



中山大學  
SUN YAT-SEN UNIVERSITY

## 自动控制原理实验报告

院(系): 智能工程学院

学号: 22354189

姓名: 张瑞程

日期: 2024 年 10 月 10 日

实验名称: 基于 Matlab 的控制系统稳定性分析

说明: ①实验报告通常应包括 实验目的、实验任务/要求、实验设备、实验原理、实验步骤、实验结果与心得体会、实验结论等部分; ②实验报告不限于上述各部分, 根据实验内容调整; ③报告应做到 整洁, 详实, 正确, 决定最终评分; ④ 实验报告提交 pdf 电子版, 命名方式: 姓名+学号+自控原理实验报告-实验 X. pdf

# 实验四: 基于 Matlab 的控制系统 稳定性分析

## 1) 实验目的

- 掌握三阶控制系统模拟电路的构成, 掌握运用典型环节构造复合控制系统的方法。
- 观察系统的不稳定现象, 总结系统稳定的条件, 并加深理解线性系统的稳定性是属于系统本身的特性, 只与其自身的结构和参数有关, 而与外作用无关。
- 研究系统本身结构参数(开环增益和时间常数)与系统稳定性的关系, 并加深理解系统的稳定性只取决于系统的特征根(极点), 而与系统的零点无关。
- 了解劳斯稳定判据的应用。

## 2) 实验任务/要求

- 研究系统的稳定条件与开环增益的关系, 确定临界稳定增益  $K_c$ 。
- 研究时间常数的改变对系统稳定性的影响。

3、在系统开环增益不变的情况下，研究不同时间常数对系统动态性能的影响。

### 3) 实验仪器、设备及材料

计算机、Matlab 软件平台

### 4) 实验原理

#### 1、 由典型环节构造三阶控制系统的模拟电路

将两个惯性环节和一个积分环节串联等效而成三阶控制系统，在实验中为了实现系统开环增益的线性调节，前向通道中加入一个比例环节，得到如图 1 所示的三阶控制系统的模拟电路。在模拟电路中  $R_0 = R = R_2 = 100\text{k}\Omega$ ， $C = 1\mu\text{F}$ ， $R_3$  为可调电阻。

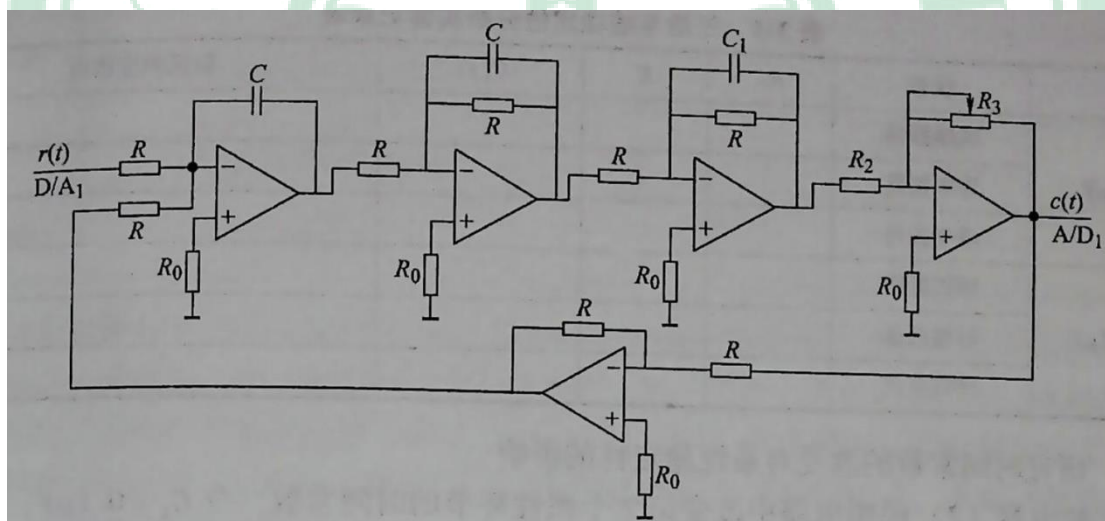


图 1：三阶控制系统的模拟电路

该电路对应的结构图如图 2 所示，图中  $T = RC$ ， $T_1 = RC_1$ ， $K = \frac{R_3}{R_2}$ 。

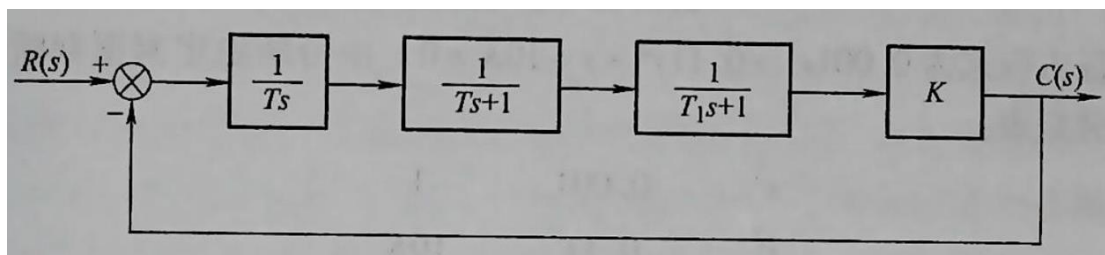


图 2：三阶控制系统的结构图

该三阶控制系统的开环传递函数为  $G(s) = \frac{K}{Ts(Ts+1)(T_1s+1)}$ 。

2、**线性系统稳定**的充分必要条件是：闭环系统特征方程的所有根全部具有负实部，或闭环传递函数的极点均位于  $s$  左半平面。

3、**系统的稳定性**是系统本身的特性，它只与自身的结构与参数有关，而与初始条件、外界扰动的大小等无关。对于线性系统而言，稳定性取决于闭环特征方程的根。特征方程的所有根必须全部位于复平面左半部分，才能保证系统的稳定性。对于三阶系统，特征方程可能为三次多项式，形如：

$$a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0 = 0$$

此方程的根的分布决定了系统的稳定性。如果根具有正实部，系统将出现发散行为，无法实现稳定控制。

4、**劳斯稳定判据**是一种分析系统稳定性的有效工具，尤其在不需要求解特征方程根的情况下，能够快速判断系统的稳定性。步骤如下：

1. 编写系统的特征方程。
2. 构造劳斯表格。
3. 检查表格第一列的符号。

如果第一列的所有元素均为正数，系统是稳定的；否则，系统存在不稳定的特性。如果符号变化的次数等于根在右半平面的个数，那么

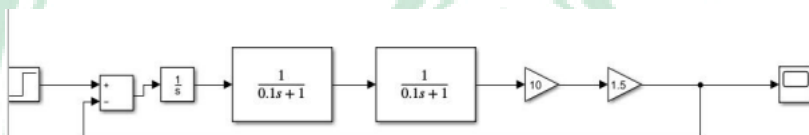
系统在这些不稳定的根处会出现不良的响应，如振荡或发散。

劳斯稳定判据总结如下：线性系统稳定的充分必要条件是劳斯表中第 1 列的系数均为正值。即系统特征方程的根都在  $s$  左半平面，则系统是稳定的。如果劳斯表中第 1 列系数有小于 0 的值，系统就不稳定，且其符号变化的次数等于该特征方程的根在  $s$  右半平面上的个数（或正实部根的数目）。

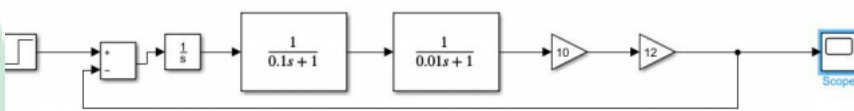
## 5) 实验步骤

首先，跟据传递函数在 simulink 中建立模型图，如下所示：

(1)  $C=1\mu\text{f}$ :



(2)  $C=0.01\mu\text{f}$



1、研究系统的稳定条件与开环增益的关系，确定临界稳定增益  $K_c$ 。

令 simulink 模型中  $R_0 = R = 100\text{ k}\Omega$ 、 $C = 1\text{ uF}$ 、 $C_1 = 1\text{ uF}$ 、期中有几个参数需要调整分布式 T1 和  $R_3$ 。T1 的调整影响为  $T_1 = RC_1$ ， $R_3$  为可调电阻，范围为  $0\sim 500\text{ k}\Omega$ ，用来调整 K 值 ( $K = \frac{R_3}{R_2}$ )，来确定三阶系

统的状态情况。

系统的开环传递函数为  $G(s) = \frac{10K}{s(0.1s+1)(0.1s+1)}$ ，根据劳斯稳定

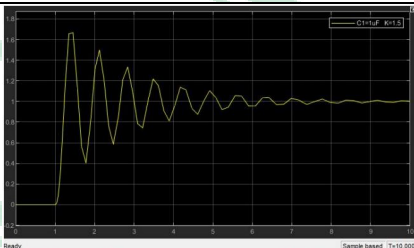
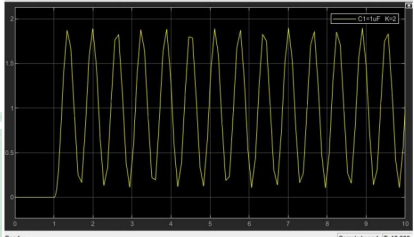
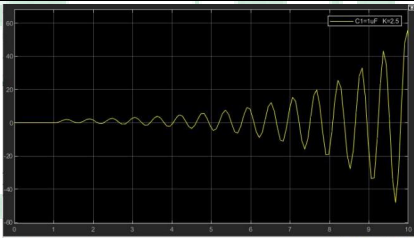
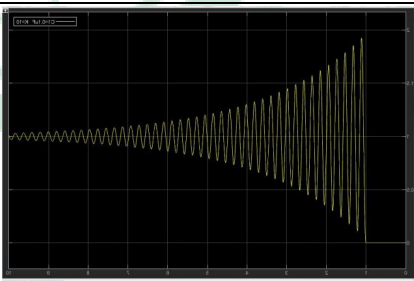
判据，当  $0 < K < 2$  时，系统稳定（减幅振荡）；

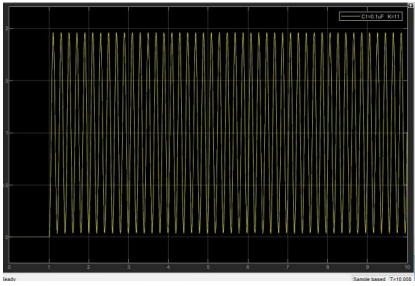
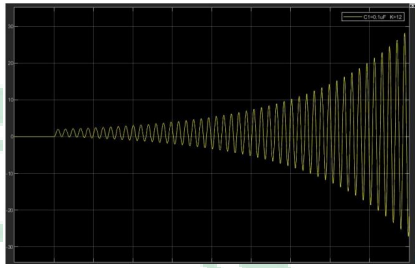
当  $K=2$  时，系统临界稳定，作等幅振荡；

当  $K>2$  时，系统不稳定（增幅振荡）；

调试并运行模型，并把实验记录写入表 1 中。为了更好的展示实验记录，也把  $C=1\mu\text{f}$  的三种情况模型放在一起运行，并在同一个窗口中进行展示。

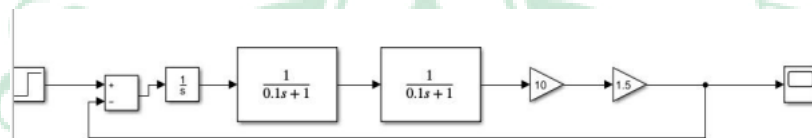
表 1：三阶系统稳定性分析实验记录表

$C_1$	状态	$R_3$	$K$	$G(s)$	阶跃响应曲线
$C_1 = 1\mu\text{F}$	减幅振荡	150 k	1.5	$15/s(0.1s+1)(0.1s+1)$	
	等幅振荡	200 k	2	$20/s(0.1s+1)(0.1s+1)$	
	增幅振荡	250 k	2.5	$25/s(0.1s+1)(0.1s+1)$	
$C_1 = 0.1\mu\text{F}$	减幅振荡	1M	10	$100/s(0.1s+1)(0.01s+1)$	

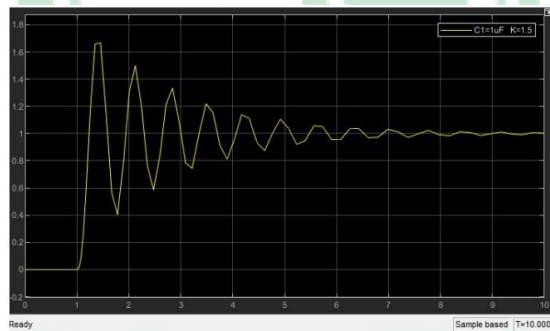
	等幅振荡	1.1 M	11	$110/s(0.1s+1)(0.01s+1)$	
	增幅振荡	1.2 M	12	$120/s(0.1s+1)(0.01s+1)$	

细节展示:

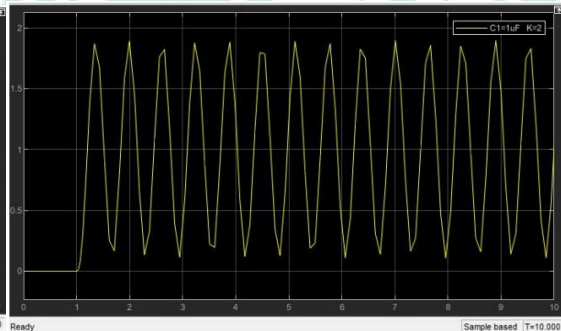
<1> 以下展示了  $C=1\mu f$  的 3 种情况和同一画布下的对比图:



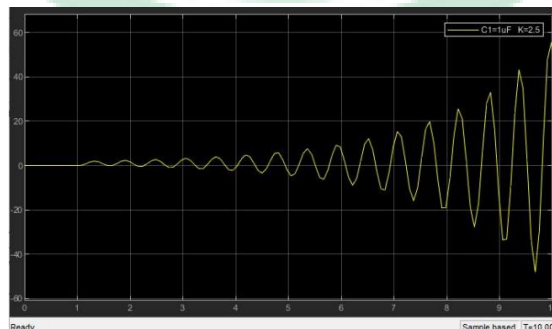
原件排布图



减幅振荡 ( $R_3=150k$ ,  $K=1.5$ )

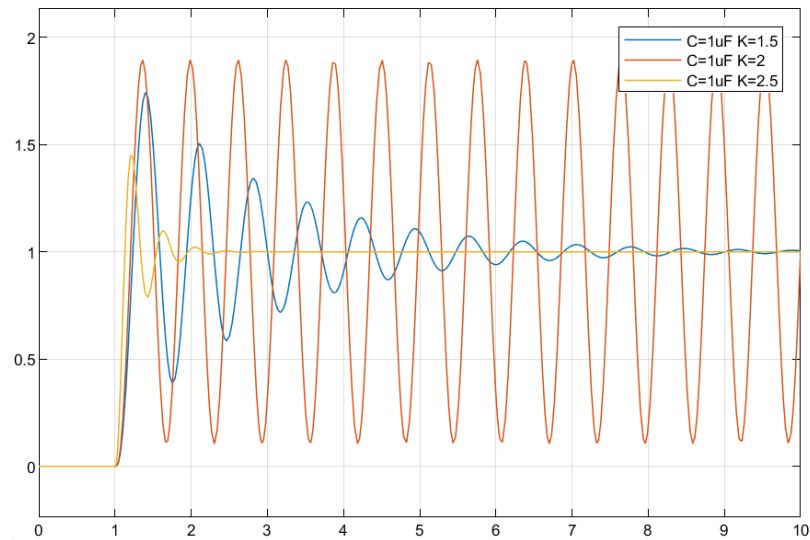


等幅振荡( $R_3=200k$ ,  $K=2$ )



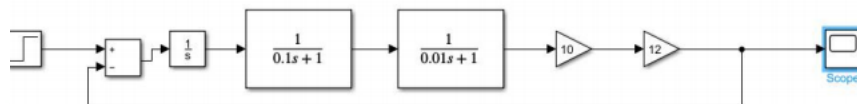
增幅振荡 ( $R_3=250k$ ,  $K=2.5$ )



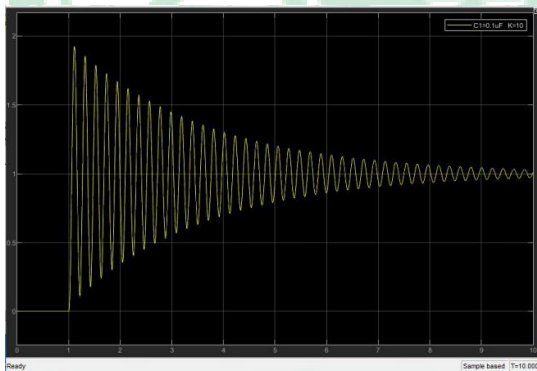


C=1uF 的 3 种情况在同一画布下的对比图

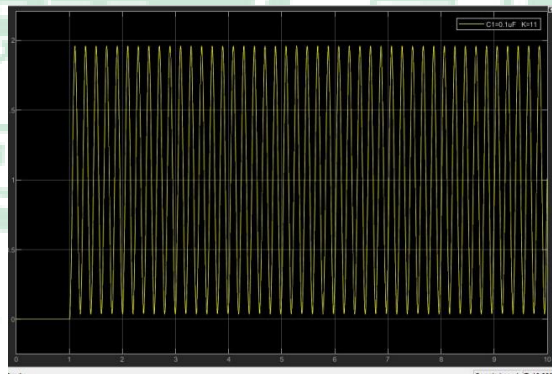
<2> 以下展示了 C=0.1uF 的 3 种情况和同一画布下的对比图:



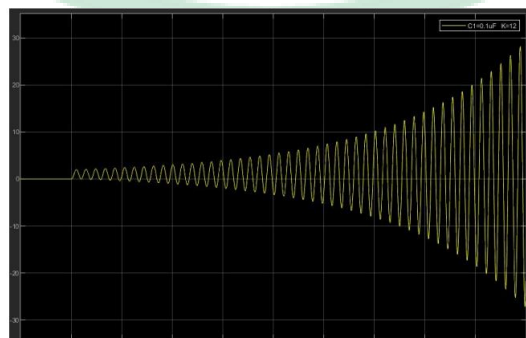
原件排布图



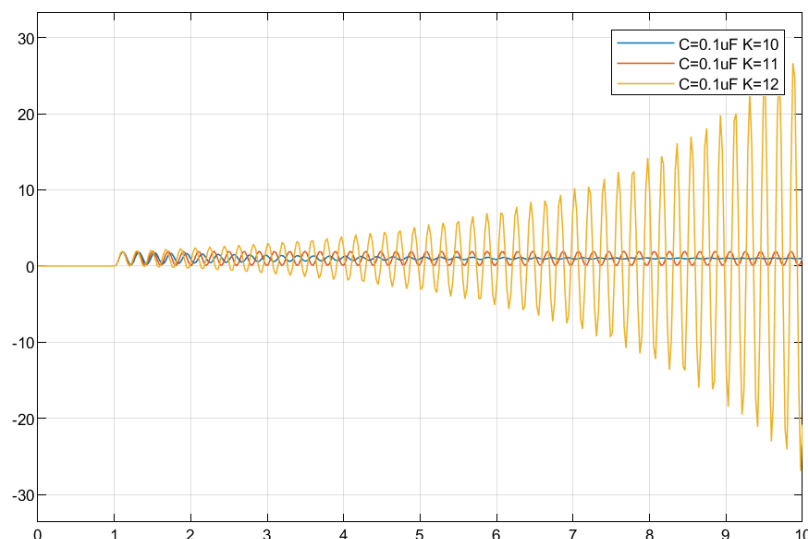
减幅振荡 ( $R_3=1M$ ,  $K=10$ )



等幅振荡( $R_3=1.1M$ ,  $K=11$ )



增幅振荡 ( $R_3=1.2M$ ,  $K=12$ )



C=0.1uf 的 3 种情况在同一画布下的对比图

## 2、研究时间常数的改变对系统稳定性的影响

根据实验指导与步骤 1 的结果对比，可以得出以下结论：当系统时间常数减小时，系统的开环极点远离虚轴，导致系统的开环增益提高，系统的稳定性也得到了增强。这一现象可以从以下几个方面进行分析和解释：

### (1) 时间常数的作用

时间常数  $T$  代表了系统响应的快慢。通常来说，较大的时间常数意味着系统的响应较为缓慢，而较小的时间常数对应着较快的响应。当系统的时间常数减小时，惯性环节的反应速度提高，系统的动态性能变得更为敏捷，这对于一些要求快速响应的控制系统是有利的。

### (2) 极点远离虚轴的影响

在拉普拉斯域中，系统的开环极点的位置与其稳定性有直接关系。当极点远离虚轴时，系统的响应会更快地衰减，因为极点的位置



置决定了系统的自然频率和阻尼特性。极点越靠近虚轴，系统的响应越慢，甚至可能出现振荡或不稳定情况；极点远离虚轴则表明系统更容易达到稳态，不会有过多的震荡或超调。

### (3) 开环增益的提高

开环增益  $K$  是控制系统的重要参数，它反映了系统对输入信号的敏感程度。当开环增益增加时，系统的稳态误差减小，能够更好地跟随输入信号。但如果增益过高，可能引发不稳定的现象。然而，在时间常数减小的情况下，系统的动态性能得以改善，因此可以承受更高的增益而不会失稳。

### (4) 稳定性能的增强

系统的稳定性能与开环极点的分布和增益密切相关。当时间常数减小并且开环增益提高时，系统的极点远离虚轴，意味着系统在闭环控制时更容易获得稳定的响应。此时，系统的频率响应更快，衰减速度更快，稳定性能自然得到了提高。

因此，通过合理调节时间常数和开环增益，可以有效提高三阶控制系统的稳定性和动态响应性能。通过实验步骤 1 和其他实验的对比，可以验证上述理论。当减小系统时间常数时，系统的响应速度变快，增益提高，稳定性也明显增强。这一现象表明，时间常数和增益的调节在控制系统设计中具有重要的作用，能够优化系统的性能。

**3、在系统开环增益不变的情况下，研究不同时间常数对系统动态性能的影响。**

在模拟电路中，令  $R_0 = R = 100 \text{ k}\Omega$ 、 $C = 1 \text{ }\mu\text{F}$ 、 $R_3 = 100 \text{ k}\Omega$ ，此时

$K=1$ 。

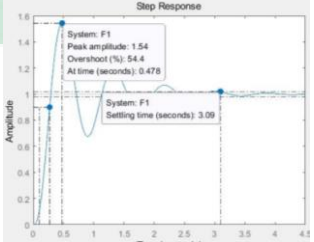
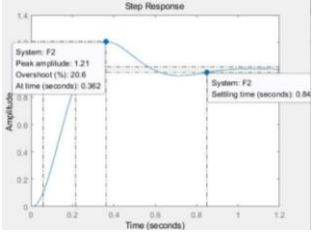
(1) 分别当  $C_1=1\text{ uF}$  和  $C_1=0.1\text{ uF}$  时，对系统做单位阶跃响应，观察系统响应并记录动态性能指标（超调量  $M_p$ 、峰值时间  $t_p$ 、调整时间  $t_s$ ）的值，并填入表 2 中。

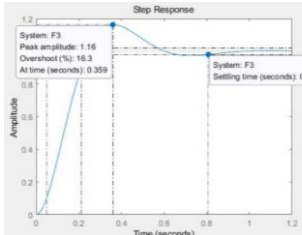
(2) 将系统模拟电路中第 2 个惯性环节去除，系统变成一个二阶系统，对其做单位阶跃响应，观察系统响应并记录动态性能指标（超调量  $M_p$ 、峰值时间  $t_p$ 、调整时间  $t_s$ ）的值，并填入表 2 中。

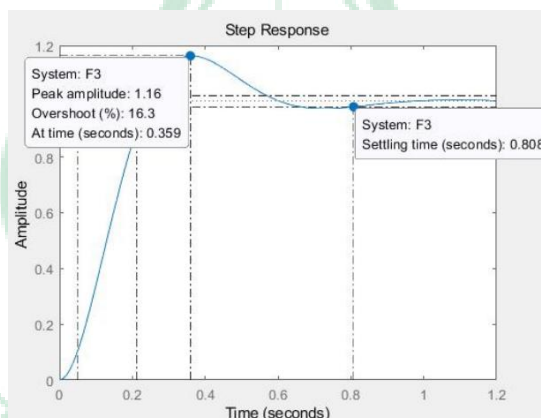
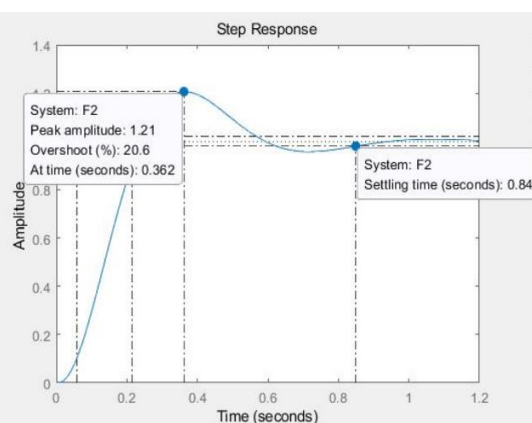
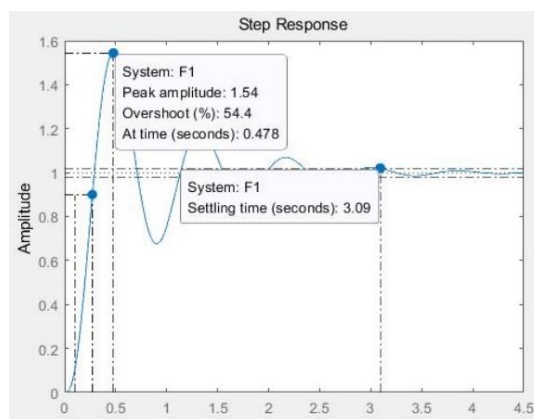
<pre> 1 - sys1=tf(1,[1,0]); 2 - sys2=tf(1,[0.1,1]); 3 - sys3=tf(1,[0.01 1]); 4 - G1=series(series(sys1,sys2),sys2)*10; 5 - G2=series(series(sys1,sys2),sys3)*10; 6 - G3=series(sys1,sys2)*10 7 - F1=feedback(G1,1); 8 - F2=feedback(G2,1); 9 - F3=feedback(G3,1) 10 %step(F1) 11 %step(F2) 12 - step(F3)         </pre>	<pre> 1 - sys1=tf(1,[1,0]); 2 - sys2=tf(1,[0.1,1]); 3 - sys3=tf(1,[0.01 1]); 4 - G1=series(series(sys1,sys2),sys2)*10; 5 - G2=series(series(sys1,sys2),sys3)*10; 6 - G3=series(sys1,sys2)*10 7 - F1=feedback(G1,1); 8 - F2=feedback(G2,1); 9 - F3=feedback(G3,1) 10 %step(F1) 11 %step(F2) 12 - step(F3)         </pre>
---	---

核心代码

表 2：系统单位阶跃响应及其动态性能指标记录表

$R_0 = R = 100\text{ k}\Omega$ $C = 1\text{ uF}$ 、 $R_3 = 100\text{ k}\Omega$		$M_p$	$t_p$	$t_s$	阶跃响应曲线
$C_1 = 1\text{ uF}$	$G(s) = \frac{10}{s(0.1s+1)(0.1s+1)}$	54.4%	0.478	3.09	
$C_1 = 0.1\text{ uF}$	$G(s) = \frac{10}{s(0.1s+1)(0.01s+1)}$	20.6%	0.362	0.849	

二阶系统	$G(s) = \frac{10}{s(0.1s + 1)}$	16.3%	0.359	0.808	
------	---------------------------------	-------	-------	-------	---



将这组数据与  $C_1 = 0.1 \mu\text{F}$  时的三阶系统的动态响应数据做比较，可以发现：它们只是在响应起始部分差别大一些，随着时间的推移趋于一致。因此，在开环系统中，将两时间常数的数值相比，当时间常数相对值大于  $1/5$  时，可将其中小的时间常数忽略不计，使系统的数学模型从三阶简化为二阶处理。但是这要求开环增益的配合，否则不能简化近似，不然闭环系统将受到较大影响。

## 6) 实验结果及心得

- 1.利用劳斯判据可以判断当开环增益  $K$  取什么值时，闭环系统可以达到稳定。
- 2.当  $K$  取临界值时，系统等幅振荡，当  $K$  小于临界值时，系统衰减振荡，当  $K$  大于临界值时，系统增长振荡。
- 3.时间常数可以影响系统的稳定性。时间常数越小，系统稳定性越好。当有多个惯性环节和对应的时间常数时，较小的时间常数所对应的惯性环节可以忽略，系统主要取决于时间常数较大的环节。
- 4.可以利用比例微分环节改善系统的动态性能，减小振荡。

## 7) 扩展思考

1、系统中的小惯性环节和大惯性环节，哪个对系统稳定性的影响大，为什么？

大惯性环节对系统稳定性影响更大，因为惯性越大，系统达到稳定状态所需时间越长。小惯性环节的时间常数较短，导致其对系统稳定性的影响较小。实验表明，当大惯性环节的时间常数大于小惯性环节的 3-7 倍时，可以忽略小惯性环节对系统稳定性的影响。

2、试解释在三阶系统的实验中，输出为什么会出现削顶的等幅振荡。

经查阅大量资料，发现削顶的等幅振荡可能由以下原因造成：

- (1) **solver 参数**：可能是因为 SIMULINK 的 solver 的参数没有设置好。一开始 solver 的步长是可变步长，自动调节，此时步长较大，示波器精度比较低。

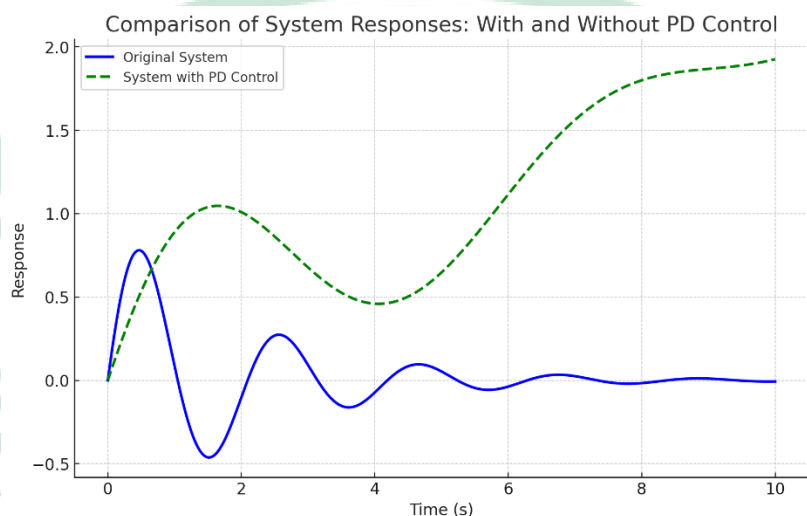
- (2) **增益设置过大：**与实际系统类似，在 SIMULINK 模型中，如果系统的增益设置过大，输出信号的振幅可能过高，超出系统的稳定范围，进而导致信号振荡。这种情况下，输出信号可能超出模型中某些块的数值上限，表现为振荡时出现削顶现象。
- (3) **近似计算误差：**SIMULINK 采用数值积分和近似算法进行模拟。在增益较高或时间常数较小的情况下，模型的仿真步长（step size）可能无法准确捕捉系统的快速动态响应，导致近似计算误差积累，进而引发削顶和振荡。这种情况在固定步长仿真模式下尤为明显，因为步长固定时，无法适应系统的快速变化。
- (4) **相位延迟和数值振荡：**在 SIMULINK 中进行连续时间系统的仿真时，模型中反馈环节的相位延迟可能导致振荡问题。这种振荡在增益较高的情况下表现得更为明显，可能导致削顶现象。
- (5) **过低的阻尼比：**在高增益的情况下，系统阻尼比不足可能导致振荡现象持续。SIMULINK 中的高阶系统同样会受到极点靠近虚轴的影响。当系统的阻尼比不足时，可能出现持续振荡。尽管 SIMULINK 仿真不会出现真实系统中的物理非线性行为，但数学模型的固有特性仍然会引发削顶等幅振荡。

**3、**当系统因积分环节或惯性环节造成的相位滞后而使系统稳定性变差时，除了降低增益外，还可以设法增添微分或比例微分环节，来抵消这种消极影响，从而显著地改善系统的稳定性。试设计实验验证这



个结论。

在  $C1=0.1 \text{ uF}$ ,  $k=10$  时，在原始的系统前面加上一个比例微分环节，可以对比之前的图，有了比例微分环节后，系统只有轻微的震荡，然后一直单调上升最后稳定，系统的稳定性被比例微分环节改善了（如下图所示）。



#### 4、使用 MATLAB 软件对系统做根轨迹分析，研究系统稳定的充分必要条件。

结合上学期理论课知识，必要条件包括以下几点：

1. 根轨迹必须在左半平面。对于连续时间系统，系统的根轨迹中的所有极点必须位于左半平面（实部为负），以确保系统是稳定的。在离散时间系统中，所有的极点应该在单位圆内（模值小于 1）以保持稳定性。
2. 根轨迹不应该与虚轴相交，在连续时间系统中，根轨迹不应与虚轴相交（实部为零），以避免临界稳定或不稳定的情况。在离散时间系统中，根轨迹不应与单位圆相交。



3. 根轨迹数量与系统阶数相等，系统的根轨迹数量应等于系统的阶数（或者是离散时间系统的单位圆上点的数量），这是系统稳定的必要条件之一。

