Taller 4 - Métodos computacionales - Damian Cortina & Santiago Vargas

Demostración 4

Verificar que

$$E = \int_a^b \epsilon(x)\,dx = \int_a^b \frac{f''''(\xi)}{4!}(x-a)(x-b)(x-(a+b)/2)\,dx = 0 \quad , a \leq \xi \leq b$$

$$\int_a^b (x-a)(x-b)(x-(a+b)/2)\,dx \quad , \text{sea } u = \frac{1}{2}(-a-b)+x \ \wedge \ du = dx$$

límite inferior: $\frac{1}{2}(-a-b)+a$, límite superior: $\frac{1}{2}(-a-b)+b$

$$\int_{\frac{1}{2}(-a-b)+a}^{\frac{1}{2}(-a-b)+b} \left(\frac{a+b}{2}-a+u\right)\left(\frac{1}{2}(-a-b)+\frac{a+b}{2}+u\right)\left(\frac{a+b}{2}-b+u\right)du$$

Debido a que $\left(\frac{a+b}{2}-a+u\right)\left(\frac{1}{2}(-a-b)+\frac{a+b}{2}+u\right)\left(\frac{a+b}{2}-b+u\right)$ es una función impar,

y a que el intervalo $\left[\frac{1}{2}(-a-b)+a, \frac{1}{2}(-a-b)+b\right]$ es simétrico con respecto a 0,

$$\int_{\frac{1}{2}(-a-b)+a}^{\frac{1}{2}(-a-b)+b} \left(\frac{a+b}{2}-a+u\right)\left(\frac{1}{2}(-a-b)+\frac{a+b}{2}+u\right)\left(\frac{a+b}{2}-b+u\right)du = 0$$

$\blacksquare$