



院(系):智能工程学院

组号: 第六组

组长: 张瑞程

日期: 2025.01.02

实验名称: (创新模块)二级倒立摆 LQR 控制

实验

组员及分工: 22354189 张瑞程、22354115 孙大伟、22354205 钟镇宇共同完成任务, 张瑞程负责实验报告

一、实验目的

- 1、理解 LQR 控制器设计原理
- 2、设计二级倒立摆系统 LQR 控制器

二、实验任务/要求:

- 1、基于 LQR 方法, 设计控制器 $u = -Kx(t)$, 使得二级倒立摆系统保持平衡
- 2、观察 Q、R 矩阵的改变对控制效果的影响

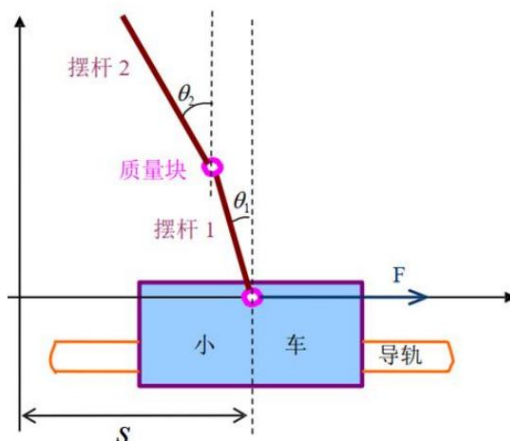
三、实验仪器、设备及材料:

二级倒立摆本体、倒立摆电控箱、PC 机(Matlab 平台、运动控制卡)

四、实验原理

- 1、根据状态空间法建立如下状态空间线性模型

系统状态变量: $\{s, \theta_1, \theta_2, s', \theta_1', \theta_2'\}$,



$$\dot{x} = \begin{bmatrix} s' \\ \theta_1' \\ \theta_2' \\ s'' \\ \theta_1'' \\ \theta_2'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 86.69 & -21.62 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -40.31 & 39.45 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s \\ \theta_1 \\ \theta_2 \\ s' \\ \theta_1' \\ \theta_2' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 6.64 \\ -0.088 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} s \\ \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s \\ \theta_1 \\ \theta_2 \\ s' \\ \theta_1' \\ \theta_2' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

2、LQR 控制器设计

- ①给定 Q、R 矩阵, 利用 Riccati 方程求解出矩阵 P:

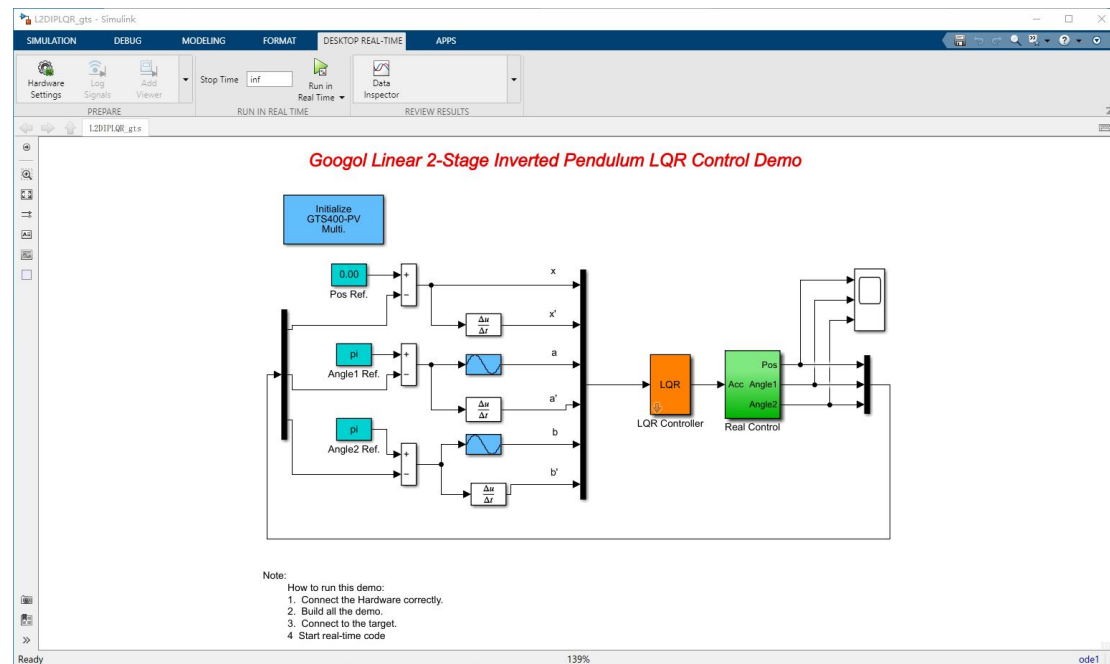
$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0$$

- ②利用 $K = R^{-1}B^T P$ 求出反馈增益 K, 从而得到控制器:

$$u(t) = -Kx(t)$$

五、实验步骤及结果

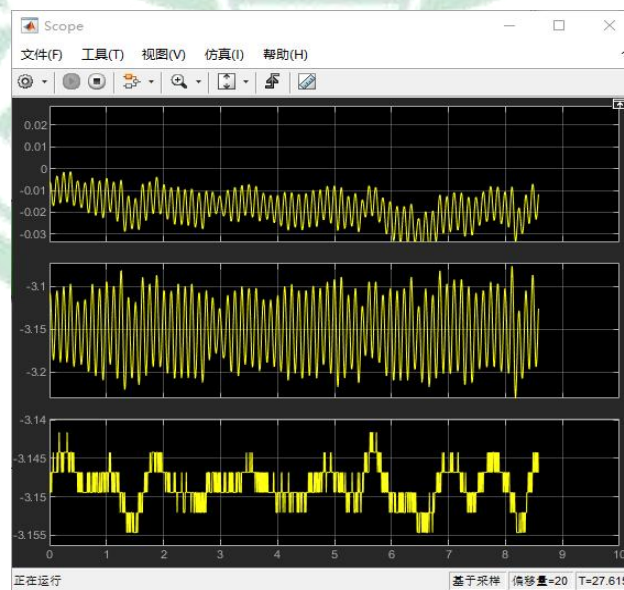
1、进入 MATLAB，输入 `gtbox`，打开 “Inverted Pendulum/Servo Motor Driven/GLIP/GTS/Two Stage/1-LQR Control/Real Time Control



2、LQR Controller 为 LQR 控制器，双击模块，把 LQR 控制器中的参数修改为仿真时所得到的控制参数

3、运行程序，在程序开始运行后，缓慢提起摆杆到平衡位置，在程序进入自动控制后松手，得到实验结果：

①小车位置、摆杆 1 角度、摆杆 2 角度分别如下(显示波形时采用了自动调整纵轴显示范围):



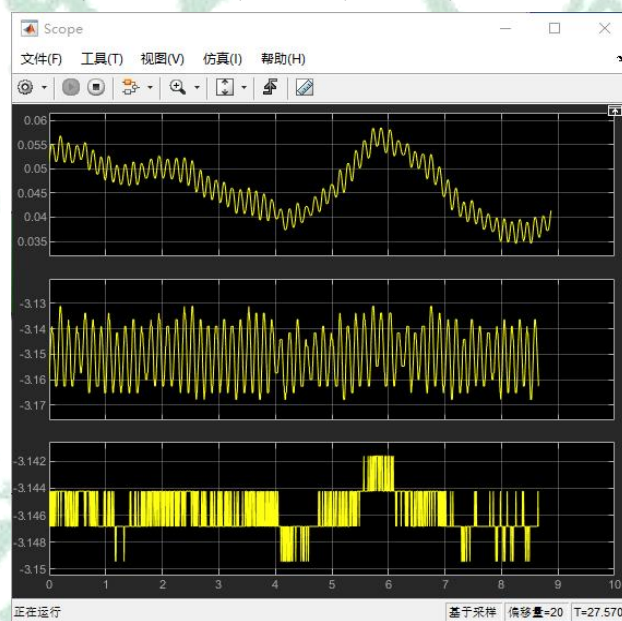
②摆杆的实际效果如下



4、将改变 Q、R 矩阵后得到的 K（至少 3 组实验数据），代入到步骤 2 中的 LQR 控制器中进行实验，观察控制效果的变化，以下三种参数设置下摆杆均可保持平衡：

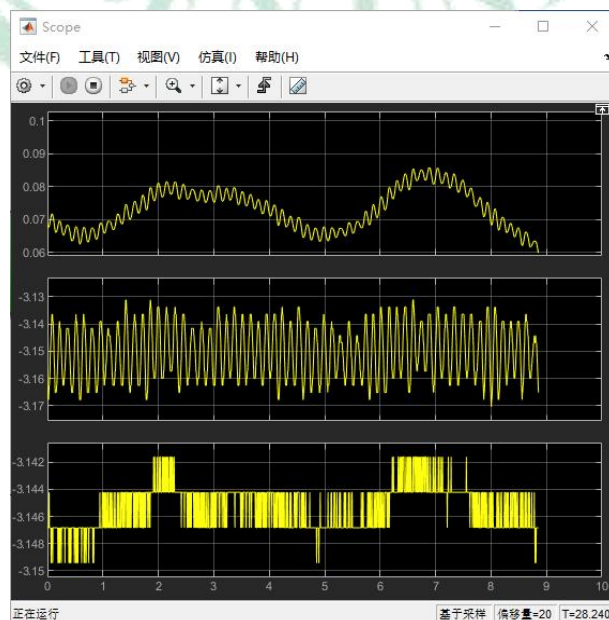
① $Q(1,1)=30$ $Q(2,2)=50$ $Q(3,3)=50$ $R=1$;

此时 $K = 5.4772, 86.9801, -120.5372, 6.8309, 3.9061, -19.1943$



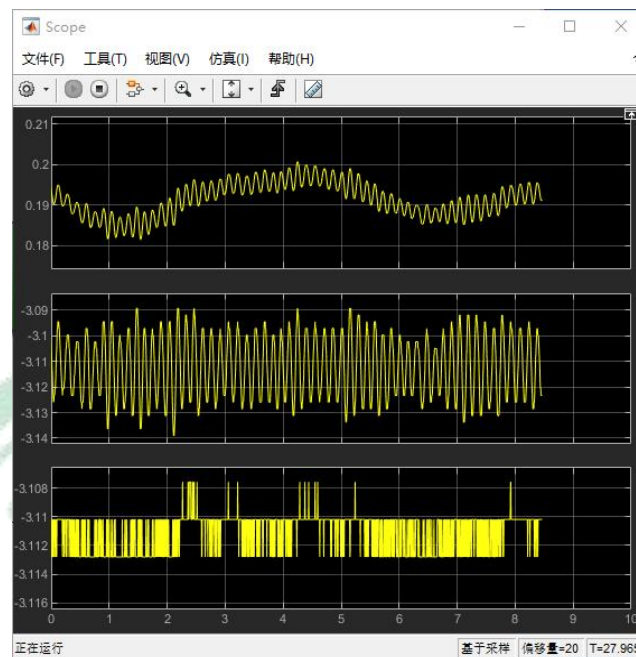
② $Q(1,1)=30$ $Q(2,2)=50$ $Q(3,3)=50$ $R=2$;

此时 $K = 3.8730, 83.2461, -109.1017, 5.2141, 4.0540, -17.2685$



③ $Q(1,1)=100$ $Q(2,2)=100$ $Q(3,3)=100$ $R=3$;

由结果可得此时 $K = 5.7735, 86.3077, -119.7805, 7.0066, 3.8624, -19.0953$



六、实验心得

- 1、操作时需要注意实验安全：操作摆杆时需要站在摆杆正前方并且避免摆杆侧部有人，在结束程序后不要让摆杆自由甩落，尽量避免摆杆的晃动。
- 2、在操纵摆杆的过程中要确保先让程序运行，然后拿指头捏住杆头将其轻轻竖起，确定控制器介入工作后松手。在改变参数再次进行实验时要确保摆杆自由垂悬并静止后再运行程序。
- 3、通过这次实验我们对 LQR 方法有了更深入的理解：LQR 方法被用来设计控制律，使得倒立摆能够保持平衡，而通过建立状态空间模型，我们可以将系统的输出和输入之间的关系进行数学描述，进而为设计控制律提供基础。在具体实验时，也需要通过仿真、反复调试加实际效果反馈来不断修改参数以达到更好的效果。