

# Отчет о выполнении лабораторной работы 2.1.3

## Определение $C_p/C_v$ по скорости звука в газе

Г. А. Багров

ФРКТ МФТИ, 27.04.2022

**Цель работы:** 1) измерение частоты колебаний и длины волны при резонансе звуковых колебаний в газе, заполняющем трубу; 2) определение показателя адиабаты с помощью уравнения состояния идеального газа

**В работе используются:** звуковой генератор ГЗ; электронный осциллограф ЭО; микрофон; телефон; раздвижная труба; генератор сигналов специальной формы; теплоизолированная труба, обогреваемая водой из термостата; баллон со сжатым углекислым газом; газгольдер.

### Теоретические сведения:

Скорость распространения звуковой волны в газах зависит от показателя адиабаты  $\gamma$  и определяется формулой

$$c = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}}. \quad (1)$$

где  $T$  – температура газа, а  $\mu$  – его молярная масса.

Таким образом, для определения показателя адиабаты достаточно измерить температуру газа и скорость распространения звука (молярная масса газа предполагается известной).

Звуковая волна, распространяющаяся вдоль трубы, испытывает многократные отражения от торцов. Звуковые колебания в трубе являются наложением всех отраженных волн и очень сложны. Картина упрощается, если длина трубы  $L$  равна целому числу полуволен, то есть когда

$$L = n\lambda/2,$$

где  $\lambda$  – длина волны звука в трубе, а  $n$  – любое целое число. Если это условие выполнено, то волна, отраженная от торца трубы, вернувшись к ее началу и вновь отраженная, совпадает по фазе с падающей. Совпадающие по фазе волны усиливают друг друга. Амплитуда звуковых колебаний при этом резко возрастает – наступает резонанс.

При звуковых колебаниях слои газа, прилегающие к торцам трубы, не испытывают смещения. Узлы смещения повторяются по всей длине трубы через  $\lambda/2$ . Между узлами находятся максимумы смещения.

Скорость звука  $c$  связана с его частотой  $f$  и длиной волны  $\lambda$  соотношением

$$c = \lambda f. \quad (2)$$

Подбор условий, при которых возникает резонанс, можно производить двояко:

1) При неизменной частоте  $f$  звукового генератора (т.е. при неизменной длине звуковой волны  $\lambda$ ) можно изменять длину трубы  $L$ . Для этого применяется раздвижная труба. Длина раздвижной трубы постепенно увеличивается, и наблюдается ряд последовательных резонансов. Для  $k$ -ого резонанса имеем:

$$L_{n+k} = n\frac{\lambda}{2} + k\frac{\lambda}{2},$$

т. е.  $\lambda/2$  равно угловому коэффициенту графика, изображающего зависимость длины трубы  $L$  от номера резонанса  $k$ .

2) При постоянной длине трубы можно изменять частоту звуковых колебаний. В этом случае следует плавно изменять частоту  $f$  звукового генератора, а следовательно, и длину звуковой волны  $\lambda$ . Для  $k$ -ого резонанса получим:

$$L = (n + k) \frac{\lambda_{k+1}}{2}$$

$$f_{k+1} = \frac{c}{\lambda_{k+1}} = \frac{c}{2L} (n + k) = f_1 + \frac{c}{2L} k.$$

Скорость звука, деленная на  $2L$ , определяется, таким образом, по угловому коэффициенту графика зависимости частоты от номера резонанса.

**Экспериментальная установка:** Соответственно двум методам измерения скорости звука в работе имеются две установки (рис. 1 и 2). В обеих установках звуковые колебания в трубе возбуждаются телефоном Т и улавливаются микрофоном М. Мембрана телефона приводится в движение переменным током звуковой частоты; в качестве источника переменной ЭДС используется звуковой генератор ГЗ. Возникающий в микрофоне сигнал наблюдается на осциллографе ЭО.

Микрофон и телефон присоединены к установке через тонкие резиновые трубки. Такая связь достаточна для возбуждения и обнаружения звуковых колебаний в трубе и в то же время мало возмущает эти колебания: при расчетах оба торца трубы можно считать неподвижными, а влиянием соединительных отверстий пренебречь.

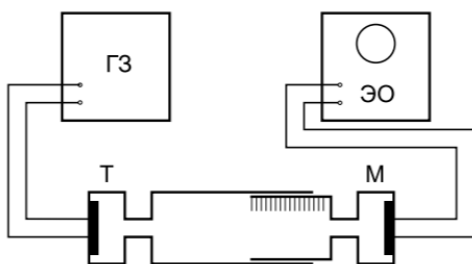


Рис. 1: Установка для измерения скорости звука при помощи раздвижной трубы

Первая установка (рис. 1) содержит раздвижную трубу с миллиметровой шкалой. Через патрубок (на рисунке не показан) труба может наполняться воздухом или углекислым газом из газгольдера. На этой установке производятся измерения  $\gamma$  для воздуха и для углекислого газа  $CO_2$ .

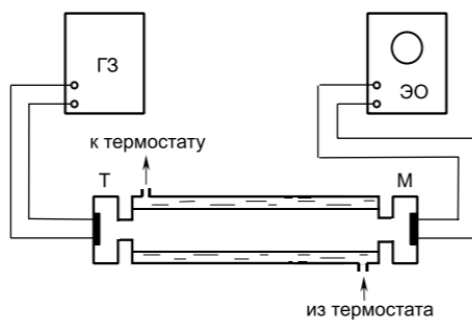


Рис. 2: Установка для изучения зависимости скорости звука от температуры

Вторая установка (рис. 2) содержит теплоизолированную трубу постоянной длины. Воздух в трубе нагревается водой из термостата. Температура газа принимается равной температуре омывающей трубу воды. На этой установке измеряется зависимость скорости звука от температуры.

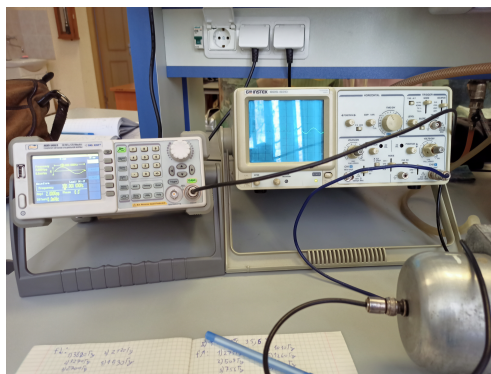


Рис. 3: Используемые генератор сигналов и осциллограф (ЭО)

### Измерения и обработка данных

1) Параметры установки:  $L = 700 \pm 5$  мм,  $t = 24$  °C;

Исходя из примерного значения скорости звука ( $\approx 320 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ ), рассчитаем, в каком диапазоне частот следует вести измерения, чтобы при удлинении трубы можно было наблюдать  $x$  резонансов:  $L = \frac{n\lambda}{2}$ ,  $L + \Delta L = \frac{(n+x)\lambda}{2}$ . Поскольку  $\Delta L \leq 23$  см - сильнее трубу выдвинуть нельзя, то для 4 резонансов необходимо  $\lambda \leq 11.5$  см, т.е.  $f \geq 2600$  Гц (по ф-ле 2). Для 2 резонансов  $\lambda \leq 23$  см, т.е.  $f \geq 1300$  Гц.

2.1) Проведём измерения на первой установке для воздуха. Плавно изменяя длину трубы, последовательно зафиксируем все доступные для наблюдения точки резонанса. Измерения проводятся для нескольких частот. Значение  $\Delta l$  соответствует значению на размеченной подвижной части трубы при измерении как по укорачиванию длины, так и по удлинению. Занесём полученные результаты в таблицу 1.

3.1) Изобразим полученные результаты на графиках (см. рис. 4), откладывая по оси абсцисс номер  $k$  последовательного резонанса, а по оси ординат — соответствующее удлинение трубы  $\Delta l$ .

На полученных графиках угловой коэффициент прямой определяет длину полуволны. Вычислим

f, Гц	2518	2648	2847	3123	3262
k	$\Delta l$ , см	$\Delta l$ , см	$\Delta l$ , см	$\Delta l$ , см	$\Delta l$ , см
0	5,2	1,6	3,6	2,1	4,4
1	12,1	8,1	9,8	7,4	9,7
2	19,0	14,7	16,0	13,0	15,1
3	—	21,2	22,1	18,5	20,4

Таблица 1: Измерения для воздуха

с их помощью скорость звука в воздухе, оценим погрешности измерений. Результаты вычислений (по ф-ле 2) см. в таблице 2:

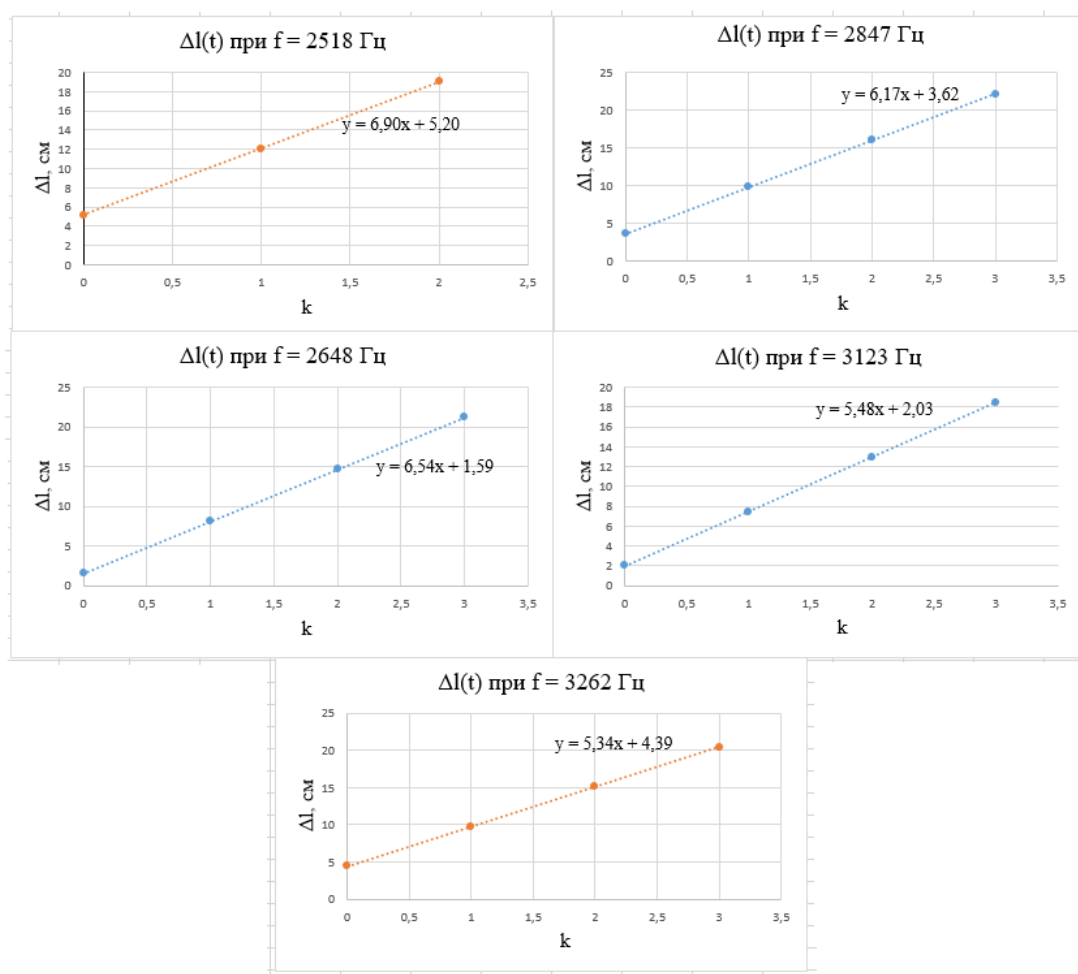


Рис. 4: Зависимость  $\Delta l(k)$  при различных  $f$  для воздуха при 24 °С

f, Гц	2518	2648	2847	3123	3262
$\frac{\lambda}{2}$ , см	6,9	6,54	6,17	5,48	5,34
$c$ , $\frac{м}{с}$	347,48	346,36	351,32	342,28	348,38
$\sigma_\lambda$ , см	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
$\sigma_f$ , Гц	5	5	5	5	5

Таблица 2: результаты обработки для воздуха

Полученные значения скоростей звука при различных частотах близки. Усреднив полученные значения найдём окончательное значение скорости звука в воздухе. Погрешность:

$$\sigma_c = \sqrt{(\sigma_{\text{случ}})^2 + (\sigma_{\text{сист}})^2} = 7,58 \frac{м}{с}.$$

Итого,

$$c = 347,16 \pm 7,58 \frac{м}{с}.$$

Теоретическое значение скорости звука в воздухе при температуре  $t = 24^\circ C$  равно

$$c_T = 345,549 \frac{м}{с}.$$

В пределах погрешности экспериментальное значение совпадает с теоретическим.

Из формулы (1) получим:  $\gamma = \frac{\mu}{RT}c^2 = 1,42 \pm 0,03$ , что сходится с теоретическим значением  $\gamma = \frac{7}{5}$ .

2.2) Аналогично пункту 2.1 проведём измерения на первой установке для углекислого газа. Занесём полученные результаты в таблицу 3.

f, Гц	2326	2597	2779	2938	3314	3571
k	$\Delta l$ , см	$\Delta l$ , см	$\Delta l$ , см	$\Delta l$ , см	$\Delta l$ , см	$\Delta l$ , см
0	0,1	3,0	3,1	3,7	3,5	1,9
1	5,9	8,3	8,0	8,4	7,7	5,4
2	11,8	13,7	13,1	13,2	12,0	9,7
3	18,3	19,1	18,1	18,3	16,5	13,6
4	—	—	—	—	20,2	17,7
5	—	—	—	—	—	22,4

Таблица 3: Измерения для углекислого газа

3.2) Изобразим полученные результаты на графиках (см. рис. 5), откладывая по оси абсцисс номер  $k$  последовательного резонанса, а по оси ординат — соответствующее удлинение трубы  $\Delta l$ .

На полученных графиках угловой коэффициент прямой определяет длину полуволны. Вычислим с их помощью скорость звука в воздухе, оценим погрешности измерений. Результаты вычислений (по ф-ле 2) см. в таблице 4:

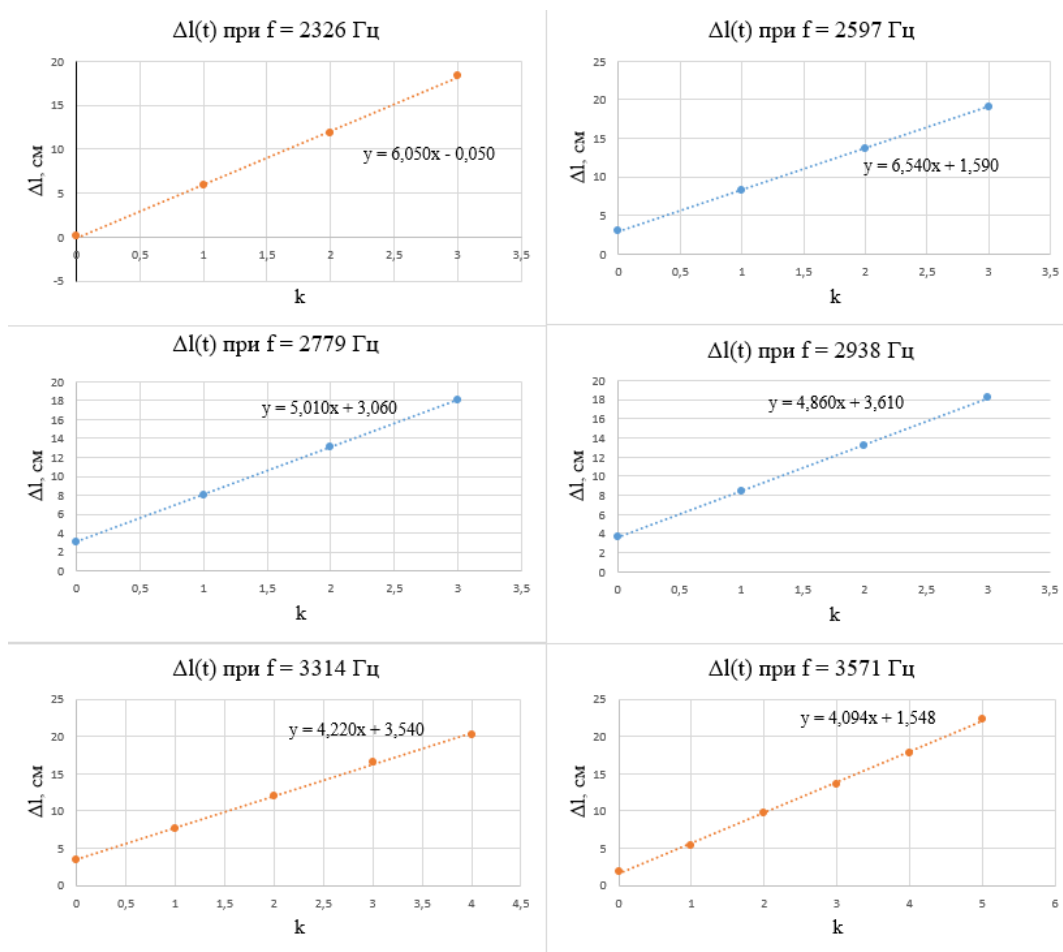


Рис. 5: Зависимость  $\Delta l(k)$  при различных  $f$  для углекислого газа при 24 °C

$f$ , Гц	2326	2597	2779	2938	3314	3571
$\frac{\lambda}{2}$ , см	6,05	6,54	5,01	4,86	4,22	4,09
$c$ , $\frac{м}{с}$	281,45	309,69	278,46	285,57	279,70	292,11
$\sigma_\lambda$ , см	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
$\sigma_f$ , Гц	5	5	5	5	5	5

Таблица 4: результаты обработки для CO2

Полученные значения скоростей звука при различных частотах близки. Усреднив полученные значения найдём окончательное значение скорости звука в углекислом газе. Погрешность:

$$\sigma_c = \sqrt{(\sigma_{\text{случ}})^2 + (\sigma_{\text{сист}})^2} = 26,98 \frac{м}{с}.$$

Итого,

$$c = 287,83 \pm 26,98 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Теоретическое значение скорости звука в CO<sub>2</sub> при температуре  $t = 24^\circ\text{C}$  равно

$$c_{\text{т}} = 281,18 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

В пределах погрешности экспериментальное значение совпадает с теоретическим.

Из формулы (1) получим:  $\gamma = \frac{\mu}{RT}c^2 = 1,48 \pm 0,14$ , что сходится с теоретическим значением  $\gamma = \frac{7}{5}$ .

4) Проведём измерения на второй установке. Результаты измерений представлены в таблице 5.

t, °C	27,0		35,6		45,4	
k	$f_1$ , Гц	$f_2$ , Гц	$f_1$ , Гц	$f_2$ , Гц	$f_1$ , Гц	$f_2$ , Гц
0	500	502	275	276	275	275
1	744	744	509	510	515	516
2	993	994	756	756	768	768
3	1240	1245	1010	1010	1025	1024
4	1490	1490	1260	1259	1279	1280
5	1740	1735	1510	1509	1534	1533

Таблица 5: измерения для второй установки

$f_1$  - соответствует значениям, полученным при увеличении частоты,  $f_2$  - при уменьшении. Видно, что при обратном ходе данные воспроизводятся.

5) Полученные результаты изобразим на графике (см. рис. 6), откладывая по оси абсцисс номер резонанса  $k$ , а по оси ординат — разность между частотой последующих резонансов и частотой первого резонанса:  $\Delta f_k = f_{k+1} - f_1$ . Полученный таким образом угловой коэффициент прямой на графике определяет величину  $k = c/2l$ .

Значение  $\gamma$  найдём при помощи формулы (1). Результаты вычислений по построенным графикам представлены в таблице 6:

t, °C	27,0	35,6	45,4
$k = \frac{c}{2l}$ , Гц	246,43	249,63	254,54
$c$ , $\frac{\text{м}}{\text{с}}$	345,00	349,48	356,36
$\sigma_k$ , Гц	9,2	7,6	8,1
$\sigma_L$ , м · 10 <sup>-3</sup>	1	1	1
$\sigma_c$ , $\frac{\text{м}}{\text{с}}$	13,44	10,24	11,34
$\gamma$	1,38	1,38	1,39

Таблица 6: результаты обработки по данным 2 установки (при  $l = 0,7$  м)

Таким образом,  $\gamma$  не зависит от температуры и равен  $1,38 \pm 0,02$ , что в пределах погрешности совпадает с теоретическим значением  $\gamma = 1,40$ .

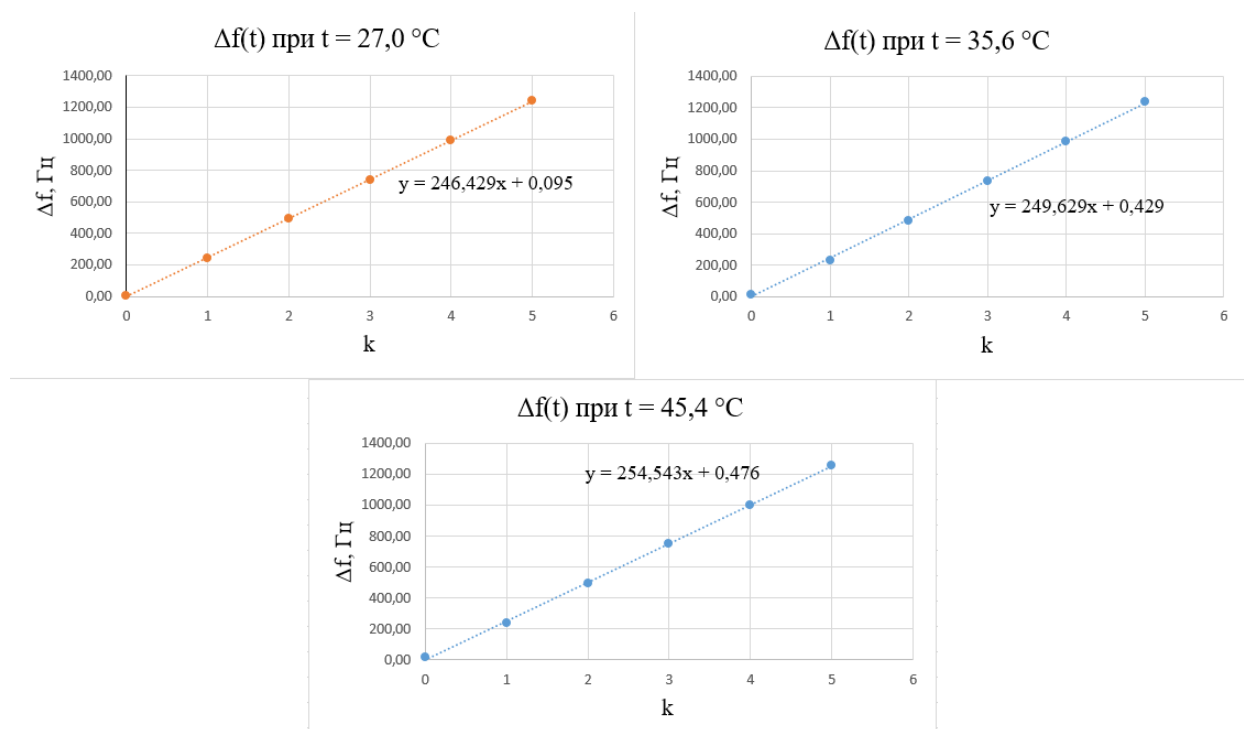


Рис. 6: Зависимость  $\Delta f(k)$  при различных  $t$  для воздуха при  $l = 700 \text{ мм}$

### Выводы:

1) В ходе данной работы были найдены длины волн при резонансе звуковых колебаний в газе, заполняющем трубу (порядка 10 см).

2) Двумя способами был определён показатель адиабаты  $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ : при помощи установки с подвижной трубкой ( $T = \text{const}$ ,  $l$  меняется) был получен результат  $\gamma = \frac{\mu}{RT}c^2 = 1,42 \pm 0,03$ ; а при помощи установки с термостатом ( $l = \text{const}$ ,  $T$  меняется)  $\gamma = 1,38 \pm 0,02$ . Оба результата сошлись с теоретическим значением  $\gamma = 1,40$ .