Día:____ Mes:____ Año:____

Sea $\chi^2(\vec{\theta}) = \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{y_i - M(x_i, \vec{\theta})}{\sigma_i} \right)^2$

Teniendo que $\sigma_i = 1 \; \forall i$

$$\sum_{i=1}^{N} \left(\frac{y_i - M(x_i, \vec{\theta})}{1} \right)^2$$

Al ser la sumatoria lineal en todo el dominio, permite que la función sea suave y derivable, por ende se puede hallar la derivada parcial.

$$\frac{\partial \chi^2(\vec{\theta})}{\partial \theta_i} \left(y_i - M(x_i, \vec{\theta}) \right)^2$$

$$= -\left(\frac{\partial M(x_i, \vec{\theta})}{\partial \theta_i} \right) \cdot 2 \left(y_i - M(x_i, \vec{\theta}) \right)$$

Así, se reescribe la derivada parcial en la sumatoria, obteniendo:

$$\frac{\partial \chi^2(\vec{\theta})}{\partial \theta_i} = -2 \sum_{i=1}^{N} \left(y_i - M(x_i, \vec{\theta}) \right) \frac{\partial M(x_i, \vec{\theta})}{\partial \theta_i}$$

Día: Mes: Año:

Usando la def. de descenso gradiente:

$$\vec{X}^{1} = \vec{X}^{0} - \gamma \nabla \vec{F}(\vec{X_0})$$

$$X_{j+1} = X_j - \gamma \nabla F(X_j)$$ [Generalización]

Donde $\nabla F(X_j) = \frac{\partial X^2(\vec{\theta})}{\partial \theta_i}$

Del ítem anterior se obtuvo que

$$\frac{\partial X^2(\vec{\theta})}{\partial \theta_i} = -2 \sum_{i=1}^{N} (y_i - M(X_i, \vec{\theta}_j)) \left(\frac{\partial M(X_i, \vec{\theta})}{\partial \theta_i} \right)$$

Ahora, $\frac{\partial M(X_i, \vec{\theta})}{\partial \theta_i}$ sería la derivada parcial de la función:

$$M(x; \vec{\theta}) = \frac{\theta_0}{\theta_1 + e^{-\theta_2 x}}$$

Debido a que hay 3 parámetros $(\theta_0, \theta_1, \theta_2)$, se obtienen 3 derivadas parciales (una por parámetro). Ergo,

$$\frac{\partial M(X_i, \vec{\theta})}{\partial \theta_i} = \nabla_\theta M(X_i, \vec{\theta})$$

$$= \left[\frac{\partial M(x_i, \vec{\theta})}{\partial \theta_0}, \frac{\partial M(x_i, \vec{\theta})}{\partial \theta_1}, \frac{\partial M(x_i, \vec{\theta})}{\partial \theta_2} \right]$$

tuffy