

作業四說明文件

1. 利用 Horner's algorithm 產生資料集(10%)。資料集說明如下

$$p(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + x^6 + x^7$$

$$x_i = 2.0 + i * 0.2, i = 0 \sim 10$$

$$y_i = p(x_i), i = 0 \sim 10$$

總共有 11 個樣本點 (x_i, y_i)

2. 利用以下方式估算原方程式 $p(x)$ 的係數 \vec{c}

Original system $A\vec{c} = \vec{y}$

$$A_{11 \times 8} = \begin{bmatrix} 1 & x_0 & x_0^2 & \dots & x_0^7 \\ 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^7 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{10} & x_{10}^2 & \dots & x_{10}^7 \end{bmatrix}, \vec{c} = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_7 \end{bmatrix}, \vec{y} = \begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_{10} \end{bmatrix}$$

New system $B\vec{c} = \vec{d}$

$$B_{8 \times 8} = A^T A$$

$$\vec{d} = A^T \vec{y}$$

- A. 利用高斯消去法求解 New system(10%)
 - B. 利用 QR 分解法求解 New system(20%)
 - C. 利用 QR 分解法求解 Original system(20%)
3. 比較以上三種計算結果的精準度，以 2-norm、 ∞ -norm 表示其誤差並畫出一些比較圖。(15%)
 4. 第二題針對的是 degree 為 7 的例子，接著計算 degree 分別為 5、6、8 的情況，觀察相對誤差是否會隨著 degree 的增加而遞增。(10%)

以下以 degree=5 為例進行解釋

$$y' = p(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5$$

$$A' = A_{11 \times 6} = \begin{bmatrix} 1 & x_0 & x_0^2 & \dots & x_0^5 \\ 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^5 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{10} & x_{10}^2 & \dots & x_{10}^5 \end{bmatrix}$$

$$\vec{c}' = c_{6 \times 1} = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_6 \end{bmatrix} \quad B' = B_{7 \times 7} = A'^T A'$$

$$\vec{y}' = \begin{bmatrix} y_0' \\ y_1' \\ \vdots \\ y_{10}' \end{bmatrix} \quad \vec{d}' = A'^T \vec{y}'$$

x 不變，y 需要以新的 $p(x)$ 進行計算

照著 2.A、2.B、2.C 的方式求解新的 \vec{c}

5. 針對以上結果進行分析並探討這三種計算方式(2.A、2.B、2.C)的穩定度。

(15%)

6. 進行更多的測試(例如 `degree=3`、`4`、`10` 等等)或更進一步的探討。(10%)
7. 如果對題目有不了解或寫作業時有遇到困難，都可以到實驗室詢問助教。
8. QR 分解 程式可參考 `\SampleCodes\EigenValue\ORMethod`
高斯消去法 程式可參考
`\SampleCodes\LinearSystem\DirectMethods\GaussEliminate`
9. 繳交期限 – 12/27 (一)
10. Demo 期限 – 1/3(一)