x^4 + 6x) \div 2x$.
求 $(4 - 2x^4 + 6x) \div 2x$ 的商式和餘數。

   A. quotient $= x^3 - 3$, remainder $= 4$
商式 $= x^3 - 3$, 餘數 $= 4$

   B. quotient $= -x^3 + 3$, remainder $= 4$
商式 $= -x^3 + 3$, 餘數 $= 4$

   C. quotient $= x^3 - 3$, remainder $= -4$
商式 $= x^3 - 3$, 餘數 $= -4$

   D. quotient $= -x^3 + 3$, remainder $= -4$
商式 $= -x^3 - 3$, 餘數 $= -4$

10. Which of the following is/are factor(s) of
$(x + 1)(4x^2 - 6x) + 2 + 2x$?
下列哪個多項式是
$(x + 1)(4x^2 - 6x) + 2 + 2x$ 的因式？

   I. $x - 2$

   II. $x + 2$

   III. $2x - 1$

   IV. $2x + 1$

   A. I only　只有 I

   B. III only　只有 III

   C. I and II only　只有 I 及 II

   D. III and IV only　只有 III 及 IV

11. Find the quotient and the remainder of
$(16x^2 - 12x^3 - 37x + 7) \div (6x^2 - 2x + 7)$.
求 $(16x^2 - 12x^3 - 37x + 7) \div (6x^2 - 2x + 7)$
的商式和餘式。

   A. quotient $= -2x - 2$,
remainder $= 19x - 7$
商式 $= -2x - 2$, 餘式 $= 19x - 7$

   B. quotient $= -2x - 2$,
remainder $= -19x - 7$
商式 $= -2x - 2$, 餘式 $= -19x - 7$

   C. quotient $= -2x + 2$,
remainder $= 19x - 7$
商式 $= -2x + 2$, 餘式 $= 19x - 7$

   D. quotient $= -2x + 2$,
remainder $= -19x - 7$
商式 $= -2x + 2$, 餘式 $= -19x - 7$

12. Find the quotient and the remainder of
$(23x^3 - 13x^2 + 18x + 10x^4 + 24) \div$
$[(5x + 4)(x - 2)]$.
求 $(23x^3 - 13x^2 + 18x + 10x^4 + 24) \div$
$[(5x + 4)(x - 2)]$ 的商式和餘式。

   A. quotient $= 2x^2 + 7x + 9$,
remainder $= 20x - 48$
商式 $= 2x^2 + 7x + 9$, 餘式 $= 20x - 48$

   B. quotient $= 2x^2 + 7x - 9$,
remainder $= 20x - 48$
商式 $= 2x^2 + 7x - 9$, 餘式 $= 20x - 48$

   C. quotient $= 2x^2 + 7x + 9$,
remainder $= 128x + 96$
商式 $= 2x^2 + 7x + 9$, 餘式 $= 128x + 96$

   D. quotient $= 2x^2 + 7x - 9$,
remainder $= 128x + 96$
商式 $= 2x^2 + 7x - 9$, 餘式 $= 128x + 96$

13. When a polynomial $P(x)$ is divided by $3x - 1$, the quotient and the remainder are $x^2 - 2x + 3$ and 3 respectively. Find $P(x)$.

當多項式 $P(x)$ 除以 $3x - 1$ 時，所得的商式和餘數分別是 $x^2 - 2x + 3$ 和 3。求 $P(x)$。

A. $3x^3 - 7x^2 + 11x - 6$

B. $3x^3 + 7x^2 - 11x$

C. $3x^3 - 7x^2 + 11x + 6$

D. $3x^3 - 7x^2 + 11x$

14. When a polynomial $P(x)$ is divided by $5x - 3$, the remainder is –7. When $P(x)$ is divided by $3 - 5x$, the remainder is

當多項式 $P(x)$ 除以 $5x - 3$ 時，所得的餘數是 –7。問當 $P(x)$ 除以 $3 - 5x$ 時所得的餘數是多少？

A. $\dfrac{1}{7}$.

B. $-\dfrac{1}{7}$.

C. 7.

D. –7.

15. If $3x^4 + 5x^3 - kx - 12$ is divisible by $x + 1$, find the value of k.

若 $3x^4 + 5x^3 - kx - 12$ 能被 $x + 1$ 整除，求 k 的值。

A. –14

B. –4

C. 4

D. 14

16. When $(x^2 - 9)(7x^2 - 3x) + kx$ is divided by $x + 3$, the remainder is –36. Find the value of k.

當 $(x^2 - 9)(7x^2 - 3x) + kx$ 除以 $x + 3$ 時，所得的餘數是 –36。求 k 的值。

A. –18

B. –12

C. 12

D. 18

17. When $9x^3 - 10x^2 + 8x - 16$ is divided by $x + 2$, the remainder is

當 $9x^3 - 10x^2 + 8x - 16$ 除以 $x + 2$ 時，所得的餘數是

A. 32.

B. –9.

C. –43.

D. –144.

18. Let $f(x) = x^3 + ax^2 + 12x - 7$. When $f(x)$ is divided by $x - 1$, the remainder is 3. When $f(x)$ is divided by $x + 1$, the remainder is

設 $f(x) = x^3 + ax^2 + 12x - 7$。當 $f(x)$ 除以 $x - 1$ 時，所得的餘數是 3。問當 $f(x)$ 除以 $x + 1$ 時所得的餘數是多少？

A. 23.

B. 3.

C. –3.

D. –23.

19. Let $f(x) = x^4 + 2x^3 + ax + 8$. If $f(x)$ is divisible by $x + 1$, find the remainder when $f(x)$ is divided by $x + 2$.

設 $f(x) = x^4 + 2x^3 + ax + 8$。若 $f(x)$ 能被 $x + 1$ 整除，求當 $f(x)$ 除以 $x + 2$ 時所得的餘數。

A. 6

B. 1

C. −1

D. −6

20. When a polynomial $G(x)$ is divided by $x − 5$ and $x + 3$, the remainders are 13 and −19 respectively. Find the remainder when $G(x)$ is divided by $(x − 5)(x + 3)$.

當多項式 $G(x)$ 除以 $x − 5$ 和 $x + 3$ 時，所得的餘數分別是 13 和 −19。求當 $G(x)$ 除以 $(x − 5)(x + 3)$ 時所得的餘式。

A. $7x − 4$

B. $4x − 7$

C. $7x + 4$

D. $4x + 7$

21. When a polynomial $P(x)$ is divided by $3 − 2x$, the remainder is R. When $P(x)$ is divided by $\frac{8}{3}x − 4$, the remainder is

當多項式 $P(x)$ 除以 $3 − 2x$ 時，所得的餘數是 R。問當 $P(x)$ 除以 $\frac{8}{3}x − 4$ 時所得的餘數是多少？

A. $2R$.

B. R.

C. $\frac{R}{2}$.

D. $\frac{R}{4}$.

22. If a polynomial $P(x)$ is divisible by $x − k + 2$, then $P(x + k − 3)$ must be divisible by

若多項式 $P(x)$ 能被 $x − k + 2$ 整除，問下列哪個數式必為 $P(x + k − 3)$ 的因式？

A. $x − k − 2$.

B. $x − 1$.

C. $x − 2k + 2$.

D. $x + 5$.

23 Let $f(x) = 27x^3 + 3ax^2 − bx + 4$. When $f(x)$ is divided by $x + 1$ and $3x − 2$, the remainders are 4 and 14 respectively. Find the values of a and b.

設 $f(x) = 27x^3 + 3ax^2 − bx + 4$。當 $f(x)$ 除以 $x + 1$ 和 $3x − 2$ 時，所得的餘數分別是 4 和 14。求 a 和 b 的值。

A. $a = 6, b = 9$

B. $a = −6$, $b = 9$

C. $a = 6, b = −9$

D. $a = −6, b = −9$

24. Let $R(x) = ax^3 − x^2 − bx − 6$. If $R(x)$ is divisible by $x^2 − x − 2$, find the values of a and b.

設 $R(x) = ax^3 − x^2 − bx − 6$。若 $R(x)$ 能被 $x^2 − x − 2$ 整除，求 a 和 b 的值。

A. $a = 4, b = −11$

B. $a = 4$, $b = 11$

C. $a = −4, b = −11$

D. $a = −4, b = 11$

25.. When a polynomial $P(x)$ is divided by $x - 3$, the remainder is 5. If $P(x)$ is divisible by $x + 2$, find the remainder when $P(x)$ is divided by $(x + 2)(x - 3)$.

當多項式 $P(x)$ 除以 $x - 3$ 時，所得的餘數是 5。若 $P(x)$ 能被 $x + 2$ 整除，求當 $P(x)$ 除以 $(x + 2)(x - 3)$ 時所得的餘式。

A. $x + 2$
B. $x - 2$
C. $2x + 1$
D. $2x - 1$

26. Let $G(x) = x^3 + 5x^2 - 2x - 24$.
If $G(-3) = G(2) = 0$, factorize $G(x)$ completely.
設 $G(x) = x^3 + 5x^2 - 2x - 24$。
若 $G(-3) = G(2) = 0$，因式分解 $G(x)$。

A. $(x - 2)(x - 3)(x + 4)$
B. $(x + 2)(x - 3)(x - 4)$
C. $(x - 2)(x + 3)(x + 4)$
D. $(x + 2)(x + 3)(x - 4)$

27. Let $f(x) = x^2 + ax + 2$. When $f(x)$ is divided by $x - b$, the remainder is 2. If $x + b$ is a factor of $f(x) - 10$, find the values of a and b.
設 $f(x) = x^2 + ax + 2$。當 $f(x)$ 除以 $x - b$ 時，所得的餘數是 2。若 $x + b$ 是 $f(x) - 10$ 的因式，求 a 和 b 的值。

A. $a = -2$, $b = 2$ or $a = 2$, $b = 2$
B. $a = -2$, $b = 2$ or $a = 2$, $b = -2$
C. $a = 2$, $b = -2$ or $a = 2$, $b = 2$
D. $a = 2$, $b = -2$ or $a = -2$, $b = -2$

28. Let $F(x) = 12x^3 - 40x^2 + 39x - 9$. If $F(x)$ can be factorized as $(ax - b)^2(3x - 1)$, where a and b are positive integers, find the values of a and b.
設 $F(x) = 12x^3 - 40x^2 + 39x - 9$。若 $F(x)$ 能被因式分解為 $(ax - b)^2(3x - 1)$，其中 a 和 b 都是正整數，求 a 和 b 的值。

A. $a = 1$, $b = 4$
B. $a = 4$, $b = 1$
C. $a = 2$, $b = 3$
D. $a = 3$, $b = 2$

29. Factorize $3x^3 - 4x^2 - 12x + 16$ completely.
因式分解 $3x^3 - 4x^2 - 12x + 16$。

A. $(x + 2)^2(3x - 4)$
B. $(x - 2)^2(3x + 4)$
C. $(x - 2)(x + 2)(3x - 4)$
D. $(x - 2)(x + 2)(3x + 4)$

30. Let $F(x) = 3x^3 - 4x^2 - 17x + 6$. If $F(x)$ can be factorized as $(x + a)(x - b)(bx - 1)$, find the values of a and b.
設 $F(x) = 3x^3 - 4x^2 - 17x + 6$。若 $F(x)$ 能被因式分解為 $(x + a)(x - b)(bx - 1)$，求 a 和 b 的值。

A. $a = 2$, $b = 3$
B. $a = 3$, $b = 2$
C. $a = -2$, $b = -3$
D. $a = -3$, $b = -2$

∴ $a = \underline{\underline{2}}$, $b = \underline{\underline{3}}$

31. Factorize $5x^3 - 19x^2 + 11x + 3$ completely.
因式分解 $5x^3 - 19x^2 + 11x + 3$。

A. $(x - 1)(x + 3)(5x + 1)$
B. $(x + 1)(x - 3)(5x + 1)$
C. $(x - 1)(x + 3)(5x - 1)$
D. $(x - 1)(x - 3)(5x + 1)$