4471028: 프로그래밍언어

Lecture 11 — 타입 추론 (1)
Type Inference (1)

임현승
2020 봄학기

다음 표현식들의 타입은?

- (`fun` x `->` x) 1:
- `fun` x `->` x 1:
- `fun` x `->` `fun` y `->` x:

타입 추론(Type Inference)

- 표현식이 프로그램에서 어떻게 사용되고 있는지 분석하여 자동으로 표현식의 타입을 찾아주는 정적 분석(static analysis) 기법
- 잘 설계된 프로그래밍 언어의 경우 정적 타입 분석을 통해 모든 표현식의 타입을 항상 추론할 수 있음
  - 표현식 E가 타입 시스템에 의해 타입 T를 가질 수 있으면, *i.e.*, $[] \vdash E : T$, 타입 추론을 통해 타입 T를 찾을 수 있음
  - 타입 추론 기법이 표현식 E의 타입으로 T를 추론하면, 타입 시스템에 의해 E는 타입 오류가 없으며(well-typed) 타입 T를 가질 수 있음, *i.e.*, $[] \vdash E : T$
- 타입 추론은 다음 두 단계로 구성됨:
  1. 주어진 프로그램을 분석하여 타입 방정식(type equation)을 생성
  2. 생성된 타입 방정식을 해결

타입 방정식 생성

모든 하위 표현식(subexpression)과 변수에 대해,

- 타입 변수를 도입
  예) **`fun`** f `->` **`fun`** x `->` $(f\ 3) - (f\ x)$:

$$\underbrace{\texttt{fun}\ \underbrace{f}_{t_f}\ \texttt{->}\ \underbrace{\texttt{fun}\ \underbrace{x}_{t_x}\ \texttt{->}\ \underbrace{\underbrace{(f\ 3)}_{t_3} - \underbrace{(f\ x)}_{t_4}}_{t_2}}_{t_1}}_{t_0}$$

- 타입 변수들 간의 방정식을 유도

타입 규칙을 이용하여 방정식 유도

- $$\frac{\Gamma \vdash E_1 : \mathsf{int} \qquad \Gamma \vdash E_2 : \mathsf{int}}{\Gamma \vdash E_1 + E_2 : \mathsf{int}}$$

$$t_{E_1} = \mathsf{int} \ \wedge \ t_{E_2} = \mathsf{int} \ \wedge \ t_{E_1+E_2} = \mathsf{int}$$

- $$\frac{\Gamma \vdash E : \mathsf{int}}{\Gamma \vdash \mathtt{iszero}\ E : \mathsf{bool}}$$

$$t_E = \mathsf{int} \ \wedge \ t_{(\mathtt{iszero}\ E)} = \mathsf{bool}$$

- $$\frac{\Gamma \vdash E_1 : \mathsf{bool} \qquad \Gamma \vdash E_2 : t \qquad \Gamma \vdash E_3 : t}{\Gamma \vdash \mathtt{if}\ E_1\ \mathtt{then}\ E_2\ \mathtt{else}\ E_3 : t}$$

$$\begin{array}{rcl} t_{E_1} & = & \mathsf{bool} \wedge \\ t_{E_2} & = & t_{(\mathtt{if}\ E_1\ \mathtt{then}\ E_2\ \mathtt{else}\ E_3)} \wedge \\ t_{E_3} & = & t_{(\mathtt{if}\ E_1\ \mathtt{then}\ E_2\ \mathtt{else}\ E_3)} \end{array}$$

타입 규칙을 이용하여 방정식 유도

- $$\frac{\Gamma \vdash E_1 : t_1 \to t_2 \qquad \Gamma \vdash E_2 : t_1}{\Gamma \vdash E_1\ E_2 : t_2}$$

$$t_{E_1} = t_{E_2} \to\ t_{(E_1\ E_2)}$$

- $$\frac{[x \mapsto t_1]\Gamma \vdash E : t_2}{\Gamma \vdash \texttt{fun}\ x\ \texttt{->}\ E : t_1 \to t_2}$$

$$t_{(\texttt{fun}\ x\ \texttt{->}\ E)} = t_x \to t_E$$

- $$\frac{\Gamma \vdash E_1 : t_1 \qquad [x \mapsto t_1]\Gamma \vdash E_2 : t_2}{\Gamma \vdash \texttt{let}\ x = E_1\ \texttt{in}\ E_2 : t_2}$$

Example 1

$$\underbrace{\texttt{fun}\ \underbrace{f}_{t_f}\ \texttt{->}\ \underbrace{\texttt{fun}\ \underbrace{x}_{t_x}\ \texttt{->}\ \underbrace{\underbrace{(f\ 3)}_{t_3} - \underbrace{(f\ x)}_{t_4}}_{t_2}}_{t_1}}_{t_0}$$

Example 2

$$\texttt{fun}\ f\ \texttt{->}\ f\ 11$$

Example 3

$$\texttt{if}\ x\ \texttt{then}\ x - 1\ \texttt{else}\ 0$$

Example 4

$$\texttt{fun}\ f\ \texttt{->}\ \texttt{iszero}\ (f\ f)$$