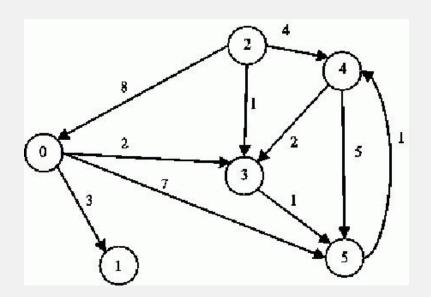


Граф как структура данных



$$G = (V,E)$$
, где

- V представляет собой множество вершин (nodes)
- Е представляет собой множество ребер (edges/links)
- Ребра и вершины могут содержать дополнительную информацию

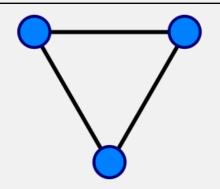


•
$$V = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

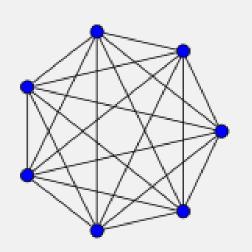
•
$$E = \{[0,1], [0,3], [0,5], ...\}$$

•
$$W_{0,1} = 3$$
, $W_{0,3} = 2$, ...

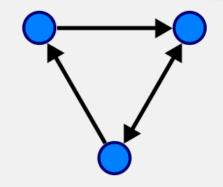
Примеры графов



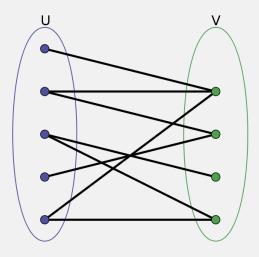
Неориентированный



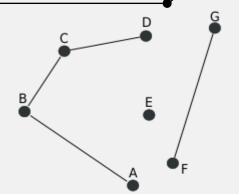
Полный



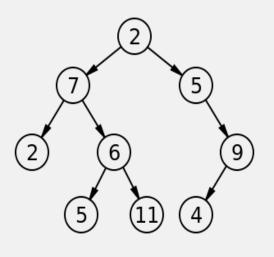
Ориентированный



Двудольный



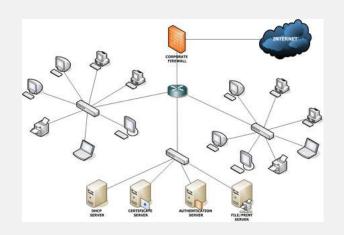
Несвязный



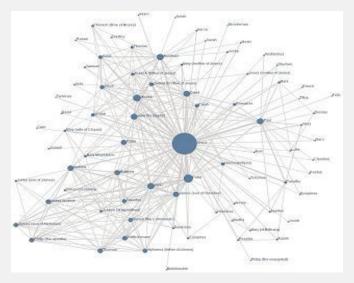
Дерево

Графы есть практически везде





- Структура компьютеров и серверов сети
- Сайты/страницы и ссылки в Web
- Социальные сети
- Структура дорог/жд/метро и т.д.





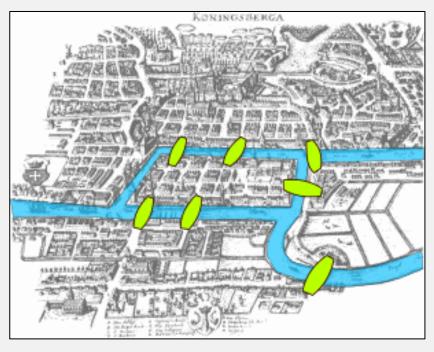


Задачи и проблемы на графах

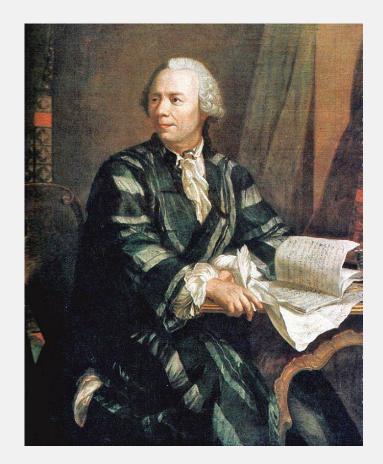


- Поиск кратчайшего пути
 - Роутинг траффика
 - Навигация маршрута
- Поиск минимального остовного дерева (Minimum Spanning Tree)
 - Телекоммуникационные компании
- Поиск максимального потока (Max Flow)
 - Структура компьютеров и серверов Интернет
- Поиск паросочетаний (Bipartite matching)
 - Соискатели и работодатели
- Поиск "особенных" вершин и/или групп вершин графа
 - Коммьюнити пользователей
- PageRank









Графы и MapReduce



Большой класс алгоритмов на графах включает

- Выполнение вычислений на каждой вершине
- Обход графа

Ключевые вопросы

- Как представить граф в MapReduce?
- Как обходить граф в MapReduce?

Представление графов



$$G = (V, E)$$

- Матрица смежности
- Списки смежности

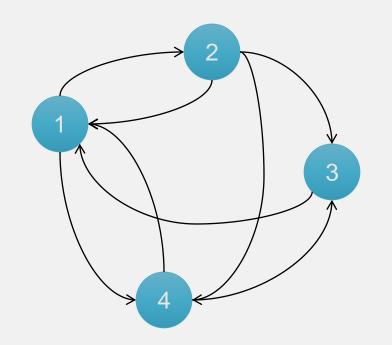
Матрица смежности



Граф представляется как матрица *М* размером *п х п*

■ Міј = 1 означает наличие ребра между і и ј

	1	2	3	4
1	0	1	0	1
2	1	0	1	1
3	1	0	0	0
4	1	0	1	0



Матрица смежности



Плюсы

- Удобство математических вычислений
- Перемещение по строкам и колонкам соответствует переходу по входящим и исходящим ссылкам

Минусы

- Матрица разреженная, множество лишних нулей
- Расходуется много лишнего места

	1	2	3	4
1	0	1	0	1
2	1	0	1	1
3	1	0	0	0
4	1	0	1	0

Списки смежности



Берем матрицу смежности и убираем все нули

	1	2	3	4
1	0	1	0	1
2	1	0	1	1
3	1	0	0	0
4	1	0	1	0

: 2, 4

: 1, 3, 4

: 1

: 1, 3

Списки смежности



Плюсы

- Намного более компактная реализация
- Легко найти все исходящие ссылки для вершины

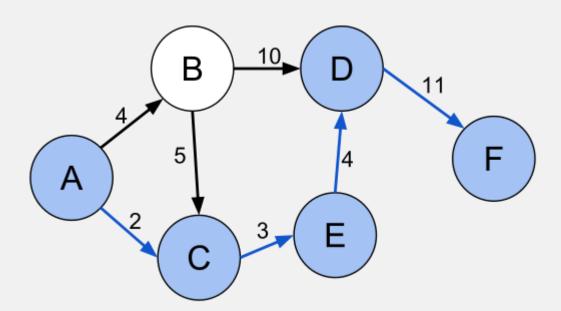
Минусы

■ Намного сложнее подсчитать входящие ссылки

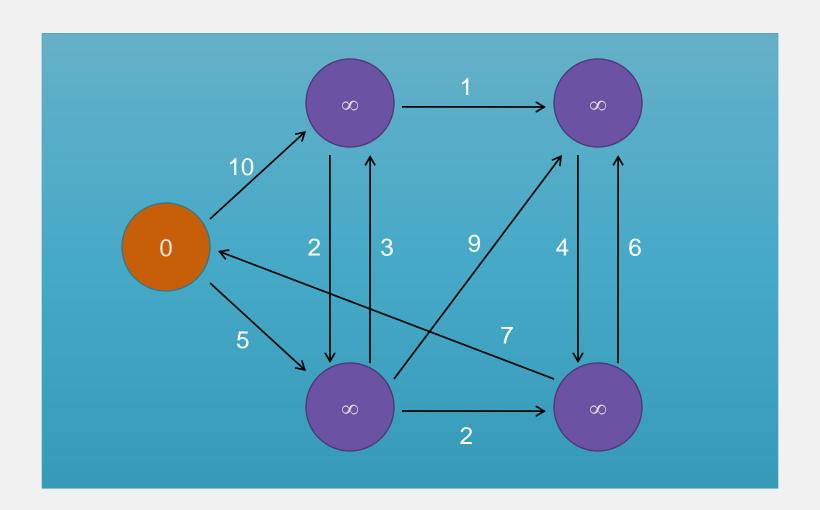


Поиск кратчайшего пути в графе

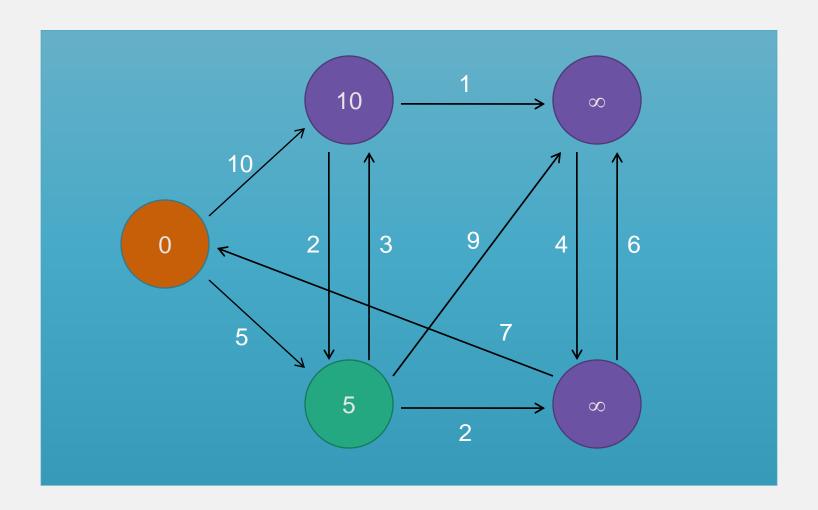
- Найти кратчайший путь от исходной вершины до заданной (или до нескольких заданных)
- Также, кратчайший может означать с наименьшим общем весом всех ребер



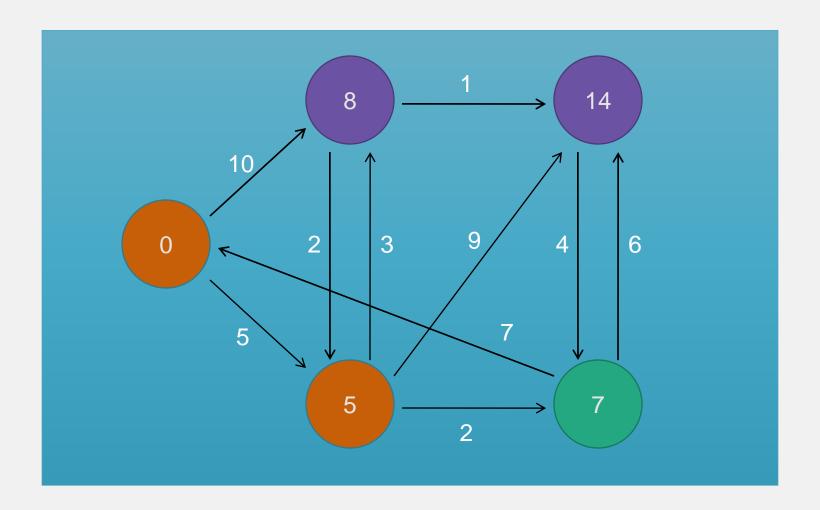




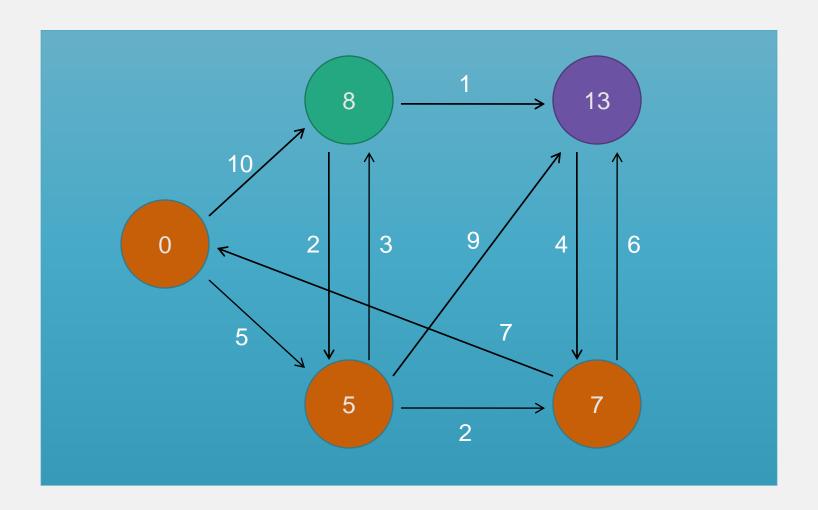




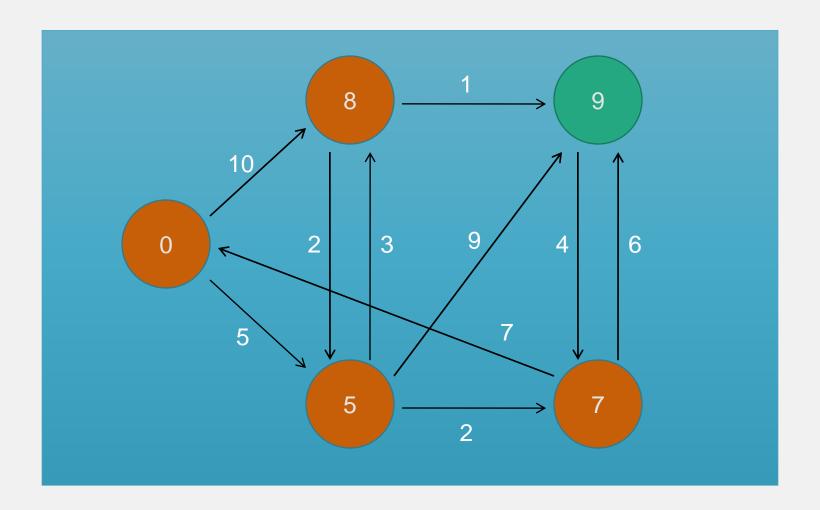




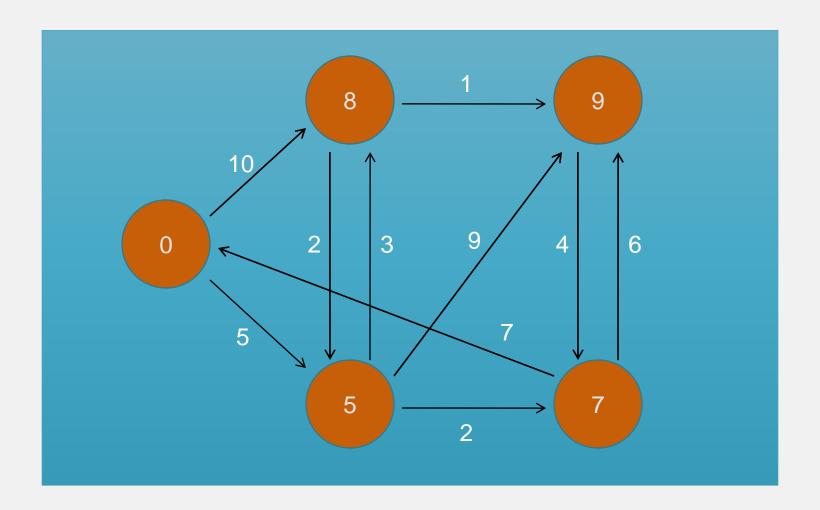














Алгоритм Дейкстры

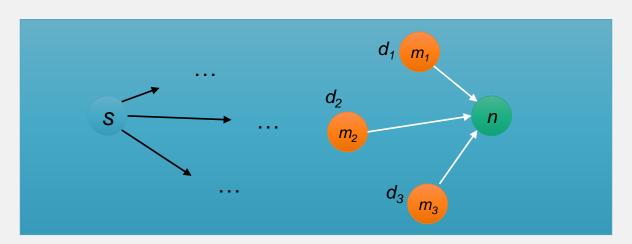


```
    Dijkstra(V, s, w)
    for all vertex v ∈ V do
    d[v] ← ∞
    d[s] ← 0
    Q ← {V }
    while Q != Ø do
    u ←ExtractMin(Q)
    for all vertex v ∈ u.AdjacencyList do
    if d[v] > d[u] + w(u, v) then
    d[v] ← d[u] + w(u, v)
```

Поиск кратчайшего пути

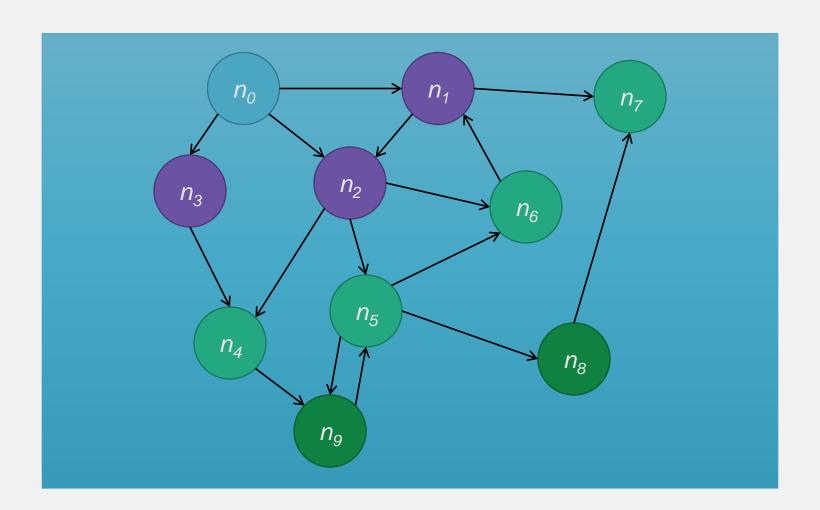


- Рассмотрим простой случай, когда вес всех ребер одинаков (равен 1)
- Решение проблемы можно решить по индукции:
 - Расстояние до источника равно 0: DistanceTo(s) = 0
 - Для всех вершин p, достижимых из s, растояние равно 1: DISTANCETO(p) = 1
 - Для всех вершин n, достижимых из других множеств M DISTANCETO(n) = 1 + min(DISTANCETO(m), m ∈ M)



Параллельный поиск в ширину (BFS)

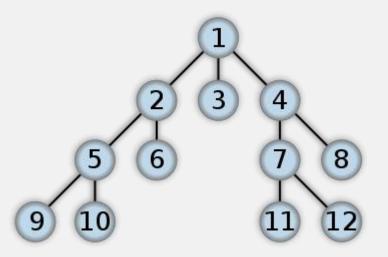




Breadth First Search: представление данных



- Key: вершина *n*
- Value: d (расстояние от начала), adjacency list (вершины, доступные из n)
- Инициализация: для всех вершин, кроме начальной, $d = \infty$



```
1 -> [0, \{2, 3, 4\}]

2 -> [\infty, \{5, 6\}]

3 -> [\infty, \{\}]

4 -> [\infty, \{7, 8\}]

5 -> [\infty, \{9, 10\}]
```

Breadth First Search: Mapper



mapper(key, value):

emit(key, value)

 $\forall m \in \text{value.adjacency_list: emit } (m, \text{value.} d + 1)$



$$3 \rightarrow [1, \{\}]$$

Mapper 2

$$2 \rightarrow [\infty, \{5, 6\}]$$



$$5 -> [\infty, \{\}]$$

$$6 -> [\infty, \{\}]$$

Breadth First Search: Reducer



- Sort/Shuffle
 - Сгруппировать расстояния по достижимым вершинам
- Reducer:
 - Выбрать путь с минимальным расстоянием для каждой достижимой вершины
 - Сохранить структуру графа

Reduce In:

$$2 \rightarrow \{[1, \{\}], [\infty, \{5, 6\}]\}$$



Reduce Out:

$$2 \rightarrow [1, \{5, 6\}]$$

BFS: псевдокод



```
1. class Mapper
2. method Map(nid n, node N)
          d \leftarrow N.Distance
         Emit(nid n,N) // Pass along graph structure
5. for all nodeid m \in N. AdjacencyList do
                Emit (nid m, d + 1) // Emit distances to reachable
    nodes
1. class Reducer
2.
       method Reduce (nid m, [d1, d2, . . .])
3.
            dmin ← ∞
          M \leftarrow \emptyset
         for all d \in counts [d1, d2, . . .] do
5.
6.
                if IsNode(d) then
                    M \leftarrow d // Recover graph structure
                else if d < dmin then
9.
                    dmin \leftarrow d
10.
         M.Distance \leftarrow dmin // Update shortest distance
11.
          Emit(nid m, node M)
```

Breadth First Search: Итерации



Input

1 ->	[0,	{2 ,	3,	4 }]
2 - >	$[\infty$,	{5 ,	6}]
3 ->	$[\infty$,	{}]		
4 ->	$[\infty$,	{7 ,	8 }]
5 - >	$[\infty$,	{9,	10}]
•••				



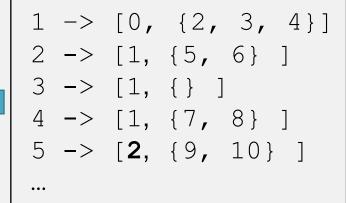
Iteration 1

Result





Iteration 2



Breadth First Search: Итерации



- Каждая итерация задачи MapReduce смещает границу продвижения по графу (*frontier*) на один "hop"
 - Последующие операции включают все больше и больше посещенных вершин, т.к. граница (frontier) расширяется
 - Множество итераций требуется для обхода всего графа
- Сохранение структуры графа
 - Проблема: что делать со списком смежных вершин (adjacency list)?
 - Решение: Mapper также пишет (n, adjacency list)

BFS: критерий завершения



- Как много итераций нужно для завершения параллельного BFS?
- Когда первый раз посетили искомую вершину, значит найден самый короткий путь
- Равно диаметру графа (наиболее удаленные друг от друга вершины)
 - Правило шести рукопожатий?
- Практическая реализация
 - Внешняя программа-драйвер для проверки оставшихся вершин с дистанцией ∞
 - Можно использовать счетчики из Hadoop MapReduce

BFS vs Дейкстра



- Алгоритм Дейкстры более эффективен
 - На каждом шаге используются вершины только из пути с минимальным весом
 - Нужна дополнительная структура данных (priority queue)
- МарReduce обходит все пути графа параллельно
 - Много лишней работы (brute-force подход)
 - Полезная часть выполняется только на текущей границе обхода
- Можно ли использовать MapReduce более эффективно?

BFS: Weighted Edges



- Добавим положительный вес каждому ребру
 - Почему вес ребра не может быть отрицательным?
- Простая доработка: добавим вес w для каждого ребра в список смежных вершин
 - В mapper, emit $(m, d + w_p)$ вместо (m, d + 1) для каждой вершины m
- И все?

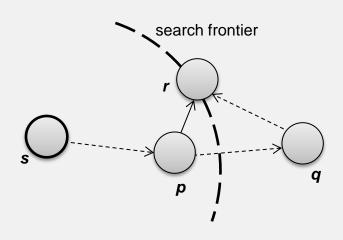
BFS Weighted: критерий завершения

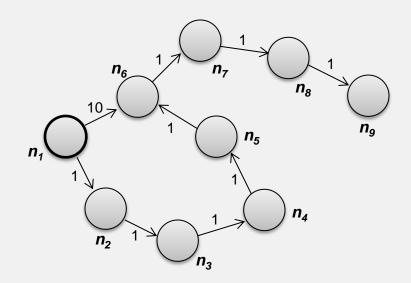


- Как много итераций нужно для завершения параллельного BFS (взвешенный граф)?
- Когда первый раз посетили искомую вершину, значит найден самый короткий путь
- И это неверно!

BFS Weighted: сложности







BFS Weighted: критерий завершения



- Как много итераций нужно для завершения параллельного BFS (взвешенный граф)?
- В худшем случае: N 1
- В реальном мире ~= диаметру графа
- Практическая реализация
 - Итерации завершаются, когда минимальный путь у каждой вершины больше не меняется
 - Для этого можно также использовать счетчики в MapReduce

Графы и MapReduce



Основной рецепт:

- Представлять графы в виде списка смежности
- Производить локальные вычисления на маппере
- Передавать промежуточные вычисления по исходящих ребрам, где ключом будет целевая вершина
- Выполнять агрегацию на редьюсере по данным из входящих вершин
- Повторять итерации до выполнения критерия сходимости, который контролируется внешним драйвером
- Передавать структуру графа между итерациями

PageRank: Случайное блуждание по Web



- Модель блуждающего веб-серфера
 - Пользователь начинает серфинг на случайной веб-странице
 - Пользователь произвольно кликает по ссылкам, тем самым перемещаясь от страницы к странице

PageRank

- Характеризует кол-во времени, которое пользователь провел на данной странице
- Математически это распределение вероятностей посещения страниц
- PageRank определяет понятие важности страницы
 - Соответствует человеческой интуиции?
 - Одна из тысячи фич, которая используется в веб-поиске

PageRank, определение



Дана страница x, на которую указывают ссылки $t_1 \dots t_n$, где

- C(t) степень out-degree для t
- $-\alpha$ вероятность случайного перемещения (*random jump*)
- N общее число вершин в графе

$$PR(x) = \alpha \left(\frac{1}{N}\right) + (1 - \alpha) \sum_{i=1}^{n} \frac{PR(t_i)}{C(t_i)}$$

Вычисление PageRank



• Свойства PageRank'a

- Может быть рассчитан итеративно
- Локальный эффект на каждой итерации

• Набросок алгоритма

- Начать с некоторыми заданными значения PR_i
- Каждая страница распределяет PR_i "кредит"
 всем страниц, на которые с нее есть ссылки
- Каждая страница добавляет весь полученный "кредит" от страниц, которые на нее ссылаются, для подсчета PR_{i+1}
- Продолжить итерации пока значения не сойдутся

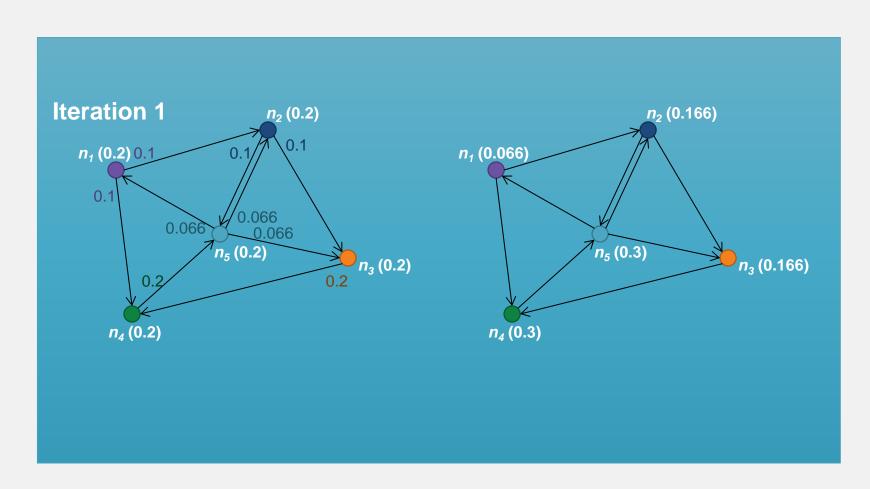
Упрощения для PageRank



- Для начала рассмотрим простой случай
 - Нет фактора случайного перехода
 - Нет "подвисших" вершин
- Затем, добавим сложностей
 - Зачем нужен случайный переход?
 - Откуда появляются "подвисшие" вершины?

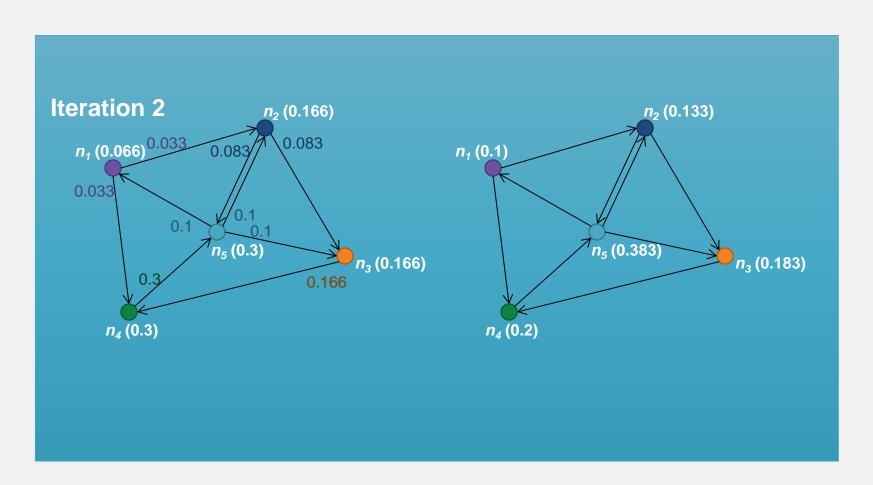
Пример расчета PageRank (1)





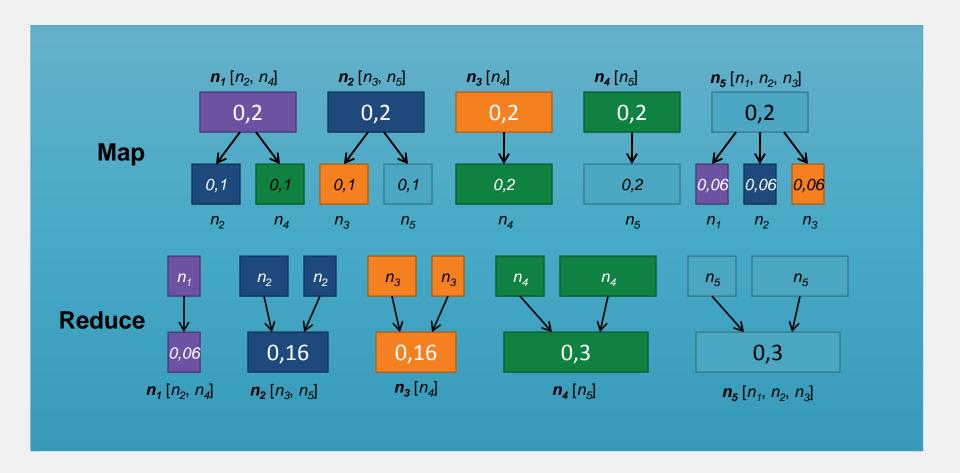
Пример расчета PageRank (2)





PageRank на MapReduce





PageRank: псевдокод таррег



```
class Mapper
```

- 2. method Map (nid n, node N)
- $p \leftarrow N.PageRank/|N.AdjacencyList|$
- Emit (nid n, N) // Pass along graph structure
- for all nodeid m E N.AdjacencyList do
- Emit (nid m, p) // Pass PageRank mass to neighbors

Mapper 1

$$n_1 \rightarrow [0.2, \{n_2, n_4\}]$$



n₂ -> [0.1, {}] n₄ -> [0.1, {}]

Mapper 5

$$n_5 \rightarrow [0.2, \{n_1, n_2, n_3\}]$$

$$n_5 \rightarrow [0.2, \{n_1, n_2, n_3\}]$$

 $n_1 \rightarrow [0.06, \{\}]$

$$n_2 \rightarrow [0.06, \{\}]$$

 $n_3 \rightarrow [0.06, {}]$



PageRank: псевдокод reducer



```
n_2 \rightarrow \{[0.06, \{\}], [0.1, \{\}], [0.2, \{n_3, n_5\}]\}
```



$$n_2 \rightarrow [0.16, \{n_3, n_5\}]$$

Полный PageRank



Две дополнительные сложности

- Как правильно обрабатывать "подвешенные" вершины?
- Как правильно определить фактор случайного перехода (random jump)?

Решение:

Второй проход для перераспределения "оставшегося"
 PageRank и учитывания фактор случайного перехода

$$p' = \alpha \left(\frac{1}{N}\right) + (1 - \alpha) \left(\frac{m}{N} + p\right)$$

- p значение PageRank полученное "до", p' обновленное значение PageRank
- N число вершин графа
- *m* "оставшийся" PageRank

Дополнительная оптимизация: сделать за один проход!

Сходимость PageRank



Альтернативные критерии сходимости

- Продолжать итерации пока значения PageRank не перестанут изменяться
- Продолжать итерации пока отношение PageRank не перестанут изменяться
- Фиксированное число итераций

Аккуратней со ссылочным спамом:

- Ссылочные фермы
- Ловушки для краулеров (Spider traps)
- ...

MapReduce для графов – ложка дегтя

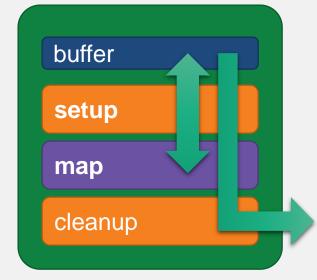


- Время запуска таска в Наdоор
- Медленные или зависшие таски
- Много обращений к диску
- Проверки на каждой итерации
- Итеративные алгоритмы на MapReduce неэффективны!

In-Mapper Combining



- Использование комбайнеров
 - Выполнять локальную агрегацию на стороне map output
 - Минус: промежуточные данные все равно обрабатываются
- Лучше: in-mapper combining
 - Сохранять состояние между множеством вызовов тар, агрегировать сообщения в буфер, писать содержимое буфера в конце
 - Минус: требуется управление памятью



Emit all keyvalue pairs at once

Улучшение партиционирования



По-умолчанию: hash partitioning

■ Произвольно присвоить вершину к партиции

Наблюдение: много графов имеют локальную структуру

- Например, коммьюнити в соц.сетях
- Лучшее партиционирование дает больше возможностей для локальной агрегации

К сожалению, партиционирование довольно сложно!

- Порой, это проблема курицы и яйца
- Но иногда простые эвристики помогают
- Для веб-графа: использовать партиционирование на основе домена от URL

Schimmy Design Pattern



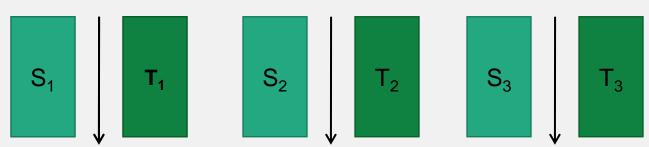
Основная реализация содержит два набора данных:

- Messages (актуальные вычисления)
- Graph structure (структура обрабатываемого графа)

Schimmy: разделить два набора данных, выполнять shuffle только для messages

■ Основная идея: выполнять merge join для graph structure и messages

обе части консистентно партиционированы и сортированы по join key

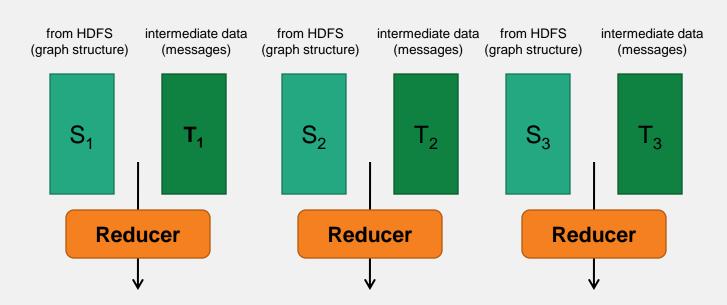


Используем Schimmy



Schimmy = на редьюсерах выполняется параллельный merge join между graph structure и messages

- Консистентное партиционирование между входным и промежуточными данными (intermediate data)
- *Mappers* пишут только *messages* (актуальные вычисления)
- Reducers читают graph structure напрямую из HDFS



Эксперимент



Cluster setup:

- 10 workers, each 2 cores (3.2 GHz Xeon), 4GB RAM, 367 GB disk
- Hadoop 0.20.0 on RHELS 5.3

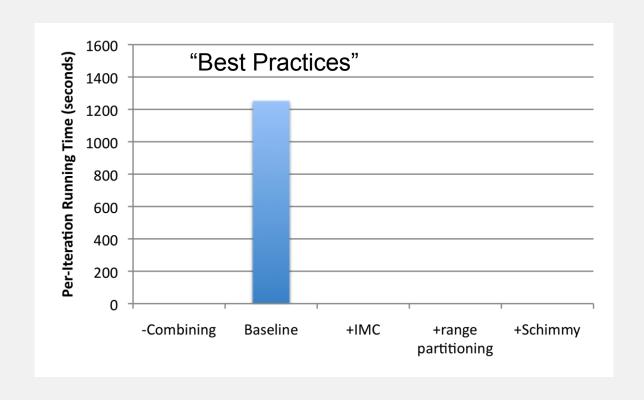
Dataset:

- Первый сегмент английского текста из коллекции ClueWeb09
- 50.2m web pages (1.53 TB uncompressed, 247 GB compressed)
- Extracted webgraph: 1.4 Млрд ссылок, 7.0 GB
- Dataset сортирован в порядке краулинга

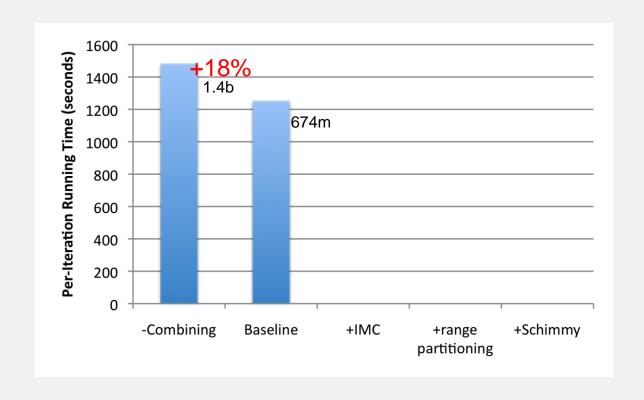
Setup:

- Измерялось время выполнения по каждой итерации (5 итераций)
- 100 партиций

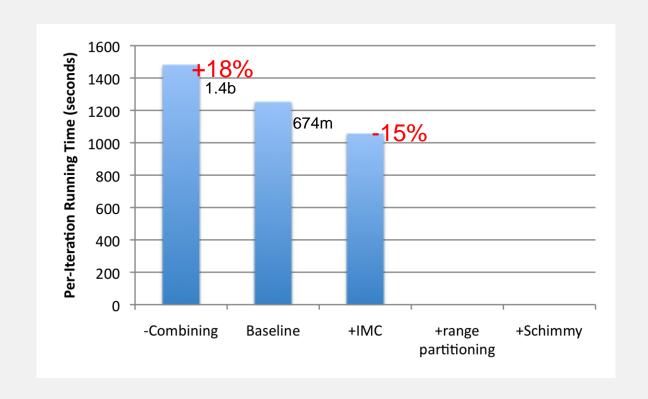




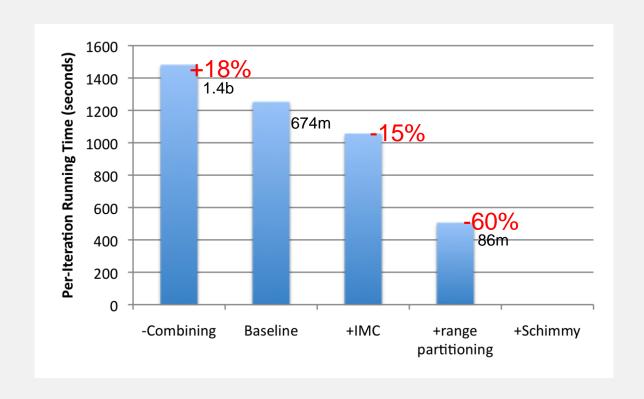




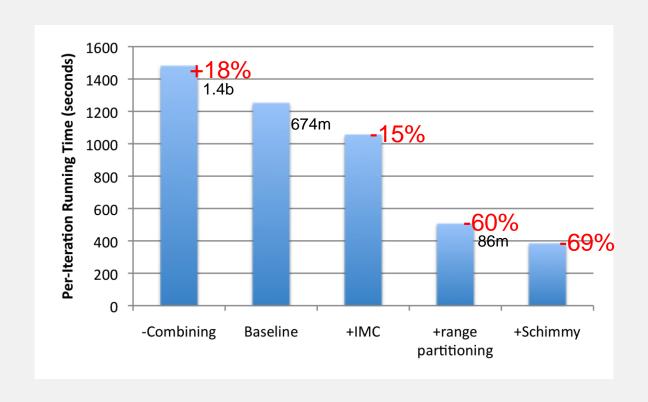




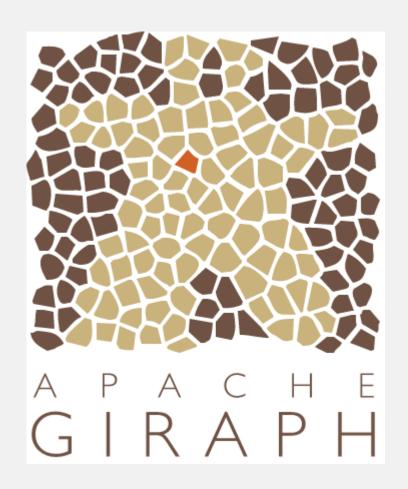












Apache Giraph: история



- Google Pregel (2010)
 - https://kowshik.github.io/JPregel/pregel_paper.pdf
- Yahoo! инвестировал в разработку (2011)
- Проект верхнего уровня (2012): giraph.apache.org
- Релиз 1.0 (май 2013)
- Релиз 1.1 (ноябрь 2014)

Apache Giraph: основные принципы

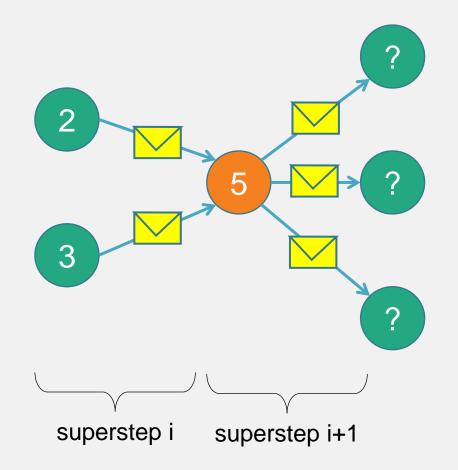


- Распределенные вычисления на большом графе
- "Думай как вершина" (vertex-centric API)
- Вычисления состоят из итераций (superstep)
- Синхронизация происходит по паттерну Bulk Synchronous Parallel (BSP)
- Отказоустойчивость (checkpoint)

Apache Giraph: Vertex-centric

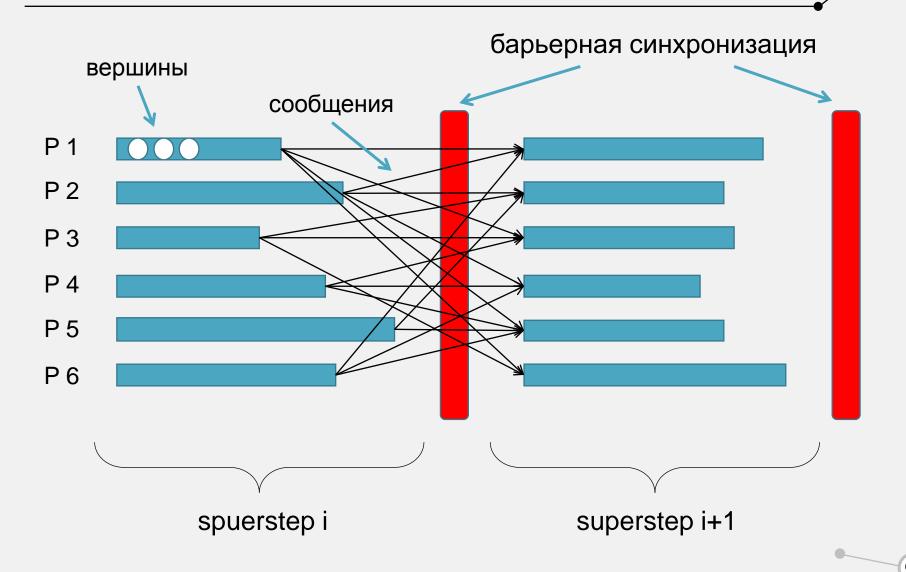


- Вершина имеет значение и список исходящих ребер
- 2 состояния: active и vote to halt
- Общение между вершинами через сообщения (message)
- Вычисления реализуются в функции **compute**(). Она выполняется для каждой вершины на каждой итерации



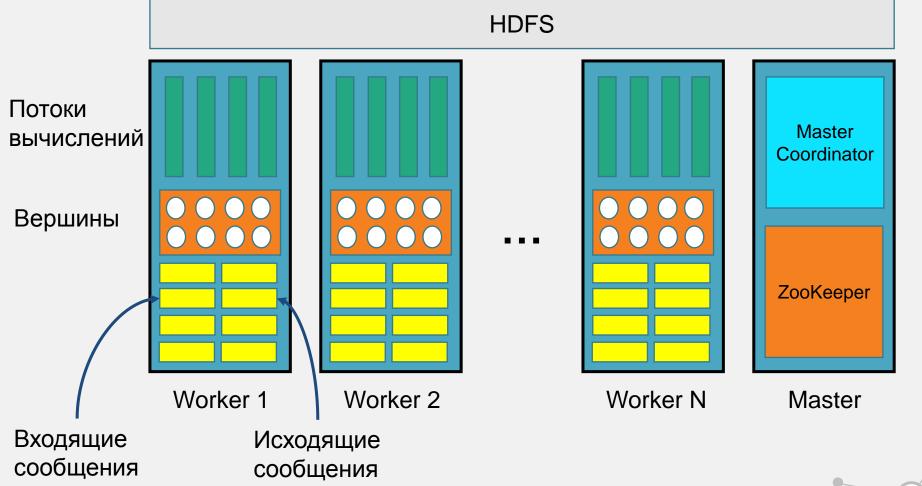
Apache Giraph: BSP





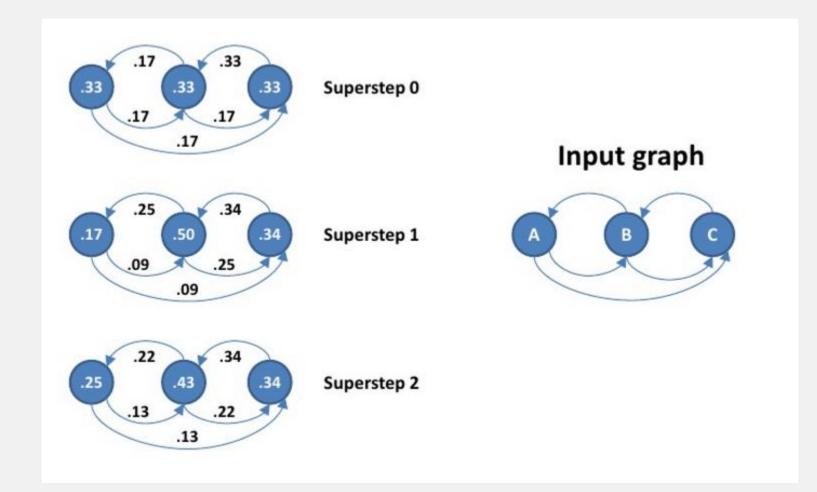
Apache Giraph: Архитектура





Apache Giraph: PageRank





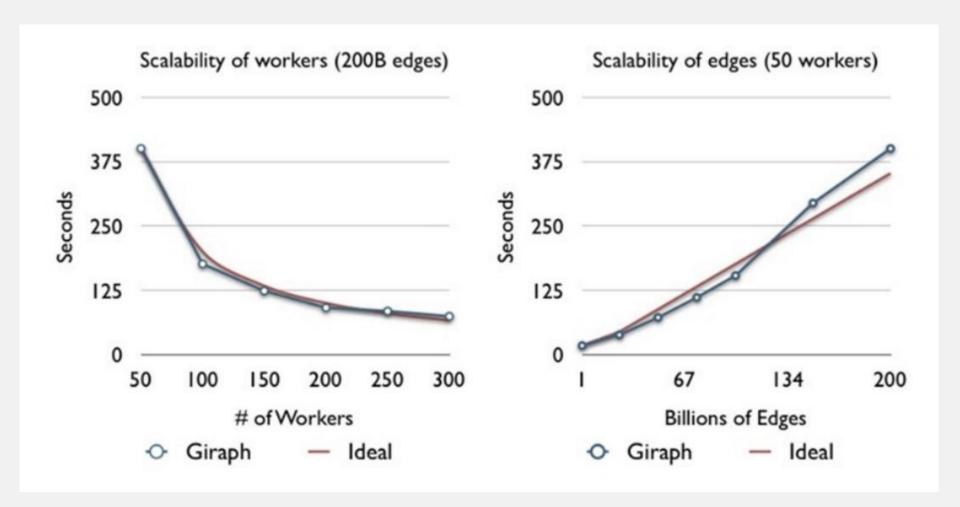
Apache Giraph: PageRank



```
class PageRankVertex {
 void compute(Iterator messages) {
  if (getSuperstep() > 0) {
   // recompute own PageRank from the neighbors messages
   pageRank = sum(messages);
   setVertexValue(pageRank);
                                                                     p_i = \sum_{j \in \{(j,i)\}} \frac{P_j}{d_i}
  if (getSuperstep() < k) {
    // send updated PageRank to each neighbor
    sendMessageToAllNeighbors(pageRank / getNumOutEdges());
  } else {
   voteToHalt(); // terminate
}}
```

Apache Giraph: Масштабируемость





Apache Giraph: дополнительные возможности



• Combiner:

- Проблема: отправка сообщений дорогая операция
- Решение: скомбинировать их перед отправкой

Aggregator.

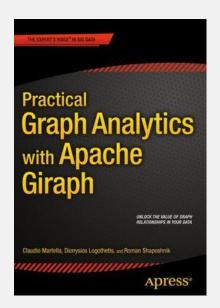
- Вершины отправляют значение на итерации S
- Giraph комбинирует эти значения
- Полученное значение доступно вершинам на S+1 итерации

Ресурсы

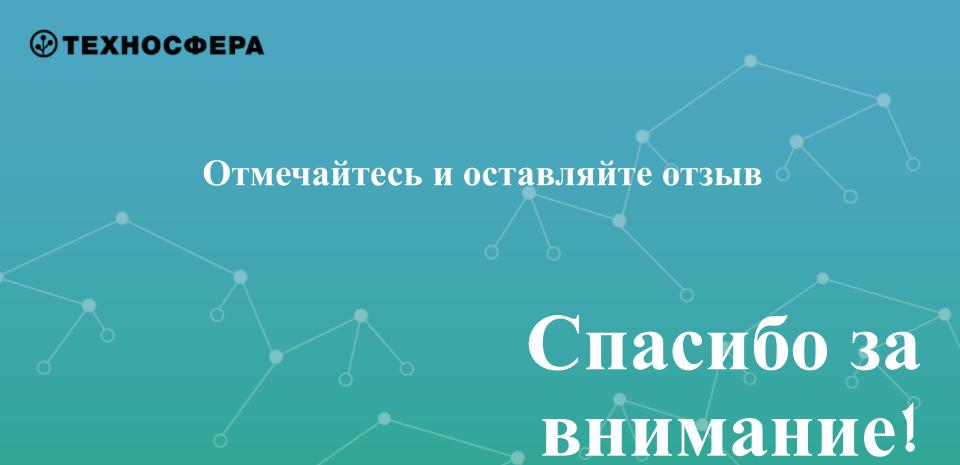


- Data-Intensive Text Processing with MapReduce
- Jimmy Lin and Chris Dyer (Authors) (April, 2010)
- Chapter5: Graph Algorithms





- Practical Graph Analytics with Apache Giraph
- by Dionysios Logothetis, Roman Shaposhnik, Claudio Martella) (October 2015)



Евгений Чернов

e.chernov@corp.mail.ru