

شبکه‌های اجتماعی و اقتصادی

دانشکده مهندسی کامپیوتر

دکتر مریم رمضانی

ترم: بهار ۱۴۰۳-۱۴۰۴



تمرین دوم

تاریخ انتشار: ۱۶ فروردین ماه ۱۴۰۴

ارسال بدون تاخیر: ۲۷ فروردین، ارسال با تاخیر: ۲۹ فروردین

سوالات تئوری (۳۰ نمره)

پرسش ۱ (۱۵ نمره)

یکی از ویژگی‌های مهم در انواع گراف‌ها مخصوصاً گراف‌های مرتبط با شبکه‌های اجتماعی پویا بودن و به اصطلاح Dynamic بودن آن‌ها است. بدین معنا که ویژگی‌های مختلف گراف نظیر تعداد و درجه رئوس، ارتباطات و وزن یال‌ها و سایر ویژگی‌های ساختاری گراف در حالت‌های مختلف در حال تغییر هستند. این تغییرات گاهی در طول بازه‌های زمانی مختلف رخ می‌دهند و گراف در سری زمانی‌های مختلف در حال تغییر است که به آنها گراف‌های سری زمانی یا Temporal Graph می‌گوییم. حال گرافی را در نظر بگیرید که در طول بازه‌های زمانی مختلف در حال تغییر است، برای سادگی در این سوال فرض می‌کنیم که این تغییرات در یال‌های گراف ایجاد می‌شوند و رئوس گراف در طول زمان تغییری نمی‌کنند؛ همچنین یال‌ها بدون جهت هستند. به این ترتیب مرکزیت راس‌ها ثابت نبوده و وابسته به زمان است. حال قصد داریم مقایسه‌ای بین پنج تا از معیارهای مختلف مرکزیت (degree, closeness, betweenness, PageRank) و Eigenvector) در این گراف‌ها انجام دهیم. با توجه به این موضوع به سوالاتی که در ادامه مطرح شده اند پاسخ دهید:

(آ) سه مثال و کاربرد از گراف‌های سری زمان (Temporal Graph) به طور کامل توضیح دهید.

(ب) فرض کنید تعداد یال‌های اضافه (یا حذف) شده از گراف در زمان $t+1$ نسبت به زمان t از مرتبه $O(1)$ باشد. کدام یک از معیارهای مرکزیت تغییر چندانی نخواهد داشت؟

(ج) با همان فرض قسمت قبل آیا امکان دارد که میزان مرکزیت یک راس تغییر چشمگیری داشته باشد؟ اگر بله مثال بزنید اگر نه اثبات کنید.

(د) در نظر گرفتن هر کدام از معیارهای مرکزیت فوق در گراف‌های پویا چه مزیت‌ها و معایبی دارد؟ به طور کامل شرح داده و مثال بزنید

پاسخ

(آ) سیستم‌های توصیه گر که روابط بین کاربران و آیتم‌هایی مثل کالا و ... را مدل می‌کنند. در این سیستم‌ها راس‌های گراف شامل کاربران و کالاها می‌شوند و یال‌های گراف شامل روابطی مثل علاقه مندی کاربر نسبت به یک کالا و یا خرید کالا توسط کاربر هستند. ساختار گراف در طول زمان ثابت نبوده و در هر زمان خاص با یک گراف معادل آن مدل می‌شوند.

گراف‌های شبکه‌های اجتماعی که در طول زمان اضافه شدن یا کم شدن افراد (راس‌ها) و تغییرات روابط آن‌ها ساختار این گراف‌ها را به زمان وابسته می‌کنند.

گراف‌های دانش که در آن راس‌ها موجودیت‌ها را مدل می‌کنند و یال‌ها انواع رابطه بین موجودیت‌ها را نشان می‌دهند هم در طول زمان تغییر می‌کنند و موجودیت‌ها و روابط جدیدی در گراف شکل می‌گیرند یا از گراف حذف می‌شوند.

(ب) معیار degree تغییر چندانی نخواهد داشت زیرا طبق فرض حداکثر تغییرات این معیار برای یک درجه از مرتبه $O(1/n)$ خواهد شد (در حالت نرمالایز شده) که قابل صرف نظر کردن است.

(ج) معیارهای eigenvector، closeness، betweenness می‌توانند تغییرات شدید در بعضی رئوس ایجاد کنند. اما معیار degree همانطور که در قسمت قبل گفتیم تغییر خاصی نخواهد کرد.

• Betweenness

فرض کنید گراف دارای دو community باشد که بین این دو تعداد یال کمی (از مرتبه $O(1)$) باشد. اگر یال‌های اضافه (حذف) شده بین این دو community باشد مقدار مرکزیت راس‌های متناظر با یال‌های اضافه (حذف) شده تغییر زیادی خواهد کرد.

• Closeness

اگر یال اضافه شده یک راس بدون یال (ایزوله) را به یک مولفه ی همبندی گراف متصل کند میزان مرکزیت راس مذکور به شدت تغییر خواهد کرد. (این اتفاق معمولاً زمانی می‌افتد که یک راس جدید به شبکه اضافه می‌شود و به مرور با سایر افراد ارتباط می‌گیرد)

• Eigenvector

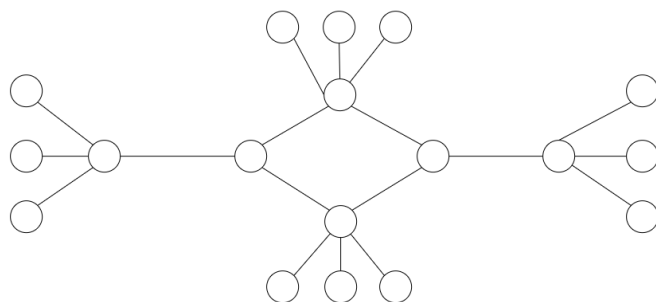
فرض کنید سه راس مهم A، B، C در گراف داشته باشیم که مرکزیت قابل توجهی دارند. و یک راس D هم داشته باشیم که میزان مرکزیت کمی داشته باشد و به طور خاص یالی با راس‌های A، B، C نداشته باشد. اگر سه یال از D به A، B، C اضافه کنیم مرکزیت D تغییر قابل توجهی خواهد کرد. این پدیده زمانی اتفاق می‌افتد که در یک شبکه راسی با چند سلبیتی ارتباط برقرار کند.

(د) اگر قرار باشد گراف را در یک بازه ی زمانی خاص تحلیل کنیم، اصطلاحاً در یک شات گراف را مورد تجزیه و تحلیل قرار دهیم و هدف بررسی تغییرات گراف نباشد همان مزایا و معایبی که در طول ترم برای هر معیار مطرح شدند کماکان قابل ذکر است. (توضیحات مربوط به هر کدام مطابق توضیحات استاد باید در راه حل باشد). اما اگر هدف بررسی گراف در بازه ی زمانی طولانی مدت باشد، دو نوع تحلیل پیش رو خواهیم داشت. یک تحلیل بررسی راس با بیشترین مرکزیت در گراف است که در این حالت باید از معیاری استفاده کنیم که از پایداری خوبی برخوردار باشد و با تغییر زمان تغییرات شدیدی نداشته باشد که با توجه به قسمت‌های ب و ج استفاده از معیار degree مناسب بوده و سایر معیارها در این حالت مناسب نخواهند بود. اما اگر بخواهیم راس یا رئوس خاصی را تجزیه و تحلیل کنیم و تاثیر آن‌ها را در گراف بررسی کنیم، باید سراغ معیارهایی برویم که با مسئله ما سازگارتر باشد و میزان

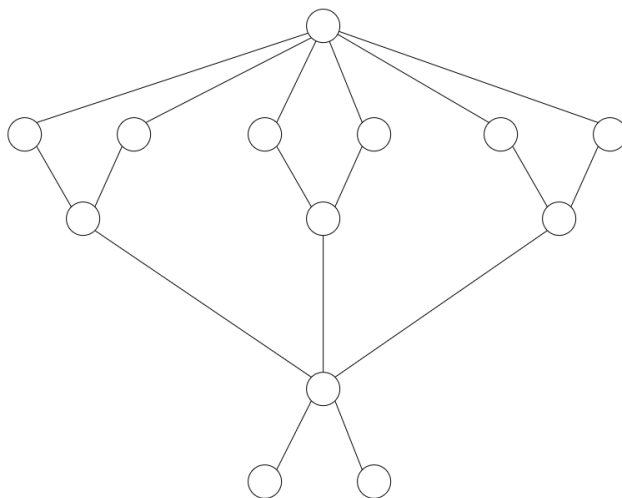
تغییرات تأثیرات یک راس را در طول زمان به خوبی مدل کند که در این حالت استفاده از هر معیار از جهاتی میتواند مفید باشد. به عنوان مثال اگر به دنبال معیاری برای مدل سازی ارتباط مستقیم یک راس با بقیه باشیم معیار degree مناسب ترین گزینه است. اگر بخواهیم تأثیر یک راس در ارتباط بین سایر راس ها را مدل کنیم معیار betweenness بهترین گزینه است. اگر بخواهیم قدرت یک راس در پخش کردن یک خبر به عنوان منبع شروع آن خبر را بسنجیم معیار closeness میتواند مفید باشد. اگر بخواهیم میزان باور پذیری و اهمیت یک خبر را بین افراد شبکه بسنجیم معیار eigenvector میتواند گزینه ی مناسبی باشد چرا که هر چه راس های مجاور یک راس اهمیت بیشتری داشته باشند قدرت نفوذ آن راس در شبکه بیشتر خواهد بود.

پرسش ۲ (۱۰ نمره) فرض کنید نقشه یک شهر را با گرافی بدون جهت نشان می دهیم که در آن هر رأس نشان دهنده ی یک محله در شهر است و یال ها نیز نشان دهنده ی ارتباط بین محله ها که همگی وزن یکسانی نیز دارند:

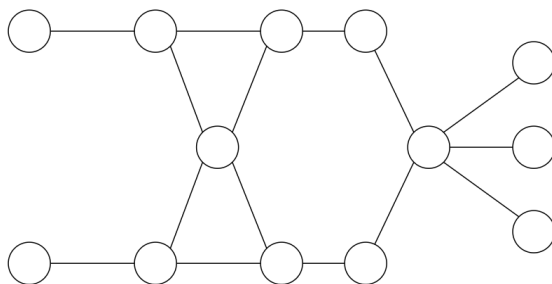
(آ) فرض کنید در یکی از محله های این شهر می خواهیم بیمارستانی بنا کنیم و نکته ی مهم برای محل بیمارستان نزدیک بودن آن به کلیه نقاط شهر است به طوری که از هر نقطه ای بتوانیم در کمترین زمان (کمترین فاصله) به بیمارستان برسیم؛ با توجه به گراف زیر کدام رأس بهترین انتخاب برای محل بیمارستان است و براساس کدام معیار در گراف این محل را انتخاب کردید؟
توجه: مجموع فاصله از محله ها مهم نیست، مهم دسترسی پذیری از هر محله است.



(ب) این بار شما صاحب یک مجتمع تجاری هستید که می خواهید بیشترین تعداد مشتریان را داشته باشید، برای جذب مشتریان بیشتر مهم ترین عامل نزدیکی به مشتریان است، با فرض اینکه در گراف زیر تعداد افراد در هر محله برابر باشد کدام محله مناسب ترین مکان برای راه اندازی مجتمع تجاری است؟ بر اساس کدام معیار در گراف این رأس را انتخاب کردید؟



(ج) اگر در این گراف بخواهید نقطه ای را برای راه اندازی مجتمع تجاری انتخاب کنید، آن محله کدام رأس خواهد بود؟



(د) فرض کنید در گراف بالا، این بار رقیبی دیگر می خواهد مجتمع تجاری ای راه اندازی کند که اگر به محله ای نزدیک تر باشد مشتریان در آن محله جذب آن مجتمع تجاری خواهند شد حالا برای هر رأس مشخص کنید در صورت راه اندازی مجتمع تجاری رقیب در آن رأس چه تعداد مشتری کمتر یا بیشتری نسبت به محل مجتمع تجاری بخش «ج» خواهیم داشت و بهترین رأس برای مجتمع تجاری رقیب کدام خواهد بود؟

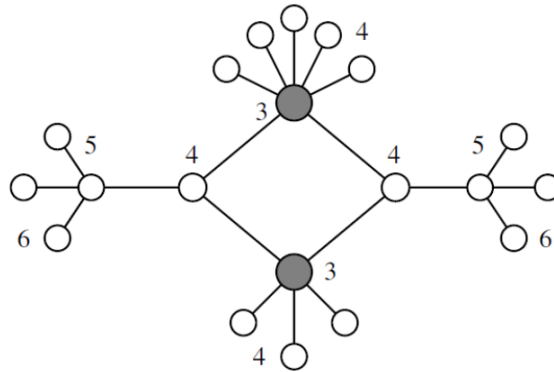
(ه) کدام رأس برای رقیب سوم بهتر است؟

با توجه به نتیجه این سه بخش توضیح دهید آیا در این گراف اولین کسی که مجتمع تجاری را راه اندازی می کند (first mover) سود کرده است یا ضرر؟ و همچنین با توجه به آن دلیل به وجود آمدن نقاط متمرکز با تعداد بالای از یک صنف (بورس کالاهای مختلف) را توضیح دهید.

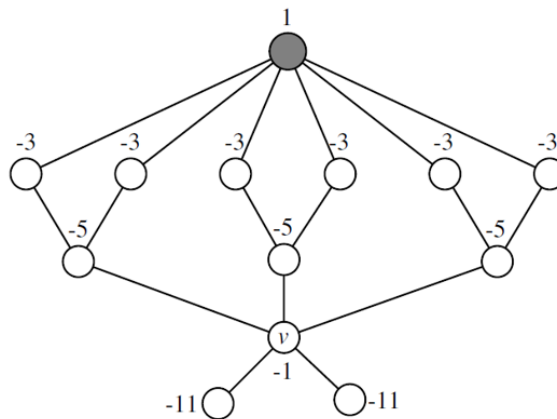
پاسخ

(آ) با توجه به اینکه در این مسئله انتخاب نقطه ای که در دسترس ترین راس در شهر باشد اهمیت دارد پس نیاز است تا بر اساس معیار jordan center نقطه مناسب در گراف را بیابیم.

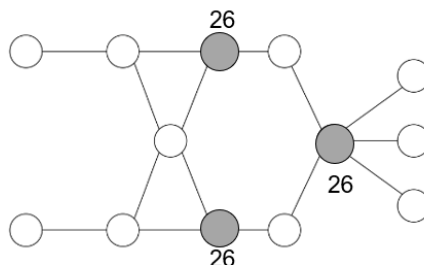
بر همین اساس در این گراف داریم (نقاط مشخص شده بهترین محل برای بیمارستان هستند زیرا از دورترین نقطه نسبت به آن رأس، کمترین مقدار را دارند):



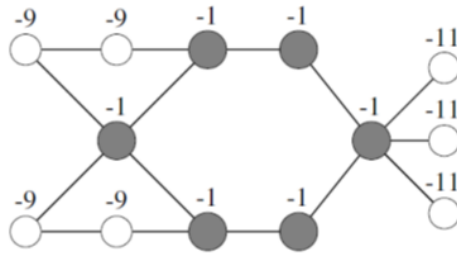
(ب) این بار برای این مسئله با توجه به اینکه مجموع فاصله های به آن نود برای ما اهمیت دارد، معیار مورد بررسی closeness centrality است که با توجه به آن برای انتخاب رأس مناسب داریم:



(ج) در این قسمت نیز مجدد مانند قسمت قبل بر اساس معیار closeness centrality را برای انتخاب محل راه اندازی مجتمع داریم:



(د) در این بخش سوال با توجه به اینکه مفهوم یک رقیب برای مجتمع تجاری در گراف به وجود آمده است، معیار Centroid، معیار مناسب در جهت شناسایی نقطه مناسب برای مجتمع تجاری رقیب است که محاسبه آن برای کلیه رئوس بدین صورت است و به تبع آن کلیه رئوس برای به وجود آمدن رقبا بهترین نقاط هستند:



(ه) همانطور که در بخش قبل نشان داده شد، کلیه اعداد مشخص شده روی هر نود تعداد نودهایی است که اگر رقیب دوم در آن ها مجتمع تجاری راه بیاندازد، رقیب اول به همان تعداد مشتری بیشتری (چون منفی است مشتری کمتر) خواهد داشت، به همین نسبت سایر نودهای مشخص شده با توجه به معیار centroid محل های بعدی برای رقبای بعدی هستند.

از این سه قسمت دو نتیجه مهم می توان گرفت، اول اینکه با توجه به ساختار گراف این سوال برخلاف بسیاری از موارد، اولین مجتمع تجاری (first mover) همواره بازنده است و تعداد مشتریان کمتری خواهد داشت.

نتیجه دوم به واسطه این است که اگر یک مجتمع تجاری در یک نقطه راه اندازی گردد، مجتمع تجاری بعدی براساس centroid نقطه ای را انتخاب می کند که closeness centrality بیشتری نسبت به تعداد نقاط (محلات و مشتریان) بیشتری داشته باشد.

این اتفاق برای رقا و مجتمع تجاری های بعدی نیز دائم تکرار می گردد و تلاش می گردد تا دقیقاً با قرارگرفتن در موقعیت مناسب نسبت به سایر رقا، بیشترین تعداد مشتریان را جذب کنیم و در دنیای واقعی نیز دقیقاً به همین طریق تجمعی از مغازه های یک صنف (یا به اصطلاح بورس یک کالای خاص) را خواهیم داشت.

پرسش ۳ (۵ نمره) آیا ممکن است در گرافی Median، Jordan Center، Centroid آن گراف در رئوس متفاوتی باشند؟ مثال بزنید و توضیح دهید.

پاسخ بله امکان پذیر است، ابتدا به بررسی تعریف این نقاط در گراف می پردازیم:

- Jordan Centers: the subset of nodes of minimum eccentricity.
- Median of the graph: closest nodes Normalized closeness.
- Centroid of the graph: The node which maximizes the advantage of u over its competitor: $\text{Argmax } Sf(u)$.

فلذا با توجه به خواسته ی سوال داریم:

