ОБРАБОТКА И РАСПОЗНАВАНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Леонид Моисеевич Местецкий

профессор

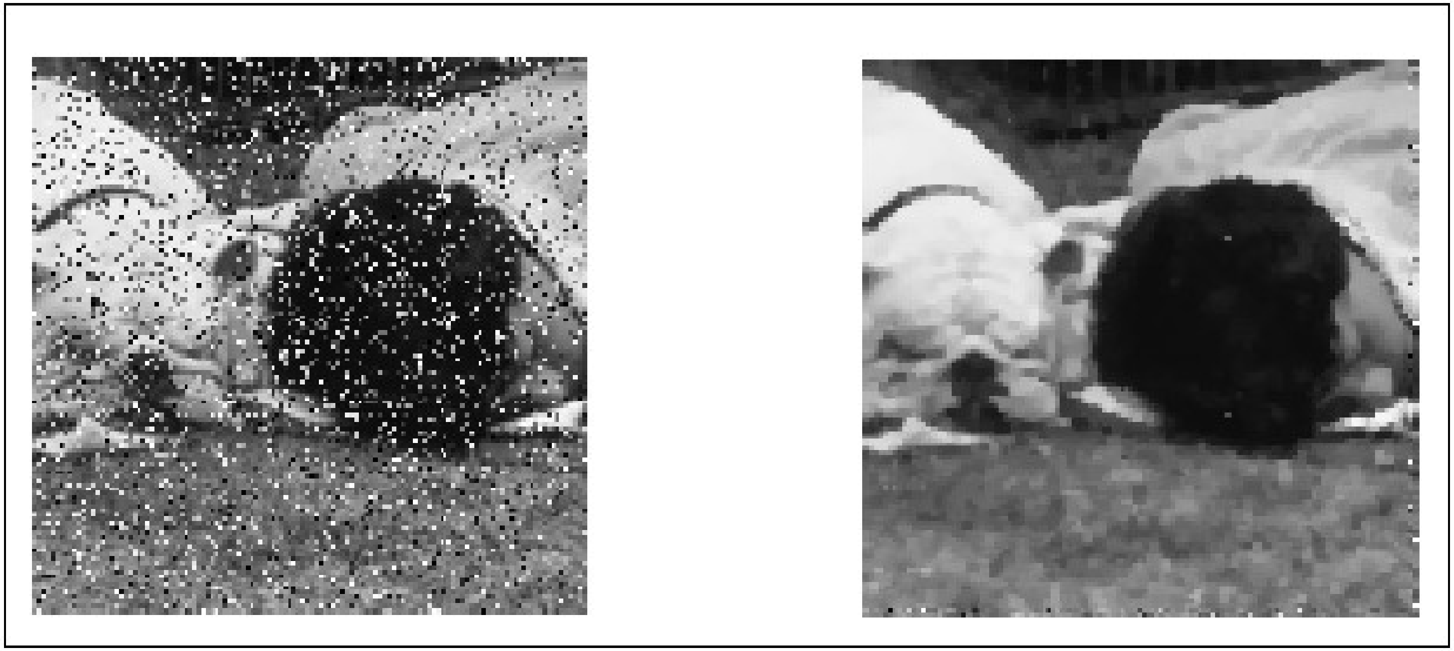
кафедра математических методов прогнозирования ВМК МГУ

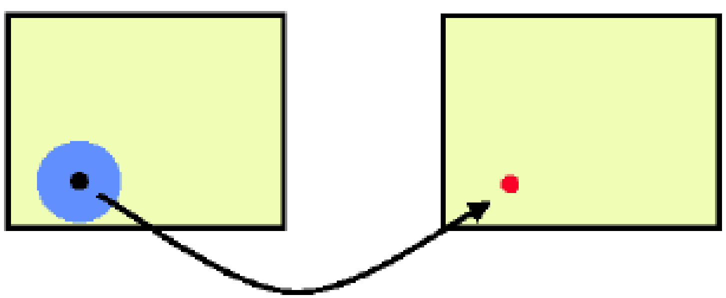
кафедра интеллектуальных систем МФТИ

ОПЕРАЦИИ НАД ИЗОБРАЖЕНИЯМИ

- Точечные
- **Пространственные**
- Геометрические
- Алгебраические
- Межкадровые

Пространственные операции





$$I'(x,y) = \sum_{(u,v)\in N(x,y)} I(u,v)/\left|N(x,y)\right|$$

$$N(x,y) - \textit{окрестность}(x,y)$$

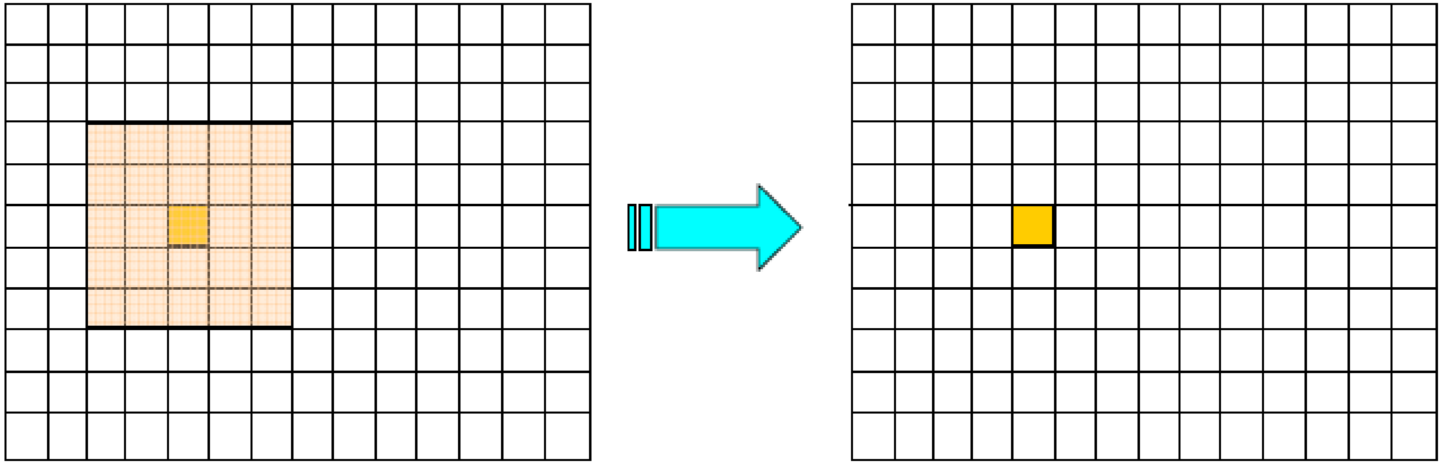
- Результат зависит от координат пикселя
- Результат зависит от окружающих пикселей

Окрестность – область примыкания

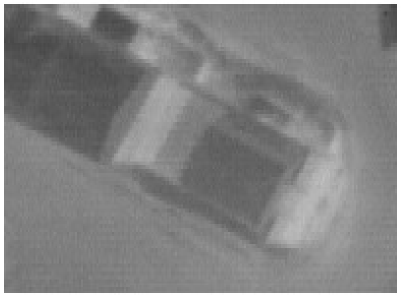
Окрестность (область примыкания) – это группа пикселей изображения, используемых в пространственных операциях.

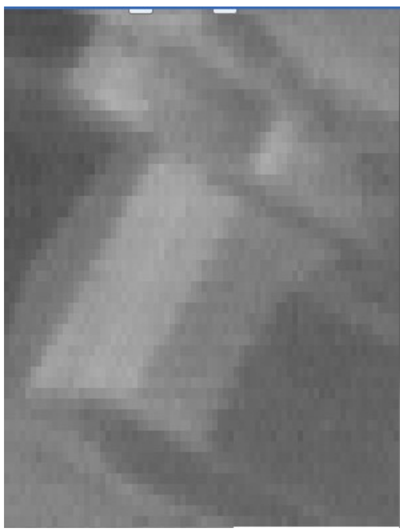
Обычно это матрица с нечётной размерностью (но не обязательно).

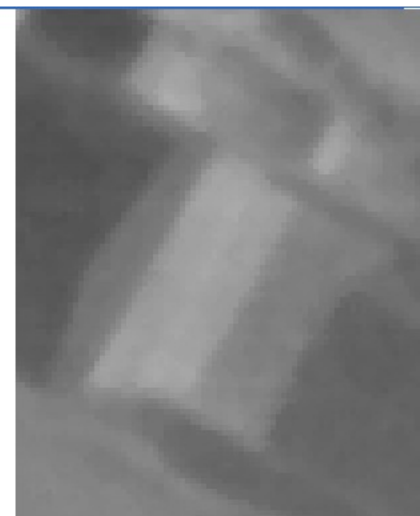
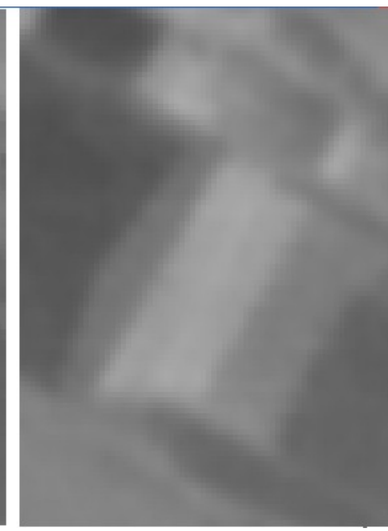
Преобразуемая точка обычно в центре области примыкания (но не обязательно).



Фильтры



Исходное
изображен
ие

Среднеари
фм.
фильтр

Медианный
фильтр

Гауссо
в
фильтр

Min/Max-фильтры

30	10	20
10	250	25
20	25	30

→ 10, 10, 20, 20, 25, 25, 30, 30, 250

min max

Применение Min/Max-фильтров








Исходное изображение

Min(I) окрестность 2×2

MinMax(I)

Шум ≪соль с перцем≫

Шум ≪соль с перцем≫

Max(I) окрестность 2×2

MaxMin (I)

MaxMin (MinMax(I))

Медианный фильтр

30	10	20
10	250	25
20	25	30

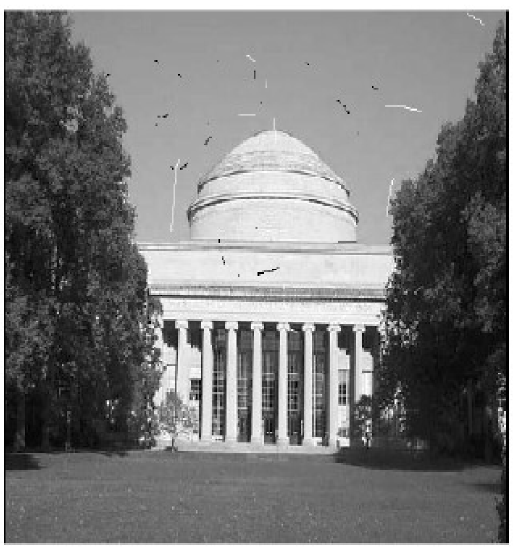
→ 10, 10, 20, 20, 25, 25, 30, 30, 250

↑

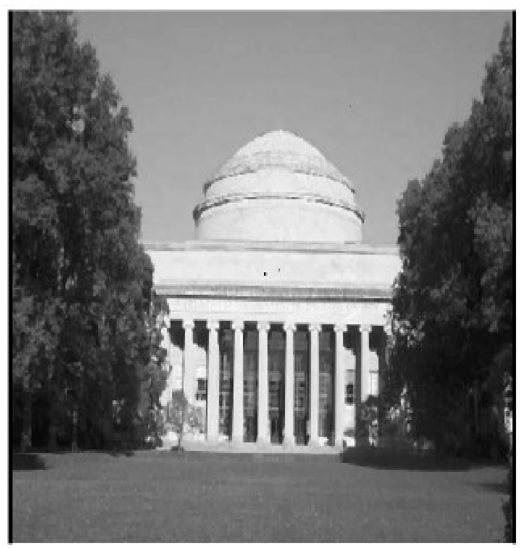
Медиана

$$I'(x,y) = \underset{(u,v)\in N(x,y)}{med} I(u,v)$$


Медианный фильтр, окрестность 3×3



Исходное изображение

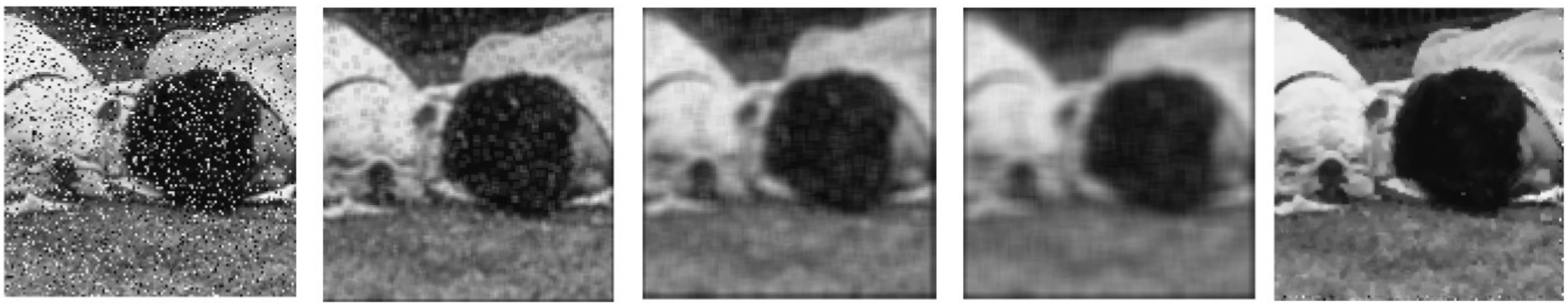


Медианный фильтр 3×3

Медианный фильтр 5 5

Среднеарифметический фильтр

$$I'(x,y) = \sum_{(u,v)\in N(x,y)} I(u,v)/\left|N(x,y)\right|$$



Шум «соль с перцем»

Среднеарифметические фильтры

3 3

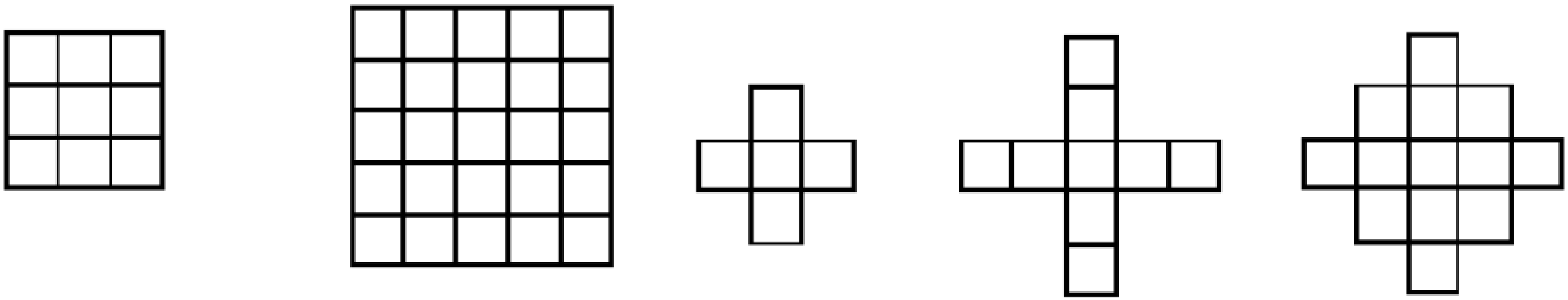
5 5

7 7

Медианный фильтр

Окрестности

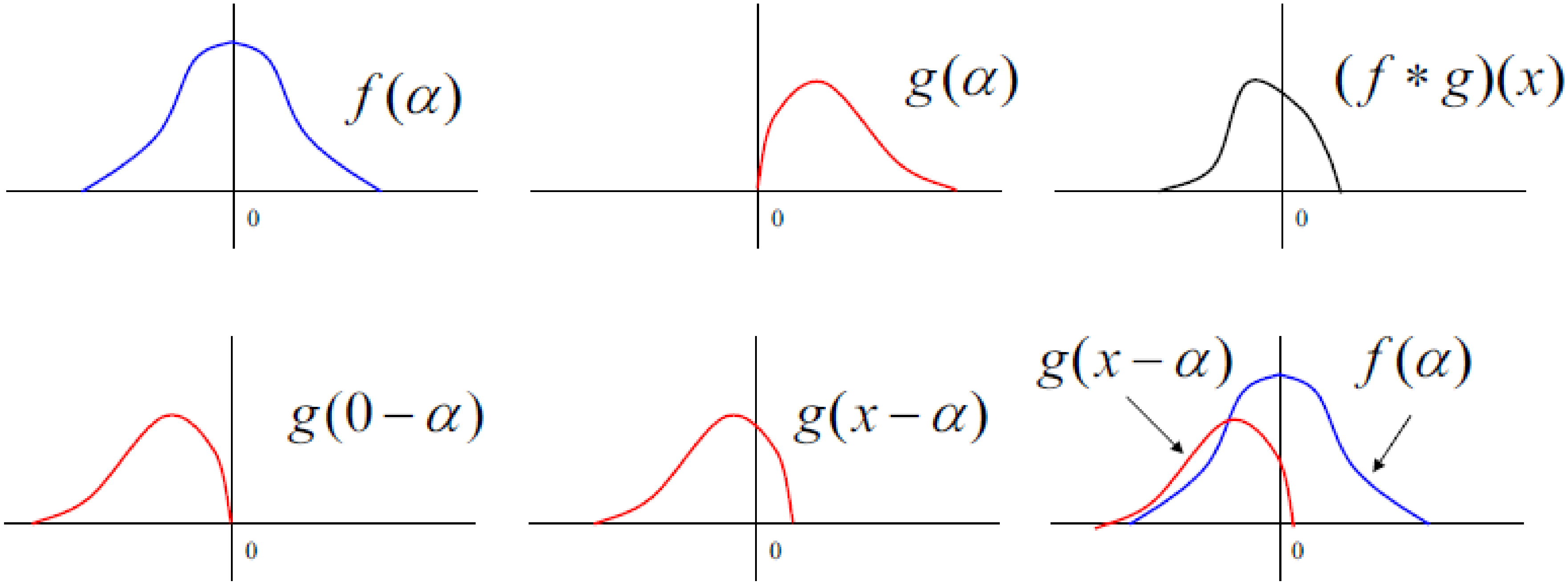
Форма окрестности выбирается в широких пределах



Свёртка – одномерный случай

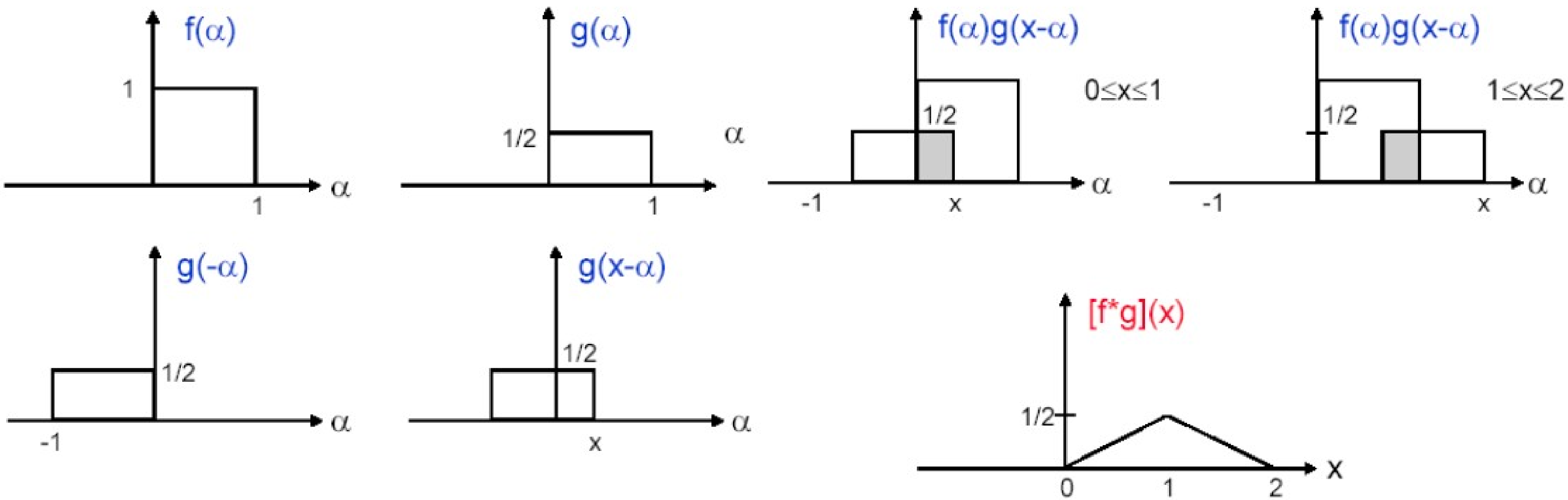
$f(x), g(x)$ - функции на $(-\infty, +\infty)$

$$(f * g)(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\alpha) \cdot g(x-\alpha)\,\mathrm{d}\alpha$$ - свёртка функций



Пример свёртки

$$(f * g)(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\alpha) \cdot g(x-\alpha)\,\mathrm{d}\alpha$$



Свойства свёртки

Коммутативность

$$(f * g) = (g * f)$$

Ассоциативность

$$((f * g) * h) = (f * (g * h))$$

Линейность

$$(f * (\alpha \cdot g + \beta \cdot h)) = \alpha \cdot (f * g) + \beta \cdot (f * h)$$

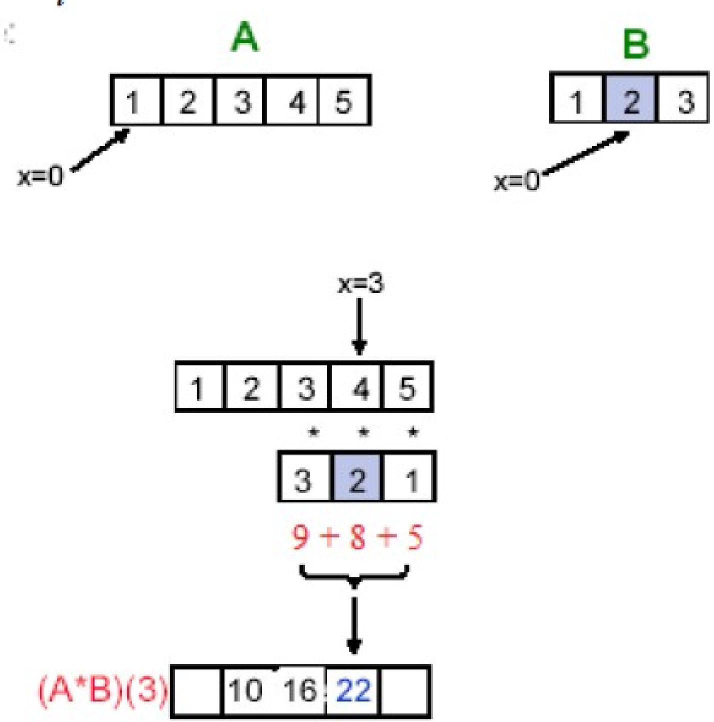
Инвариантность к сдвигу

$$(f * g(x - x_0)) = (g * f)(x - x_0)$$

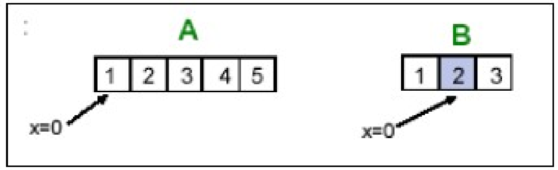
Одномерная дискретная свёртка

A, B – изображения, B называется маской и обычно B меньше A

$$(A * B)(x) = \sum_i A(i)B(x-i)$$



Обработка края изображения



Вариант 1 – заполнение нулями

0 0 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 0 0 0

| 4 | 10 | 16 | 22 | 22 |

Вариант 2 – склейка в кольцо

3 4 5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 2 3 4 5

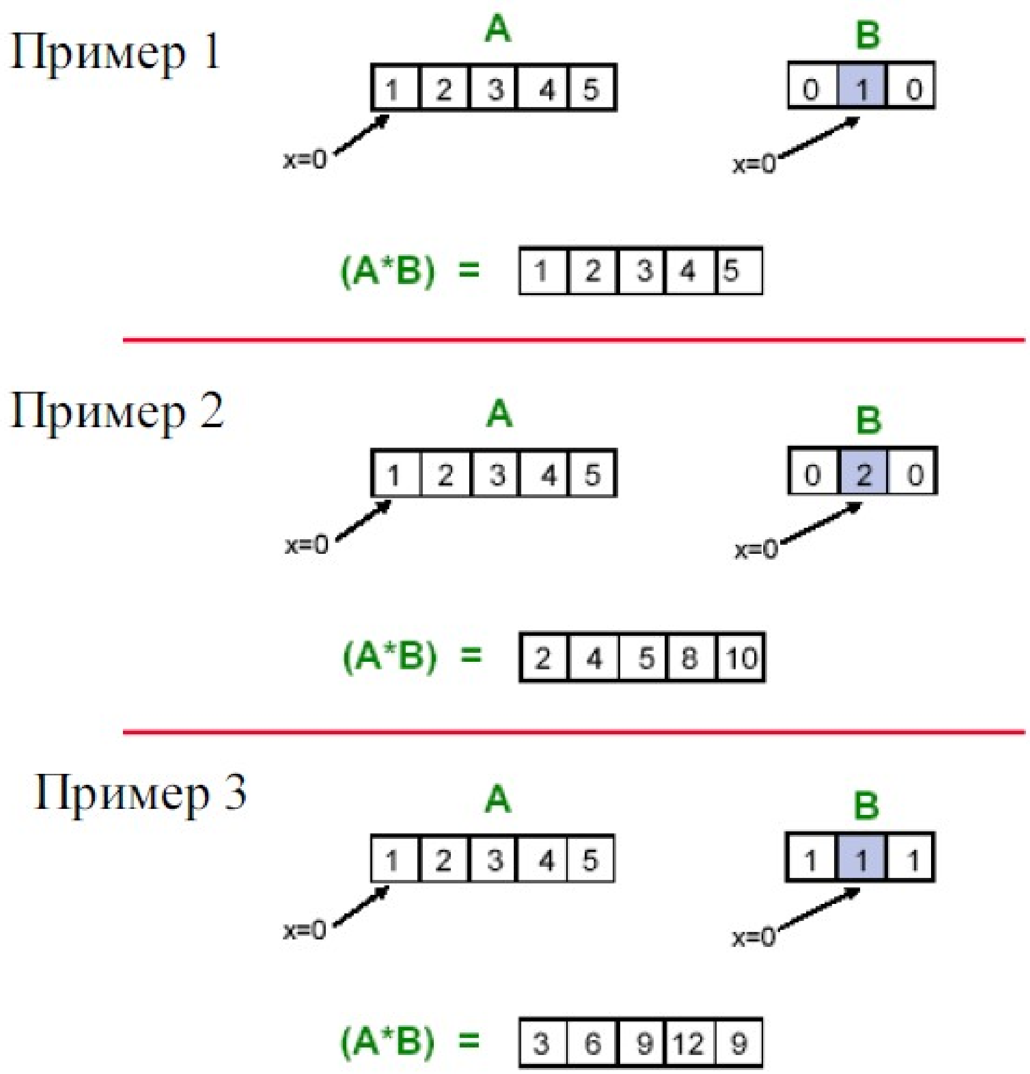
| 19 | 10 | 16 | 22 | 23 |

Вариант 3 – отражение

3 2 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 4 3 2

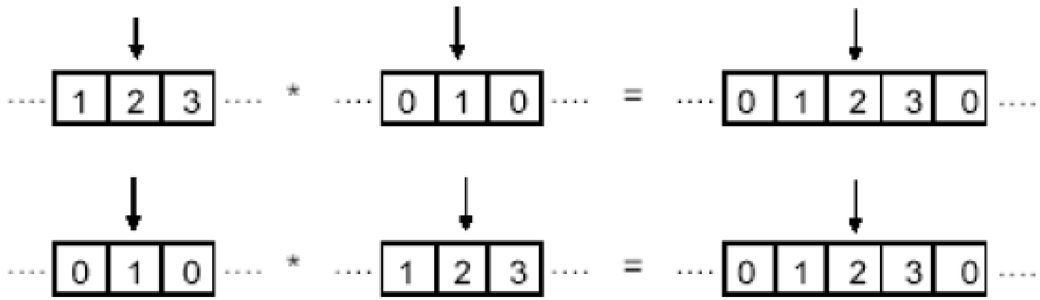
| 7 | 10 | 16 | 22 | 27 |

Примеры одномерной

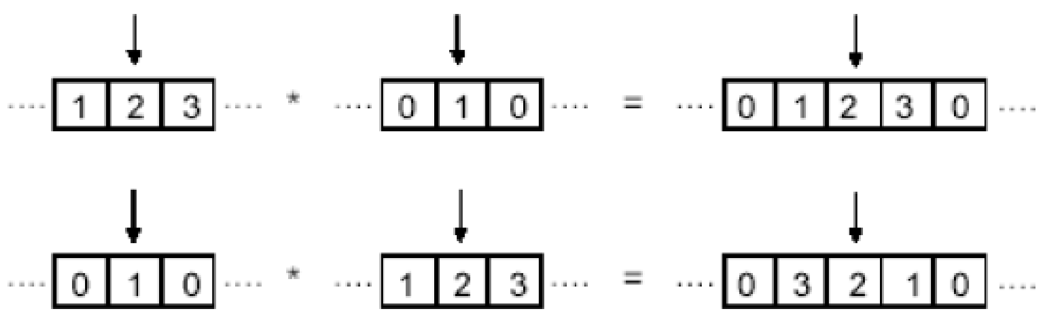


Необходимость отражения маски

С отражением



Без отражения



Отражение необходимо для обеспечения коммутативности свёртки

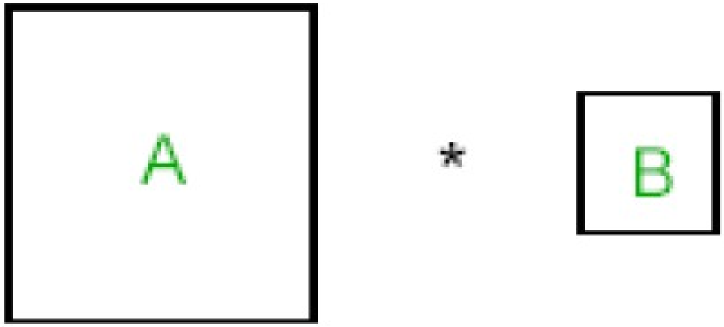
Свёртка – двумерный случай

$f(x,y), g(x,y)$ - функции на $(-\infty,+\infty)\times(-\infty,+\infty)$

$$(f * g)(x,y) = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(\alpha,\beta)\cdot g(x-\alpha, y-\beta)\,\mathrm{d}\alpha\,\mathrm{d}\beta$$

свёртка функций

Двумерная дискретная свёртка



$$(A * B)(x, y) = \sum_i \sum_j A(i, j) \cdot B(x - i, y - j)$$

Пространственная частота

- **Пространственная частота** – это скорость изменения яркости элементов изображения
- **Высокая** пространственная частота – резкие близко расположенные изменения значений яркости элементов изображения
- **Низкая** пространственная частота – большие области постоянных или медленно меняющихся значений яркости элементов изображения

Низкочастотные фильтры

Ослабляют высокочастотные компоненты, снижают шум

Визуальный эффект – снижение резкости изображения

1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9

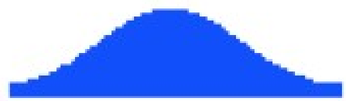
3 X 3

1/25	1/25	1/25	1/25	1/25
1/25	1/25	1/25	1/25	1/25
1/25	1/25	1/25	1/25	1/25
1/25	1/25	1/25	1/25	1/25
1/25	1/25	1/25	1/25	1/25

5 X 5

$$\begin{pmatrix} 1/9 & 1/9 & 1/9 \\ 1/9 & 1/9 & 1/9 \\ 1/9 & 1/9 & 1/9 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1/10 & 1/10 & 1/10 \\ 1/10 & 1/5 & 1/10 \\ 1/10 & 1/10 & 1/10 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1/16 & 1/8 & 1/16 \\ 1/8 & 1/4 & 1/8 \\ 1/16 & 1/8 & 1/16 \end{pmatrix}$$

Гауссовы фильтры низких частот



$$e^{\frac{-(x^2+y^2)}{2\sigma^2}}$$

Дискретный случай

1/6 x

0	1	0
1	2	1
0	1	0

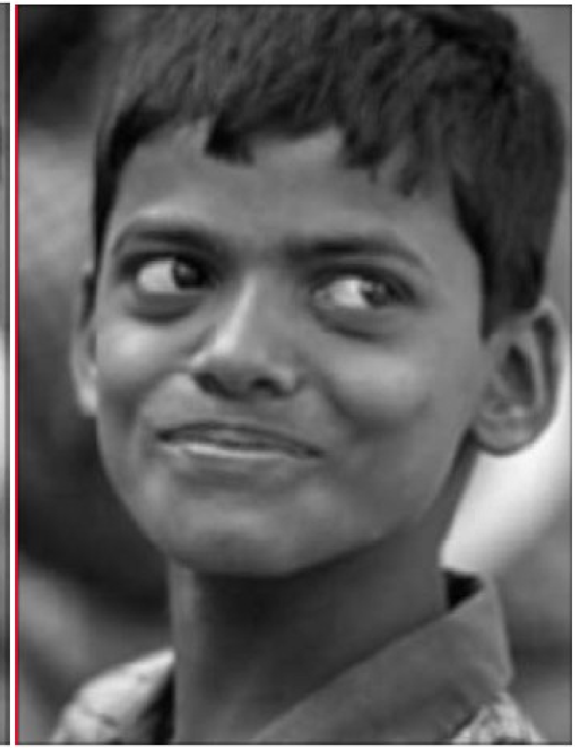
1/81 x

1	2	3	2	1
2	4	6	4	2
3	6	9	6	3
2	4	6	4	2
1	2	3	2	1

Гауссово сглаживание

Исходное изображение

Сглаживание = 5



Сглаживание = 9

Высокочастотные фильтры

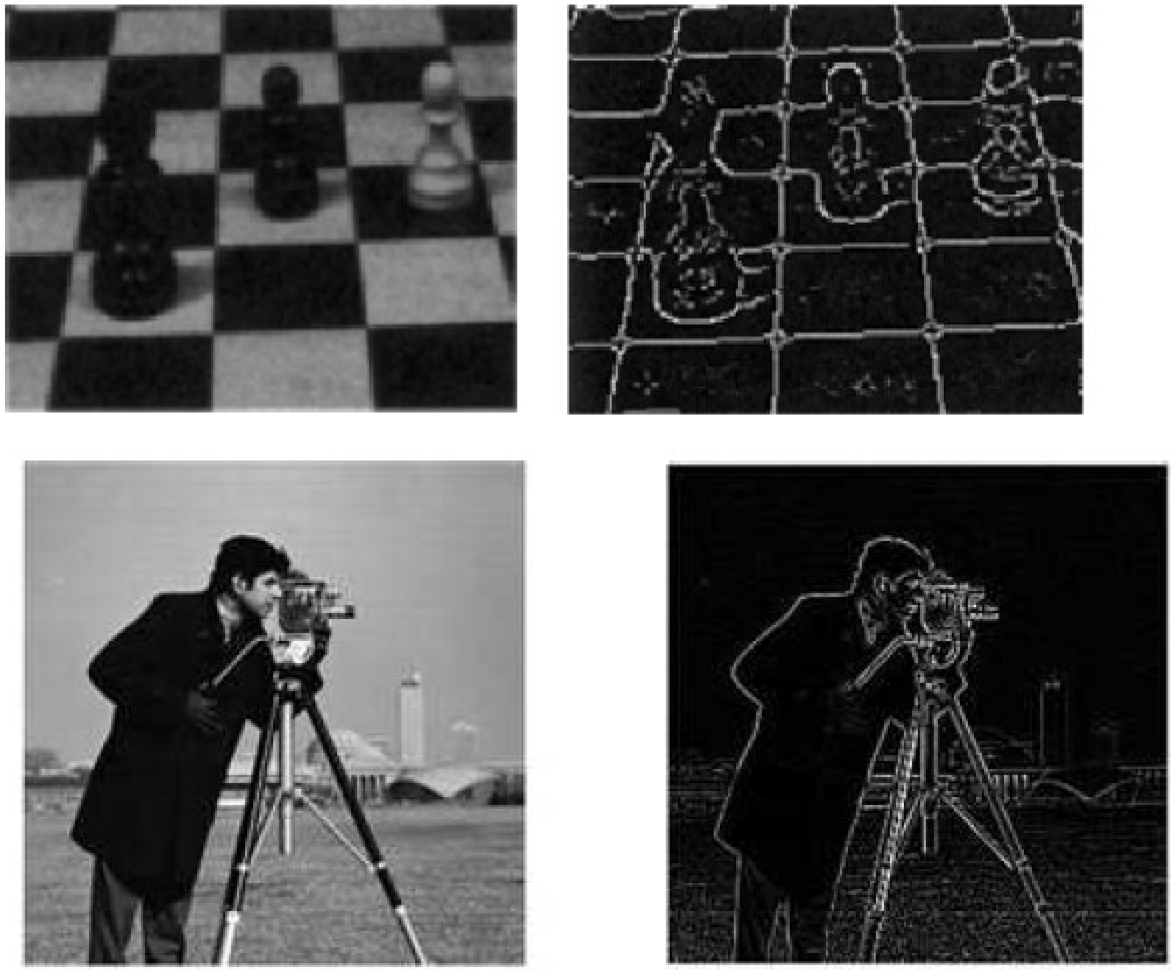
Выделяют высокочастотные компоненты

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 9 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 5 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Большие изменения интенсивности усиливаются, а области постоянной интенсивности остаются неизменными

Выделение края

Край – область с большим перепадом интенси



Оператор Лапласа

Функция Лапласа: $L(f(x,y)) = \dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}$

Разностное представление:

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = f(x+1,y) - f(x,y) \qquad (1)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x-1,y) = f(x,y) - f(x-1,y) \qquad (2)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial f}{\partial x}(x,y) - \frac{\partial f}{\partial x}(x-1,y) = f(x+1,y) - 2f(x,y) + f(x-1,y)$$

$$(3)$$

Оператор Лапласа

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1,y) - 2f(x,y) + f(x-1,y) \qquad (4)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f(x,y+1) - 2f(x,y) + f(x,y-1) \qquad (5)$$

Функция Лапласа:

$$L\big(f(x,y)\big) = f(x+1,y) + f(x-1,y) + f(x,y+1) + f(x,y-1) - 4f(x,y)$$

Ядро свёртки: $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

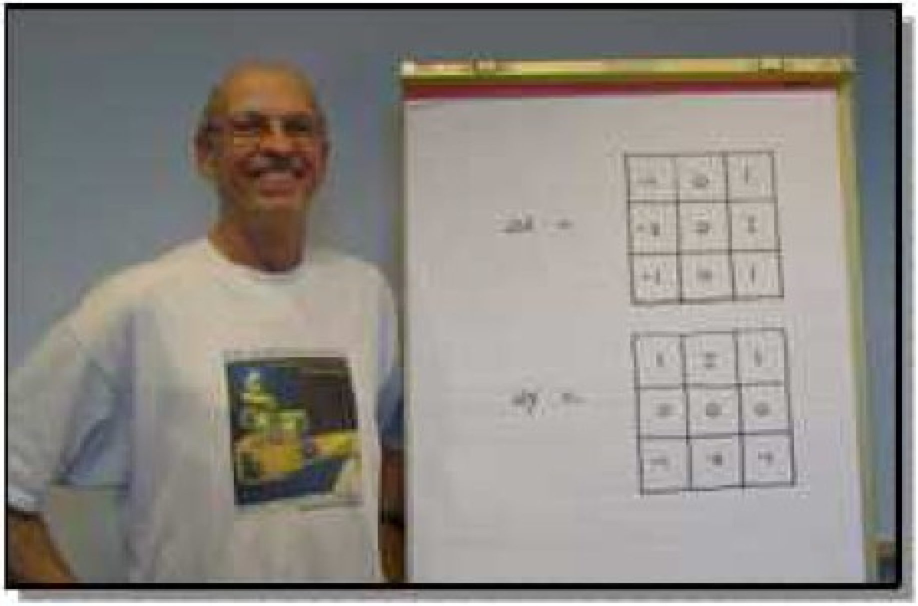
Ослабляет низкочастотные компоненты.

Области постоянной яркости становятся чёрными.

Оператор Собеля

Свёртка с двумя ядрами в отдельности и выбор максимального значения

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



Irwin Sobel
Palo Alto,2007

Пример: оператор Собеля (5x5)

(1, 2, 0, -2, -1)

(4, 8, 0, -8, -4)

(6,12, 0,-12, -6)

(4, 8, 0, -8, -4)

Оператор Превит (Prewitt)

Аналогичный оператору Собеля

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -3 & -1 & 1 & 3 \\ -3 & -1 & 1 & 3 \\ -3 & -1 & 1 & 3 \\ -3 & -1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ -3 & -3 & -3 & -3 \end{pmatrix}$$

Оператор Кирша

Восемь ядер свёртки

Выбирается максимальное значение по всем 8 свёрткам. Индекс даёт направление края.

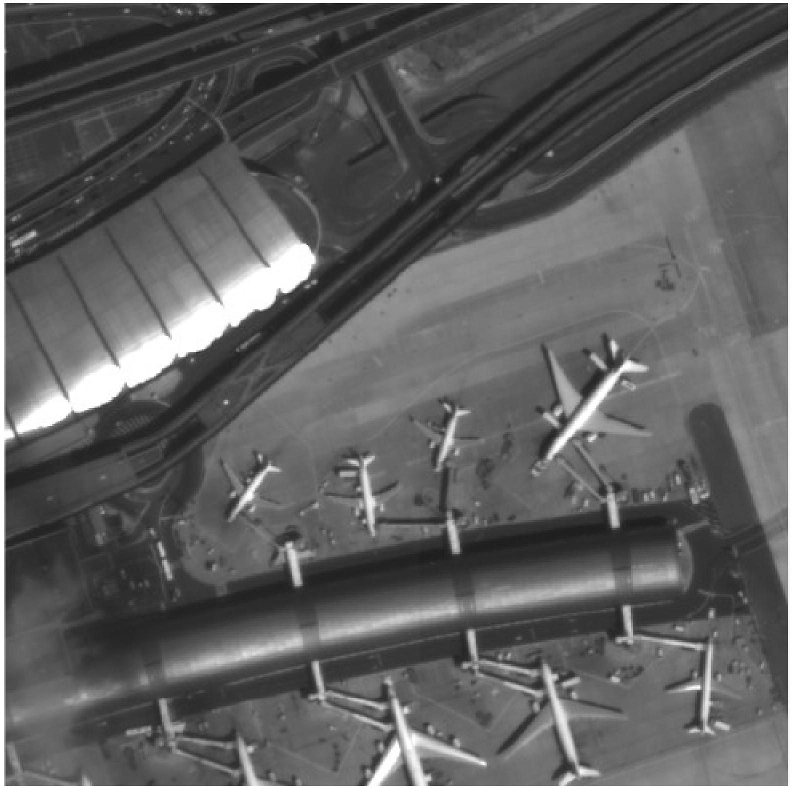
$$\begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 \\ -3 & 0 & -3 \\ -3 & -3 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -3 & 5 & 5 \\ -3 & 0 & 5 \\ -3 & -3 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -3 & -3 & 5 \\ -3 & 0 & 5 \\ -3 & -3 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -3 & -3 & -3 \\ -3 & 0 & 5 \\ -3 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -3 & -3 & -3 \\ -3 & 0 & -3 \\ 5 & 5 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -3 & -3 & -3 \\ 5 & 0 & -3 \\ 5 & 5 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 & -3 & -3 \\ 5 & 0 & -3 \\ 5 & -3 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 & 5 & -3 \\ 5 & 0 & -3 \\ -3 & -3 & -3 \end{pmatrix}$$

Russell A. Kirsch (1929-2020) is an American former engineer at
the National Bureau of Standards who developed the first digital image scanner.

The SEAC Scanner
with control console in background

Пример: Оператор Кирша



Выделение края вычитанием

Исходное изображение

Сглаживание гауссианом (5×5)

Сглаженный минус исходный (умножение на 4 и осветление на 128)