

# SUMM

Séminaire universitaire en mathématiques à  
— Montréal

Seminars in Undergraduate Mathematics in  
Montreal

**Du 5 au 7 janvier 2024 | From January 5 to 7, 2024**

Université du Québec à Montréal (UQÀM)

## Mot de bienvenue / Welcome Word

---

Nous vous souhaitons la bienvenue à l'Université du Québec à Montréal pour la quinzième édition des *Séminaires universitaires en mathématiques de Montréal* (SUMM). Nous sommes ravis de vous accueillir pour cette fin de semaine complète de conférences de premier cycle, comprenant 21 présentations étudiantes et quatre conférences plénières. Nous vous remercions d'être présents cette année et de prendre part à cet événement qui, nous l'espérons, vous permettra d'apprécier les mathématiques modernes en compagnie d'autres étudiants et étudiantes de mathématiques !

Le comité organisateur du SUMM 2024

---

Welcome to Université du Québec à Montréal for the fifteenth *Seminars in Undergraduate Mathematics in Montreal* (SUMM). We are delighted to host this full weekend of undergraduate conferences with 21 student talks and four keynote speakers. We thank you for attending this year's event, which we hope will allow you to appreciate modern mathematics with other mathematics students.

SUMM 2024 organizing committee

## Comité organisateur / Organizing Committee

Ludovick Bouthat, Laval	Tasmin Chu, McGill
Francis Clavette, UdeM	Mathilde Dicaire-Cartier, UdeM
Félix Houde, Concordia	Carl Kristof Tessier, McGill
Antoine Labelle, McGill	Jérémy Perazzelli, UdeM
Owen Rodgers, McGill	

## Remerciements / Acknowledgments

Le succès de cet événement est dû à nos généreux collaborateurs; c'est pourquoi nous aimerions remercier sincèrement pour leur soutien nos nombreux bénévoles et tous nos commanditaires. Nous voulons aussi remercier spécialement Alexandra Haedrich pour son soutien dans l'organisation de l'évènement.

The success of this event is due to our generous collaborators; this is why we would like to sincerely thank our numerous volunteers and sponsors. We would also like to thank Alexandra Haedrich for her help in the process of organizing the event.

## Informations générales / General Information

---

- Le SUMM 2024 aura lieu au pavillon Président-Kennedy (201, av. du Président-Kennedy) de l'Université du Québec à Montréal. Le pavillon est situé à la station Place-des-Arts sur la ligne verte du métro.
- L'accueil des participants se fera au PK-1140.
- Les pauses café, les repas et le vin et fromage se tiendront au PK-1140.
- Les conférences étudiantes auront lieu aux locaux PK-1630, PK-5115 et PK-1140 alors que les plénières auront lieu au PK-1630.
- Un souper au restaurant Le Saint-Bock aura lieu samedi soir à partir de 18h00. L'adresse complète du restaurant est 1749 rue Saint-Denis, Montréal.

- 
- The SUMM 2024 will take place at pavillon Président-Kennedy (201, av. du Président-Kennedy) of Université du Québec à Montréal. It is located at the Place-des-Arts metro station on the green line.
  - The check-in will be in room PK-1140.
  - The coffee breaks, meals and the Wine and Cheese will be held in room PK-1140.
  - The student conferences will be held in rooms PK-1630, PK-5115 and PK-1140 while the keynotes will take place in PK-1630.
  - A dinner at Le Saint-Bock will be held Saturday evening at 6:00 pm. The complete address of the restaurant is 1749 Saint-Denis, Montreal.
- 

## Internet

Une connection internet sans fil est disponible et gratuite dans tous les bâtiments de l'Université du Québec à Montréal. Pour vous y connecter, sélectionnez le réseau Eduroam et utilisez votre adresse institutionnelle et le mot de passe qui y est associé.

Wireless internet is available for free in all Université du Québec à Montreal buildings via the Eduroam system. You can access it with your home university e-mail and password.

## Horaire / Schedule

Les plénières se dérouleront à la salle PK-1630. The plenaries will take place in room PK-1630.

Vendredi, le 5 janvier / Friday, January 5	
Heure / Time	Salle / Room PK-1140
18:00 – 18:45	Inscriptions / Check-in
18:45 – 19:00	Mot de bienvenue / Opening remarks
19:00 – 20:00	Plénière / Keynote : Julien Keller, UQÀM
20:00 – 22:00	Vin et fromage / Wine and cheese

Samedi, le 6 janvier / Saturday, January 6			
Heure / Time	Salle / Room PK-1630	Salle / Room PK-5115	Salle / Room PK-1140
8:30 – 9:30	Inscriptions et déjeuner / Check-in and breakfast		
9:30 – 10:00	Julien April, <i>Génération de nombres aléatoires par inversion numérique</i>	Rebecca Abi, <i>Les mathématiques dans la musique</i>	Haoyu Zhang, <i>On the burning number of a graph.</i>
10:00 – 10:30	Nicholas Barnfield, <i>Entropic Estimators in Information Theory</i>	Amine Obeid, <i>What if <math>P = NP</math>?</i>	Bastien Desrochers, <i>Graphes de voltage et groupes définis sur un graphe</i>
10:30 – 11:00	Pause café / Coffee break		
11:00 – 12:00	Plénière / Keynote : Alina Stancu, Université Concordia		
12:00 – 13:00	Dîner / Lunch		
13:00 – 13:30	Luc Holleville, <i>Advances in Cutting-Edge Stochastic Processes: Unveiling the Future of Probability</i>	Nathan Acheampong, <i>Théorie de la représentation (introduction)</i>	Louis-Simon Cyr, <i>Formes différentielles et théorèmes fondamentaux du calcul</i>
13:30 – 14:00	Hervé Guimond, <i>Les marches et graphes aléatoires</i>	Maxim Brais, <i>Introduction aux techniques d'éclatement en géométrie algébrique</i>	Geneviève Bistodeau-Gagnon, <i>Les mathématiques mises au service du progrès médical : la voie émergente des essais cliniques in silico</i>
14:00 – 14:30	Pause café / Coffee break		
14:30 – 15:00	Edmund Wu, <i>Order estimation in hidden Markov models</i>	Zhaoshen Zhai, <i>A saturated 1-system of curves on the surface of genus 3</i>	Laurence Liang, <i>A Stochastic Optimization Approach for Energy-Efficient Robotic Manipulator Simulations</i>
15:00 – 15:30	Ludovick Bouthat, <i>Les normes matricielles aléatoires: Une introduction à certains résultats modernes.</i>	Carl Kristof-Tessier, <i>Are Groups and Topological Spaces Really the Same?</i>	
15:30 – 16:00	Pause café / Coffee break		
16:00 – 17:00	Plénière / Keynote : Jake Levinson, Université de Montréal		
18:00 –	Souper / Dinner : <i>Le Saint-Bock, 1749 Rue Saint Denis</i>		

Dimanche, le 7 janvier / Sunday, January 7			
Heure / Time	Salle / Room PK-1630	Salle / Room PK-5115	Salle / Room PK-1140
8:30 – 9:30	Inscriptions et déjeuner / Check-in and breakfast		
9:30 – 10:00	Louis-Pierre Ménard, <i>Les fondements mathématiques de la détection de contours et de l'analyse d'images</i>	Francis Clavette, <i>Un problème d'algèbre, comme prétexte pour s'intéresser (un peu) à la théorie des ensembles</i>	
10:00 – 10:30	Gabriel Borochof, <i>Universal numerical series</i>	Antoine Labelle, <i>Tresses, noeuds et catégories monoïdales</i>	
10:30 – 11:00	Pause café / Coffee break		
11:00 – 12:00	Plénière / Keynote : Anush Tserunyan, Université McGill		
12:00 – 12:15	Mot de fermeture / Closing remarks		

## Conférences plénières / Keynote speakers

*Un résultat de topologie algébrique avec d'innombrables applications*  
**Julien Keller, UQÀM**

Nous discuterons d'un théorème classique de la topologie algébrique (la branche des mathématiques qui applique les outils de l'algèbre dans l'étude des espaces topologiques), le théorème de Borsuk-Ulam, dont la preuve n'est pas difficile. Nous verrons qu'il a des conséquences surprenantes à la fois en mathématiques et hors des mathématiques.

*An excursion into geometric analysis via a spectral problem in hyperbolic space*  
**Alina Stancu, Université Concordia**

If you are attending this talk, it is very likely that you know, or have heard of, concepts such as eigenvalues, Laplace operator, convex set or domain, and hyperbolic space. In this talk, these concepts will come together to describe a surprising phenomenon regarding the difference of the first two eigenvalues of the Laplace operator with Dirichlet boundary conditions on convex domains in spaces of constant curvature : Euclidean, spherical and hyperbolic, with an emphasis on the hyperbolic plane and disk models. Elements of analysis and geometry will merge to illustrate an example of an active topic of research in geometric analysis.

*La géométrie énumérative, ou: le déclin de l'empire italien*  
**Jake Levinson, Université de Montréal**

Du mi-19e au mi-20e siècle, l'école italienne de géométrie algébrique a produit une gamme de théorèmes fondamentales sur la géométrie des courbes et des surfaces (entre autres). Or, certains de leurs méthodes, plus intuitifs que rigoureux, ont mené à une accumulation progressive de lacunes et même d'erreurs, notamment dans le cas de la géométrie « énumérative », qui cherche à compter le nombre de solutions aux problèmes de géométrie. Nous allons parcourir une partie de cette histoire, qui n'a été résolu que dans l'ère moderne.

*From graphs to dynamics via descriptive set theory*  
**Anush Tserunyan, Université McGill**

In the past thirty years, a new subfield of descriptive set theory has emerged that bridges graph theory, dynamics, and measured group theory. Central objects of this subfield are graphs whose vertex set is, say,  $\mathbb{R}$ , and whose edge set is given by a "measurable" transformation or a group of such transformations. I will give the flavour of this subject on the simple example of graphs coming from rotations of the circle.

## Conférences étudiantes / Student talks

*Génération de nombres aléatoires par inversion numérique*  
**Julien April, Université Laval**

Les simulations statistiques nécessitent la génération de nombres aléatoires non-uniformes selon des distributions données. Une approche consiste à utiliser l'inverse de la fonction de répartition avec des nombres aléatoires uniformes. Lorsque l'inverse de cette fonction ne peut pas être exprimé en termes de fonctions élémentaires, il est intéressant de considérer l'interpolation d'Hermite. Dans cette présentation, nous explorerons une méthode permettant de générer des nombres aléatoires par inversion numérique de la fonction de répartition avec l'interpolation d'Hermite. Enfin, nous analyserons l'erreur théorique de la méthode présentée.

*Les mathématiques dans la musique*  
**Rebecca Abi, Université de Montréal**

Vous êtes-vous déjà interrogé sur la relation mystérieuse entre les mathématiques et la musique? Il s'avère que ces deux disciplines apparemment différentes partagent un lien profond. Tout au long de l'histoire, les humains ont été fascinés par la beauté et la complexité des mathématiques et de la musique. De la Grèce antique à l'ère moderne, ces domaines se sont influencés et complétés de manière fascinante.

Dans cette présentation, nous ferons un voyage captivant dans le temps, explorant le lien historique entre les deux disciplines. Nous découvrirons comment une notion mathématique a été utilisée pour expliquer une partie de la théorie musicale.

*On the burning number of a graph.*  
**Haoyu Zhang, Université Concordia**

We aim to present the concept of the burning number of a graph, explore its established findings, and provide concise proofs to support them.

*Entropic Estimators in Information Theory*  
**Nicholas Barnfield, Université McGill**

In 1993, Ziv and Merhav proposed a "new notion of empirical informational divergence", or relative-entropy estimator which has met great practical application, yet has seen no significant development in the mathematical literature until recently. In this talk, I will compare their algorithm with more conventional universal entropic estimators and discuss a recent generalization of the Ziv-Merhav Theorem established by R. Grondin, G. Pozzoli, R. Raquépas, and myself. This extension encompasses a broader class of decoupled measures including the class of multi-level Markov measures covered by the original result as well as suitably regular g-measures amongst other examples.

*What if  $P = NP$ ?*  
**Amine Obeid, Université de Montréal**

If the class  $P$  is equal to the class  $NP$  is one of the biggest mathematical questions that are yet to be answered. The institute of Clay found this problem as important as it could be to the point of putting it on the list of the Millennium prize problems that could win you a million dollar. Intuitively  $P$  is not equal to  $NP$  and that's what we like to believe and hope is true ... We are very confident to the point of risking it all into this assumption, but what if we're wrong? What if  $P = NP$ ? What would be the consequences of such a proof?

*Graphes de voltage et groupes définis sur un graphe*  
**Bastien Desrochers, Université Laval**

Présentation des concepts de graphe de voltage et de graphe dérivé ainsi qu'une introduction à différents groupes définis sur un graphe.

*Advances in Cutting-Edge Stochastic Processes: Unveiling the Future of Probability*  
**Luc Holleville, Université McGill**

In the ever-evolving landscape of mathematics and statistics, stochastic processes continue to play a pivotal role in modeling uncertainty and randomness across various domains. This talk delves into the cutting-edge developments at the forefront of stochastic processes, offering a glimpse into the future of probability theory.

We will explore recent breakthroughs in the field, including novel approaches to modeling complex real-world phenomena with unprecedented accuracy. Topics will range from advanced Markov processes to the application of deep learning techniques in probability modeling. We will discuss how these innovations are transforming our understanding of uncertainty, with applications spanning finance, biology, machine learning, and more.

Moreover, this presentation will highlight the interdisciplinary nature of contemporary stochastic processes, showcasing how they intersect with fields such as artificial intelligence, quantum computing, and data science. By embracing these exciting developments, mathematicians and researchers will be better equipped to tackle the challenges posed by an increasingly uncertain world.

Prepare to embark on a journey into the uncharted territory of stochastic processes, where the boundaries of probability are pushed, and new horizons of mathematical discovery await. Join us in this exploration of cutting-edge material that promises to redefine the way we perceive randomness and shape the future of mathematics.

*Théorie de la représentation (introduction)*  
**Nathan Acheampong, Université de Montréal**

Exemple de la représentation: les nombres complexes sous forme matricielle + discussion sur les propriétés de l'espace vectoriel des nombres complexes

*Formes différentielles et théorèmes fondamentaux du calcul*  
**Louis-Simon Cyr, Université du Québec à Montréal**

L'un des jolis théorèmes que l'on apprend au baccalauréat de mathématiques est le (premier) théorème fondamental du calcul : toute fonction continue  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  possède une «primitive» - une fonction  $F$  tel que  $F' = f$ . L'intervalle  $[a, b]$  en tant que tel peut être vu comme un «espace», et une question naturelle est alors de se demander si le théorème reste vrai lorsque l'on substitue  $[a, b]$  par d'autres espaces (par exemple un cercle, un cylindre, etc.). Il s'avère que la réponse est subtile.

Note : la présentation s'adresse aux nouveaux venus dans le monde mathématique, mais le but n'est pas que chaque mot et concept soit compris et assimilé «d'un coup», il s'agit au contraire de planter une graine dans la tête de celui qui entend parler de ce charabia pour la première fois.



*Les marches et graphes aléatoires*  
**Hervé Guimond, Université de Montréal**

Le monde de l'aléatoire est particulièrement riche et plusieurs domaines scientifiques l'étudient. De mon côté, je trouve qu'il est très intéressant d'essayer de comprendre le comportement d'une petite fourmi qui se promène sur un arbre. Pour mieux analyser ce comportement, il faudra développer certains outils mathématiques. Durant cette présentation, j'exposerai certains résultats concernant les marches aléatoires en introduisant les concepts nécessaires pour avoir une belle compréhension intuitive de ces résultats.

*Introduction aux techniques d'éclatement en géométrie algébrique*  
**Maxim Brais, Université McGill**

La géométrie algébrique s'est imposée dans le dernier siècle comme étant l'une des branches des mathématiques trouvant le plus d'applications à au sein même des mathématiques (que ce soit en théorie des nombres, en statistiques, en physique mathématique, etc.). Cependant, beaucoup d'outils algèbro-géométriques requièrent une variété lisse (c'est-à-dire absente de singularité) pour être appliqués. Ainsi, lorsque l'on est présenté une variété singulière, il est coutume de d'abord se débarrasser des singularités et de la "lisser". Plusieurs techniques de désingularisation existent, mais celle étant de loin la plus efficace (surtout lorsque l'on dépasse deux dimensions) est l'éclatement (en anglais, blowing up). Cette présentation se veut être une introduction accessible aux variétés algébriques et au fonctionnement des éclatements.

*Les mathématiques mises au service du progrès médical : la voie émergente des essais cliniques in silico*  
**Geneviève Bistodeau-Gagnon, Université de Montréal**

La modélisation mathématique s'est démarquée au fil des dernières années en apportant des contributions majeures à la conception, au développement et à l'optimisation de traitements médicaux, notamment grâce à l'utilisation d'essais cliniques in silico. Ces essais sont faits à partir de cohortes de patients virtuels et permettent de mieux comprendre l'hétérogénéité d'une population et ses impacts sur les traitements. Lors de cette présentation, nous explorerons la conception, la mise en œuvre et l'exécution de ces essais cliniques par le biais de modèles mathématiques, tout en étudiant les différentes manières d'analyser la sensibilité et l'identifiabilité de ceux-ci. Ce survol nous permettra d'explorer comment nous pouvons utiliser les mathématiques afin de développer des traitements de façon plus sécuritaire et efficace sur un vaste ensemble de patients, tout en étant plus efficace financièrement et en termes de temps.

*Order estimation in hidden Markov models*

**Edmund Wu, Université McGill**

When we use a Hidden Markov Model to model data, the exact number of states within the true model is usually unknown. If the fitted model has a number of states that is greater than the true number of states, we obtain an overfitted model whose rate of convergence is unfortunately not optimal. Our topic provides a numerical solution to estimate the true number of states simultaneously with all other unknown parameters, and we look at the rate of convergence of the obtained estimator. The estimator we provide is a twice penalized maximum likelihood estimator. We explain the function of each penalty, and briefly discuss on the rate of convergence.

*A saturated 1-system of curves on the surface of genus 3*

**Zhaoshen Zhai, Université McGill**

We construct a saturated system of 33 essential simple closed curves that are pairwise non-homotopic and intersect at most once on the oriented, closed surface of genus 3.

*A Stochastic Optimization Approach for Energy-Efficient Robotic Manipulator Simulations*

**Laurence Liang, Université McGill**

Robotic manipulators often face multiple possible trajectories related to moving a payload object from one point to another, which makes it difficult to identify a trajectory that can minimize energy use relative to other known trajectories. This seminar presentation explores how the intersection of different mathematical fields - linear algebra, Lie algebra, optimization, differential equations and numerical analysis - can be applied to find trajectories that minimize energy use for robot manipulators with multiple degrees of freedom.

*Les normes matricielles aléatoires: Une introduction à certains résultats modernes.*

**Ludovick Bouthat, Université Laval**

Les normes permettent d'induire une géométrie sur un espace et d'attribuer une taille à certains objets mathématiques. Lorsque ces objets sont des matrices, nous parlons alors de normes matricielles. Dans cette présentation accessible, nous motiverons naturellement ces définitions pour ensuite introduire une nouvelle famille de normes matricielles, induites par des vecteurs aléatoires. Nous montrerons ensuite certains résultats récents sur celles-ci, dont leur sous-multiplicativité.

*Are Groups and Topological Spaces Really the Same?*

**Carl Kristof-Tessier, Université McGill**

How do you visualize groups? We are often introduced to group theory through symmetries of geometric objects. For example, we define the dihedral groups as the reflections and rotations of regular  $n$ -gons. But can we do this in general? Can we think of any group as some sort topological space (geometric object) carrying the relevant information? Is thinking this way even useful? The goal of this talk is to introduce an example of such spaces, called Eilenberg-MacLane spaces. The talk will also serve as a glimpse into the beautiful subject of algebraic topology.

*Les fondements mathématiques de la détection de contours et de l'analyse d'images*  
**Louis-Pierre Ménard, Université du Québec à Montréal**

Pour la présentation qui suit, nous aurons besoin de quelques définitions sur les pixels et sur les images dans le but d'expliquer un opérateur utilisé en analyse d'images. Cet opérateur, la convolution, est au centre de plusieurs opérations subséquentes qui permettent d'obtenir le contour d'une image. Quelques algorithmes de détection de contours seront présentés ainsi que quelques opérations usuelles sur les images seront démontrées. Pour finir, ce sera une ouverture vers les défis en apprentissage statistique que ce type d'analyse posent.

*Universal numerical series*  
**Gabriel Borochof, Université de Montréal**

I will discuss Universal numerical series, which are series of complex numbers such that their partial sums are dense in the complex plane. We denote the set of these series using the symbol UNS and we denote the set of all complex series as NS. I will show that the set UNS is dense in the set NS and that UNS is separable. Then I will show that, if we equip the set NS with the product topology, then the set UNS is an intersection of open dense sets in NS. Because the set NS equipped with the product topology is completely metrizable, the Baire Category Theorem implies that the set UNS must be dense in the set NS. Finally, we show that the set UNS contains, except for the 0-vector, an uncountably infinite dimensional vector space  $V$  such that the set  $V$  is dense in the set NS.

*Un problème d'algèbre, comme prétexte pour s'intéresser (un peu) à la théorie des ensembles*  
**Francis Clavette, Université de Montréal**

La théorie des ensembles est généralement perçue comme un mal nécessaire, mais elle peut parfois prendre l'avant de la scène en faisant des mathématiques plutôt standard. On pense tout d'abord aux preuves de théorèmes importants de plusieurs domaines qui nécessitent l'axiome du choix. Il y a toutefois beaucoup de théorie des ensembles au-delà de l'axiome du choix.

Au cours de cette présentation, on verra un exemple un peu plus surprenant où un problème de théorie des groupes a vu sa solution relever beaucoup plus de la théorie des ensembles que prévu. La compréhension de ce problème nécessitera des préalables de théorie des groupes, mais les éléments de théorie des ensembles, dont les ordinaux et les axiomes pertinents à la discussion, seront introduits à partir de la base.

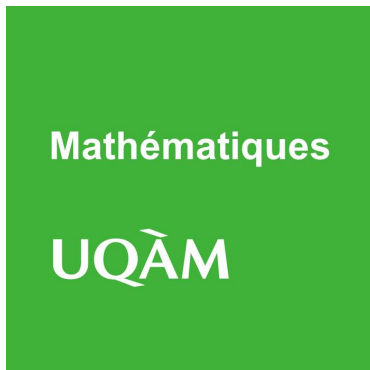
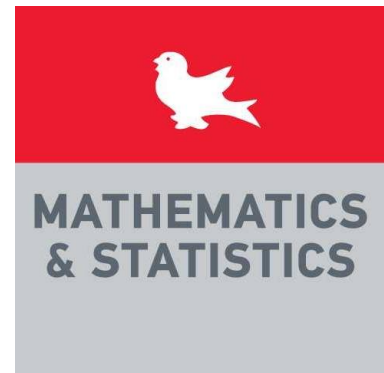
*Tresses, noeuds et catégories monoïdales*  
**Antoine Labelle, Université McGill**

Et si on faisait de l'algèbre linéaire, mais sans aucune matrice ni longue sommation pleine d'indices différents? À la place, nous allons introduire une notation à base de diagrammes où les espaces vectoriels prendront la forme de cordes s'entrelaçant pour former des circuits complexes. Cette notation est particulièrement adaptée au contexte plus général des catégories monoïdales tressées et rigides, nous en profiterons donc pour introduire ces notions effrayantes en les réduisant à de jolis diagrammes. Nous mentionnerons finalement les applications surprenantes de ces idées à la théorie des noeuds.

## Commanditaires / Sponsors

---

### Soutien financier / Financial support



- Institut des sciences mathématiques (ISM)
- Centre de recherches mathématiques (CRM)
- Université du Québec à Montréal
  - Département de mathématiques
- McGill University
  - Department of Mathematics and Statistics
- Université de Montréal
  - Département de mathématiques et de statistique
  - Association des étudiants en mathématiques et statistique (AEMSUM)