

解法2

$$S(n) = \sum_{i=1}^n f(i)$$

$$\sum_{i=1}^{n} S(\lfloor \frac{n}{i} \rfloor) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{d=1}^{\frac{n}{i}} f(d) = \sum_{d=1}^{n} f(d) \lfloor \frac{n}{d} \rfloor = \sum_{i=1}^{n} \sum_{d \mid i} f(d)$$

$$=\sum_{i=1}^{n}(n^2-3n+2)$$

$$S(n) = \sum_{i=1}^{n} (n^2 - 3n + 2) - \sum_{i=2}^{n} S(\lfloor \frac{n}{i} \rfloor)$$

递归计算即可。

E. Just a Math Problem

g(n)表示每个质因子选或不选的方案数,即n的square free的因子数。

即
$$g(n) = \sum_{d|n} \mu^2(d)$$
。

$$S(n) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{d|i} \mu^{2}(d) = S(n) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{d|i} \sum_{k^{2}|d} \mu(d)$$

$$=\sum_{k=1}^n \mu(k) \sum_{k^2 \mid d} \lfloor rac{n}{d}
floor = \sum_{k=1}^n \mu(k) \sum_{i=1}^{\lfloor rac{n}{k^2}
floor} \lfloor rac{n}{k^2 i}
floor$$

枚举k,整数分块即可。

F. GCD

枚举N以内的素数,要数gcd(x,y)==p的个数,即要找互质的 $k_1,k_2 \leq \lfloor \frac{N}{p} \rfloor$ 的对数。

设 $k_1 \leq k_2$,则满足条件的数对数为 $\phi(k_2)$ 。总对数为

$$\sum_{i=1}^{\lfloor rac{N}{p}
floor} (2\phi(i)) - 1$$
 .

预处理欧拉函数前缀和即可。