《数据科学实践》

实习报告

院　　系：数理学院数学系

专业年级：信息与计算科学专业 2022 级

姓　　名：某同学

学　　号：2022****

2023 年 7 月 10 日

一、拴牛鼻的绳子

农夫有一个长满草的半径为 10 米的圆形牛栏，他要将一头牛栓在栏桩上，但只让牛吃到一半草，问栓牛鼻的绳子应为多长？

1. 题目分析与思路

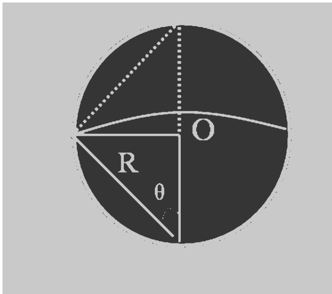

图 1: 圆形牛栏示例

如图 1所示，设 A 为栓桩，绳 AB 长为 R。半径 $OA=OB=r=10$，$\angle OAB=\theta$，那么 $R=2r\cos\theta$。

由只让牛吃到一半的草，可得：

$$\text{扇形}BAC\text{面积}+2\text{冠形}ADB\text{面积}=\frac{1}{2}\pi r^2 \tag{1}$$

即

$$S_{\overset{\frown}{BAC}}+2\times(S_{\overset{\frown}{BOA}}-S_{\Delta BOA})=\frac{1}{2}\pi r$$

$$\begin{aligned}
&\frac{2\theta}{2\pi}\pi R^2+2(\frac{\pi-2\theta}{2\pi}-\frac{1}{2}Rr\sin\theta)=\frac{1}{2}\pi r^2\\
&\Rightarrow \theta R^2+2(\frac{\pi-2\theta}{2\pi}-\frac{1}{2}Rr\sin\theta)=\frac{1}{2}\pi r^2\\
&\Rightarrow 4\theta\cos^2\theta+\pi-2\theta-2\cos\theta\sin\theta=\frac{1}{2}\pi
\end{aligned}$$

从而得到关系式

$$2\theta\cos^2\theta+\frac{\pi}{2}-\cos\theta\sin\theta-\frac{\pi}{4}-\theta=0 \tag{2}$$

或

$$\theta=2\theta\cos^2\theta+\frac{\pi}{2}-\cos\theta\sin\theta-\frac{\pi}{4} \tag{3}$$

于是问题求解转化为一个关于 θ 的非线性方程。

求解这个方程的根 θ 的值，进而由关系式 $R=2r\cos\theta$ 得到绳长。

2. 数值计算方法

这里，采用不动点迭代法求解方程的根。(注，也可以采用其他求根方法)

设方程 $f(\theta)=2\theta\cos^2\theta+\frac{\pi}{2}-\cos\theta\sin\theta-\frac{\pi}{4}-\theta=0$ 的不动点迭代格式为

$$\theta_{k+1}=\phi(\theta_k)=2\theta_k\cos^2\theta_k+\frac{\pi}{2}-\cos\theta_k\sin\theta_k-\frac{\pi}{4}\quad(k=0,1,2,\cdots) \tag{4}$$

采用 Python 编写程序，取 $\theta_0=0$，当迭代满足 $|\theta_{k+1}-\theta_k|<0.00001$ 时，θ_{k+1} 为根的数值解，带入 $R=2r\cos\theta$，得到 R 的值。

3. Python 代码

```python
'''
lab01: 拴牛鼻的绳子
'''
import math

def caculate(x):
    return 2 * x * math.cos(x)**2 + math.pi/2 - math.sin(x) * math.cos(x) - math.pi/4

def main():
    r = 10
    x = 0
    x0 = caculate(x)

    while abs(x0 - x) >= 0.00001:
        x = x0;
        x0 = caculate(x)
    R = 2 * 10 * math.cos(x0)

    print("x0 = ", x0)
    print("R = ", R)

if __name__ == "__main__":
    main()
```

4. 结果分析

方程(2)的根为 $\theta = 0.9529$，绳长为 $R = 11.5872$。所以农夫在长满草的半径 10 米的圆形牛栏，将一头牛栓在栏桩上，但只让牛吃到一半草，栓牛鼻的绳长应为 11.5872 米。

二、机床加工零件的外形

下表给出的 x, y 数据位于机翼断面的下轮廓线上，假设需要得到 x 坐标每改变 0.1 时 y 的坐标，试分段线性插值计算所需的数据，画出曲线，并分析结果。

x	0	3	5	7	9	11	19	13	14	15
y	0	1.2	1.7	2.0	2.1	2.0	1.8	1.2	1.0	1.6

1. 数值计算方法

分段线性插值公式：

$$S_i(x) = y_{i-1}\frac{x - x_i}{x_{i-1} - x_i} + y_i\frac{x - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \tag{5}$$

事实上，分段线性插值函数是在两个节点构成的区间上实行 $n-1$ 的拉格朗日插值得到的线性函数。用拉格朗日插值和分段线性插值计算所需的数据，并利用 Python 编写程序，分别得到坐标 x 每改变 0.1 时的对应 y 坐标，画出曲线，进行分析。

2. Python 代码

```python
'''
lab02: 机床加工零件的外形
'''
def main():
    # TODO: 分段线性插值的代码
    pass

if __name__ == '__main__':
    main()
```

3. 结果分析

采用分段线性插值计算所得结果如图 2所示，其中图像经过一定的后处理。从图中可以看出分段线性插值结果与原始数据吻合较好。

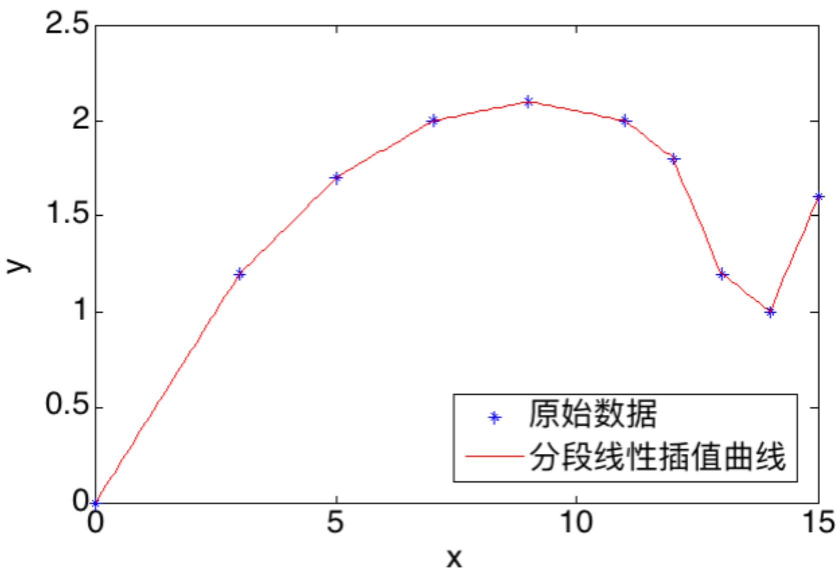

图 2: 分段线性插值结果与原始数据的比较

三、必读材料读后感

请于课程最后一次提交报告之前在此处填写不少于 500 字的读后感

四、课程反馈和建议

由于本课程为全新版课程，需要了解同学们真实的上课反应，以便于对课程内容进行适当更新。请基于你的上课感受，给出你对课程的反馈和建议。