

## 第 6 章 連立方程式が解けるかどうかの判定～行列式～ (p.148)

2025 年 9 月 29 日

### 慣例的な「規則」の LaTeX コード

#### 1. 余因子展開の形によるグルーピング

この並べ方は、第 1 行の成分  $F_{1j}$  でグルーピングする、**余因子展開**（ラプラス展開）の形式です。行列式をより低い次数の行列式に帰着させる考え方に基づいています。

この方法では、 $(\sigma(1))$  の値が 1, 2, 3 の順になるように項を並べます。

$$\det F = \mathbf{F}_{11}(F_{22}F_{33} - F_{23}F_{32}) - \mathbf{F}_{12}(F_{21}F_{33} - F_{23}F_{31}) + \mathbf{F}_{13}(F_{21}F_{32} - F_{22}F_{31})$$

$$\det F = F_{11} \det \begin{pmatrix} F_{22} & F_{23} \\ F_{32} & F_{33} \end{pmatrix} - F_{12} \det \begin{pmatrix} F_{21} & F_{23} \\ F_{31} & F_{33} \end{pmatrix} + F_{13} \det \begin{pmatrix} F_{21} & F_{22} \\ F_{31} & F_{32} \end{pmatrix}$$

#### 2. 辞書式順序によるリストアップ

置換  $\sigma$  の値  $(\sigma(1)\sigma(2)\sigma(3))$  を**辞書式順序** (123, 132, 213, ...) で並べる形式です。

辞書式順序による置換と項のリスト

$\sigma$ (記法)	$\text{sgn}(\sigma)$	行列式の項	$\sigma$ の添字
123	+1	$+F_{11}F_{22}F_{33}$	$\sigma_1$
132	-1	$-F_{11}F_{23}F_{32}$	$\sigma_4$
213	-1	$-F_{12}F_{21}F_{33}$	$\sigma_2$
231	+1	$+F_{12}F_{23}F_{31}$	$\sigma_5$
312	+1	$+F_{13}F_{21}F_{32}$	$\sigma_6$
321	-1	$-F_{13}F_{22}F_{31}$	$\sigma_3$

$$\begin{aligned} \det F = & \underbrace{F_{11}F_{22}F_{33}}_{\sigma:123} - \underbrace{F_{11}F_{23}F_{32}}_{\sigma:132} \\ & - \underbrace{F_{12}F_{21}F_{33}}_{\sigma:213} + \underbrace{F_{12}F_{23}F_{31}}_{\sigma:231} \\ & + \underbrace{F_{13}F_{21}F_{32}}_{\sigma:312} - \underbrace{F_{13}F_{22}F_{31}}_{\sigma:321} \end{aligned}$$