

حل تمرین social

سوال اول

مقدار ضریب کلاسترینگ را برای شبکه زیر محاسبه کنید.

پاسخ:

برای یک رأس: تعداد یال های بین همسایه ها تقسیم بر کل یال های ممکن بین آن ها

گلوبال (جدید): تعداد کل مثلث ها تقسیم بر تعداد کل گیلای ها ضرب در ۳

لوکال (فرمول اسلاید): میانگین ضریب کلاسترینگ رؤوس

۲- مقدار ضریب کلاسترینگ را برای شبکه ی زیر محاسبه کنید. (۲۰ نمره)

Global: $C = \frac{3 \times N_{\Delta}}{N_3}$

$N_{\Delta} = \binom{5}{3} \times 3 = 30$

تعداد مثلث های ممکن در هر کلاس ۵ گره

$N_3 = 12 \times \binom{4}{2} + 3 \times \binom{5}{2} + 3$

Local: $C = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{N_{\Delta}(i)}{N_3(i)}$

$12 \times \frac{\binom{4}{2}}{\binom{4}{2}} + 3 \times \frac{\binom{4}{2}}{\binom{5}{2}} + 0 = \frac{138}{160} = \frac{69}{80}$

$C = \frac{3 \times 30}{105} = \frac{6}{7}$

سوال دوم

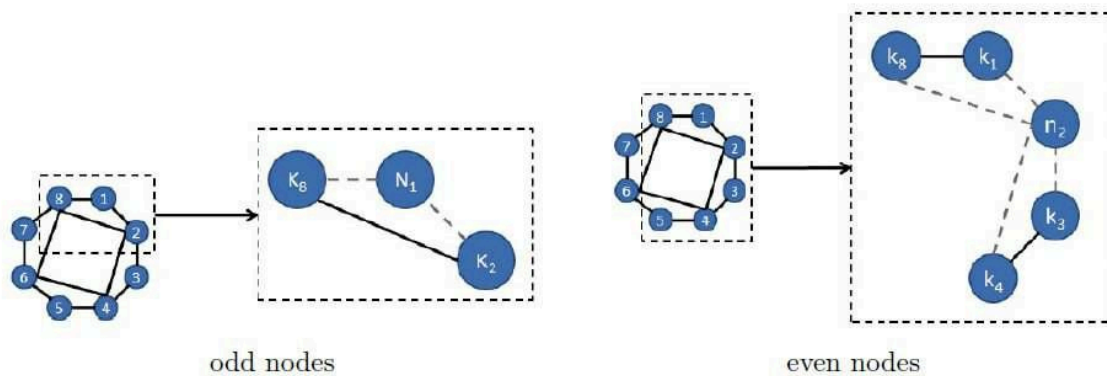
یک حلقه زوج رأسی داریم. علاوه بر یال های حلقه، رأس های زوج به رأس زوج قبل و بعد از خود نیز متصل هستند. میانگین ضریب کلاستریگ چقدر است؟

پاسخ

نود های فرد ۲ همسایه دارند که به هم متصل اند. پس ضریب کلاستریگ برای آن ها ۱ میشود.

نود های زوج ۴ همسایه دارند و دو یال بین همسایه های آن ها موجود است. ضریب کلاسترینگ برای آن ها ۲/۶ میشود.

در نتیجه میانگین ضریب کلاسترینگ ۲/۳ است. (تعداد رأس های زوج و فرد برابر است)



All the odd nodes will have a clustering coefficient of 1 because they only have two neighbors and those two neighbors know one another.

The even nodes have four neighbors, and the two pairs of neighbors on either side know one another. That is 2 edges out of $\binom{4}{2} = 6$ possible ones. So their clustering coefficient is $2/6 = 1/3$.

The average clustering coefficient for the whole network is therefore

$$\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{3} \right) = \frac{2}{3} \quad (1)$$

سوال سوم

توزیع stationary قدم زدن تصادفی (در صورت وجود) برای یک گراف با ماتریس مجاورت A چگونه به دست می آید؟

پاسخ:

تعریف رفتار stationary: بعد از به اندازه کافی گذر در رئوس احتمال حضور در رأس ها تغییر نکند. ماتریس P از روی ماتریس A بدست می آید. به این صورت که احتمال رفتن از i به j برای همسایه های i میشود ۱ بر روی درجه. برای باقی رئوس صفر اگر X_t توزیع احتمال حضور در رأس های گراف در مرحله t را نشان دهد، داریم

$$X_{t+1} = X_t P$$

اگر برای t به اندازه کافی بزرگ $X_{t+1} = X_t$ انگاه X_t یک توزیع stationary است.

بردار ویژه متناظر با مقدار ویژه 1 جواب مسئله است

$$V = VP$$