第二章: 数字图像基础

视觉感知要素

人视觉是由眼睛中锥状体和杆状体组成的。低照明级别杆 状体起作用。在背景照明增强时锥状体起作用。

光和电磁波谱

 $\lambda = \frac{c}{\nu} E = hv$ 可见光的波长范围:约 400~700nm $\Delta I_{\epsilon}/I$ 称为韦伯比

辐射强度:光源流出能量总量;光通量给出观察者从光源感受到的能量,用流明数度量;亮度是光感受的主观描绘,不能测量,描述彩色感觉参数之一;灰度级用来描述单色光图像的亮度

图像感知与获取

传感器:CCD.CMOS

简单的成像模型

f(x,y)=i(x,y)r(x,y),其中i(x,y)为入射分量(低频), r(x,y)为反射分量(高频)

其中 $0 \le f(x,y), i(x,y) < \infty$ $0 \le r(x,y) \le 1$;r=0 全吸收,1 全反射

图像取样和量化

对坐标值进行数字化称为取样,对幅度值进行数字化称为量 化,原点位于图像的左上角, x 轴向下, y 轴向右

坐标索引: 像二维坐标(x, y);线性索引通过计算到坐标(0, 0) 的偏移量得到的.行/列扫描

空间分辨率:图像中可辨别的最小细节 灰度分辨率:灰度级中可分辨的最小变化;打印机单位距离可以分辨的最小线对数 DPI:数字图像:图像大小,即行数 x 列数 PPI

图像对比度:一幅图像中最高和最低灰度级间的灰度差为 对比度。

基本的图像重取样方法: 图像内插。有最近邻内插;常选用双线性(v(x, y) = ax + by + cxy + d 四个系数可用 4 个最近邻点的 4 个未知方程求出)和双三次内插。

像素间的一些基本关系

 $N_4(p)$ 上下左右, $N_D(p)$ 四个对角, $N_8(p) = N_4(p) \cup N_D(p)$ 值域 V、V 是 0 到 255 中的任一个子集

4 邻接:点 q 在 $N_4(p)$ 中, 并 q 和 p 具有 V 中的数值

8 邻接:点 q 在 $N_8(p)$ 中,并 q 和 p 具有 V 中的数值

m 邻接(混合邻接): 1.q 在 p 的 $N_4(p)$ 或者 2.q 在 p 的 $N_{D(p)}$ 中, $N_4(P)\cap N_4(Q)$ 中没有 V 值的像素

欧氏距离(De): $D_e(p,q) = \sqrt{(x-s)^2 + (y-t)^2}$ 街区距离 (D4): $D_4(p,q) = |x-s| + |y-t|$

棋盘距离(D8): $D_8(p,q) = \max(|x-s|, |y-t|)$

对应元素运算和矩阵运算

图像相加:取平均降噪。相减:增强差别。相乘和相除:校正阴影。

三个基本量用于描绘彩色光源的质量: 发光强度、光通量和亮度。

一幅数字图像占用的空间: $M \times N \times k$ 。

第三章: 灰度变换与空间滤波

基本的灰度变换

反转变换S = L - 1 - r;增强暗色区域中的白色或灰色细节

对数变换 $S = c \log(1+r)$;将范围较窄的低灰度值映射为范围较宽的

幂律(伽马)变换 $s = cr^{\gamma}$; $\gamma < 1$ 变亮,加强暗细节;反之变暗,加强亮细节:可增强对比度

分段线性变换:

1.对比度拉伸:提高灰度级的动态范围,改善对比度; 2.灰度级分层:突出某区间灰度,其他位置可不变也可降级; 3.比特平面分层:8bit 灰度图分割成8个比特面,(左)高位表示主体信息.低位给出不同程度的细节

直方图处理

直方图容器: $h(r_k)=n_k,\quad k=0,1,2,\cdots,L-1\;;n_k$ 是 f 中灰 度为 r_k 的像素的数量 ; k 越大越白 直方图:对容器归一化 $p(r_k)=\frac{h(r_k)}{MN}=\frac{n_k}{MN}$

无空间信息,不同图像可能直方图相似,同一图像切片的直方 图有可加性;若一幅图像其像素占有全部可能的灰度级并且 分布均匀,这样的图像灰度对比度高、细节会相对明显

均衡化

假设s=T(r)在 $0 \le r \le L-1$,T(r)严格单调递增且 $0 \le T(r) \le L-1$ 。

变换前后的 pdf 为 $p_{r(r)}, p_{s(s)}$ 若T(r)还可微,有 $p_s(s) = p_r(r) | \frac{dr}{ds}$

离散情况 $s_k = T(r_k) = (L-1)\sum_{j=0}^k p_r(r_j) = (L-1)\sum_{j=0}^k \frac{n_k}{MN}$ 无法得到完全平坦的分布

目的:使图像产生灰度级丰富且动态范围大的图像灰度;期望得到均匀分布直方图;数字图像均衡化只是连续情况的近似;简并:灰度级减少了(不同的灰度变换到同一灰度)

匹配(规定化)

使得直方图变换到规定的分布;均衡可以看作是匹配的特例输入原始图 $p_{r(r)}$,目标图像 $p_{z(z)}$,求输入r到输出z的变换公式

把原始图像和目标图像都用均衡化的作为桥梁 连续: 原图均衡化 $s=T(r)=(L-1)\int_0^r p_r(w)\,\mathrm{d}w$;目标图均衡化 $s=G(z)=(L-1)\int_0^z p_z(v)\,\mathrm{d}v$ 均衡化图求逆得到目标 $z=G^{-1}(s)=G^{-1}[T(r)]$

离散: $q,k \in [0,L-1]$ $s_k = T(r_k) = (L-1) \sum_{j=0}^k p_r(r_j)$; $s_k = G(z_q) = (L-1) \sum_{i=0}^q p_z(z_i)$; $z_q = G^{-1}(s_k)$ s_k 定义域和值域都是离散且有限,可用一表格记录其对应关系,并采样遍历方式找到最优匹配值、无需求逆

局部处理

图像/图像块(全局/局部)的统计距计算 设 $p(r_i) = \frac{n_i}{n_i}, \quad i = 0, 1, 2, ..., L-1$ 灰度级r相对于均值 m 的n阶中心矩为: $\mu_n(r) = \sum_{i=0}^{L-1} (r_i - m)^n p(r_i)$ m 是 r 的均值: $m = \sum_{i=0}^{L-1} r_i p(r_i)$ 衡量明暗程度 n = 2为方差: $\sigma^2 = \mu_2(r) = \sum_{i=0}^{L-1} (r_i - m)^2 p(r_i)$ 衡量灰度 σ to the first

局部直方图处理:设置一个函数,对满足特定的 m 和 σ 的邻域进行变换,其他不变

空间滤波

线性空间滤波

对于大小为 $m \times n$ (行 x 列)的核,m = 2a + 1和n = 2b + 1, 其中 a 和 b 是非负整数。

空间相关与卷积

一维核旋转 180°相当于这个核绕相对于其轴进行翻转。 二维旋转 180°等效于核关于其一个轴翻转,然后关于另一 个轴翻转。

相关($w \star f$) $(x,y) = \sum_{s=-a}^{a} \sum_{t=-b}^{b} w(s,t) f(x+s,y+t)$ 卷积($w \star f$) $(x,y) = \sum_{s=-a}^{a} \sum_{t=-b}^{b} w(s,t) f(x-s,y-t)$ 等同于将核旋转 180 度后再做相关

卷积满足交换,结合,分配律、相关只满足分配律 N输出大小,W输入大小,P填充大小,S步长F卷积核 大小

 $N = \frac{(W - F + 2P)}{S} + 1$ 两个滤波器大小为 $M \times M$ 和 $N \times N$,卷积后的大小是 $(M + N - 1) \times (M + N - 1)$

可分离滤波器核

大小为 $m \times n$ 的滤波核可表示为两个向量的积 $w = w_1 w_2^T = w_1 \star w_2$

 w_1w_2 为 $m \times 1, n \times 1$ 列向量 (一个列向量和一个行向量的积等于这两个向量的二维卷积)

可分离核执行卷积相对不可分离核执行卷积的计算优势: $C = \frac{MNmn}{MN(m+n)} = \frac{mn}{m+n}$

可分离核条件: rank(w) = 1

分离方法: 在核 w 中找到任何一个非零元素a,值为E; 提取a所在的列与行,形成列向量c和r; $w_1=c$, $w_2^T=\frac{r}{E}$

平滑(低通)空间滤波器

降低相邻灰度的急剧过度,以减少无关细节(噪声);平滑通过对相邻像素求和(积分)实现. 归一化确保亮度不变;低通滤波可去除"无关"细节: 即比其核小很多的点/区域 $g(x,y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{$

$$\begin{split} g(x,y) &= \frac{\sum_{s=-at=-b}^{a} \sum_{b}^{b} w(s,t)}{\sum_{s=-at=-b}^{a} \sum_{b}^{b} b(s,t)} \\ & \text{ 盒式线性滤波 } \frac{1}{9} \times \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} - \text{般线性平滑 } \frac{1}{16} \times \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \end{split}$$

盒式滤波器:每个元素相同;核越大,对越多像素做平均,其平滑程度越明显,细节丢失越多;

高斯核函数 $w(s,t) = G(s,t) = Ke^{-\frac{s^2+t^2}{2\sigma^2}} -$ 般选核大小奇数接近 6σ 对同一图像,高斯核越大越模糊;圆对称:到中心点距离r一样,则对应系数一样的;可分离:可写成两个一维的高斯分布相乘形式

对比: 高斯核更适合去噪和平滑处理;盒式核更适合锐化和 边缘增强。

锐化(高通)空间滤波器

凸显灰度的过渡部分,以增强图像中的细节。锐化用相邻 像素差分(导数)来实现.

一维差分 $\frac{\partial f}{\partial x} = f(x+1) - f(x)$ $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1) + f(x-1) - 2f(x)$

拉普拉斯算子

连续: $\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ 离散: $\nabla^2 f = [f(x+1,y) + f(x-1,y) + f(x,y+1) + f(x,y-1)] - 4f(x,y)$ 常见拉普拉斯滤波器特点:1. 中心对称; 2. 中间值的绝对值 十. 2. 和为零

大; 3. 和为零。
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$g(x,y) = \begin{cases} f(x,y) - \nabla^2 f(x,y), & \text{当社普拉斯滤波中心系数为负} \\ f(x,y) + \nabla^2 f(x,y), & \text{当社普拉斯滤波中心系数为页} \end{cases}$$

钝化掩蔽和高提升滤波

用于增强图像的细节和边缘

模糊图像 $\hat{f}(x,y)$ 模板 $g_{mask}(x,y) = f(x,y) - \hat{f}(x,y)$ 加权相 加 $g(x,y) = f(x,y) + kg_{mask}(x,y)$

k=1 为钝化掩蔽 k>1 为高提升滤波 k<1 不强调钝化模板的 贡献

低通、高通、带阻和带通滤波器

单位冲激中心和滤波器核中心重合 低通 lp(x,y), 高通 $hp(x,y)=\delta(x,y)-lp(x,y)$ 带阻 $br(x,y)=lp_1(x,y)+hp_2(x,y),=lp_1(x,y)+$ $[\delta(x,y)-hp_2(x,y)]$,带通 $bp(x,y)=\delta(x,y)-br(x,y)=$ $\delta(x,y)-[lp_1(x,y)+[\delta(x,y)-lp_2(x,y)]]$

第四章:频率域滤波

在空域不好解决的问题,在频域上可能变得非常容易(性能及时间上);不同于空域像素的调整,对频谱系数修改会作用于整个空域图像。空域适合:局部特征、实时操作、简单的像素级调整。频域适合:全局特征、复杂操作、周期性噪声去除、压缩等。

米样

周期冲激串 $s_{\Delta T}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x-n\Delta T)$ 取样后函数 $\tilde{f}(t) = f(t)s_{\Delta T}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t-n\Delta T)$ 积分得到取样点的值 $f_k(k) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t-k\Delta T)\mathrm{d}t = f(k\Delta T)$

采样定理:采样率 f_s 应大于等于信号最高频率的两倍,即 $f_s>2f_{\max}$,否则会出现混叠现象。

单变量的离散傅里叶变换

连续
$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\mu) e^{j2\pi\mu t} d\mu$$
 $F(\mu) = \int_{-\infty}^{\infty}$; $f(t)e^{-j2\pi\mu t} dt$

离散 $u,x \in [0,M-1]$ $F(u) = \sum_{x=0}^{M-1} f(x) e^{-j2\pi ux/M} ; f(x) = \frac{1}{M} \sum_{x=0}^{M-1} F(u) e^{j2\pi ux/M}$

二变量函数的傅里叶变换

二维 DFT 和 IDFT 性质

谱 $|F(u,\nu)| = [R^2(u,\nu) + I^2(u,\nu)]^{1/2}$) 相角 $\phi(u,v) = \arctan\left[\frac{f(u,v)}{R(u,v)}\right]$ R 实部.I 虚部 极坐标 $F(u,\nu) = |F(u,\nu)|e^{j\phi(u,v)}$ 周期性(k 为整数) $F(u,v) = F(u+k_1M,v+k_2N)$ $f(x,y) = f(x+k_1M,y+k_2N)$

巻积
$$(f \star h)(x,y) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(m,n)h(x-m,y-n)$$
 相关 $(f \star h)(x,y) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f^*(m,n)h(x+m,y+n)$

使用 DFT 算法求 IDFT $MNf^*(x,y) =$

 $\sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F^*(u,v) e^{-j2\pi(ux/M+\nu y/N)}$ 结果取复共轭并除 以MN就可得到反变换

离散单位冲激 $\delta(x,y) \Leftrightarrow 1,1 \Leftrightarrow MN\delta(u,v)$

卷积定理 $(f \star h)(x,y) \Leftrightarrow (F \cdot H)(u,v) \parallel (f \cdot h)(x,y) \Leftrightarrow$ $\frac{1}{MN}(F \star H)(u, v)$

平移性 $f(x,y)e^{j2\pi(u_0x/M+v_0y/N)}$ \Leftrightarrow $F(u-u_0,v-v_0)$ $f(x-x_0,y-y_0) \Leftrightarrow F(u,v)e^{-j2\pi(ux_0/M+\nu y_0/N)}$ $\delta(x-a,y-b) \Leftrightarrow e^{-j2\pi(ua+vb)}$

频率域波波

- (1)对图像 f(x,y)进行零填充(长宽均变为两倍,变为 $P \times Q$
- (2)频谱中心化:用 $(-1)^{x+y}$ 乘以填充后的图像
- (3)计算(2)结果的 DFT, 即F(u, v);
- (4)用滤波器函数(中心在(P/2,Q/2))H(u,v)乘以F(u,v):
- G(u, v) = H(u, v)F(u, v)
- (5)计算(4)中结果的 IDFT, $g(x,y) = F^{-1}(G(u,v))$ 理论值 为实数, 计算误差会导致寄生复成分
- (6)得到(5)结果中的实部:
- (7) 用 $(-1)^{\{(x+y)\}}$ 乘以(6)中的结果
- (8)提取(7)中的左上角(与输入图像同大小)。

低通频塞域波波器

理想低通滤波器 ILPF D_0 为截止频率;D(u,v) = $\left[(u - M/2)^2 + (v - N/2)^2 \right]; H(u, v) = \begin{cases} 1, & D(u, v) \leq D_0, \\ 0, & D(u, v) > D_0, \end{cases}$ 截止频率位置 D0 决定了通过的频率成分所包含的功率,以 及在总功率中所占的比例

总功率 $P_T = \sum_{u=0}^{P-1} \sum_{v=0}^{Q-1} P(u,v) = \sum_{u=0}^{P-1} \sum_{v=0}^{Q-1} |F(u,v)|^2$ 在 D(u,v)内的功率占比 $\alpha =$

 $100\sum_{u}\sum_{v}\dot{P}(u,v)/P_{T}$ where $D(u,v) \leq D_{0}$

理想的低通滤波器无法通过电子元件实现:通过计算机模拟 会出现模糊与振铃现象

巴特沃斯 BLPF $H(u,v) = \frac{1}{1+[D(u,v)/D_0]^{2n}}$; 高斯 GLPF $H(u,v) = e^{-D^2(u,v)/2D_0^2}$ 无振铃效应

例子:低分辨率文本字符修复,面部柔和,去除传感器扫描线

高通滤波器

对低通滤波相反操作得到高通:

$$\begin{split} H_{HP}(u,v) &= 1 - H_{LP}(u,v); \, h_{HP} = \delta(x,y) - h_{LP}(x,y) \neq \\ 1 - h_{LP}(x,y) \end{split}$$

理想 IHPF: $H(u,v) = \begin{cases} 0, & D(u,v) \leq D_0 \\ 1, & D(u,v) > D_0 \end{cases}$ 巴特沃斯: $H(u,v) = \frac{1}{1 + [D_0/D(u,v)]^{2n}}$; 高斯: $H(u,v) = 1 - \frac{1}{1 + D_0/D(u,v)}$ $e^{-D^2(u,v)/2D_0^2}$

频域拉普拉斯算子: $H(u,v) = -4\pi^2(u^2 + v^2)$ 中心化版 $H(u,v) = -4\pi^2 \big[(u-P/2)^2 + (v-Q/2)^2 \big] = -4\pi^2 D^2(u,v)$ 基于锐化滤波的图像增强 $g(x,y)=f(x,y)+c\nabla^2 f(x,y)$;其 中二阶梯度傅里叶变换为 H*F

高提升滤波: $H_{hh}(u,v) = (A-1) + H_{hn}(u,v)$

高频加强滤波: $H_{hfe}(u,v) = a + bH_{hv}(u,v)$ a 控制原始贡 献, b 控制高通贡献

同态滤波 $H(u,v)=(\gamma_H-\gamma_L)\left[1-e^{-c\left(D^2(u,v)/D_0^2\right)}\right]+\gamma_L$ 衰 减图像的低频成分(光照分量),增强高频成分(反射分

其中 $\gamma_L < 1$ 低频成分增益因且 $\gamma_H > 1$ 高频成分增益因子;c用于控制滤波器函数斜面的锐化

带阻滤波器

理想带阻(IBRF) $H(u,v) = \begin{cases} 0 & C_0 - \frac{W}{2} \le D(u,v) \le C_0 + \frac{W}{2} \\ 1 & # 他情况 \end{cases}$ 高斯带阻 $(GBRF) H(u, v) = 1 - e^{-\left(\frac{\int_{0}^{1} \# \theta \cdot \tilde{\eta}}{D(u, v) - C_{0}^{2}}\right)}$ 巴特沃斯带阻 (BBRF) $H(u,v) = \frac{1}{1+\left(\frac{D(u,v)W}{D^2(u,v)-C_n^2}\right)^{2n}}$ 带阻作用:

去除摩尔纹:去除周期干扰

快速傅里叶变换

利用傅里叶变换基底性质,将M个数据的傅里叶变换转为 2组 $^{\text{M}}$ 个数据的傅里叶变换,此时计算量从 M^2 降低为 $\frac{M^2}{2}$ $F(u) = \sum_{x=0}^{K-1} f(2x) W_{2K}^{u(2x)} + \sum_{x=0}^{K-1} f(2x+1) W_{2K}^{u(2x+1)}$ (4)

 $W_{M}=e^{-j2\pi/{\rm M}}\;;W_{M}^{ux}=\left(W_{M}\right)^{ux}=e^{-j2\pi ux/{\rm M}}\;;W_{2K}^{\;\;2ux}=$

$$F_{even}(u) = \sum_{x=0}^{K-1} f(2x) W_K^{ux} \quad F_{odd}(u) = \sum_{x=0}^{K-1} f(2x+1) W_K^{ux}$$

$$\begin{split} F(u) &= F_{even}(u) + F_{odd}(u)W_{2K}^u \\ F(u+K) &= F_{even}(u) - F_{odd}(u)W_{2K}^u \end{split}$$

第五章:图像复原与重建

图像退化/复原模型

建模图像退化为用 h 算子和 f 运算,加上加性噪声n,生成一 幅退化图像g

空域: $g(x,y) = (h \star f)(x,y) + \eta(x,y)$; 频域: G(u,v) =H(u,v)F(u,v) + N(u,v)

噪声模型

高斯
$$p(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-(z-\bar{z})^2/2\sigma^2}$$
 ; 瑞利 $p(z) = \begin{cases} \frac{1}{b}(z-a)e^{-(z-a)}z^{2/2}\pi^{\sigma}z^{2} & \text{if } \bar{a} = a + \sqrt{\pi b/4}, \sigma^2 = \frac{b(4-\pi)}{4} \\ 0 & \text{if } z = a + \sqrt{\pi b/4}, \sigma^2 = \frac{b(4-\pi)}{4} \end{cases}$ 爱尔兰(伽马) $p(z) = \begin{cases} \frac{a^b,b^{-1}}{(b-1)}e^{-az} & \text{if } \bar{z} = \frac{b}{a}, \sigma^2 = \frac{b}{a^2} \\ 0 & \text{if } \bar{z} = \frac{b}{a}, \sigma^2 = \frac{b}{a^2} \end{cases}$

指数
$$p(z) = \begin{cases} ae^{-az}z \ge 0 \\ 0 & z < 0 \end{cases} \| \bar{z} = \frac{1}{a}, \sigma^2 = \frac{1}{a^2}$$
 均匀 $p(z) = \begin{cases} b-a & a \le 2b \\ 0 & o, the graphs = 0 \end{cases} \| \bar{z} = \frac{a+b}{2}, \sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12};$ 椒盐 $p(z) = \begin{cases} P_p & z = 0 \\ 1-(P_s + P_p) & z = V \end{cases}$

场景:高斯电子电路随机波动引起,或者传感器在低光照高温 工作产生的噪声:瑞利模拟随机波动;伽马和指数模拟激光成 像:均匀:随机数在指定范围内均匀分布:椒盐:成像设备中的 瞬时故障或错误

只存在噪声的复原——空间滤波

仅被加性噪声退化后: $g(x,y) = f(x,y) + \eta(x,y) G(u,v) =$ F(u,v) + N(u,v) (噪声未知)

当仅有加性噪声时, 可考虑空间滤波方法, 利用图像相邻 像素之间的的相似性,降低噪声的影响,甚至可以有效去 除噪声。

均值滤波

 S_{ru} 表示中心在(x,y), 尺寸为 $m \times n$ 的矩形子图像窗口 算术平均 $\hat{f}(x,y) = \frac{1}{mn} \sum_{(r,c) \in S} g(r,c)$; 评滑图像的局部 变化;在模糊了结果的同时减少了噪声

几何平均滤波 $\hat{f}(x,y) = \left[\prod_{(r,c) \in S_{xy}} g(r,c)\right]^{\frac{1}{mn}}$; 平滑度可以 与算术均值相比;图像细节丢失更少

谐波平均滤波 $\hat{f}(x,y) = \frac{mn}{\sum_{(r,c) \in S_{xy}} \frac{1}{g(r,c)}}$ 适用"盐粒" 和 类似 高斯噪声的噪声,不适用于"胡椒";

反谐波平均 $\hat{f}(x,y) = \frac{\sum_{(r,c) \in S_{xy}} g(r,c)^{Q+1}}{\sum_{(r,c) \in S_{xy}} g(r,c)^Q}$ Q 称为滤波器的阶 数,>0 用于胡椒,<0 用于盐粒,=0 变为算数平均,=-1 变为谐波

统计排序

中值 $\hat{f}(x,y) = median_{(r,c) \in S_{rrr}} \{g(r,c)\}$ 与大小相同的线性 平滑(均值)滤波相比,有效地降低某些随机噪声,且模糊度 要小得多;对于单极和双极冲激噪声效果好

最大值 $\hat{f}(x,y) = \max_{(r,c) \in S_{xy}} \{g(r,c)\}$ 发现最亮点;过滤胡

最小值 $\hat{f}(x,y) = \min_{(r,c) \in S_{xy}} \{g(r,c)\}$ 发现最暗点;过滤盐粒 中点 $\hat{f}(x,y) = \frac{1}{2} \left[\max_{(r,c) \in S_{xy}} \{g(r,c)\} + \right]$

 $\min_{(r,c) \in S_{xy}} \{g(r,c)\}$ | 统计排序滤波器和平均滤波器;适合处 理随机分布的噪声,如高斯噪声和均匀噪声

修正后的阿尔法均值滤波 $\hat{f}(x,y) =$

$$\frac{1}{mn-d}\sum_{(r,c)\in S_{rr}}g_R(r,c)$$

在S邻域内去掉 $g(\mathbf{r},\mathbf{c})$ 最高灰度值的d/2 和最低灰度值的 d/2 $g_R(r,c)$ 代表剩余的mn-d个像素.d=0变为算数平均;d=mn-1变为中值; 当 d 取其它值时, 适用于包括多种噪声的 情况下,例如高斯噪声和椒盐噪声混合的情况。

用 S_{rr} 的区域内图像的统计特征进行处理

自适应局部降噪

g(x,y)表示噪声图像在点(x,y)上的值; σ_n^2 噪声方差 \overline{z}_S 在 S_{xy} 上像素点的局部平均灰度; $\sigma_{S_{xy}}^2$ 在 S_{xy} 上像素点的局部方 差;假设 $\sigma_n^2 \le \sigma_S^2$

$$\hat{f}(x,y) = g(x,y) - \frac{\sigma_{\eta}^2}{\sigma_{S_{--}}^2} \Big[g(x,y) - \overline{z}_{S_{xy}} \Big]$$

 z_{min} 是 S_{xy} 中的最小灰度值; z_{max} 是 S_{xy} 中的最大灰度值; z_{med} 是 S_{xy} 中的灰度值的中值; z_{xy} 是坐标(x,y)处的灰度值; S_{max} 是 S_{xy} 允许的最大尺寸。

层次 A: 若 $z_{min} < z_{med} < z_{max}$,则转到层次B 否则,增 S_{xy}

若 $S_{xy} \leq S_{max}$,则重复层次A否则,输出 z_{med} 层次 B: 若 $z_{min} < z_{xy} < z_{max}$,则输出 z_{xy} 否则,输出 z_{med} 普通的中值消除噪声的同时导致图像细节明显缺失;自适应 中值能够额外保留图像细节

频域滤波降低周期噪声

陷波滤波器:阻止或通过事先定义的频率矩形邻域中的频率 $H_{\mathrm{NR}}(u,\nu) = \prod_{k=1}^Q H_k(u,\nu) H_{-k}(u,\nu)$ $H_{k(u,\nu)}$ 和 $H_{-k}(u,\nu)$ 分别是中心为 (u_k,ν_k) 和 $(-u_k,-\nu_k)$ 的高通滤波器传递函数; $D_k(u,v)$ = $\begin{bmatrix} \left(u - M/2 - u_k \right)^2 + \left(v - N/2 - v_k \right)^2 \end{bmatrix}^{1/2} ; D_{-k}(u,v) = \begin{bmatrix} \left(u - M/2 + u_k \right)^2 + \left(v - N/2 + v_k \right)^2 \end{bmatrix}^{1/2} ; D_{-k}(u,v) = \begin{bmatrix} \left(u - M/2 + u_k \right)^2 + \left(v - N/2 + v_k \right)^2 \end{bmatrix}^{1/2} ; D_{-k}(u,v) = \begin{bmatrix} \left(u - M/2 + u_k \right)^2 + \left(v - N/2 + v_k \right)^2 \end{bmatrix}^{1/2} ; D_{-k}(u,v) = \begin{bmatrix} \left(u - M/2 + u_k \right)^2 + \left(v - N/2 + v_k \right)^2 \end{bmatrix}^{1/2} ; D_{-k}(u,v) = \begin{bmatrix} \left(u - M/2 + u_k \right)^2 + \left(v - N/2 + v_k \right)^2 \end{bmatrix}^{1/2} ; D_{-k}(u,v) = \begin{bmatrix} \left(u - M/2 + u_k \right)^2 + \left(v - N/2 + v_k \right)^2 \end{bmatrix}^{1/2} ; D_{-k}(u,v) = \begin{bmatrix} \left(u - M/2 + u_k \right)^2 + \left(v - N/2 + v_k \right)^2 \end{bmatrix}^{1/2} ; D_{-k}(u,v) = \begin{bmatrix} \left(u - M/2 + u_k \right)^2 + \left(v - N/2 + v_k \right)^2 \end{bmatrix}^{1/2} ; D_{-k}(u,v) = \begin{bmatrix} \left(u - M/2 + u_k \right)^2 + \left(v - N/2 + v_k \right)^2 \end{bmatrix}^{1/2} ; D_{-k}(u,v) = \begin{bmatrix} \left(u - M/2 + u_k \right)^2 + \left(v - N/2 + v_k \right)^2 \end{bmatrix}^{1/2} ; D_{-k}(u,v) = \begin{bmatrix} \left(u - M/2 + u_k \right)^2 + \left(v - N/2 + v_k \right)^2 \end{bmatrix}^{1/2} ; D_{-k}(u,v) = \begin{bmatrix} \left(u - M/2 + u_k \right)^2 + \left(v - N/2 + v_k \right)^2 \end{bmatrix}^{1/2} ; D_{-k}(u,v) = \begin{bmatrix} \left(u - M/2 + u_k \right)^2 + \left(v - N/2 + v_k \right)^2 \end{bmatrix}^{1/2} ; D_{-k}(u,v) = \begin{bmatrix} \left(u - M/2 + u_k \right)^2 + \left(v - M/2 + v_k \right)^2 \end{bmatrix}^{1/2} ; D_{-k}(u,v) = \begin{bmatrix} \left(u - M/2 + v_k \right) + \left(v - M/2 + v_k \right)^2 \end{bmatrix}^{1/2} ; D_{-k}(u,v) = \begin{bmatrix} \left(u - M/2 + v_k \right) + \left(v - M/2 + v_k \right)^2 \end{bmatrix}^{1/2} ; D_{-k}(u,v) = \begin{bmatrix} \left(u - M/2 + v_k \right) + \left(v - M/2 + v_k \right) + \left(v - M/2 + v_k \right)^2 \end{bmatrix}^{1/2} ; D_{-k}(u,v) = \begin{bmatrix} \left(u - M/2 + v_k \right) + \left(v - M/2 + v_k \right) + \left(v - M/2 + v_k \right) \end{bmatrix}^{1/2} ; D_{-k}(u,v) = \begin{bmatrix} \left(u - M/2 + v_k \right) + \left(v - M/2 + v_k \right) + \left(v - M/2 + v_k \right) \end{bmatrix}^{1/2} ; D_{-k}(u,v) = \begin{bmatrix} \left(u - M/2 + v_k \right) + \left(v - M/2 + v_k \right) + \left(v - M/2 + v_k \right) \end{bmatrix}^{1/2} ; D_{-k}(u,v) = \begin{bmatrix} \left(u - M/2 + v_k \right) + \left(v - M/2 + v_k \right) + \left(v - M/2 + v_k \right) \end{bmatrix}^{1/2} ; D_{-k}(u,v) = \begin{bmatrix} \left(u - M/2 + v_k \right) + \left(v - M/2 + v_k \right) + \left(v - M/2 + v_k \right) \end{bmatrix}^{1/2} ; D_{-k}(u,v) = \begin{bmatrix} \left(u - M/2 + v_k \right) + \left(v - M/2 + v_k \right) + \left(v - M/2 + v_k \right) \end{bmatrix}^{1/2} ; D_{-k}(u,v) = \begin{bmatrix} \left(u - M/2 + v_k \right) + \left(v - M/2 + v_k \right) \end{bmatrix}^{1/2} ; D_{-k}(u,v) = \begin{bmatrix} \left(u - M/2 + v_k \right) + \left(v - M/2 + v_k \right) \end{bmatrix}^{1/2} ; D_{-k}(u,v) = \begin{bmatrix} \left(u - M/2 + v_k \right) + \left(u - M/2 + v_k \right) \end{bmatrix}^{1/2} ; D$ n 阶巴特沃斯陷波带阻(3 陷波对) $H_{NR}(u,\nu) =$ $\prod_{k=1}^{3} \left| \frac{1}{1 + [D_{0k}/D_{k}(u,\nu)]^{n}} \right| \left| \frac{1}{1 + [D_{0k}/D_{-k}(u,\nu)]^{n}} \right|$ 陷波带通滤波器(NR 为带阻) $H_{NP}(u,\nu) = 1 - H_{NR}(u,\nu)$

存在多个干扰分量时, 简单的滤波器传递函数在滤波过程 中可能过多地滤除图像信息

最优陷波:1.分离干扰模式的各个主要贡献;2.从被污染图像 中减去该模式的一个可变加权部分

假设 G 是被污染图像 DFT 1.算出 η , $N(u, \nu) =$ $H_{NP}(u, \nu)G(u, \nu) \eta(x, y) = F^{-1}\{H_{NP}(u, \nu)G(u, \nu)\}$ $\hat{f}(x,y) = g(x,y) - w(x,y)\eta(x,y)$ 2.求可变加权部分 $w(x,y) = \frac{\overline{g}\cdot\overline{\eta} - \overline{g}\cdot\overline{\eta}}{\overline{v}^2 - \overline{v}^2}$

线性位置不变退化

如果退化模型为线性和位置不变的,则满足 Ch5 顶部建模的 空域,频域表达式,许多退化类型可以近似表示为线性的位置 不变过程; 而非线性的与位置有关的技术难以求解。

估计退化函数

1.观察法:收集图像自身的信息来估计 H; 2.试验法:使用与获 取退化图像的设备相似的装置: 3.数学建模法:建立退化模 型,模型要把引起退化的环境因素考虑在内

逆滤波

 $\hat{F}(u,v) = \frac{G(u,v)}{H(u,v)} = F(u,v) + \frac{N(u,v)}{H(u,v)}$;问题:N 一般未知,挡 H 的任何元素为0或者较小时,后面分数项主导了结果;解决方 法:限制滤波频率,从而减少遇到零值的可能性(H(0,0)的值 最大).

最小均方误差(维纳)滤波

 $S_{f(u,v)} = |F(u,v)|^2$ 为未退化函数功率; $S_n(u,v) =$ $|N(u,v)|^2$ 为噪声功率谱;

$$\hat{F}(u,v) = \left[rac{|H(u,v)|^2}{|H(u,v)|^2 + S_{\eta}(u,v)/S_f(u,v)}
ight]G(u,v)$$
假设两个功率谱之比为常数 K,有 $\hat{F}(u,v) = \left[rac{1}{H(u,v)|^2}rac{|H(u,v)|^2}{|H(u,v)|^2 + K}
ight]G(u,v)$ K 通常在复原时调整

约束最小二乘方滤波

约束 $|g - H\hat{f}|^2 = |\eta|^2$ 准则函数最小化C = $\sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} \left[\nabla^2 f(x,y) \right]^2$ $H^*\underline{(u,v)}$ 最佳问题的解 $\hat{F}(u,v) = \left| \frac{H^*(u,v)}{|H(u,v)|^2 + \gamma |P(u,v)|^2} \right| G(u,v)$ 当 $\gamma =$ 0 时,退变成逆滤波

P(u, v) 为 p(x, y) 的傅里叶变换 p(x,y)为拉普拉斯空间卷积

估计 γ :设 $\|r\|^2 = \|g - H\hat{f}\|^2$,通过 $\|\mathbf{r}\|^2 = \|\eta\|^2 \pm a$,由于 \mathbf{r} 关于 γ 单调, $\|\mathbf{r}\|^2 < \|\eta\|^2 - a$ 增加 γ ; $\|\mathbf{r}\|^2 > \|\eta\|^2 + a$ 减少 γ 估计 $\|\eta\|^2$: $\|\eta\|^2 = MN[\sigma_n^2 + \overline{\eta}^2]$ 用方差和均值

几何均值滤波

$$\hat{F}(u,v) = \left[\frac{H^*(u,v)}{|H(u,v)|^2}\right]^a \left[\frac{H^*(u,v)}{|H(u,v)|^2 + \beta \left[\frac{S_{\eta}(u,v)}{S_{f}(u,v)}\right]}\right]^{1-\alpha}$$

当 $\alpha = 0$ 时,滤波器退化为逆滤波器;当 $\alpha = 0$ 时,滤波器退化 为参数维纳滤波器;当 $\alpha = 0, \beta = 1$ 时,滤波器退化为标准维 纳滤波器;当 $\alpha = \frac{1}{6}$ 时,滤波器为几何均值滤波器;当 $\beta = 1, \alpha$ 减到 $\frac{1}{9}$ 以上,它接近逆滤波器,当 $\beta = 1, \alpha$ 减到 $\frac{1}{9}$ 以下,它接 近维纳滤波器;当 $\beta = 1, \alpha = \frac{1}{6}$ 时,它被称为谱均衡滤波器;

第六章: 彩色图像处理

彩色基础

红,绿,蓝量用 X,Y,Z 表示,叫三色值;三色系数定义: x = $\frac{X}{X+Y+Z}$; ...; x + y + z = 1;

描述彩色光源的质量的三个基本量:辐射亮度:从光源流 出的总能量,单位为瓦特(W);发光强度:观察者从光源感 知的总能量,单位为流明(红外的光强接近零);亮度:主观 描绘子, 不可测量, 体现发光强度的消色概念。

区分不同颜色:色调: 感知的主导色, 跟主波长相关;饱和度: 相对纯度,与一种色调混合的白光量;亮度:发光强度的消 色概念.色调和饱和度一起称为色度

彩色模型

针对彩色显色器和彩色摄像机开发,一个颜色有8比特,28= 256种颜色,全彩色则是 24 比特图像

CMYK

颜料颜色,针对彩色打印开发;CMY(青色、深红、黄色)是 RGB 的补色;K 是黑色,用于调节色彩

RGB->CMY:
$$\begin{pmatrix} C \\ M \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix}$$

RGB->CMYK: $K = 1 - \max(R, G, B)$; $C = \frac{1 - R - K}{1 - K}$; $M = \frac{1 - R - K}{1 - K}$ $\frac{1-G-K}{1-K}$; $Y = \frac{1-B-K}{1-K}$

CMY->CMYK: $K = \min(C, M, Y)K = 1$ 则 CMY 都是 0; $K \neq 1 \text{ } \square C = (C - K)/(1 - K); M = (M - K)/(1 - K)$ K): Y = (Y - K)/(1 - K)

HSI

针对人们描述和解释颜色的方式开发,解除了亮度和色彩 信息的联系; h 色调(角度),s 饱和度(鲜艳程度),i 强度(颜色的 明暗程度,平均灰度)



$$\begin{array}{l} \theta = \arccos\left(\frac{(R-G)+(R-B)}{2\sqrt{(R-G)^2+(R-B)(G-B)}}\right)H = \begin{cases} 360-\theta & G < B \\ \theta & G \geq B \end{cases} \\ S = 1 - \frac{3}{8+G+B} \cdot \min(R,G,B)I = \frac{R+G+B}{3} \end{array}$$

HSI->RGB

1.RG 扇区 $0^{\circ} \le H < 120^{\circ}$

$$\begin{array}{ll} R = I \cdot \left(1 + \frac{S \cdot \cos(H)}{\cos(60^\circ - H)}\right); G = 1 - (R + B); B = I \cdot (1 - S) \\ 2.\text{GB } \not\boxtimes (120^\circ < H < 240^\circ \end{array}$$

 $H' = H - 120^{\circ}$

$$G = I \cdot \left(1 + \frac{S \cdot \cos(H')}{\cos(60^\circ - H')}\right); B = 1 - (R+G); R = I \cdot (1-S)$$

3.BR 扇区 $240^{\circ} \le H < 360^{\circ}$ $H' = H - 240^{\circ}$

$$B = I \cdot \left(1 + \frac{S \cdot \cos(H')}{\cos(60^\circ - H')}\right); R = 1 - (G + B); G = I \cdot (1 - S)$$

CIE LAB

基于人眼视觉感知的模型,不依赖于具体的设备(如显示 器、打印机等),因此可以在不同设备之间保持颜色的一致

$$\begin{split} &L_{\star} = 116*h\left(\frac{Y}{Y_W}\right) - 16; a_{\star} = 500*\left[h\left(\frac{X}{X_W}\right) - h\left(\frac{Y}{Y_W}\right)\right];\\ &b_{\star} = 200*\left[h\left(\frac{Y}{Y_W}\right) - h\left(\frac{Z}{Z_W}\right)\right]\\ &h(q) = \begin{cases} \frac{(\frac{3}{2})*q^{\frac{3}{2}}}{1.787*q + \frac{16}{110}q} \le 0.008856\\ 7.787*q + \frac{16}{110}q \le 0.008856 \end{cases} \end{split}$$

L表示亮度,范围从0(黑色)到100(白色)。a表示从绿 色到红色的轴。b 表示从蓝色到黄色的轴。h(q)是一个辅助 函数,用于处理非线性变换。

假彩色

采用多种颜色进行灰度分层: [0,L-1] 灰度级别,分为 P+1 个 区间, I_1 , I_2 ,..., I_{P+1} ,属于某个区间就赋值一个彩色;若 $f(x,y) \in I_k$ 则令 $f(x,y) = c_k$ 假彩色增强: 设置 f_R, f_G, f_B 三个函数,把灰度映射为不同通道的颜色

全彩色图像处理基础

1.标量框架:分别处理每幅灰度级分量图像(像素值为标 量),将处理后的各分量图像合成一幅彩色图像。2.向量 框架:直接处理彩色像素,将彩色像素视为向量处理。

彩色变换

 $s_i = T_i(r_i), i \in [i, n]$ n 为分量图像总数,ri 为输入 i 分量灰 度.s. 为输出 i 分量灰度

三种颜色模型下提高亮度: RGB 三个分量乘以常数 k;CMY 求线性变化 $s_i = kr_i + (1 - k)$, i = 1, 2, 3:CMYK 只需改变 第四个分量(K) $s_i = kr_i + (1-k), i = 4$

补色:彩色环: 首先等距离地放置三原色, 其次将二次色等 距离地放置在原色之间 在彩色环上,与一种色调直接相对 立的另一色调称为补色

彩色分层

突出图像中某个特定的彩色范围,有助于将目标从周围分 离出来:基于假设: 在同一色彩空间下, 相邻的点具有相近

感兴趣的颜色被宽度为 W、中心在原型(即平均)颜色并具 有分量 a_i 的立方体(n>3 时为超立方体)包围,

有分量
$$a_j$$
的立分件(和25 ii) 外超立分件)色语,
$$s_i = \begin{cases} 0.5, & [|r_j - a_j| > W/2]_{1 \le j \le n} & i = 1, 2, \cdots, n \\ \text{用一个球体来规定感兴趣的颜色时} \\ s_i = \begin{cases} 0.5, & \sum_{j=1}^n (r_j - a_j)^2 > R_0^2 & i = 1, 2, \cdots, n \\ r_i, & \sharp \% \end{cases}$$

平滑和锐化

平清
$$\overline{c}(x,y)=\begin{pmatrix} \frac{1}{K}\sum_{(s,t)\in S_{xy}}R(s,t)\\ \frac{1}{K}\sum_{(s,t)\in S_{xy}}G(s,t)\\ \frac{1}{K}\sum_{(s,t)\in S_{xy}}B(s,t) \end{pmatrix}$$
 ; 说化 $\nabla^2c(x,y)=\begin{pmatrix} \nabla^2R(x,y)\\ \nabla^2G(x,y)\\ \nabla^2B(x,y) \end{pmatrix}$

分割图像

HSI:如果按颜色分割,考虑色调(H);可以用饱和度(S),大于某 个阈值分割

RGB: 令 z 表示 RGB 空间中的任意一点,RGB 向量 a 来表示 分割颜色样本集平均颜色

欧氏距离为
$$D(z,a)=|z-a|=\left[(z-a)^{\mathrm{T}}(z-a)\right]^{\frac{1}{2}}=\left[(z_R-a_R)^2+(z_G-a_G)^2+(z_B-a_B)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$
 $D(z,a)\leq D_0$ 的点的轨迹是半径为 D_0 的一个实心球体马哈拉诺比斯距离 $D(z,a)=\left[(z-a)^{\mathrm{T}}C^{-1}(z-a)\right]^{\frac{1}{2}}$; $D(z,a)\leq D_0$ 的点的轨迹是半径为 D_0 的一个实心三维椭球体

两个方法都计算代价也很高昂.一般用边界盒关于 a 居中, 它沿各坐标轴的长度与样本沿坐标轴的标准差成比例

RGB 边缘检测

Di Zenzo 法:不分通道计算梯度的处理方法; $\mathbf{u} = \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \mathbf{r}} +$ $\begin{array}{lll} \frac{\partial G}{\partial x} \mathbf{g} + \frac{\partial B}{\partial x} \mathbf{b} & \mathbf{v} = \frac{\partial R}{\partial y} \mathbf{r} + \frac{\partial G}{\partial y} \mathbf{g} + \frac{\partial B}{\partial y} \mathbf{h} \\ \frac{\partial G}{\partial x} \mathbf{g} + \frac{\partial B}{\partial y} \mathbf{h} & \frac{\partial B}{\partial y} \mathbf{g} + \frac{\partial B}{\partial y} \mathbf{h} \\ \frac{\partial G}{\partial y} \mathbf{g} + \frac{\partial G}{\partial y} \mathbf{g}$ $\begin{array}{l} \mathbf{v} \ \mathbf{v} = |\overline{\partial y}| + |\overline{\partial y}| + |\overline{\partial y}| \\ g_{xy} = \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{u}^T \mathbf{v} = \frac{\partial R}{\partial x} \frac{\partial R}{\partial y} + \frac{\partial G}{\partial x} \frac{\partial G}{\partial y} + \frac{\partial B}{\partial x} \frac{\partial B}{\partial y} \ \text{最大变化率方} \\ |\overline{\mathbf{n}}\theta(x,y) = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left[\frac{1}{g_{xx}} \frac{\partial G}{\partial y} \right] \end{array}$ 坐标 x,y 处 θ 方向的变化率为 $F_{\theta}(x,y)=$ $\left\{ \frac{1}{2} \left[\left(g_{xx} + g_{yy} \right) + \left(g_{xx} - g_{yy} \right) \cos 2\theta(x, y) + 2g_{xy} \sin 2\theta(x, y) \right] \right\}^{\frac{1}{2}}$

噪声

只有一个 RGB 通道受到噪声污染时,到 HSI 的转换会将噪 声分布到所有 HSI 分量图像上

第九章:形态学图像处理

目标通常定义为前景像素集合:结构元可以按照前景像素和 背景像素来规定,原点用黑色点。

平移 $(B)_z = \{c \mid c = b + z, b \in B\}$ 将 B 的原点平移到点 z 反射 $\hat{B} = \{w \mid w = -b, b \in B\}$ 相对于 B 的原点反射(转 180°)

补集 $A^c = \{w \mid w \notin A\}$ 不属于 A 的点集

差集 $A - B = \{w \mid w \in A, w \notin B\} = A \cap B^c$ 属于 A 但不属 于 B 的点集

腐蚀 $A \ominus B = \{z \mid (B)_z \subseteq A\} = \{z \mid (B)_z \cap A^c = \emptyset\}$ 腐蚀 A 的边界(I);能缩小、细化二值图像中的目标

膨胀 $A \oplus B = \{z \mid (\hat{B})_z \cap A \neq \emptyset\}$ 膨胀 A 的边界(I);可修 复图像中的断裂字符

对偶性 $(A \ominus B)^c = A^c \oplus \hat{B}$; $(A \oplus B)^c = A^c \ominus \hat{B}$

开运算 $A \circ B = (A \ominus B) \oplus B = \bigcup \{(B)_x \mid (B)_x \subseteq A\}$ 平滑 轮廓, 断开狭窄区域, 删除小孤岛和尖刺(D:幂等律: 当B在 A 的边界内侧滚动时, B 所能到达的 A 的边界的最远点;B 的所有平移的并集。

闭运算 $A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B = [[] \{(B)_x | (B)_x \cap A = \emptyset\}]^c$ 平滑轮廓, 弥合狭窄断裂和细长沟道, 删除小孔洞(I):幂等 律;当 B 在 A 的边界**外侧**滚动时, B 所能到达的 A 的边界 的最远点;B的所有不与 A 重叠的平移的并集的补集。 对偶性 $(A \circ B)^c = A^c \bullet \hat{B}$; $(A \bullet B)^c = A^c \circ \hat{B}$

击中与击不中 $I \circledast B_{1,2} = \{z \mid (B_1)_z \subseteq A \land (B_2)_z \subseteq A^c\} =$ $(A \ominus B_1) \cap (A^c \ominus B_2)$ 前景中检测形状的 B1, 在背景中检 测形状的 B2 同时满足的保留

边界提取 $\beta(A) = A - (A \ominus B)$ 提取集合 A 的边界上的点集

孔洞填充 $X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap I^c$, $k = 1, 2, 3, \dots$ 填充 A + B的孔洞, X_0 初始化为 I 边框(I)

提取连通分量 $X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap I$, $k = 1, 2, 3, \dots$ 寻找 I中的连通分量(I)

凸壳 $X_k^i = (X_{k-1}^i \circledast B^i) \bigcup X_{k-1}^i, i = 1, 2, 3, 4$ 计算 I 中前景 像素的凸壳(I)

细化 $A \otimes B = A - (A \otimes B)$ 细化集合 A, 移除多余分支(I) 粗化 $A \odot B = A | | (A \otimes B)$ 使用结构元粗化集合 $A \cap A$ 骨架 $S(A) = \bigcup_{k=0}^{K} S_{k(A)}, \quad S_{k(A)} = (A \ominus k_B) - (A \ominus k_B)$ 。 B 寻找集合 A 的骨架(I)

裁剪 $X_1 = A \otimes \{B\}$; $X_2 = \bigcup_{k=1}^8 (X_1 \otimes B^k)$; $X_3 = (X_2 \oplus B^k)$ H) \cap A; $X_4 = X_1 \cup X_3 X_4$ 是裁剪集合 A 后的结果。结构 元(V)用于前两个公式, H 裁剪用于第三个公式(I) 通常用于细化和骨架绘制算法的后处理.用于消除"毛刺"— 比较短的像素端点,比如说小于等于3个像素长度.

把膨胀、腐蚀、开运算和闭运算的基本运算扩展到灰度图

平坦结构元:内部灰度值相同;非平坦结构元的灰度值会随它 们的定义域变化

补集定义 $f^{c(x,y)} = -f(x,y)$ 反射定义 $\hat{b}(x,y) = b(-x,-y)$ 灰度腐蚀 平坦 $[f \ominus b](x,y) = \min_{(s,t) \in b} \{f(x+s,y+t)\}$ 非 平坦 $[f \ominus b_N](x,y) = \min_{(s,t) \in b_N} \{f(x+s,y+t) - b_N(s,t)\}$ 灰度膨胀 平坦 $[f \oplus b](x,y) = \max_{(s,t) \in \hat{b}} \{f(x-s,y-t)\}$ 非 平坦 $[f \oplus b_N](x,y) = \max_{(s,t) \in \hat{b}_N} \{f(x-s,y-t) + \}$ $\hat{b}_N(s,t)$

灰度腐蚀和膨胀相对于补集和反射是对偶的(这里省略参数) $(f \ominus b)^c = f^c \oplus \hat{b} \quad (f \oplus b)^c = f^c \ominus \hat{b}$

开运算 $f \circ b = (f \ominus b) \oplus b$ 闭运算 $f \bullet b = (f \oplus b) \ominus b$ 它们也 是对偶的

开运算经常用于去除小而明亮的细节: 闭运算经常用于去 除小而黑暗的细节

从信号图像看开削峰,闭填谷:两个都满足图片中的性质

友度级**开操作**满足下列性压

 f ∘ b Jf (ii) 如果 f_1 - f_2 則 $f_1 \circ b$ - $f_2 \circ b$

符号 a. r 表示。的域是,的域的子集、目对。的域内的任何(x, v) 有 $a(x, v) \le r(x, v)$

形态学梯度 $g = (f \oplus b) - (f \ominus b)$; 显示边缘 顶帽变换 $T_{hat}(f) = f - (f \circ b)$ 亦称"白顶帽"变换,用于暗背景上亮 物体:暗背景下亮目标分割

底帽变换 $B_{hat}(f) = (f \bullet b) - f$ 亦称"黑底帽"变换,用于亮 背景上暗物体;亮背景下暗目标分割

粒度测定:使用逐渐增大的结构元对图像进行开运算。某个 特殊尺寸的开运算对包含类似尺寸的颗粒的输入图像的区 域产生最大的效果。

第十章:图像分割

背景知识

差分: 前向 $\frac{\partial f(x)}{\partial x} = f(x+1) - f(x)$ 后向 $\frac{\partial f(x)}{\partial x} = f(x) - f(x-1)$ 中值 $\frac{\partial f(x)}{\partial x} = \frac{f(x+1) - f(x-1)}{2}$ 二阶 $\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} = f(x+1)$ 1) - 2f(x) + f(x-1)

一阶导 a) 在恒定灰度区域为零; b) 在灰度台阶和斜坡开 始处不为零; c) 在灰度斜坡上不为零

二阶导 a) 在恒定灰度区域为零; b) 在灰度台阶和斜坡开 始处不为零; c) 在灰度斜坡上为零

(1)一阶导产生粗边缘; (2)二阶导对精细细节(如细线、孤立 点和噪声)有更强的响应; (3)二阶导在灰度斜坡和台阶过渡 处会产生双边缘响应; (4)二阶导的符号可用于确定边缘的 过渡是从亮到暗(正)还是从暗到亮(负)。

滤波器在核的中心点的响应是 $Z = \sum_{k=1}^{9} w_k z_k \le 1,2,3$ 为核 第一行,以此类推

孤立点检测

拉普拉斯 $\nabla^2 f(x,y) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1,y) + f(x-1)$ (1,y) + f(x,y+1) + f(x,y-1) - 4f(x,y)超过阈值 T 的标记 $g(x,y) = \begin{cases} 1, |Z(x,y)| > T \\ 0, \text{ 其他} \end{cases}$ $\nabla^2 f =$ Z

线检测

拉普拉斯核是各向同性的、特殊方向线检测通常采用如下 4种摸板

水平:
$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$
 +45°: $\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ 垂直: $\begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ -

如果上述 4 种模板产生的响应分别为: Ri, 如果|Ri(x,y)|>| Ri(x,y),并且 $i\neq i$,则认为此点与模板 i 方向的线有关。

梯度 $\nabla f(x,y) \equiv \operatorname{grad}[f(x,y)] \equiv \begin{bmatrix} g_x(x,y) \\ g_y(x,y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \\ \frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \end{bmatrix}$ 梯度幅度(L2) $M(x,y) = \|\nabla f(x,y)\| = \sqrt{g_x^2(x,y) + g_y^2(x,y)}$ 绝对值来近似梯度幅度(L1): $M(x,y) \approx |g_x| + |g_y|$ 梯度方向(垂直边缘) $\alpha(x,y) = \arctan \left[\frac{g_y(x,y)}{g_{-}(x,y)} \right]$

$$\begin{pmatrix} z_1 & z_2 & z_3 \\ z_4 & z_5 & z_6 \\ z_7 & z_8 & z_9 \end{pmatrix}$$

Robert 算子 $g_x = \frac{\partial f}{\partial x} = (z_9 - z_5) \; g_y = \frac{\partial f}{\partial y} = (z_8 - z_6)$ **Prewitt 算子** $g_x = \frac{\partial f}{\partial x} = (z_7 + z_8 + z_9) - (z_1 + z_2 + z_3)$ $g_y = \frac{\partial f}{\partial y} = (z_3 + z_6 + z_9) - (z_1 + z_4 + z_7)$ Sobel 算子 $g_x = \frac{\partial f}{\partial x} = (z_7 + 2z_8 + z_9) - (z_1 + 2z_2 + z_3)$ $g_{u}=\frac{\partial f}{\partial u}=(z_{3}+2z_{6}+z_{9})-(z_{1}+2z_{4}+z_{7})$

与 Sobel 相比, Prewitt 更简单, 但 Sobel 能更好抑制(平 滑)噪声。

Kirsch 罗盘核: 用于检测 8 个罗盘方向的边缘幅度和方向 二维高斯函数, $G(x,y) = e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$; 高斯拉普拉斯(LoG)函 数: $\nabla^2 G(x,y) = \left(\frac{x^2 + y^2 - 2\sigma^2}{\sigma^4}\right) e^{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}}$

Marr-Hildreth 算法 $g(x,y) = [\nabla^2 G(x,y)] \star f(x,y) =$ $\nabla^2[G(x,y)\star f(x,y)]$ 寻找 g(x,y)的过零点来确定 f(x,y)中边

高斯差分(DoG)来近似式的 LoG 函数
$$D_G(x,y)=\frac{1}{2\pi\sigma_2^2}\mathrm{e}^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma_1^2}}-\frac{1}{2\pi\sigma_2^2}\mathrm{e}^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma_2^2}}$$

Canny 坎尼 1.用一个高斯滤波器平滑输入图 $f_s(x,y)=$ $G(x,y) \star f(x,y)$ 2.计算梯度幅值图像 $M_S(L2)$ 和角度图像 $\alpha(x,y) = \tan^{-1} \left[\frac{g_y(x,y)}{g_x(x,y)} \right]$ 3.对梯度幅值图像应用非极大值抑 制进行细化边缘 4.用双阈值处理和连通性分析来检测与连

非极大值抑制 寻找最接近 α 方向 dk,修改值 $g_N(x,y)$ =

双阈值化处理 $g_{NH}(x,y) = g_N(x,y) \ge T_H$ 强边缘(存在间断) $g_{NL}(x,y) = g_N(x,y) \ge T_L$ 强边缘+弱边缘 $g_{NL}(x,y) =$ $g_{NL}(x,y) - g_{NH}(x,y)$ 弱边缘

满足条件则连接 $|M(s,t)-M(x,y)| \le E |\alpha(s,t)-\alpha(x,y)| \le A$

霍夫变换
$$\rho(\theta) = x\cos\theta + y\sin\theta = R\cos(\theta - \phi) = \sqrt{x^2 + y^2}\cos\left(\theta - \arctan\frac{x}{y}\right)$$

单阈值
$$g(x,y)=\begin{cases} 1&f(x,y)\geq T\\0&f(x,y)\leq T \end{cases}$$
 双阈值 $g(x,y)=\begin{cases} a&f(x,y)>T_2\\b.T_1< f(x,y)\leq T_2\\c.f(x,y)\leq T_1 \end{cases}$

基本的全局阈值化

- 1. 为全局阈值T选择一个初始估计值。
- 2. $\pm g(x,y) =
 \begin{cases}
 1, f(x,y) > T \\
 0, f(x,y) \le T
 \end{cases}$ 中用T分割图像。这将产 生两组像素: 由灰度值大于T的所有像素组成的 G_1 ,由所 有小于等于T的像素组成的G。
- 3. 对 G_1 和 G_2 中的像素分别计算平均灰度值(均值) m_1 和
- 4. 在 m_1 和 m_2 之间计算一个新的阈值: $T = \frac{m_1 + m_2}{2}$
- 5. 重复步骤 2 到步骤 4.直到连续迭代中的两个T值间的差 小于某个预定义的值 ΔT 为止。

OSTU 方法:

 n_i 表示灰度级 i 的像素数, $M * N = \sum_{i=0}^{L-1} n_i$; $p_i =$ $\frac{n_i}{MN}$; $\sum_{i=0}^{L-1} p_i = 1$, $p_i \ge 0$ 分为两类 c_1, c_2 累计概率 $P_1(k) = \sum_{i=0}^k p_i; P_2(k) =$ $\sum_{i=k+1}^{L-1} p_i = 1 - P_1(k)$

 $\Sigma_{i=k+1}^{l}P_i=1$ $P_1(k)$ 平均灰度 $m_1(k)=\frac{1}{P_1(k)}\sum_{i=0}^{k}ip_i; m_2(k)=\frac{1}{P_2(k)}\sum_{i=k+1}^{L-1}ip_i$ k 级累计灰度 $m(k)=\sum_{i=0}^{k}ip_i$ 整个图像平均灰度 $m_G=$

 $\sum_{i=0}^{L-1} ip_i$ 约束条件 $P_1m_1 + P_2m_2 = m_G; P_1 + P_2 = 1$ 全局方差 $\sigma_G^2 = \sum_{i=0}^{L-1} (i - m_G)^2 p_i$ 类间方差 $\sigma_B^2 = P_1(m_1 - m_G)^2 + P_2(m_2 - m_G)^2 = P_1 P_2(m_1 - m_2)^2 = \frac{(m_G P_1 - m)^2}{P_1(1 - P_1)}$ (选择 k 最大化 σ_R^2)

扩展到多阈值 $\sigma_B^2 = \sum_{k=1}^K P_k (m_k - m_G)^2$; $\sigma_B^2(k_1^*, k_2^*, \dots, k_{K-1}^*) =$

 $\max\nolimits_{0 < k_1 < k_2 < \cdots k_K < L-1} \sigma_B^2(k_1, k_2, \cdots, k_{K-1})$

区域生长 分离 聚合

区域生长

- 1. 初始种子区域: 从种子数组 S(x,y)中找到所有连通分量, 并将这些区域标记为1,其他位置标记为0。
- 2. **条件筛选**:根据谓词 O 对图像 f(x,v)进行筛选,形成新 的图像 f, 其中满足条件的像素标记为 1, 否则为 0。
- 3. **区域扩展**: 将所有在图像 f 中 8 连通到种子点的 1 值点 添加到 S 中, 形成新的图像 g。
- 4. 连通区域标记: 用不同的标签标记图像 g 中的每个连通 分量,得到最终的区域生长分割结果。

分离聚合 令 R 表示整个图像区域, O 是针对区域的一个逻

 $Q = \begin{cases} \text{true } \sigma > \alpha \land 0 < m < b \\ \text{false otherwise} \end{cases}$

1把满足Q(Ri)=FALSE 的任何 Ri 区域分离为四个不相交的

2 无法进一步分离时,聚合满足谓词逻辑 $Q(R_i \cup R_k) =$ TRUE的任意两个邻接区域 Rj 和 Rk;

3 在无法进一步聚合时停止。



分水岭变换

- 1. 梯度图像:, 算法使用图像的梯度图像 g(x,y), 其中包 含多个区域极小值 $M_{\{1\}}, M_{\{2\}}, M_{\{q\}}$ 。这些极小值对应 于图像中的局部低谷。
- 2. 汇水盆地:每个区域极小值 $M_{\{i\}}$ 都有一个与之相关联 的汇水盆地 $C(M_i)$, 这些汇水盆地中的点形成一个连通
- 3. 淹没过程: 算法通过模拟水位从最小值 min 逐渐上升到 最大值 \max 的过程来分割图像。在每个水位 n,集合 T[n] 包含所有灰度值小于 n 的点。
- 4. 二值图像: 在每个水位 n, T[n] 可以被视为一幅二值图 像,其中黑点表示位于平面 g(x,y) = n 下方的点。
- 5. 汇水盆地分割: 随着水位上升, 算法通过比较当前水位 n 的连通分量与前一水位 n-1 的汇水盆地,来确定是 否需要构建水坝以防止不同汇水盆地的水流溢出。
- 6. 水坝构建: 当水位上升到某个点时,如果发现有多个汇 水盆地的水流可能溢出, 算法会在这些汇水盆地之间构 建水坝(即分割线),以阻止水流混合。

缺点:受噪声影响大:容易过度分割

第十一章 特征提取

边界预处理

跟踪二值图像中1值区域 R 的边界算法:从左上角标记为1 的点开始,按顺时针找8邻域中下一个1.然后继续从下一个 1 开始执行算法,直到回到起点

弗里曼链码 基于线段的 4 连通或 8 连通, 使用一种编号方 案对每个线段的方向进行编码。用于表示由顺次连接的具 有指定长度和方向的直线段组成的边界。



从起点开始,往哪个箭头方向走就标记哪个数字,直到回到起 点;形状和链码是一一对应的;改变起点会让链码循环位移

归一化:循环位移后数字最小的链码

差分:相邻的做差,i 为当前 a[i+1] - a[i],最后加一个起点-终 点;之后对 4 或者 8 取 $mod;D = [(C_2 - C_1) \mod m, (C_3 - C_3) \mod m]$ $(C_2) \mod m, ..., (C_1 - C_n) \mod m$

形状数(差分+归一化) 将码按一个方向循环, 使其构成的自 然数最小序列:形状数的阶n 定义为形状数中的数字的数量。

斜率链码 在曲线周围放置等长的直线段得到,其中的直线 段的端点与曲线相接,直线段的斜率记录链码

最小周长多边形:使用尽量少的线段来得到给定边界的基本 形状::先找所有凸起和凹陷点,然后凹顶点需要镜像:A = $\begin{bmatrix} b_x & b_y \end{bmatrix}$ 1 abc 三点行列式,逆时针行列式为正,顺时针为负. c_x c_y 1 共线为0

- 1. **初始化:** 定义起始点 V_0 、W 爬行点 W_c 、B 爬行点 B_c 。 设置当前检查的顶点为 V_{k} 。
- 2. **条件检查:** 从 $W_c=B_c=V_0$ 开始,依次检查 V_L 和 $V_k + 1$ 是否满足以下任一条件:
- 1. V_k 位于线段对 (V_L, W_c) 的直线的正侧 (即符号函数 $sgn(V_L, W_c, V_k) > 0$).
- 2. V_k 位于线段对 (V_L, W_c) 的直线负侧或共线,同时 V_k 位于线段对 (V_{r}, B_{c}) 的直线的正侧 (即 $sgn(V_L, W_c, V_k) < 0 \perp sgn(V_L, B_c, V_k) > 0$.
- 3. V_k 位于线段对 (V_L, B_c) 的直线的负侧(即 $sgn(V_L, B_c, V_k) < 0$).
- 3. **爬行更新**:若满足以上条件之一,则更新爬行点W。或 B_{o} , 并继续搜索下一个顶点。
- 4. 终止条件: 当再次到达起始点 (第一个顶点) 时停止。 所找到的点(多边形的顶点)即为 MPP 的顶点集合。

标记图:把质心到边界的距离画成角度的函数。将原始的二 维边界简化为一维函数表示。

边界特征描述子

边界 B 的直径 diameter(B) = max_{i i}[D(pi, pj)] D 为距离测 度, pi 和 pi 是边界上的点。

长度 $length_m = [(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2]^{1/2}$ 方向 $length_m = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$ $\arctan\left[\frac{y_2-y_1}{2}\right]$ 由长轴端点定义

曲线的**曲折度**定义为斜率链码链元素的绝对值之和:τ = $\sum_{i=1}^{n} |\alpha_i|$,式中的 n 是斜率链码中的元素数量, $|\alpha_i|$ 是链码中 元素的值(斜率变化)。

傅里叶描述子:二维边界可以被视为复数从而一维化表示为 s(k) = x(k) + jy(k)

边界的傅里叶描述子 $a(u) = \sum_{k=0}^{K-1} s(k)e^{-j2\pi uk/K}$ s(k) = $\frac{1}{K}\sum_{u=0}^{K-1}a(u)e^{j2\pi uk/K}$ 只采用前 P 个系数(去除高频系数) $\hat{s}(k)$ =

 $\frac{1}{K} \sum_{u=0}^{P-1} a(u) e^{j2\pi u k/K}$

性质: 旋转: $s_{r(k)}=s(k)e^{i\theta},\ a_{r(u)}=a(u)e^{i\theta};$ 平移: $s_{r(k)}=$ $s(k) + \Delta_{iv}$, $a_{r(u)} = a(u) + \Delta_{iv}\delta(u)$; 缩放: $s_{s(k)} = \alpha s(k)$, $a_{s(u)} = \alpha a(u);$ 起点: $s_{p(k)} = s(k - k_0), \ a_{p(u)} = s(k - k_0)$ $\alpha(u)e^{-j2\pi k_0\mu/K}$

统计矩: 1.把 g(r)的幅度视为离散随机变量 z, 形成幅度直方 图 p(zi),A 是灰度值最大的区间数量。将 p 归一化,使其元 素之和等于 1, 那么 p(zi)是灰度值 zi 的概率估计; z 关于其平均值的 n 阶矩为 $\mu_n(z)$ =

 $\sum_{i=0}^{A-1} (z_i - m)^n p(z_i)$;m 是 z 的均值 $m = \sum_{i=0}^{A-1} z_i p(z_i)$, μ_2 是z的方差,只需要前几个矩来区分明显不同形状的标记

2.将 g(r)面积归一化为 1, 并视为直方图, g(ri)可被视为值 ri 出现的概率。r 是随机变量 K 是边界上的点数, $\mu_{n(r)}$ 与

标记图 g(r)形状直接相关 矩是 $\mu_n(r) = \sum_{i=0}^{K-1} (r_i - m)^n g(r_i)$ 其中 $m = \sum_{i=0}^{K-1} r_i g(r_i)$

区域特征描述子

面积 A 为区域中的像素数量。周长 p 是其边界的长度;紧致 度(无量纲) $\frac{p^2}{A}$; **圆度**(无量纲) $\frac{4\pi A}{n^2}$; **有效直径** $d_e =$

偏心率 标准椭圆 eccentricity = $\frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a} =$ $\sqrt{1-(b/a)^2}$ a>b

任意方向椭圆(协方差矩阵的特征值) eccentricity = $\sqrt{1-(\lambda_2/\lambda_1)^2}$ $\lambda_1 \ge \lambda_2$

拓扑描述子:孔洞的数量 H 和连通分量 C 的数量,定义欧拉 数 E = C - H

顶点数表示为 V,将边数表示为 Q,将面数表示为 F时,

纹理:统计方法(和统计矩 1 类似)**,光滑度** $R=1-\frac{1}{1+\sigma^2(z)}\,\sigma^2$ 是方差 μ_2 ;一**致性** $U=\sum_{i=0}^{L-1}p^2(z_i)$ **矯** $p=-\sum_{i=0}^{L-1}p(z_i)\log_2p(z_i)$

共生矩阵中的元素 g_{ij} 值定义为图像 f 中灰度 (z_i,z_i) 的像素对 **出现的次数**:像素对不一定是左右的,可以跨格子:从z,到z。 下面是共生矩阵 $(K \times K)$ 的描述子, $p_i j$ 等于 G 中第 i,j 项 处于 G 的元素之和

- ・最大概率: $\max_{\substack{\{i,j\} \ p_{ij} \not\in \mathbf{G} \ \text{oh} \ \text{d}}} \max_{\substack{\{i,j\} \ p_{ij} \not\in \mathbf{G} \ \text{oh} \ \text{d}}} (0,1]$ ・相关: $\sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^K \frac{1}{(i-m_r)(j-m_c)p_{ij}}{\sigma_r \sigma_c}$ $\sigma_r \neq 0, \sigma_c \neq 0$ 一个像素在 整个图像上与其相邻像素有多相关的测度, 值域是 [-1,1]。-1 对应完全负相关, 1 对应完全正相关。标准差 为0时,该测度无定义
- ・**对比度**: $\sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^K (i-j)^2 p_{ij}$ 一个像素在整个图像上与 其相邻像素之间的灰度对比度的测度,值域是从0到
- 均匀性(也称能量): $\sum_{i=1}^{K} \sum_{j=1}^{K} p_{ij}^2$ 均匀性的一个测度, 值域为[0,1],恒定图像的均匀性为1
- **同质性** $\sum_{i=1}^{K} \sum_{j=1}^{K} \frac{p_{i,j}}{1+|i-j|}$ G 中对角分布的元素的空间接 近度的测度,值域为[0,1]。当G是对角阵时,同质性达
- $\mathbf{m} \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^K p_{ij} \log_2 p_{ij}$ G 中元素的随机性的测度。当 所有 p_{ij} 均匀分布时,熵取最大值,因此最大值为

极坐标下的频谱函数 $S(r) = \sum_{\theta=0}^{\pi} S_{\theta}(r)$ $S(\theta) =$ $\sum_{r=1}^{R_0} S_r(\theta)$

矩不变量:大小为 MxN 的数字图像 f(x,y)的二维(p+q)阶矩为 $m_{pq} = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} x^p y^q f(x,y) ;$

(p+q)阶中心矩为"μ_{pq} =

 $\sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} (x - \overline{x})^p (y - \overline{y})^q f(x, y) \ \overline{x} = \frac{m_{10}}{m_{00}}, \quad \overline{y} = \frac{m_{01}}{m_{00}}$

归一化(p+q)阶中心矩为 $\eta_{pq} = \frac{\mu_{pq}}{\mu^{(p+q)/2+1}}$

主成分描述子

x 是 n 维列向量,总体平均向量 $m_x = E(x)$,向量总体的协方 差矩阵(nxn) $C_x = E\{(x - m_x)(x - m_x)^T\}$

霍特林变换:令 A 是一个矩阵,这个矩阵的各行由 Cx 的特 征向量构成; $y = A(x - m_x)$

可以证明: $m_y = E\{y\} = 0$

y 的协方差矩阵: $C_y = AC_xA^T$; $C_y = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ \lambda_2 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix}$ 对角

可通过 y 恢复 $x: x = A^{-1}y + m_x = A^Ty + m_x$ 近似恢复 $x: \hat{x} = A_k^T y + m_x$

代表 k 个最大特征值的 k 个特征向量形成的矩阵。

恢复误差: $e_{ms} = \sum_{i=1}^{n} \lambda_j - \sum_{j=1}^{k} \lambda_j = \sum_{j=k+1}^{n} \lambda_j$