CHAPTER 2

视觉感知要素

人视觉是由眼睛中锥状体和杆状体组成的。低照明级别杆状体起作用。在背景照明增强时锥状体起作用。

光和电磁波谱

$\lambda=\frac{c}{\nu}$ $E=h\nu$ 可见光的波长范围：约 400 700nm $\Delta I_c/I$ 称为韦伯比

辐射强度:光源流出能量总量;光通量给出观察者从光源感受到的能量，用流明数度量;亮度是光感受的主观描绘，不能测量，描述彩色感觉参数之一；灰度级用来描述单色光图像的亮度

图像感知与获取

传感器:CCD,CMOS

简单的成像模型

$f(x,y)=i(x,y)r(x,y)$,其中$i(x,y)$为入射分量(低频)，$r(x,y)$为反射分量(高频)

其中$0\le f(x,y),i(x,y)<\infty$ $0\le r(x,y)\le 1$;r=0 全吸收,1 全反射

图像取样和量化

对坐标值进行数字化称为取样,对幅度值进行数字化称为量化,原点位于图像的左上角，x 轴向下，y 轴向右

坐标索引：像二维坐标(x,y);线性索引通过计算到坐标$(0,0)$的偏移量得到的,行/列扫描

空间分辨率：图像中可辨别的最小细节 灰度分辨率：灰度级中可分辨的最小变化;打印机单位距离可以分辨的最小线对数 DPI;数字图像:图像大小，即行数 x 列数 PPI

图像对比度：一幅图像中最高和最低灰度级间的灰度差为对比度。

基本的图像重取样方法：图像内插。有最近邻内插;常选用双线性(v(x, y) = ax + by + cxy + d 四个系数可用 4 个最近邻点的 4 个未知方程求出)和双三次内插。

像素间的一些基本关系

$N_4(p)$上下左右,$N_{D(p)}$四个对角,$N_8(p)=N_4(p)\cup N_{D(p)}$

值域 V，V 是 0 到 255 中的任一个子集

4 邻接:点 q 在$N_4(p)$中，并 q 和 p 具有 V 中的数值

8 邻接:点 q 在$N_8(p)$中，并 q 和 p 具有 V 中的数值

m 邻接(混合邻接): 1.q 在 p 的$N_4(p)$ 或者 2.q 在 p 的$N_{D(p)}$中，$N_4(P)\cap N_4(Q)$中没有 V 值的像素

欧氏距离(De): $D_e(p,q)=\sqrt{(x-s)^2+(y-t)^2}$ 街区距离(D4): $D_4(p,q)=|x-s|+|y-t|$

棋盘距离(D8): $D_8(p,q)=\max(|x-s|,|y-t|)$

对应元素运算和矩阵运算

图像相加：取平均降噪。相减：增强差别。相乘和相除：校正阴影。

三个基本量用于描绘彩色光源的质量：发光强度、光通量和亮度。

一幅数字图像占用的空间：M×N×k。

CHAPTER 3

基本的灰度变换

反转变换$S=L-1-r$;增强暗色区域中的白色或灰色细节;
对数变换$S=c\log(1+r)$;将范围较窄的低灰度值映射为范围较宽的
幂律(伽马)变换$s=cr^{\gamma}$; $\gamma<1$ 变亮,加强暗细节;反之变暗,加强亮细节;可增强对比度
分段线性变换:
1.对比度拉伸:提高灰度级的动态范围,改善对比度;
2.灰度级分层:突出某区间灰度,其他位置可不变也可降级;
3.比特平面分层:8bit 灰度图分割成 8 个比特面,(左)高位表示主体信息,低位给出不同程度的细节

直方图处理

直方图容器:$h(r_k)=n_k,\quad k=0,1,2,\cdots,L-1$; n_k是 f 中灰度为r_k的像素的数量 ; k 越大越白
直方图:对容器归一化$p(r_k)=\frac{h(r_k)}{MN}=\frac{n_k}{MN}$
无空间信息,不同图像可能直方图相似,同一图像切片的直方图有可加性;若一幅图像其像素占有全部可能的灰度级并且分布均匀，这样的图像灰度对比 度高、细节会相对明显

均衡化

假设$s=T(r)$在$0\le r\le L-1$，$T(r)$严格单调递增且$0\le T(r)\le L-1$。
变换前后的 pdf 为$p_{r(r)}, p_{s(s)}$
若$T(r)$还可微，有$p_s(s)=p_r(r)\left|\frac{dr}{ds}\right|$

连续情况$s=T(r)=(L-1)\int_0^r p_r(w)dw$ 变换后$p_s=\frac{1}{L-1}$完全平坦
离散情况$s_k=T(r_k)=(L-1)\sum_{j=0}^{k}p_r(r_j)=(L-1)\sum_{j=0}^{k}\frac{n_k}{MN}$ 无法得到完全平坦的分布
目的:使图像产生灰度级丰富且动态范围大的图像灰度;期望得到均匀分布直方图;数字图像均衡化只是连续情况的近似;简并:灰度级减少了（不同的灰度变换到同一灰度）

匹配(规定化)

使得直方图变换到规定的分布;均衡可以看作是匹配的特例
输入原始图$p_{r(r)}$，目标图像$p_{z(z)}$，求输入r到输出z的变换公式
把原始图像和目标图像都用均衡化的作为桥梁
连续：原图均衡化$s=T(r)=(L-1)\int_0^r p_r(w)\,\mathrm{d}w$;目标图均衡化$s=G(z)=(L-1)\int_0^z p_z(\nu)\,\mathrm{d}\nu$
均衡化图求逆得到目标$z=G^{-1}(s)=G^{-1}[T(r)]$

离散：$q,k\in[0,L-1]$ $s_k=T(r_k)=(L-1)\sum_{j=0}^{\mathrm{k}}p_r(r_j)$; $s_k=G(z_q)=(L-1)\sum_{i=0}^{q}p_z(z_i)$; $z_q=G^{-1}(s_k)$
s_k定义域和值域都是离散且有限,可用一表格记录其对应关系，并采样遍历方式找到最优匹配值,无需求逆

局部处理

图像/图像块(全局/局部)的统计距计算
设$p(r_i)=\frac{n_i}{n},\quad i=0,1,2,\ldots,L-1$
灰度级r相对于均值 m 的n阶中心矩为：$\mu_n(r)=\sum_{i=0}^{L-1}(r_i-m)^n p(r_i)$
m 是 r 的均值:$m=\sum_{i=0}^{L-1}r_i p(r_i)$ 衡量明暗程度
$n=2$为方差:$\sigma^2=\mu_2(r)=\sum_{i=0}^{L-1}(r_i-m)^2 p(r_i)$ 衡量灰度变化的程度

局部直方图处理:设置一个函数,对满足特定的 m 和σ的邻域进行变换,其他不变

空间滤波

线性空间滤波

对于大小为 m×n(行 x 列)的核，m=2a+1 和 n=2b+1,其中 a 和 b 是非负整数。
w 是个二维矩阵,左上角从(-a,-b)开始,f 左上角从(0,0)开始
$g(x,y)=\sum_{s=-a}^{a}\sum_{t=-b}^{b}w(s,t)f(x+s,y+t)$
新像素是旧像素线性组合;核中心和原图左上角开始对齐运算

空间相关与卷积

一维核旋转 180°相当于这个核绕相对于其轴进行翻转。
二维旋转 180°等效于核关于其一个轴翻转，然后关于另一个轴翻转。
相关$(w\star f)(x,y)=\sum_{s=-a}^{a}\sum_{t=-b}^{b}w(s,t)f(x+s,y+t)$
卷积$(w\star f)(x,y)=\sum_{s=-a}^{a}\sum_{t=-b}^{b}w(s,t)f(x-s,y-t)$ 等同于将核旋转 180 度后再做相关
卷积满足交换，结合，分配律;相关只满足分配律
N 输出大小，W 输入大小，P 填充大小，S 步长 F 卷积核大小
$N=\frac{(W-F+2P)}{S}+1$
两个滤波器大小为 MxM 和 NxN，卷积后的大小是(M+N-1)x(M+N-1)

可分离滤波器核

大小为 m x n 的滤波核可表示为两个向量的积 $w=w_1w_2^T=w_1\star w_2$
w_1w_2为 m x 1,n x 1 列向量
(一个列向量和一个行向量的积等于这两个向量的二维卷积)
可分离核执行卷积相对不可分离核执行卷积的计算优势:$C=\frac{MNmn}{MN(m+n)}=\frac{mn}{m+n}$
可分离核条件：$rank(w)=1$
分离方法： 在核 w 中找到任何一个非零元素a,值为E；提取a所在的列与行，形成列向量c和r; ;
$w_1=c$, $w_2^T=\frac{r}{E}$

平滑（低通）空间滤波器

降低相邻灰度的急剧过度，以减少无关细节（噪声）；平滑通过对相邻像素求和（积分）实现. 归一化确保亮度不变 ; 低通滤波可去除“无关”细节：即比其核小很多的点/区域
$g(x,y)=\frac{\sum_{s=-a}^{a}\sum_{t=-b}^{b}w(s,t)f(x+s,y+t)}{\sum_{s=-a}^{a}\sum_{t=-b}^{b}w(s,t)}$

$\frac{1}{9}\times$

1	1	1
1	1	1
1	1	1

盒式核线性滤波器

$\frac{1}{16}\times$

1	2	1
2	4	2
1	2	1

一般线性平滑滤波器

盒式滤波器:每个元素相同;核越大,对越多像素做平均,其平滑程度越明显，细节丢失越多;
高斯核函数 $w(s,t)=G(s,t)=Ke^{-\frac{s^2+t^2}{2\sigma^2}}$ 一般选核大小奇数接近6σ 对同一图像，高斯核越大越模糊 ;
圆对称：到中心点距离r一样，则对应系数一样的;可分离：可写成两个一维的高斯分布相乘形式
对比：高斯核更适合去噪和平滑处理;盒式核更适合锐化和边缘增强。

锐化（高通）空间滤波器

凸显灰度的过渡部分，以增强图像中的细节。锐化用相邻像素差分（导数）来实现.
一维差分 $\frac{\partial f}{\partial x}=f(x+1)-f(x)$ $\quad\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}=f(x+1)+f(x-1)-2f(x)$

拉普拉斯算子

连续：$\nabla^2 f=\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$
离散：$\nabla^2 f=[f(x+1,y)+f(x-1,y)+f(x,y+1)+f(x,y-1)]-4f(x,y)$
常见拉普拉斯滤波器特点:1. 中心对称；2. 中间值的绝对值大； 3. 和为零。

0	1	0
1	−4	1
0	1	0

1	1	1
1	−8	1
1	1	1

0	−1	0
−1	4	−1
0	−1	0

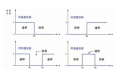
−1	−1	−1
−1	8	−1
−1	−1	−1

$g(x,y)=\begin{cases}f(x,y)-\nabla^2 f(x,y), & \text{当拉普拉斯滤波中心系数为负}\\ f(x,y)+\nabla^2 f(x,y), & \text{当拉普拉斯滤波中心系数为正}\end{cases}$

钝化掩蔽和高提升滤波

用于增强图像的细节和边缘
模糊图像$\hat{f}(x,y)$ 模板$g_{mask}(x,y)=f(x,y)-\hat{f}(x,y)$ 加权相加 $g(x,y)=f(x,y)+kg_{mask}(x,y)$
k=1 为钝化掩蔽 k>1 为高提升滤波 k<1 不强调钝化模板的贡献

低通、高通、带阻和带通滤波器



单位冲激中心和滤波器核中心重合
低通 $lp(x,y)$，高通 $hp(x,y)=\delta(x,y)-lp(x,y)$
带阻 $br(x,y)=lp_1(x,y)+hp_2(x,y),=lp_1(x,y)+[\delta(x,y)-hp_2(x,y)]$，带通 $bp(x,y)=\delta(x,y)-br(x,y)=\delta(x,y)-[lp_1(x,y)+[\delta(x,y)-lp_2(x,y)]]$

CHAPTER 4

在空域不好解决的问题，在频域上可能变得非常容易（性能及时间上）;不同于空域像素的调整，对频谱系数修改会作用于整个空域图像。空域适合：局部特征、实时操作、简单的像素级调整。频域适合：全局特征、复杂操作、周期性噪声去除、压缩等。

采样

周期冲激串 $s_{\Delta T}(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(\text{x-n }\Delta T)$
取样后函数$\tilde{f}(t)=f(t)s_{\Delta T}(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}f(t)\delta(t-n\Delta T)$
积分得到取样点的值$f_k(k)=\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta(t-k\Delta T)\mathrm{d}t=f(k\Delta T)$
采样定理:采样率f_s应大于等于信号最高频率的两倍，即$f_s>2f_{\max}$，否则会出现混叠现象。

单变量的离散傅里叶变换

连续 $f(t)=\int_{-\infty}^{\infty}F(\mu)e^{j2\pi\mu t}d\mu\quad F(\mu)=\int_{-\infty}^{\infty}$; $f(t)e^{-j2\pi\mu t}dt$

离散 $u,x\in[0,M-1]$
$F(u)=\sum_{x=0}^{M-1}f(x)e^{-j2\pi ux/M}$; $f(x)=\frac{1}{M}\sum_{x=0}^{M-1}F(u)e^{j2\pi ux/M}$

二变量函数的傅里叶变换

二维傅里叶变换是一维情形向两个方向的简单扩展
$F(u,v)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}f(t,z)e^{-j2\pi(ut+vz)}dtdz$; $f(t,z)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}F(u,v)e^{j2\pi(\mu t+vz)}dudv$
采样：$\tilde{f}(t,z)=f(t,z)s_{\Delta T\Delta Z}(t,z)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}\sum_{n=-\infty}^{\infty}f(t,z)\sigma(t-m\Delta T,z-n\Delta Z)$

DTF：$F(u,v)=\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)e^{-j2\pi(ux/M+vy/N)}$
IDFT：$f(x,y)=\frac{1}{MN}\sum_{u=0}^{M-1}\sum_{v=0}^{N-1}F(u,v)e^{j2\pi(ux/M+vy/N)}$

二维 DFT 和 IDFT 性质

谱 $|F(u,\nu)|=\left[R^2(u,\nu)+I^2(u,\nu)\right]^{1/2}$ 相角$\phi(u,v)=\arctan\left[\frac{I(u,v)}{R(u,v)}\right]$ R 实部,I 虚部
极坐标 $F(u,\nu)=|F(u,\nu)|e^{j\phi(u,v)}$
周期性(k 为整数) $F(u,v)=F(u+k_1M,v+k_2N)$
$f(x,y)=f(x+k_1M,y+k_2N)$

卷积 $(f\star h)(x,y)=\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1}f(m,n)h(x-m,y-n)$

相关 $(f\star h)(x,y)=\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1}f^*(m,n)h(x+m,y+n)$

使用 DFT 算法求 IDFT $MNf^*(x,y)=\sum_{u=0}^{M-1}\sum_{v=0}^{N-1}F^*(u,v)e^{-j2\pi(ux/M+\nu y/N)}$ 结果取复共轭并除以 MN 就可得到反变换
离散单位冲激 $\delta(x,y)\Leftrightarrow 1,1\Leftrightarrow MN\delta(u,v)$
卷积定理$(f\star h)(x,y)\Leftrightarrow(F\cdot H)(u,v)\parallel(f\cdot h)(x,y)\Leftrightarrow\frac{1}{MN}(F\star H)(u,v)$

平移性 $f(x,y)e^{j2\pi(u_0x/M+v_0y/N)} \Leftrightarrow F(u-u_0,v-v_0)$
$f(x-x_0,y-y_0) \Leftrightarrow F(u,v)e^{-j2\pi(ux_0/M+\nu y_0/N)}$
$\delta(x-a,y-b) \Leftrightarrow e^{-j2\pi(ua+vb)}$

频率域滤波

(1)对图像 f(x,y)进行零填充(长宽均变为两倍，变为$P\times Q$ (2)频谱中心化：用$(-1)^{x+y}$乘以填充后的图像 (3)计算(2)结果的 DFT，即$F(u,v)$;
(4)用滤波器函数(中心在(P/2,Q/2))$H(u,v)$乘以$F(u,v): G(u,v)=H(u,v)F(u,v)$
(5)计算(4)中结果的 IDFT，$g(x,y)=F^{-1}(G(u,v))$理论值为实数，计算误差会导致寄生复成分 (6)得到(5)结果中的实部;(7) 用$(-1)^{x+y}$乘以(6)中的结果 (8)提取(7)中的左上角(与输入图像同大小)。

低通频率域滤波器

理想低通滤波器 ILPF D_0为截止频率;$D(u,v)=\left[(u-M/2)^2+(v-N/2)^2\right]$; $H(u,v)=\{^{1,\ \ D(u,v)\le D_0}_{0,\ \ D(u,v)>D_0}$;
截止频率位置 D0 决定了通过的频率成分所包含的功率, 以及在总功率中所占的比例
总功率$P_T=\sum_{u=0}^{P-1}\sum_{v=0}^{Q-1}P(u,v)=\sum_{u=0}^{P-1}\sum_{v=0}^{Q-1}|F(u,v)|^2$
在 D(u,v)内的功率占比 $\alpha=100\sum_u\sum_v P(u,v)/P_T \quad where \quad D(u,v)\le D_0$
理想的低通滤波器无法通过电子元件实现;通过计算机模拟会出现模糊与振铃现象
巴特沃斯 BLPF $H(u,v)=\frac{1}{1+[D(u,v)/D_0]^{2n}}$; 高斯 GLPF $H(u,v)=e^{-D^2(u,v)/2D_0^2}$ 无振铃效应
例子:低分辨率文本字符修复,面部柔和,去除传感器扫描线

高通滤波器

对低通滤波相反操作得到高通：
$H_{HP}(u,v)=1-H_{LP}(u,v); h_{HP}=\delta(x,y)-h_{LP}(x,y)\neq 1-h_{LP}(x,y)$
理想 IHPF：$H(u,v)=\{^{0,\ \ D(u,v)\le D_0}_{1,\ \ D(u,v)>D_0}$
巴特沃斯：$H(u,v)=\frac{1}{1+[D_0/D(u,v)]^{2n}}$; 高斯：$H(u,v)=1-e^{-D^2(u,v)/2D_0^2}$
频域拉普拉斯算子：$H(u,v)=-4\pi^2(u^2+v^2)$ 中心化版$H(u,v)=-4\pi^2\left[(u-P/2)^2+(v-Q/2)^2\right]=-4\pi^2D^2(u,v)$
基于锐化滤波的图像增强$g(x,y)=f(x,y)+c\nabla^2f(x,y)$;其中二阶梯度傅里叶变换为 H*F
高提升滤波：$H_{hb}(u,v)=(A-1)+H_{hp}(u,v)$
高频加强滤波：$H_{hfe}(u,v)=a+bH_{hp}(u,v)$ a 控制原始贡献，b 控制高通贡献
同态滤波 $H(u,v)=(\gamma_H-\gamma_L)\left[1-e^{-c(D^2(u,v)/D_0^2)}\right]+\gamma_L$ 衰减图像的低频成分（光照分量），增强高频成分（反射分量）
其中$\gamma_L<1$低频成分增益因且$\gamma_H>1$高频成分增益因子;c用于控制滤波器函数斜面的锐化

带阻滤波器

理想带阻滤波器（IBRF）	高斯带阻滤波器（GBRF）	巴特沃斯带阻滤波器（BBRF）
$H(u,v)=\begin{cases}0, & C_0-\frac{W}{2}\le D(u,v)\le C_0+\frac{W}{2}\\ 1, & 其他\end{cases}$	$H(u,v)=1-e^{-\left[\frac{D^2(u,v)-C_0^2}{D(u,v)W}\right]^2}$	$H(u,v)=\frac{1}{1+\left[\frac{D(u,v)W}{D^2(u,v)-C_0^2}\right]^{2n}}$

去除摩尔纹;去除周期干扰

快速傅里叶变换

利用傅里叶变换基底性质，将M个数据的傅里叶变换转为 2 组$\frac{M}{2}$个数据的傅里叶变换，此时计算量从M^2 降低为 $\frac{M^2}{2}$
$F(u)=\sum_{x=0}^{K-1}f(2x)W_{2K}^{u(2x)}+\sum_{x=0}^{K-1}f(2x+1)W_{2K}^{u(2x+1)}$ 偶数部分+奇数部分
$W_M=e^{-j2\pi/M}$; $W_M^{ux}=(W_M)^{ux}=e^{-j2\pi ux/M}$; ${W_{2K}}^{2ux}={W_k}^{ux}$
$F_{even}(u)=\sum_{x=0}^{K-1}f(2x)W_K^{ux} \quad F_{odd}(u)=\sum_{x=0}^{K-1}f(2x+1)W_K^{ux}$
$F(u)=F_{even}(u)+F_{odd}(u)W_{2K}^u$
$F(u+K)=F_{even}(u)-F_{odd}(u)W_{2K}^u$

CHAPTER 5

图像退化/复原模型

建模图像退化为用 h 算子和 f 运算,加上加性噪声η,生成一幅退化图像 g
空域：$g(x,y)=(h\star f)(x,y)+\eta(x,y)$; 频域：$G(u,v)=H(u,v)F(u,v)+N(u,v)$

噪声模型

高斯 $p(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-(z-\bar z)^2/2\sigma^2}$; 瑞利 $p(z)=\{^{\frac{2}{b}(z-a)e^{-(z-a)^2-b}\quad ,z\ge a}_{0\quad ,z<a}$ || $\bar z=a+\sqrt{\pi b/4},\sigma^2=\frac{b(4-\pi)}{4}$
爱尔兰（伽马）$p(z)=\{^{\frac{a^bz^{b-1}}{(b-1)!}e^{-az}\quad ,z\ge0}_{0\quad ,z<0}$ || $\bar z=\frac{b}{a},\sigma^2=\frac{b}{a^2}$ a>0,b 正整数
指数 $p(z)=\begin{cases}ae^{-az} & z\ge0\\ 0 & z<0\end{cases}$ || $\bar z=\frac{1}{a},\sigma^2=\frac{1}{a^2}$
均匀 $p(z)=\{^{\frac{1}{b-a}\quad ,a\le z\le b}_{0\quad ,otherwise}$ || $\bar z=\frac{a+b}{2},\sigma^2=\frac{(b-a)^2}{12}$; 椒盐 $p(z)=\{\begin{matrix}P_s & ,z=2^{k-1}\\ P_p & ,z=0\\ 1-(P_s+P_p) & ,z=V\end{matrix}$
场景:高斯电子电路随机波动引起,或者传感器在低光照高温工作产生的噪声;瑞利模拟随机波动;伽马和指数模拟激光成像;均匀:随机数在指定范围内均匀分布;椒盐:成像设备中的瞬时故障或错误
噪声估计参数参数$\bar z=\sum_{i=0}^{L-1}z_ip_S(z_i) \quad \sigma^2=\sum_{i=0}^{L-1}(z_i-\bar z)^2p_S(z_i)$

只存在噪声的复原——空间滤波

仅被加性噪声退化后: $g(x,y)=f(x,y)+\eta(x,y)$ $G(u,v)=F(u,v)+N(u,v)$ (噪声未知)
当仅有加性噪声时，可考虑空间滤波方法，利用图像相邻像素之间的的相似性，降低噪声的影响，甚至可以有效去除噪声。

均值滤波

S_{xy}表示中心在(x,y)，尺寸为$m$xn 的矩形子图像窗口
算术平均 $\hat f(x,y)=\frac{1}{mn}\sum_{(r,c)\in S_{xy}}g(r,c)$; ;平滑图像的局部变化;在模糊了结果的同时减少了噪声
几何平均滤波 $\hat f(x,y)=\left[\prod_{(r,c)\in S_{xy}}g(r,c)\right]^{\frac{1}{mn}}$; 平滑度可以与算术均值相比;图像细节丢失更少
谐波平均滤波 $\hat f(x,y)=\frac{mn}{\sum_{(r,c)\in S_{xy}}\frac{1}{g(r,c)}}$ 适用“盐粒” 和 类似高斯噪声的噪声，不适用于“胡椒”;
反谐波平均 $\hat f(x,y)=\frac{\sum_{(r,c)\in S_{xy}}g(r,c)^{Q+1}}{\sum_{(r,c)\in S_{xy}}g(r,c)^Q}$ Q 称为滤波器的阶数,>0 用于胡椒, <0 用于盐粒,=0 变为算数平均,=-1 变为谐波平均

统计排序

中值 $\hat f(x,y)=median_{(r,c)\in S_{xy}}\{g(r,c)\}$ 与大小相同的线性平滑(均值)滤波相比，有效地降低某些随机噪声，且模糊度要小得多;对于单极和双极冲激噪声效果好
最大值 $\hat f(x,y)=\max_{(r,c)\in S_{xy}}\{g(r,c)\}$ 发现最亮点;过滤胡椒
最小值 $\hat f(x,y)=\min_{(r,c)\in S_{xy}}\{g(r,c)\}$ 发现最暗点;过滤盐粒
中点$\hat f(x,y)=\frac{1}{2}\left[\max_{(r,c)\in S_{xy}}\{g(r,c)\}+\min_{(r,c)\in S_{xy}}\{g(r,c)\}\right]$统计排序滤波器和平均滤波器;适合处理随机分布的噪声，如高斯噪声和均匀噪声
修正后的阿尔法均值滤波 $\hat f(x,y)=\frac{1}{mn-d}\sum_{(r,c)\in S_{xy}}g_R(r,c)$
在S邻域内去掉g(r, c)最高灰度值的d/2 和最低灰度值的 d/2 $g_R(r,c)$代表剩余的mn - d个像素.d=0 变为算数平均;d=mn-1 变为中值;当 d 取其它值时，适用于包括多种噪声的情况下，例如高斯噪声和椒盐噪声混合的情况。

自适应

用S_{xy}的区域内图像的统计特征进行处理
自适应局部降噪
$g(x,y)$表示噪声图像在点(x,y)上的值;σ_η^2噪声方差 $\overline{z}_{S_{xy}}$ 在S_{xy}上像素点的局部平均灰度;$\sigma_{S_{xy}}^2$ 在S_{xy}上像素点的局部方差;假设 $\sigma_\eta^2\le\sigma_{S_{xy}}^2$

$\hat f(x,y)=g(x,y)-\frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_{S_{xy}}^2}\left[g(x,y)-\overline{z}_{S_{xy}}\right]$

自适应中值
z_{min}是S_{xy}中的最小灰度值;z_{max}是S_{xy}中的最大灰度值;z_{med}是S_{xy}中的灰度值的中值;$z_{\{xy\}}$是坐标(x,y)处的灰度值;S_{max}是S_{xy}允许的最大尺寸。
层次 A: 若$z_{min}<z_{med}<z_{max}$,则转到层次B 否则，增S_{xy}的尺寸，
若$S_{xy}\le S_{max}$,则重复层次 A 否则，输出z_{med}
层次 B: 若$z_{min}<z_{xy}<z_{max}$,则输出 $z_{\{xy\}}$ 否则，输出z_{med}
普通的中值消除噪声的同时导致图像细节明显缺失;自适应中值能够额外保留图像细节

频域滤波降低周期噪声

陷波滤波器:阻止或通过事先定义的频率矩形邻域中的频率 $H_{\rm NR}(u,\nu)=\prod_{k=1}^QH_k(u,\nu)H_{-k}(u,\nu)$
$H_{k(u,\nu)}$ 和 $H_{-k}(u,\nu)$分别是中心为 (u_k,v_k) 和 (-u_k,-v_k) 的高通滤波器传递函数;$D_k(u,v)=\left[(u-M/2-u_k)^2+(v-N/2-v_k)^2\right]^{1/2}$;$D_{-k}(u,v)=\left[(u-M/2+u_k)^2+(v-N/2+v_k)^2\right]^{1/2}$
n 阶巴特沃斯陷波带阻(3 陷波对) $H_{\rm NR}(u,\nu)=\prod_{k=1}^3\left[\frac{1}{1+[D_{0k}/D_k(u,\nu)]^n}\right]\left[\frac{1}{1+[D_{0k}/D_{-k}(u,\nu)]^n}\right]$
陷波带通滤波器(NR 为带阻) $H_{\rm NP}(u,\nu)=1-H_{\rm NR}(u,\nu)$

存在多个干扰分量时，简单的滤波器传递函数在滤波过程中可能过多地滤除图像信息
最优陷波:1.分离干扰模式的各个主要贡献;2.从被污染图像中减去该模式的一个可变加权部分
假设 G 是被污染图像 DFT 1.算出η, $N(u,\nu)=H_{\rm NP}(u,\nu)G(u,\nu)$ $\eta(x,y)=F^{-1}\{H_{\rm NP}(u,\nu)G(u,\nu)\}$
$\hat f(x,y)=g(x,y)-w(x,y)\eta(x,y)$
2.求可变加权部分$w(x,y)=\frac{\overline{g\cdot\eta}-\overline{g}\cdot\overline{\eta}}{\overline{\eta^2}-\overline{\eta}^2}$

线性位置不变退化

如果退化模型为线性和位置不变的,则满足 Ch5 顶部建模的空域,频域表达式.许多退化类型可以近似表示为线性的位置不变过程；而非线性的与位置有关的技术难以求解。

估计退化函数

1.观察法:收集图像自身的信息来估计 H; 2.试验法:使用与获取退化图像的设备相似的装置; 3.数学建模法:建立退化模型，模型要把引起退化的环境因素考虑在内

逆滤波

$\hat F(u,v)=\frac{G(u,v)}{H(u,v)}=F(u,v)+\frac{N(u,v)}{H(u,v)}$;问题:N 一般未知,挡 H 的任何元素为 0 或者较小时,后面分数项主导了结果;解决方法:限制滤波频率, 从而减少遇到零值的可能性(H(0,0)的值最大).

最小均方误差（维纳）滤波

$S_{f(u,v)}=|F(u,v)|^2$为未退化函数功率； $S_\eta(u,v)=|\ N(u,v)\ |^2$ 为噪声功率谱；
$\hat F(u,v)=\left[\frac{1}{H(u,v)}\frac{|H(u,v)|^2}{|H(u,v)|^2+S_\eta(u,v)/S_f(u,v)}\right]G(u,v)$
假设两个功率谱之比为常数 K,有 $\hat F(u,v)=\left[\frac{1}{H(u,v)}\frac{|H(u,v)|^2}{|H(u,v)|^2+K}\right]G(u,v)$ K 通常在复原时调整
信噪比:频域 SNR $=\frac{\sum_{u=0}^{M-1}\sum_{\nu=0}^{N-1}|F(u,\nu)\ |^2}{\sum_{u=0}^{M-1}\sum_{\nu=0}^{N-1}|N(u,\nu)\ |^2}$ 空域SNR $=\frac{\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1}\hat f(x,y)^2}{\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1}\left[f(x,y)-\hat f(x,y)\right]^2}$ 均方误差 MSE $=\frac{1}{MN}\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1}\left[f(x,y)-\hat f(x,y)\right]^2$

约束最小二乘方滤波

约束$|g-H\hat f|^2=|\eta|^2$ 准则函数最小化$C=\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1}\left[\nabla^2f(x,y)\right]^2$
最佳问题的解$\hat F(u,v)=\left[\frac{H^*(u,v)}{|H(u,v)\ |^2+\gamma\ |P(u,v)\ |^2}\right]G(u,v)$ 当$\gamma=0$ 时,退变成逆滤波
P (u, v) 为 p(x, y) 的傅里叶变换 p(x,y)为拉普拉斯空间卷积核
估计γ:设$\|r\|^2=\|g-H\hat f\|^2$,通过$\|\mathbf{r}\|^2=\|\eta\|^2\pm a$,由于 r 关于$\gamma$单调,$\|\mathbf{r}\|^2<\|\eta\|^2-a$增加$\gamma$;$\|\mathbf{r}\|^2>\|\eta\|^2+a$减少$\gamma$
估计$\|\eta\|^2$:$\|\eta\|^2=MN\left[\sigma_\eta^2+\overline{\eta}^2\right]$ 用方差和均值

几何均值滤波

$\hat F(u,v)=\left[\frac{H^*(u,v)}{|H(u,v)|^2}\right]^a\left[\frac{H^*(u,v)}{|H(u,v)|^2+\beta\left[\frac{S_\eta(u,v)}{S_f(u,v)}\right]}\right]^{1-\alpha}$
当 $\alpha=0$ 时,滤波器退化为逆滤波器;当 $\alpha=0$ 时,滤波器退化为参数维纳滤波器;当 $\alpha=0,\beta=1$ 时,滤波器退化为标准维纳滤波器;当 $\alpha=\frac{1}{2}$ 时,滤波器为几何均值滤波器;当 $\beta=1,\alpha$ 减到 $\frac{1}{2}$ 以上,它接近逆滤波器,当 $\beta=1,\alpha$ 减到 $\frac{1}{2}$ 以下,它接近维纳滤波器;当 $\beta=1,\alpha=\frac{1}{2}$ 时,它被称为谱均衡滤波器;

CHAPTER 6

彩色基础

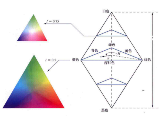
红,绿,蓝量用 X,Y,Z 表示,叫三色值 ; 三色系数定义: $x=\frac{X}{X+Y+Z}$; ...; $x+y+z=1$;
描述彩色光源的质量的三个基本量：辐射亮度：从光源流出的总能量，单位为瓦特(W)；发光强度：观察者从光源感知的总能量，单位为流明(红外的光强接近零)；亮度：主观描绘子，不可测量，体现发光强度的消色概念。
区分不同颜色:色调: 感知的主导色，跟主波长相关;饱和度: 相对纯度，与一种色调混合的白光量;亮度: 发光强度的消色概念.色调和饱和度一起称为色度

彩色模型

RGB
针对彩色显色器和彩色摄像机开发,一个颜色有 8 比特,2^8=256 种颜色,全彩色则是 24 比特图像

CMYK
颜料颜色,针对彩色打印开发;CMY(青色、深红、黄色)是 RGB 的补色;K 是黑色,用于调节色彩
RGB->CMY: $\begin{pmatrix}C\\M\\Y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}R\\G\\B\end{pmatrix}$
RGB->CMYK:$K=1-\max(R,G,B);C=\frac{1-R-K}{1-K};M=\frac{1-G-K}{1-K};Y=\frac{1-B-K}{1-K}$
CMY->CMYK: $K=\min(C,M,Y)K=1$则 CMY 都是 0;
$K\neq1$则$C=(C-K)/(1-K);M=(M-K)/(1-K);Y=(Y-K)/(1-K)$
CMYK->CMY: $C=C(1-K)+K;M=M(1-K)+K;Y=Y(1-Y)+K$

HSI
针对人们描述和解释颜色的方式开发，解除了亮度和色彩信息的联系; h 色调(角度),s 饱和度(鲜艳程度),i 强度(颜色的明暗程度,平均灰度)



RGB->HSI
$\theta=\arccos\left(\frac{(R-G)+(R-B)}{2\sqrt{(R-G)^2+(R-B)(G-B)}}\right)$ $H=\begin{cases}360-\theta & G<B\\ \theta & G\ge B\end{cases}$
$S=1-\frac{3}{R+G+B}\cdot\min(R,G,B)$ $I=\frac{R+G+B}{3}$

HSI->RGB
1.RG 扇区$0^\circ\le H<120^\circ$
$R=I\cdot\left(1+\frac{S\cdot\cos(H)}{\cos(60^\circ-H)}\right);G=1-(R+B);B=I\cdot(1-S)$
2.GB 扇区$(120^\circ\le H<240^\circ$

$H' = H - 120^\circ$

$G = I\cdot\left(1+\frac{S\cdot\cos(H')}{\cos(60^\circ - H')}\right); B = 1-(R+G); R = I\cdot(1-S)$

3.BR 扇区$240^\circ \le H < 360^\circ$
$H' = H - 240^\circ$

$B = I\cdot\left(1+\frac{S\cdot\cos(H')}{\cos(60^\circ - H')}\right); R = 1-(G+B); G = I\cdot(1-S)$

CIE LAB

基于人眼视觉感知的模型，不依赖于具体的设备（如显示器、打印机等），因此可以在不同设备之间保持颜色的一致性。

$L_\star = 116 * h\left(\frac{Y}{Y_W}\right) - 16; a_\star = 500 * \left[h\left(\frac{X}{X_W}\right) - h\left(\frac{Y}{Y_W}\right)\right]; b_\star = 200 * \left[h\left(\frac{Y}{Y_W}\right) - h\left(\frac{Z}{Z_W}\right)\right]$

$h(q) = \begin{cases} \left(\frac{3}{2}\right) * q^{\frac{1}{3}} & q > 0.008856 \\ 7.787 * q + \frac{16}{116} & q \le 0.008856 \end{cases}$

L 表示亮度，范围从 0（黑色）到 100（白色）。a 表示从绿色到红色的轴。b 表示从蓝色到黄色的轴。h(q)是一个辅助函数，用于处理非线性变换。

假彩色

采用多种颜色进行灰度分层：[0,L-1]灰度级别,分为 P+1 个区间,$I_1, I_2, \cdots, I_{P+1}$,属于某个区间就赋值一个彩色;若$f(x,y) \in I_k$则令$f(x,y) = c_k$ **假彩色增强：**设置f_R, f_G, f_B三个函数,把灰度映射为不同通道的颜色

全彩色图像处理基础

1.标量框架：分别处理每幅灰度级分量图像（像素值为标量），将处理后的各分量图 像合成一幅彩色图像。 2.向量框架：直接处理彩色像素，将彩色像素视为向量处理。

彩色变换

$s_i = T_i(r_i), \quad i \in [i,n]$ n 为分量图像总数,ri 为输入 i 分量灰度,si 为输出 i 分量灰度

三种颜色模型下提高亮度: RGB 三个分量乘以常数 k;CMY 求线性变化$s_i = kr_i + (1-k), \quad i = 1,2,3$;CMYK 只需改变第四个分量(K)$s_i = kr_i + (1-k), \quad i = 4$

补色:彩色环：首先等距离地放置三原色，其次将二次色等距离地放置在原色之间 在彩色环上，与一种色调直接相对立的另一色调称为补色

彩色分层

突出图像中某个特定的彩色范围，有助于将目标从周围分离出来;基于假设：在同一色彩空间下，相邻的点具有相近的颜色。

感兴趣的颜色被宽度为 W、中心在原型(即平均)颜色并具有分量a_j的立方体(n>3 时为超立方体)包围，

$s_i = \begin{cases} 0.5,, & [|r_j - a_j| > W/2]_{1\le j\le n} \\ r_i,, & 其他 \end{cases} \quad i = 1,2,\cdots,n$

用一个球体来规定感兴趣的颜色时

$s_i = \begin{cases} 0.5,, & \sum_{j=1}^{n}(r_j - a_j)^2 > R_0^2 \\ r_i,, & 其他 \end{cases} \quad i = 1,2,\cdots,n$

平滑和锐化

平滑 $\overline{c}(x,y) = \begin{pmatrix} \frac{1}{K}\sum_{(s,t)\in S_{sy}} R(s,t) \\ \frac{1}{K}\sum_{(s,t)\in S_{sy}} G(s,t) \\ \frac{1}{K}\sum_{(s,t)\in S_{sy}} B(s,t) \end{pmatrix}$; 锐化 $\nabla^2 c(x,y) = \begin{pmatrix} \nabla^2 R(x,y) \\ \nabla^2 G(x,y) \\ \nabla^2 B(x,y) \end{pmatrix}$

分割图像

HSI:如果按颜色分割,考虑色调(H);可以用饱和度(S),大于某个阈值分割

RGB: 令 z 表示 RGB 空间中的任意一点,RGB 向量 a 来表示分割颜色样本集平均颜色

欧氏距离为 $D(z,a) = |z-a| = \left[(z-a)^{\mathrm{T}}(z-a)\right]^{\frac{1}{2}} = \left[(z_R - a_R)^2 + (z_G - a_G)^2 + (z_B - a_B)^2\right]^{\frac{1}{2}}$

$D(z,a) \le D_0$的点的轨迹是半径为D_0的一个实心球体

马哈拉诺比斯距离 $D(z,a) = \left[(z-a)^{\mathrm{T}} C^{-1} (z-a)\right]^{\frac{1}{2}}$;$D(z,a) \le D_0$的点的轨迹是半径为$D_0$的一个实心三维椭球体

两个方法都计算代价也很高昂,一般用边界盒关于 a 居中，它沿各坐标轴的长度与样本沿坐标轴的标准差成比例

RGB 边缘检测

Di Zenzo 法:不分通道计算梯度的处理方法 ; $\mathbf{u} = \frac{\partial R}{\partial x}\mathbf{r} + \frac{\partial G}{\partial x}\mathbf{g} + \frac{\partial B}{\partial x}\mathbf{b} \quad \mathbf{v} = \frac{\partial R}{\partial y}\mathbf{r} + \frac{\partial G}{\partial y}\mathbf{g} + \frac{\partial B}{\partial y}\mathbf{b}$

$g_{xx} = \mathbf{u}\cdot\mathbf{u} = \mathbf{u}^T\mathbf{u} = \left|\frac{\partial R}{\partial x}\right|^2 + \left|\frac{\partial G}{\partial x}\right|^2 + \left|\frac{\partial B}{\partial x}\right|^2 g_{yy} = \mathbf{v}\cdot\mathbf{v} = \mathbf{v}^T\mathbf{v} = \left|\frac{\partial R}{\partial y}\right|^2 + \left|\frac{\partial G}{\partial y}\right|^2 + \left|\frac{\partial B}{\partial y}\right|^2$

$g_{xy} = \mathbf{u}\cdot\mathbf{v} = \mathbf{u}^T\mathbf{v} = \frac{\partial R}{\partial x}\frac{\partial R}{\partial y} + \frac{\partial G}{\partial x}\frac{\partial G}{\partial y} + \frac{\partial B}{\partial x}\frac{\partial B}{\partial y}$ 最大变化率方向$\theta(x,y) = \frac{1}{2}\tan^{-1}\left[\frac{2g_{xy}}{g_{xx} - g_{yy}}\right]$

坐标 x,y 处θ方向的变化率为$F_\theta(x,y) = \left\{\frac{1}{2}\left[(g_{xx} + g_{yy}) + (g_{xx} - g_{yy})\cos 2\theta(x,y) + 2g_{xy}\sin 2\theta(x,y)\right]\right\}^{\frac{1}{2}}$

噪声

只有一个 RGB 通道受到噪声污染时，到 HSI 的转换会将噪声分布到所有 HSI 分量图像上

Chapter 9

目标通常定义为前景像素集合;结构元可以按照前景像素和背景像素来规定,原点用黑色点。

腐蚀效果能缩小、细化二值图像中的目标;**膨胀**修复图像中的断裂字符;**开运算**结果的边界：当 B 在 A 的边界**内侧**滚动时，B 所能到达的 A 的边界的最远点;B 的所有平移的并集。**闭操作**结果的边界：当 B 在 A 的边界**外侧**滚动时，B 所能到达的 A 的边界的最远点;B 的所有不与 A 重叠的平移的并集的补集。

运算	公式	注释
平移	$(B)_z = \{c \mid c = b + z, b \in B\}$	将B的原点平移到点z
反射	$\hat{B} = \{w \mid w = -b, b \in B\}$	相对于B的原点反射(转 180°)
补集	$A^c = \{w \mid w \notin A\}$	不属于A 的点集
差集	$A - B = \{w \mid w \in A, w \notin B\} = A \bigcap B^c$	属于A但不属于B的点集
腐蚀	$A \ominus B = \{z \mid (B)_z \subseteq A\} = \{z \mid (B)_z \cap A^c = \emptyset\}$	腐蚀A的边界(I)
膨胀	$A \oplus B = \left\{z \mid (\hat{B})_z \cap A \neq \varnothing\right\}$	膨胀A的边界(I)
对偶性	$(A \ominus B)^c = A^c \oplus \hat{B}; (A \oplus B)^c = A^c \ominus \hat{B}$	
开运算	$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B = \bigcup\{(B)_z \mid (B)_z \subseteq A\}$	平滑轮廓，断开狭窄区域，删除小孤岛和尖刺(I)
闭运算	$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$	平滑轮廓，弥合狭窄断裂和细长沟道，删除小孔洞(I)
击中与击不中	$I \circledast B_{1,2} = \left\{z \mid (B_1)_z \subseteq A \text{ 和 } (B_2)_z \subseteq A^c\right\}$	在图像I中寻找结构元B的实例
边界提取	$\beta(A) = A - (A \ominus B)$	提取集合A的边界上的点集(I)
孔洞填充	$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \bigcap I^c, \quad k = 1,2,3,\cdots$	填充A中的孔洞，X_0初始化为I边框(I)
连通分量	$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap I, \quad k = 1,2,3,\cdots$	寻找I中的连通分量(I)
凸壳	$X_k^i = \left(X_{k-1}^i \circledast B^i\right) \bigcup X_{k-1}^i, i = 1,2,3,4$	计算I中前景像素的凸壳(I)
细化	$A \otimes B = A - (A \circledast B)$	细化集合A，移除多余分支(I)
粗化	$A \odot B = A \bigcup (A \circledast B)$	使用结构元粗化集合A(I)
骨架	$S(A) = \bigcup_{k=0}^{K} S_{k(A)}, \quad S_{k(A)} = (A \ominus k_B) - (A \ominus k_B) \circ B$	寻找集合A的骨架(I)
裁剪	$X_1 = A \otimes \{B\} \quad X_2 = \bigcup_{k=1}^{8}(X_1 \circledast B^k)$ $X_3 = (X_2 \oplus H) \cap A \quad X_4 = X_1 \cup X_3$	X_4是裁剪集合 A 后的结果。结构元(V)用于前两个公式，H用于第三个公式(I)
大小为 1 的测地膨胀	$D_G^1(F) = (F \oplus B) \cap G$	F和G分别称为标记图像和模板图像(I)
大小为 1 的测地腐蚀	$E_{\{G\}}^1(F) = (F \odot B) \cup G$	F和G分别称为标记图像和模板图像(I)
大小为 n 的测地腐蚀	$E_{\{G\}}^n(F) = E_{\{G\}}^1\left(E_{\{G\}}^{n-1}(F)\right)$	n表示重复迭代次数(I)
膨胀形态学重建	$R_G^D(F) = D_G^k(F), \quad ks.t.$ $D_G^k(F) = D_G^{k+1}(F)$	通过迭代膨胀完成形态学重建(I)
腐蚀形态学重建	$R_G^{E(F)} = E_G^k(F), \quad ks.t.$ $E_G^k(F) = E_G^{k+1}(F)$	通过迭代腐蚀完成形态学重建(I)
重建开运算	$O_R^n(F) = R_F^{D(F \ominus n_B)}$	$(F \odot n_B)$表示B对F的n次腐蚀，B的形式依赖于应用(I)
重建闭运算	$C_R^n(F) = R_F^{E(F \oplus n_B)}$	$(F \oplus n_B)$表示B对F的n次膨胀，B的形式依赖于应用(I)
孔洞填充	$H = \left[R_{I^c}^{D(F)}\right]^c$	H等于输入图像I，但所有孔洞均被填充(I)
边界清除	$X = I - R_I^{D(F)}$	X等于输入图像I，但删除了所有接触边界的标记(I)

灰度级形态学

灰度腐蚀$[f \ominus b](x,y) = \min_{(s,t)\in b}\{f(x+s, y+t)\}$ 非平坦$[f \ominus b_N](x,y) = \min_{(s,t)\in b_N}\{f(x+s, y+t) - b_N(s,t)\}$

灰度膨胀$[f \oplus b](x,y) = \max_{(s,t)\in \hat{b}}\{f(x-s, y-t)\}$ 非平坦$[f \oplus b_N](x,y) = \max_{(s,t)\in \hat{b}_N}\left\{f(x-s, y-t) + \hat{b}_N(s,t)\right\}$

开运算$f \circ b = (f \ominus b) \oplus b$ 闭运算$f \bullet b = (f \oplus b) \ominus b$

形态学梯度 $g = (f \oplus b) - (f \oplus b)$

顶帽变换 $T_{hat}(f) = f - (f \circ b)$ 底帽变换 $B_{hat}(f) = (f \bullet b) - f$

Chapter 10

背景知识

差分: 前向 $\frac{\partial f(x)}{\partial x} = f(x+1) - f(x)$ 后向 $\frac{\partial f(x)}{\partial x} = f(x) - f(x-1)$ 中值 $\frac{\partial f(x)}{\partial x} = \frac{f(x+1) - f(x-1)}{2}$ 二阶 $\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} = f(x+1) - 2f(x) + f(x-1)$

(1)一阶导产生粗边缘；(2)二阶导对精细细节(如细线、孤立点和噪声)有更强的响应；(3)二阶导在灰度斜坡和台阶过渡处会产生双边缘响应；(4)二阶导的符号可用于确定边缘的过渡是从亮到暗(正)还是从暗到亮(负)。

孤立点检测

拉普拉斯 $\nabla^2 f(x,y) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f(x+1,y) + f(x-1,y) + f(x,y+1) + f(x,y-1) - 4f(x,y)$

超过阈值 T 的标记 $g(x,y) = \begin{cases} 1, |Z(x,y)| > T \\ 0, 其他 \end{cases} \qquad \nabla^2 f = Z$

直线检测

$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & -1 \end{bmatrix}$

水平 +45° 垂直 −45°

边缘检测

梯度 $\nabla f(x,y) \equiv \mathrm{grad}[f(x,y)] \equiv \begin{bmatrix} g_x(x,y) \\ g_y(x,y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \\ \frac{\partial f(x,y)}{\partial y} \end{bmatrix}$

欧几里得向量范数 $M(x,y) = \|\nabla f(x,y)\| = \sqrt{g_x^2(x,y) + g_y^2(x,y)}$ 绝对值来近似梯度幅度：

$$M(x,y) \approx |g_x| + |g_y|$$

梯度方向(垂直边缘) $\alpha(x,y) = \arctan\left[\frac{g_y(x,y)}{g_x(x,y)}\right]$

$$\begin{pmatrix} z_1 & z_2 & z_3 \\ z_4 & z_5 & z_6 \\ z_7 & z_8 & z_9 \end{pmatrix}$$

Robert 算子 $g_x = \frac{\partial f}{\partial x} = (z_9 - z_5)$ $g_y = \frac{\partial f}{\partial y} = (z_8 - z_6)$

Prewitt 算子 $g_x = \frac{\partial f}{\partial x} = (z_7 + z_8 + z_9) - (z_1 + z_2 + z_3)$ $g_y = \frac{\partial f}{\partial y} = (z_3 + z_6 + z_9) - (z_1 + z_4 + z_7)$

Sobel 算子 $g_x = \frac{\partial f}{\partial x} = (z_7 + 2z_8 + z_9) - (z_1 + 2z_2 + z_3)$ $g_y = \frac{\partial f}{\partial y} = (z_3 + 2z_6 + z_9) - (z_1 + 2z_4 + z_7)$

二维高斯函数， $G(x,y) = \mathrm{e}^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$

高斯拉普拉斯(LoG)函数: $\nabla^2 G(x,y) = \left(\frac{x^2+y^2-2\sigma^2}{\sigma^4}\right)\mathrm{e}^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$

Marr-Hildreth 算法 $g(x,y) = [\nabla^2 G(x,y)] \star f(x,y) = \nabla^2[G(x,y) \star f(x,y)]$ 寻找 g(x,y)的过零点来确定 f(x,y)中边缘的位置

高斯差分(DoG)来近似式的 LoG 函数 $D_G(x,y)=\frac{1}{2\pi\sigma_1^2}\mathrm{e}^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma_1^2}}-\frac{1}{2\pi\sigma_2^2}\mathrm{e}^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma_2^2}}$

连接边缘点

满足条件则连接 $|M(s,t)-M(x,y)|\le E\ |\alpha(s,t)-\alpha(x,y)|\le A$

霍夫变换 $\rho(\theta)=x\cos\theta+y\sin\theta=R\cos(\theta-\phi)=\sqrt{x^2+y^2}\cos\left(\theta-\arctan\frac{x}{y}\right)$

阈值处理

多分类 $g(x,y)=\begin{cases}a\ ,\ f(x,y)>T_2\\ b,T_1<f(x,y)\le T_2\\ c,f(x,y)\le T_1\end{cases}$

基本的全局阈值化

1. 为全局阈值T选择一个初始估计值。
2. 在 $g(x,y)=\begin{cases}1,f(x,y)>T\\0,f(x,y)\le T\end{cases}$ 中用T分割图像。这将产生两组像素：由灰度值大于T的所有像素组成的G_1,由所有小于等于T的像素组成的G_2
3. 对 G_1 和 G_2中的像素分别计算平均灰度值(均值)m_1和 m_2
4. 在m_1和 m_2之间计算一个新的阈值：$T=\frac{m_1+m_2}{2}$
5. 重复步骤 2 到步骤 4,直到连续迭代中的两个T值间的差小于某个预定义的值ΔT为止。

OSTU 方法 n_i 表示灰度级 i 的像素数, $M*N=\sum_{i=0}^{L-1}n_i;p_i=\frac{n_i}{MN};\sum_{i=0}^{L-1}p_i=1,\quad p_i\ge 0$

分为两类 c_1,c_2 累计概率 $P_1(k)=\sum_{i=0}^{k}p_i;P_2(k)=\sum_{i=k+1}^{L-1}p_i=1-P_1(k)$ 平均灰度 $m_1(k)=\frac{1}{P_1(k)}\sum_{i=0}^{k}ip_i;m_2(k)=\frac{1}{P_2(k)}\sum_{i=k+1}^{L-1}ip_i$ k 级累计灰度 $m(k)=\sum_{i=0}^{k}ip_i$ 整个图像平均灰度 $m_G=\sum_{i=0}^{L-1}ip_i$

约束条件 $P_1m_1+P_2m_2=m_G;P_1+P_2=1$

全局方差 $\sigma_G^2=\sum_{i=0}^{L-1}(i-m_G)^2p_i$ 类间方差 $\sigma_B^2=P_1(m_1-m_G)^2+P_2(m_2-m_G)^2=P_1P_2(m_1-m_2)^2=\frac{(m_GP_1-m)^2}{P_1(1-P_1)}$ (选择 k 最大化 σ_B^2)

也可以多个阈值约束 $\sigma_B^2(k_1^*,k_2^*,\cdots,k_{K-1}^*)=\max_{0<k_1<k_2<\cdots k_K<L-1}\sigma_B^2(k_1,k_2,\cdots,k_{K-1})$

区域生长 分离 聚合

区域生长

1. **种子选择**：选择一组“种子”点，这些种子点通常是具有某些特定属性的像素，如灰度或颜色范围。种子点的选择可以根据问题的性质或图像的特性来确定。
2. **相似性准则**：定义一个相似性准则，用于判断邻域像素是否应被添加到当前区域。相似性准则可以基于灰度、颜色、纹理等属性。
3. **区域扩展**：从种子点开始，将满足相似性准则的邻域像素逐步添加到当前区域中。这个过程会不断重复，直到没有更多的像素满足加入准则。
4. **连通性考虑**：在区域生长过程中，必须考虑像素的连通性，以确保生成的区域是连通的。通常使用 8 连通或 4 连通来定义邻域。
5. **停止规则**：定义一个停止规则，当没有更多的像素满足加入准则时，区域生长过程停止。
6. **区域标记**：使用不同的标记（如整数或字母）来标识每个生成的区域，形成分割后的图像。

分离聚合

1. **初始分割**：将图像初步划分为一组不相交的区域（如基于像素的颜色、灰度值等），形成初始区域。这些区域可以用细网格单元表示。
2. **分离规则**：
   - 根据定义的判别准则（如区域的均值、方差、纹理等特性），对某一特定区域 R 判断其是否满足某些属性。如果不满足，则将其细分为更小的不相交区域。
   - 例如，可以将 $Q(R)=\text{FALSE}$ 的任何区域划分为 4 个子区域。
3. **聚合规则**：
   - 如果满足某些逻辑条件（如两个相邻区域的属性接近，满足 $Q(R_i\cup R_j)=\text{TRUE}$），则将这些区域进行合并。
   - 通过不断聚合区域，减少过度分割的可能性。
4. **停止条件**：
   - 当区域无法进一步分割或聚合时，停止操作。
   - 最终的分割结果应满足所有区域均符合准则。
5. **应用示例**：
   - 结合区域的统计特性（如均值 m_R 和标准差 σ_R）和用户定义的阈值范围，可以定义规则 $Q(R)$（例如：$\sigma_R>a,\text{AND},m_R<b$）。

分水岭变换

1. 梯度图像：，算法使用图像的梯度图像 $g(x,y)$，其中包含多个区域极小值 $M_{\{1\}},M_{\{2\}},M_{\{g\}}$。这些极小值对应于图像中的局部低谷。
2. 汇水盆地：每个区域极小值 $M_{\{i\}}$ 都有一个与之相关联的汇水盆地 $C(M_i)$，这些汇水盆地中的点形成一个连通分量。
3. 淹没过程：算法通过模拟水位从最小值 min 逐渐上升到最大值 max 的过程来分割图像。在每个水位 n，集合 $T[n]$ 包含所有灰度值小于 n 的点。
4. 二值图像：在每个水位 n，$T[n]$ 可以被视为一幅二值图像，其中黑点表示位于平面 $g(x,y)=n$ 下方的点。
5. 汇水盆地分割：随着水位上升，算法通过比较当前水位 n 的连通分量与前一水位 $n-1$ 的汇水盆地，来确定是否需要构建水坝以防止不同汇水盆地的水流溢出。
6. 水坝构建：当水位上升到某个点时，如果发现有多个汇水盆地的水流可能溢出，算法会在这些汇水盆地之间构建水坝（即分割线），以阻止水流混合。

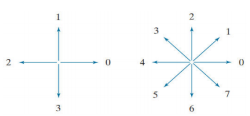
缺点:受噪声影响大;容易过度分割

CHAPTER 11

边界预处理

跟踪二值图像中 1 值区域 R 的边界算法:从左上角标记为 1 的点开始,按顺时针找 8 邻域中下一个 1,然后继续从下一个 1 开始执行算法,直到回到起点

弗里曼链码：基于线段的 4 连通或 8 连通，使用一种编号方案对每个线段的方向进行编码。用于表示由顺次连接的具有指定长度和方向的直线段组成的边界。



从起点开始,往哪个箭头方向走就标记哪个数字,直到回到起点;形状和链码是一一对应的;改变起点会让链码循环位移

归一化:循环位移后数字最小的链码

差分:相邻的做差,i 为当前 a[i+1] - a[i],最后加一个起点-终点;之后对 4 或者 8 取 mod;$D=[(C_2-C_1)\bmod m,(C_3-C_2)\bmod m,...,(C_1-C_n)\bmod m]$

形状数(差分+归一化)：将码按一个方向循环，使其构成的自然数最小序列;形状数的阶n 定义为形状数中的数字的数量。

斜率链码：在曲线周围放置**等长**的直线段得到，其中的直线段的端点与曲线相接,直线段的斜率记录链码

最小周长多边形:使用尽量少的线段来得到给定边界的基本形状;abc 三点行列式,逆时针为正,顺时针为负,共线为 0;先找所有凸起和凹陷点,然后凹顶点需要镜像;

标记图:把**质心到边界的距离**画成**角度的函数**。将原始的二维边界简化为一维函数表示。

边界特征描述子

边界 B 的直径 $\mathrm{diameter(B)}=\max_{\mathrm{i,j}}[\mathrm{D(pi,pj)}]$ 式中 D 为距离测度，pi 和 pj 是边界上的点。

长度$\mathrm{length_m}=\left[(\mathrm{x_2-x_1})^2+(\mathrm{y_2-y_1})^2\right]^{1/2}$方向$\mathrm{angle_m}=\arctan\left[\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\right]$

曲线的曲折度定义为斜率链码链元素的绝对值之和:$\tau=\sum_{i=1}^{n}|\alpha_i|$,式中的 n 是斜率链码中的元素数量,$|\alpha_i|$是链码中元素的值(斜率变化)。

傅里叶描述子:二维边界可以被视为复数从而一维化表示为 s(k) = x(k) + jy(k)
边界的傅里叶描述子$a(u)=\sum_{k=0}^{K-1}s(k)e^{-j2\pi uk/K}$
$s(k)=\frac{1}{K}\sum_{u=0}^{K-1}a(u)e^{j2\pi uk/K}$; 只采用前 P 个系数$\hat{s}(k)=\frac{1}{K}\sum_{u=0}^{P-1}a(u)e^{j2\pi uk/K}$

统计矩: 1.把 g(r)的幅度视为离散随机变量 z，形成幅度直方图 p(zi),A 是灰度值最大的区间数量。将 p 归一化，使其元素之和等于 1，那么 p(zi)是灰度值 zi 的概率估计;
z 关于其平均值的 n 阶矩为 $\mu_n(z)=\sum_{i=0}^{A-1}(z_i-m)^np(z_i)$
m 是 z 的均值，μ_2是 z 的方差，只需要前几个矩来区分明显不同形状的标记图。

2.将 g(r)面积归一化为 1，并视为直方图，g(ri)可被视为值 ri 出现的概率。r 是随机变量 K 是边界上的点数， $\mu_{n(r)}$ 与标记图 g(r)形状直接相关
矩是 $\mu_n(r)=\sum_{i=0}^{K-1}(r_i-m)^ng(r_i)$ 其中$m=\sum_{i=0}^{K-1}r_ig(r_i)$

区域特征描述子

面积 A 为区域中的像素数量。周长 p 是其边界的长度;紧致度（无量纲） $\frac{p^2}{A}$;圆度（无量纲） $\frac{4\pi A}{p^2}$; 有效直径 $d_e=2\sqrt{\frac{A}{\pi}}$

偏心率 标准椭圆 eccentricity $=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}=\sqrt{1-(b/a)^2}\quad a\ge b$
任意方向椭圆(协方差矩阵的特征值) eccentricity $=\sqrt{1-(\lambda_2/\lambda_1)^2}\quad \lambda_1\ge\lambda_2$

拓扑描述子:孔洞的数量 H 和连通分量 C 的数量,定义欧拉数 E = C - H
顶点数表示为 V，将边数表示为 Q，将面数表示为 F 时，V-Q+F=E

纹理:统计方法(和统计矩 1 类似),光滑度 $R=1-\frac{1}{1+\sigma^2(z)}$ σ^2 是方差 μ_2 ;一致性 $U=\sum_{i=0}^{L-1}p^2(z_i)$ 熵 $p=-\sum_{i=0}^{L-1}p(z_i)\log_2p(z_i)$

共生矩阵中的元素g_{ij}值定义为图像 f 中灰度(z_i,z_j)的像素对出现的次数;像素对不一定是左右的,可以跨格子;从z_i到z_j

共生矩阵（KxK）的描述子, p_ij 等于 G 中第 i,j 项处于 G 的元素之和

描 述 子	解 释	公 式
最大概率	度量 G 的最强响应，值域是[0, 1]	$\max_{i,j} p_{ij}$
相关	一个像素在整个图像上与其相邻像素有多相关的测度，值域是[1, −1]，1 对应于完全正相关，−1 对应于完全负相关。标准差为零时，这个测度无定义	$\sum_{i=1}^{K}\sum_{j=1}^{k}\frac{(i-m_r)(j-m_c)p_{ij}}{\sigma_r\sigma_c},\ \sigma_r\ne 0,\ \sigma_c\ne 0$
对比度	一个像素在整个图像上与其相邻像素之间的灰度对比度的测度，值域是从 0 到（G 为常数时）到$(K-1)^2$	$\sum_{i=1}^{K}\sum_{j=1}^{K}(i-j)^2p_{ij}$
均匀性（也称能量）	均匀性的一个测度，值域为[0, 1]。恒定图像的均匀性为 1	$\sum_{i=1}^{K}\sum_{j=1}^{K}p_{ij}^2$
同质性	G 中对角分布的元素的空间接近度的测度，值域是[0, 1]，G 是对角阵时同质性为最大值，即 1	$\sum_{i=1}^{K}\sum_{j=1}^{K}\frac{p_{ij}}{1+\|i-j\|}$
熵	G 中元素的随机性的测度。当所有 P_{ij} 均为 0 时，熵是 0；当 P_{ij} 均匀分布时，熵取最大值，因此最大值为 $2\log_2 K$	$-\sum_{i=1}^{K}\sum_{j=1}^{K}p_{ij}\log_2 p_{ij}$

极坐标下的频谱函数 $S(r)=\sum_{\theta=0}^{\pi}S_\theta(r)\quad S(\theta)=\sum_{r=1}^{R_0}S_r(\theta)$

矩不变量:大小为 MxN 的数字图像 f(x,y)的二维(p+q)阶矩为 $m_{pq}=\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1}x^py^qf(x,y)$;
(p+q)阶中心矩为 $\mu_{pq}=\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1}(x-\overline{x})^p(y-\overline{y})^qf(x,y)\ \overline{x}=\frac{m_{10}}{m_{00}},\quad \overline{y}=\frac{m_{01}}{m_{00}}$

归一化(p+q)阶中心矩为 $\eta_{pq}=\frac{\mu_{pq}}{\mu_{00}^{(p+q)/2+1}}$

主成分描述子

x 是 n 维列向量,总体平均向量$m_x=E(x)$,向量总体的协方差矩阵(nxn)$C_x=E\left\{(x-m_x)(x-m_x)^T\right\}$

霍特林变换:令 A 是一个矩阵，这个矩阵的各行由 Cx 的特征向量构成;$y=A(x-m_x)$