

Измерение вязкости воздуха по течению в тонких трубках

Цель работы: экспериментально исследовать свойства течения газов по тонким трубкам при различных числах Рейнольдса; выявить область применимости закона Пуазейля и с его помощью определить коэффициент вязкости воздуха.

В работе используются: система подачи воздуха (компрессор, поводящие трубки); газовый счетчик барабанного типа; спиртовой микроманометр с регулируемым наклоном; набор трубок различного диаметра с выходами для подсоединения микроманометра; секундомер.

1 Теоретическая часть

Рассмотрим движение вязкой жидкости или газа по трубке круглого сечения. При малых скоростях потока движение оказывается ламинарным (слоистым), скорости частиц меняются по радиусу и направлены вдоль оси трубки. С увеличением скорости потока движение становится турбулентным, а слои перемешиваются. При турбулентном движении скорость в каждой точке быстро меняет величину и направление, сохраняется только средняя величина скорости.

Характер движения газа (или жидкости) в трубке определяется безразмерным числом Рейнольдса:

$$Re = \frac{vr\rho}{\eta}$$

где v – скорость потока, r – радиус трубки, ρ – плотность движущейся среды, η – её вязкость. В гладких трубках круглого сечения переход от ламинарного движения к турбулентному происходит при $Re \approx 1000$.

При ламинарном течении объем газа V , протекающий за время t по трубке длиной l , определяется формулой Пуазейля:

$$Q = \frac{\pi r^4}{8\Delta l \eta} (P_1 - P_2) \quad (1)$$

В этой формуле $P_1 - P_2$ – разность давлений в двух выбранных сечениях 1 и 2, расстояние между которыми равно Δl . Величину Q обычно называют расходом. Формула (1) позволяет определять вязкость газа по его расходу.

Отметим условия, при которых справедлива формула (1). Прежде всего необходимо, чтобы с достаточным запасом выполнялось неравенство $Re < 1000$. Необходимо также, чтобы при течении не происходило существенного изменения удельного объема газа (при выводе формулы удельный объем считался постоянным). Для жидкости это предположение выполняется практически всегда, а для газа — лишь в тех случаях, когда перепад давлений вдоль трубки мал по сравнению с самим давлением. В нашем случае давление газа равно атмосферному (10^3 см вод. ст.), а перепад давлений составляет не более 10 см вод. ст., т. е. менее 1% от атмосферного. Формула (1) выводится для участков трубки, на которых закон распределения скоростей газа по сечению не меняется при движении вдоль потока.

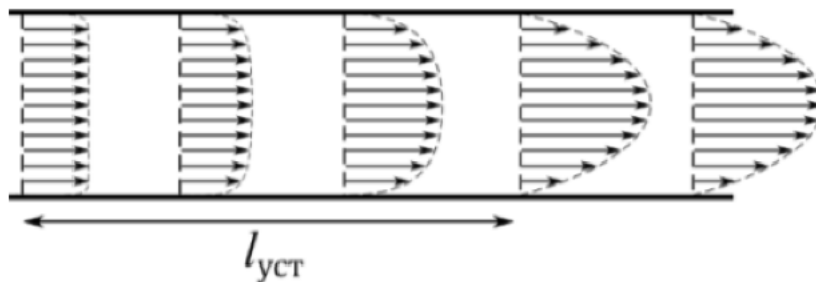


Рис. 1: Формирование потока газа в трубке круглого сечения

При втекании газа в трубку из большого резервуара скорости слоёв вначале постоянны по всему направлению. По мере продвижения газа по трубке картина распределения скоростей меняется, так как сила трения о стенку тормозит прилежащие к ней оси. Характерное для ламинарного течения параболическое распределение скоростей устанавливается на некотором расстоянии a от входа в трубку, которое зависит от радиуса трубки r и числа Рейнольдса по формуле

$$a \approx 0.2rRe \quad (2)$$

Градиент давления на участке формирования потока оказывается больше, чем на участке с установившимся ламинарным течением, что позволяет разделить эти участки экспериментально. Формула (2) даёт возможность оценить длину участка формирования.

2 Экспериментальная установка

Схема экспериментальной установки изображена на Рис. 2. Поток воздуха под давлением, немного превышающим атмосферное, поступает через газовый счётчик в тонкие металлические трубки. Воздух нагнетается компрессором, интенсивность его подачи регулируется краном К. Трубки снабжены съёмными заглушками на концах и рядом миллиметровых отверстий, к которым можно подключать микроманометр. В рабочем состоянии открыта заглушка на одной (рабочей) трубке, микроманометр подключён к двум её выводам, а все остальные отверстия плотно закрыты пробками.

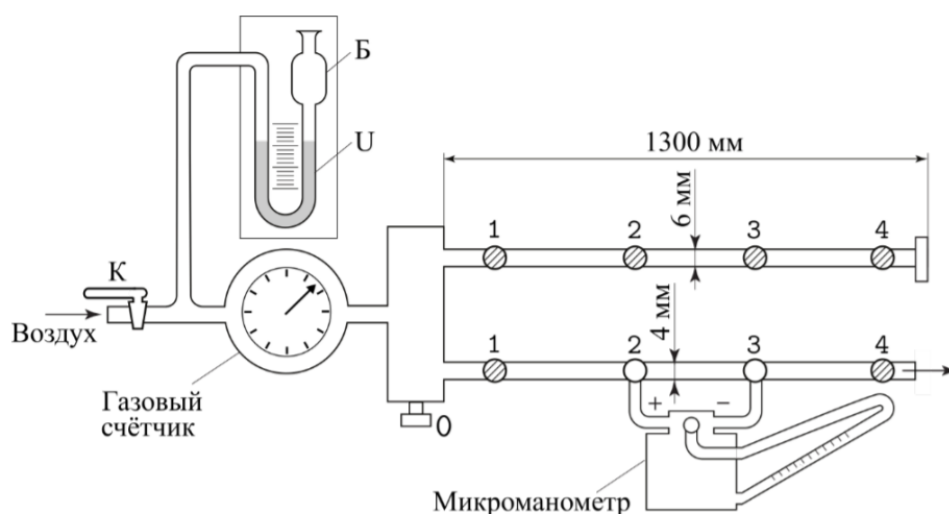


Рис. 2: Экспериментальная установка

Перед входом в газовый счётчик установлен водяной U-образный манометр. Он служит для измерения давления газа на входе, а также предохраняет счётчик от выхода из строя. При превышении максимального избыточного давления на входе счётчика (~ 30 см вод. ст.) вода выплёскивается из трубки в защитный баллон Б, создавая шум и привлекая к себе внимание экспериментатора.

Газовый счётчик. В работе используется газовый счётчик барабанного типа, позволяющий измерять объём газа ΔV прошедшего через систему. Измеряя время Δt при помощи секундомера, можно вычислить средний объёмный расход газа $Q = \Delta V / \Delta t$ (для получения массового расхода [кг/с] результат необходимо домножить на плотность газа ρ).

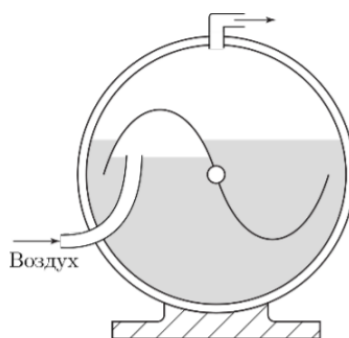


Рис. 3: Газовый счетчик

Работа счётчика основана на принципе вытеснения: на цилиндрической ёмкости жёстко укреплены лёгкие чаши (см. Рис. 3, где для упрощения изображены только две чаши), в которые поочередно поступает воздух из входной трубки расходомера. Когда чаша наполняется, она всплывает и её место занимает следующая и т.д. Вращение оси предаётся на счётно-суммирующее устройство. Для корректной работы счётчика он должен быть заполнен водой и установлен горизонтально по уровню (подробнее см. техническое описание установки).

Микроманометр. В работе используется жидкостный манометр с наклонной трубкой. Разность давлений на входах манометра измеряется по высоте подъёма этилового спирта. Регулировка наклона позволяет измерять давление в различных диапазонах.

На крышке прибора установлен трехходовой кран, имеющий два рабочих положения — (0) и (+). В положении (0) производится установка мениска жидкости на ноль, что необходимо сделать перед началом работы (в процессе работы также рекомендуется периодически проверять положение нуля). В положении (+) производятся измерения.

3 Обработка результатов измерений

Эксперимент проводился при комнатной температуре $T_{\text{комн}} = 297,4\text{ K}$, при атмосферном давлении $P_{\text{атм}} = 99,6 \pm 0.1$ кПа и при относительной влажности в помещении $\phi = 83\%$. При таких показателях окружающей среды теоретическое $Q_{\text{кр}} = 100 \pm 2$ мл/с а $\Delta P_{\text{кр}} = 177 \pm 10$ Па для первой трубы и $Q_{\text{кр}} = 137 \pm 3$ мл/с а $\Delta P_{\text{кр}} = 64 \pm 5$ Па

$$Re_{\text{кр}} = \frac{\mu P Q}{\pi r R T \eta} = 1000 \quad \text{отсюда следует} \quad Q_{\text{кр}} = \frac{Re \pi r R T \eta}{\mu P} \quad (3)$$

$$\sigma_{Q_{\text{кр}}} = Q_{\text{кр}} \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_r}{r}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_T}{T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_P}{P}\right)^2} \quad (4)$$

$$\Delta P_{\text{кр}} = \frac{8 Q_{\text{кр}} L \eta}{\pi r^4} \quad \sigma_{\Delta P_{\text{кр}}} = \Delta P_{\text{кр}} \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_Q}{Q}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_L}{L}\right)^2 + 16 \left(\frac{\sigma_r}{r}\right)^2} \quad (5)$$

По формуле (2) формирование распределения скоростей происходит на расстоянии 39 см. Давление, измеряемое микроманометром, определяется по формуле:

$$P = 9,81 \cdot K \cdot h$$

где h – показание макроманометра, K – коэффициент наклона, P – Давление в паскалях.

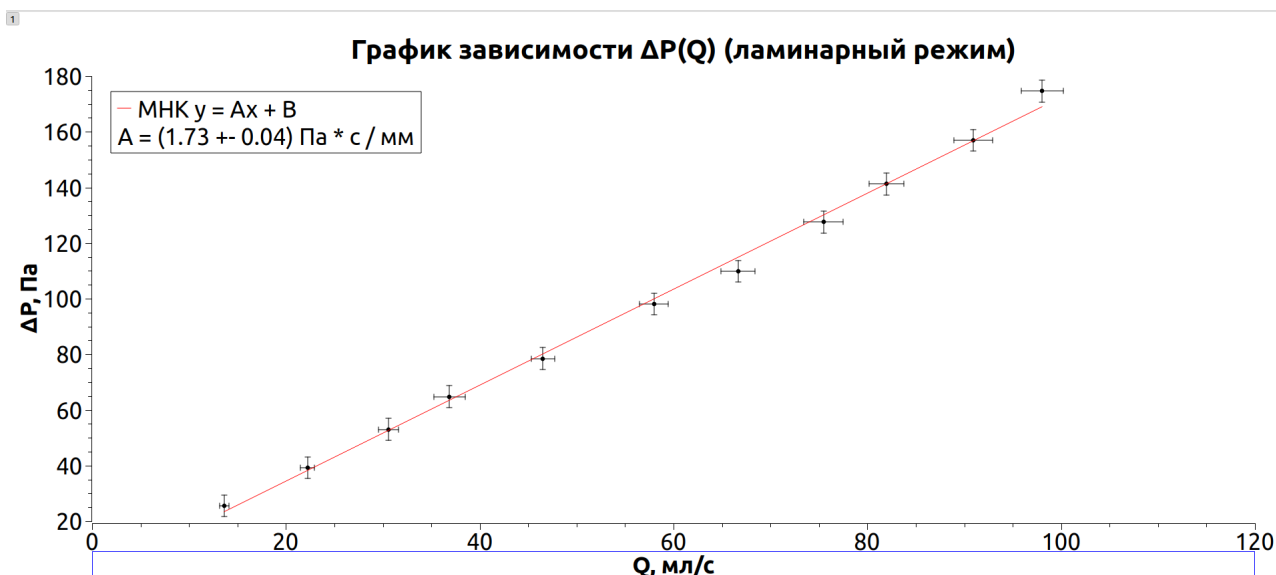
3.1 Зависимость разности давлений от расхода

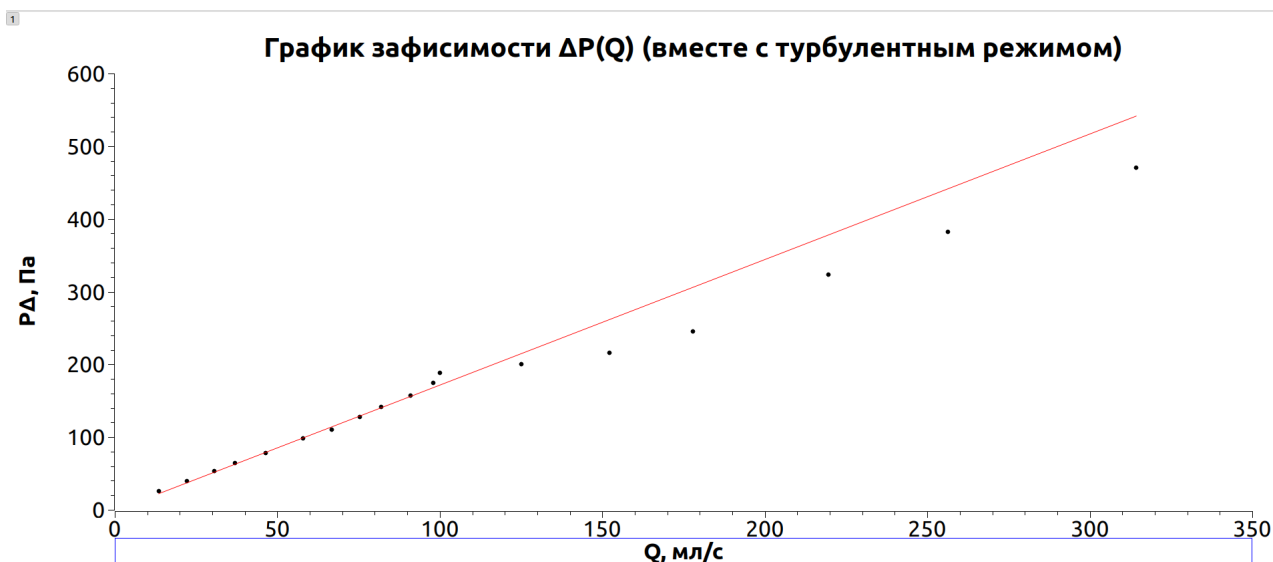
Эксперимент проводился на первой трубе с диаметром $d_1 = 3,95 \pm 0,05$ мм. Данные измерений приведены в таблице 1.

Таблица 1: Результаты измерений разности давлений от расхода

h , мм	ΔV , л	Δt , с	ΔP , Па	Q , мл/с
13	3	220	25.506	13.6
20	3	135	39.24	22.2
27	3	98	52.974	30.6
33	3	64	64.746	36.9
40	4	86	78.48	46.5
50	4	69	98.1	58.0
56	4	60	109.872	66.7
65	4	53	127.53	75.5
72	5	61	141.264	82.0
80	5	55	156.96	90.9
89	5	51	174.618	98.0
96	5	50	188.352	100.0
102	6	48	200.124	125.0
110	7	46	215.82	152.2
125	8	45	245.25	177.8
165	9	41	323.73	219.5
195	10	39	382.59	256.4
240	11	35	470.88	314.3

По результатам измерений был построен график 1. По угловому коэффициенту и формуле (1) можно оценить вязкость воздуха. Она составила $\eta = 1,87 \pm 0,09 \times 10^{-5}$ Па·с.





По графику видно, что переход к турбулентному режиму происходит при $\Delta P = 174 \pm 10$ Па и при $Q = 98 \pm 2$ мл/с что совпадает с теоретически посчитанными значениями. Число Рейнольдса в этой точке равно $Re = 996 \pm 8$

$$Re = \frac{QP\mu}{\pi RT r \eta} \quad \sigma_{Re} = Re \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_Q}{Q}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_P}{P}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_T}{T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_r}{r}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_\eta}{\eta}\right)^2} \quad (6)$$

погрешности измеряемых величин:

$$\sigma_h = 2 \text{ мм} \quad \sigma_V = 0.1 \text{ л} \quad (7)$$

$$\sigma_P = (9.81 * \sigma_h * 0.2) \text{ Па} = 3.924 \text{ Па} \quad \sigma_Q^{\text{сист}} = Q \cdot \varepsilon_Q = Q \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_T}{T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_V}{V}\right)^2} \quad (8)$$

Угловой коэффициент измерялся по МНК:

$$A = \frac{\langle Q \Delta P \rangle}{\langle Q^2 \rangle} \quad \sigma_A^{\text{случ}} = \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{\langle \Delta P^2 \rangle}{\langle Q^2 \rangle} - A^2} \quad (9)$$

$$\sigma_A^{\text{сист}} = A \cdot \sqrt{\epsilon_{\Delta P}^2 + \epsilon_Q^2} \quad \sigma_A^{\text{полн}} = \sqrt{(\sigma_A^{\text{сист}})^2 + (\sigma_A^{\text{случ}})^2} \quad (10)$$

из формулы (1) величина

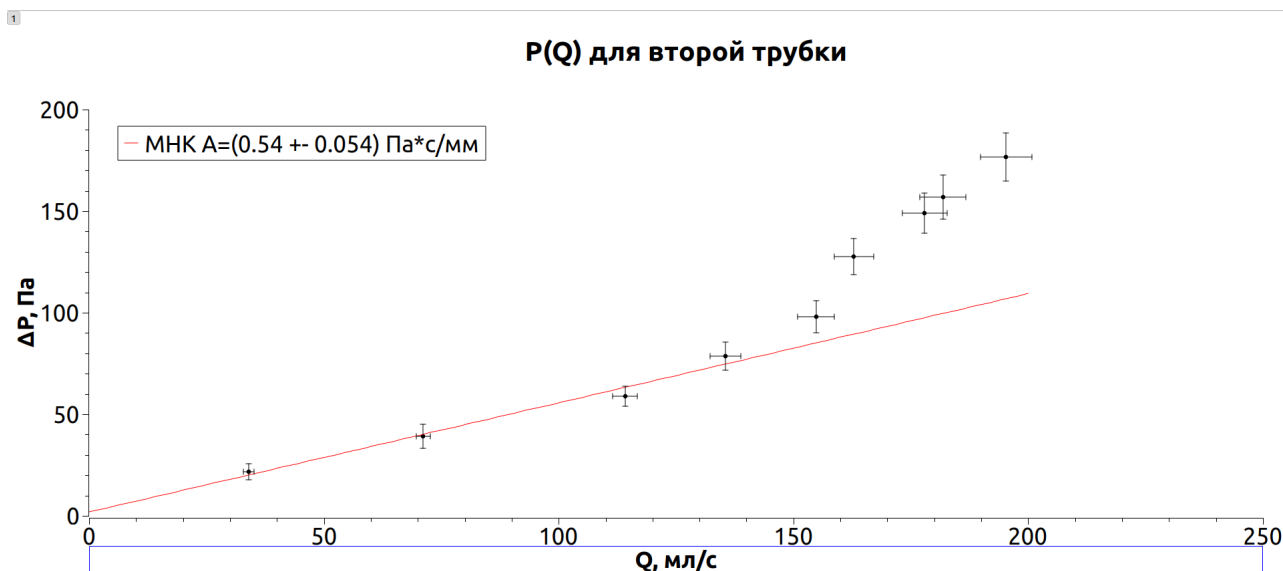
$$\eta = \frac{\pi r^4}{8L} \cdot A \quad \sigma_\eta = \eta \cdot \sqrt{16\left(\frac{\sigma_r}{r}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_A}{A}\right)^2} \quad (11)$$

аналогичные измерения для трубки с диаметром $d_1 = 5, 10 \pm 0,05$ мм. Данные измерений приведены в таблице 2.

Таблица 2: Результаты измерений разности давлений от расхода

h , мм	ΔV , л	Δt , с	ΔP , Па	Q , мл/с
11	3	88.3	21.5	33.9
30	5	43.8	58.9	114.1
20	5	70.3	39.2	71.1
40	5	36.9	78.5	135.5
50	5	32.3	98.1	154.8
65	5	30.7	127.5	162.8
76	5	28.1	149.1	177.9
80	5	27.5	156.9	181.8
90	5	25.6	176.5	195.3

По результатам измерений был построен график. По угловому коэффициенту и формуле (1) можно оценить вязкость воздуха. Она составила $\eta = 1,77 \pm 0,09 \times 10^{-5}$ Па·с, таким образом, величина, измеренная на второй трубке совпала с измеренной на первой трубке величиной. Из-за меньшего количества измерений сложно четко определить точку перехода к турбулентному режиму, но по графику видно, что зависимость соответствует теоретическому значению (точка $Q = 137$ мл/с и $\Delta P = 64$ Па лежит на участке перехода к турбулентному режиму)



3.2 Зависимость разности давлений от длины участка

Здесь измерения проводились на трубах 1 и 2 с диаметрами $d_1 = 3,95 \pm 0,05$ мм и $d_2 = 5,10 \pm 0,05$ мм, с расходами $Q_1 \approx 89,0$ мм/с и $Q_2 \approx 107,8$ мл/с соответственно. Результаты измерений приведены в таблице 3.

Таблица 3: Зависимость давления от длины

$Q = 89,0 \text{ мл/с}, d = 3,95 \text{ мм}$	
$x, \text{ см}$	$\Delta P, \text{ Па}$
10,9	82,3
40,9	186,2
80,9	313,6
130,9	450,8

$Q = 107,8 \text{ мл/с}, d = 5,10 \text{ мм}$	
$x, \text{ см}$	$\Delta P, \text{ Па}$
10,9	123,6
40,9	229,6
80,9	323,7
130,9	455,2

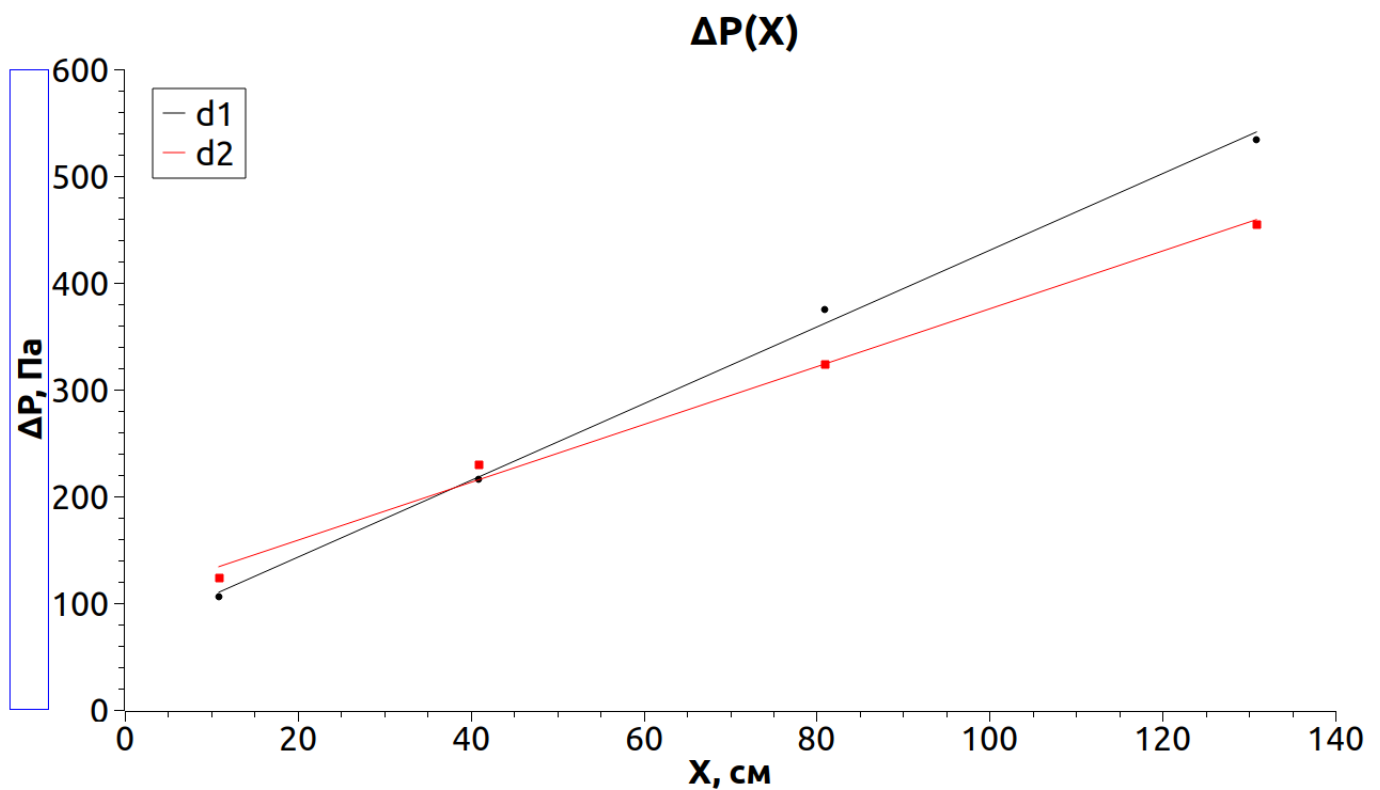


Рис. 4: Зависимость разности давлений от длины

4 ВЫВОД

Экспериментально исследовались свойства течения газов по тонким трубкам; найдены критические значения расхода, давления и число Рейнольдса для перехода в турбулентный режим, значения совпали с экспериментальными. Также определен коэффициент вязкости воздуха.

$$\eta_1 = (1.87 \pm 0.09) \text{ Па} \cdot \text{с} \quad \text{и} \quad \eta_2 = (1.77 \pm 0.09) \text{ Па} \cdot \text{с} \quad (12)$$