



院(系):智能工程学院

组号: 第六组

组长: 张瑞程

日期: 2024.11.14

实验名称: 基于 NI ELVIS 的线性系统的频率响应

实验九-基于 NI ELVIS 的线性系统的频率响应

张瑞程-22354189

钟镇宇-22354205

孙大伟-22354115

一、实验目的

- 了解频率特性函数曲线的定义和实验方法。
- 掌握波德图的绘制方法。
- 解由波德图确定系统开环传递函数的方法。

二、实验要求

- (1) 针对一阶惯性系统, 绘制相应的伯德图, 并对比分析不同电容值对系统性能的影响。
- (2) 针对二阶线性系统, 绘制相应的伯德图, 并对比分析不同电阻值对系统性能的影响。
- (3) 通过绘制的二阶线性系统伯德图, 确定系统所对应的开环传递函数, 并与理论计算的开环传递函数对比。

三、实验仪器、设备及材料

1. 笔记本电脑——Windows 11
2. MATLAB——R2023b
3. ELVIS III 主机
4. CCG 实验拓展板卡
5. CCB 实验程序 (LabVIEW)

四、实验原理

4.1 频域分析法

频域分析法是应用频率特性研究线性系统的一种经典方法。该方法最突出的优点是: 可以通过实验方法确定系统的开环传递函数。它以控制系统的频率

特性作为数学模型，以频率 ω 为参变量，采用波德图、极坐标图或其他图表作为分析工具，来研究控制系统的动态性能与稳态性能。

频率特性的定义：

幅频特性： $A(\omega)=|G(j\omega)|$ ，反映系统对不同频率正弦信号在稳态时的放大（或衰减）特性；

相频特性： $\phi(\omega)=\angle G(j\omega)$ ，反映系统在不同频率正弦信号的作用下，输出信号相对输入信号的相移。

频率特性 $G(j\omega)$ ：系统的幅频特性和相频特性统称为系统的频率特性。

$$G(j\omega)=G(s) \big|_{s=j\omega}$$

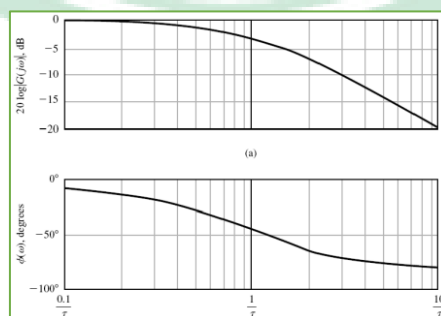
频率特性的几何表示方法：极坐标图、伯德图等。

4.2 伯德图

伯德图即对数频率特性曲线，它是将幅频特性和相频特性分别绘制在两个不同的坐标平面上，前者叫对数幅频特性，后者叫对数相频特性。横轴（ ω 轴）用对数 $1g(\omega)$ 分度, 单位弧度/秒。对数幅频特性曲线的纵坐标表示对数幅频特性的函数值，单位是分贝 [dB]。对数相频特性曲线的纵坐标表示相频特性的函数值，单位是度 $[\circ]$ 。

$$\text{对数幅频特性定义为: } \begin{cases} L(\omega) = 20lg|G(j\omega)| \\ \phi(\omega) = \angle G(j\omega) \end{cases}$$

伯德图的优点包括：它把各串联环节幅值的乘除化为加减运算，从而简化了开环频率特性的计算与作图并且利用渐近直线来绘制近似的对数幅频特性曲线，这些可使作图大为简化。另外，横轴（ ω 轴）用对数分度，实现了横坐标的非线性压缩，便于在较大频率范围反应频率特性的变化情况。本次实验中，采用对数频率特性图来进行频域响应的分析研究。

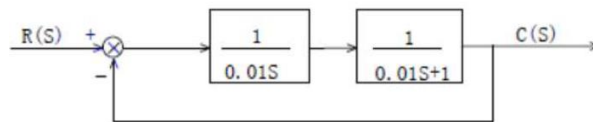


4.3 一阶惯性系统

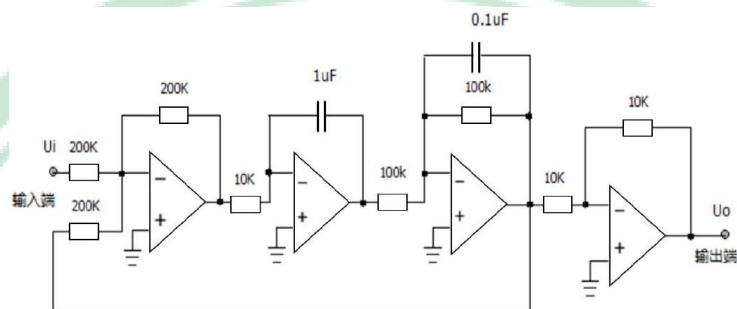
开环传递函数:

$$G(S) = \frac{1}{0.01S + 1}$$

方框图:



模拟电路:

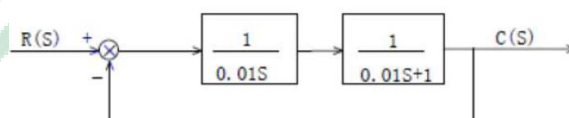


频率特性:

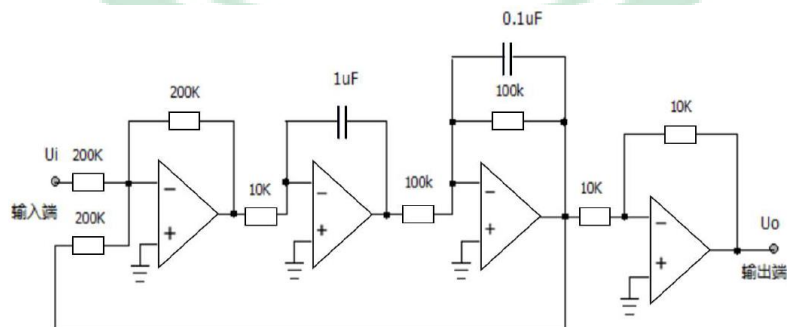
$$L(\omega) = -20 \lg \sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2\xi \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \quad \varphi(\omega) = -\arctan \left(\frac{2\xi \frac{\omega}{\omega_n}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}} \right)$$

4.4 二阶线性系统

方框图:



模拟电路:



开环传递函数为: $G(S) = \frac{1}{0.01S(0.01S + 1)}$

闭环传递函数为: $\Phi(S) = \frac{K\omega_n^2}{S^2 + 2\xi\omega_n S + \omega_n^2}$

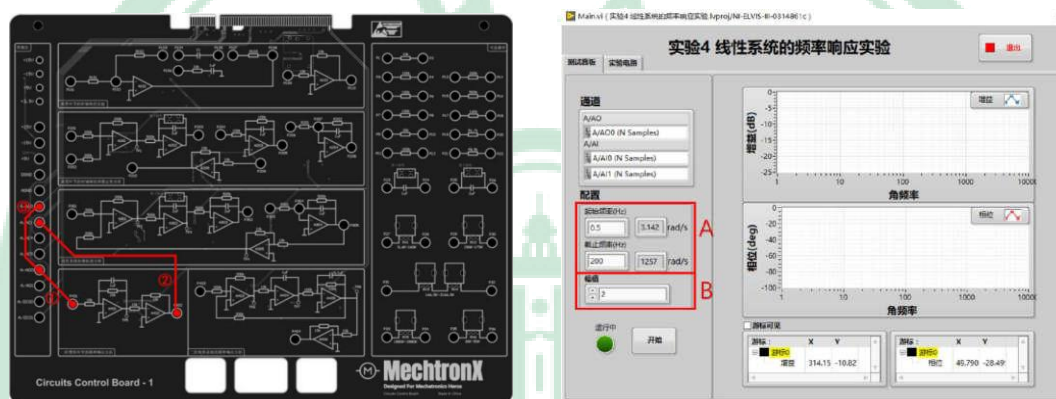
可得到: $\omega_n = \frac{1}{T} = 100(\text{rad/s})$ $K = 1$ $\xi = 0.5$

其频率特性为: $L(\omega) = -20\lg \sqrt{(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2})^2 + (2\xi \frac{\omega}{\omega_n})^2}$ $\varphi(\omega) = -\arctan(\frac{2\xi \frac{\omega}{\omega_n}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}})$

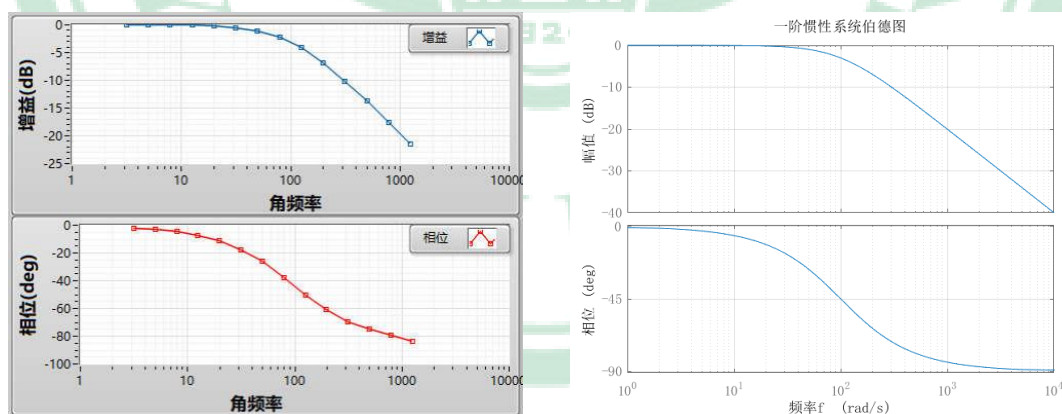
5. 实验步骤与结果

任务 1: 对于给定的一阶惯性系统, 给出其对数幅频与相频特性曲线, 并将测得的对数幅频和相频记录于下表 (至少给出 10 组值);

根据下面一阶惯性系统的模拟电路图进行连接, 并进行软件设置:



实验得到的伯德图如下左图, 右图是用 MATLAB 绘制的理论伯德图。可以看出, 结果较为一致。



其中, 绘制伯德图的相关代码如下:

```
figure,
num = 1;
den = [0.01 1];
sys = tf(num,den);
bode(sys)
grid
xlabel('频率f');title('一阶惯性系统伯德图');
```

然后使用幅频特性和相频特性的公式计算理论值，Matlab 代码如下：

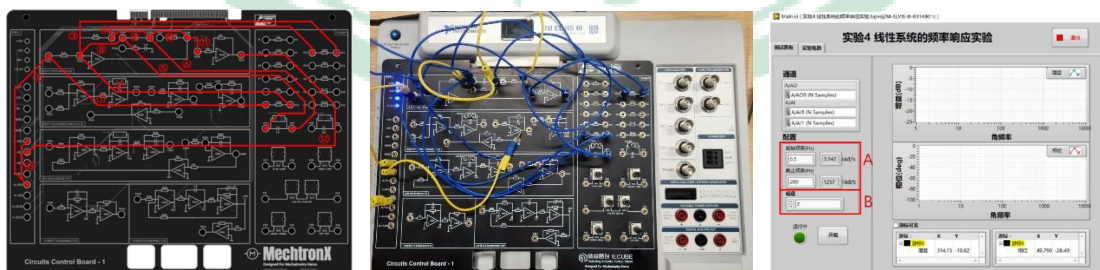
```
% 计算理论值
w = 1250.691;
T = 0.01;
Lw = -20*log10(sqrt(1+T^2*w^2));
phi = -atan(T*w)*180/pi;
fprintf("w = %.3f时：对数幅频为%.3f, 相频为%.3f\n",w,Lw,phi);
```

其中，atan()函数得到的是弧度制(rad)，要将其转化为角度制(deg)。最后填写表格如下：

| ω (rad) | $L(\omega)$ (dB) | | $\varphi(\omega)$ (deg) | |
|----------------|------------------|---------|-------------------------|---------|
| | 理论值 | 实验值 | 理论值 | 实验值 |
| 3.142 | -0.004 | -0.018 | -1.800 | -2.084 |
| 4.979 | -0.011 | -0.031 | -2.850 | -3.155 |
| 7.891 | -0.027 | -0.038 | -4.512 | -4.662 |
| 12.507 | -0.067 | -0.088 | -7.129 | -7.209 |
| 19.822 | -0.167 | -0.208 | -11.212 | -11.310 |
| 49.791 | -0.962 | -1.063 | -26.469 | -26.255 |
| 125.069 | -4.069 | -4.147 | -51.356 | -50.053 |
| 314.159 | -10.362 | -10.152 | -72.343 | -69.763 |
| 789.132 | -18.012 | -17.556 | -82.778 | -79.305 |
| 1250.691 | -21.971 | -21.419 | -82.429 | -83.820 |

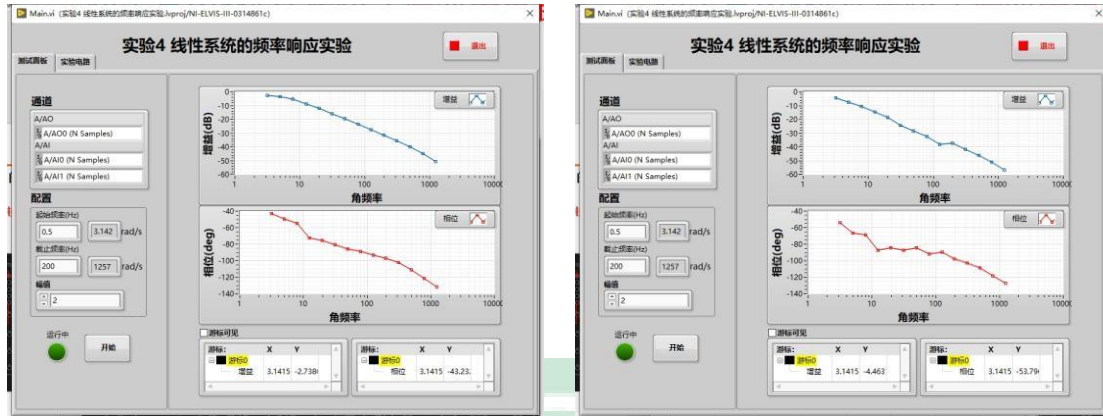
任务 2：增加惯性系统频率响应附加实验分别给出电容 $C=1\ \mu\text{F}$ 和 $C=2\ \mu\text{F}$ 所对应的伯德图，并分析电容值对系统性能的影响。步骤如下：

根据下面二阶惯性系统的模拟电路图进行连接，并进行软件设置：



得到的结果如下：

自动控制原理报告



电容 $C=1\mu F$

电容 $C=2\mu F$

电容 $C=1\mu F$

| 角频率 - 增益 | 增益(dB) - 增益 | 角频率 - 相位 | 相位(deg) - 相位 |
|-------------|-------------|-------------|--------------|
| 3.141593 | -1.76881 | 3.141593 | -34.3202 |
| 4.979089 | -3.29375 | 4.979089 | -47.1584 |
| 7.891324 | -5.515 | 7.891324 | -56.4551 |
| 12.506906 | -8.81768 | 12.506906 | -73.0314 |
| 19.82211 | -12.0456 | 19.82211 | -76.0175 |
| 31.415927 | -15.7429 | 31.415927 | -80.9242 |
| 49.790888 | -19.575 | 49.790888 | -85.9285 |
| 78.91324 | -23.4769 | 78.91324 | -89.625 |
| 125.069056 | -27.4356 | 125.069056 | -93.4148 |
| 198.221096 | -31.4679 | 198.221096 | -97.8456 |
| 314.159265 | -35.6322 | 314.159265 | -103.756 |
| 497.908881 | -40.0866 | 497.908881 | -110.235 |
| 789.132396 | -45.0827 | 789.132396 | -121.728 |
| 1250.690562 | -50.8744 | 1250.690562 | -132.407 |

电容 $C=2\mu F$

| 角频率 - 增益 | 增益(dB) - 增益 | 角频率 - 相位 | 相位(deg) - 相位 |
|----------|-------------|----------|--------------|
| 3.141593 | -4.64981 | 3.141593 | -58.5743 |

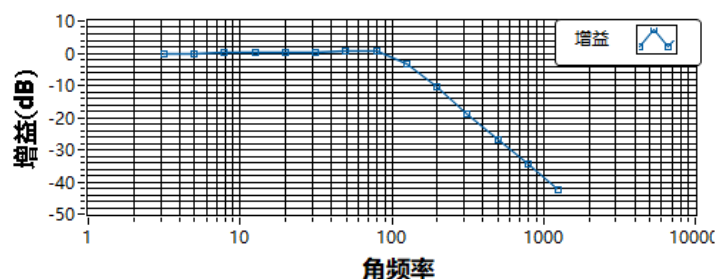
| | | | |
|-------------|----------|----------|----------|
| 4.979089 | -7.40756 | 4.979089 | -66.8419 |
| 7.891324 | -10.4693 | 7.891324 | -67.762 |
| 12.506906 | -14.4575 | 12.50691 | -87.395 |
| 19.82211 | -17.7757 | 19.82211 | -83.6191 |
| 31.415927 | -21.6 | 31.41593 | -85.4925 |
| 49.790888 | -25.5399 | 49.79089 | -88.8622 |
| 78.91324 | -29.4878 | 78.91324 | -91.3822 |
| 125.069056 | -33.4711 | 125.0691 | -94.1786 |
| 198.221096 | -37.5264 | 198.2211 | -97.475 |
| 314.159265 | -41.7098 | 314.1593 | -103.632 |
| 497.908881 | -46.1697 | 497.9089 | -110.887 |
| 789.132396 | -51.1349 | 789.1324 | -118.352 |
| 1250.690562 | -56.9134 | 1250.691 | -127.975 |

电容值对系统性能的影响：

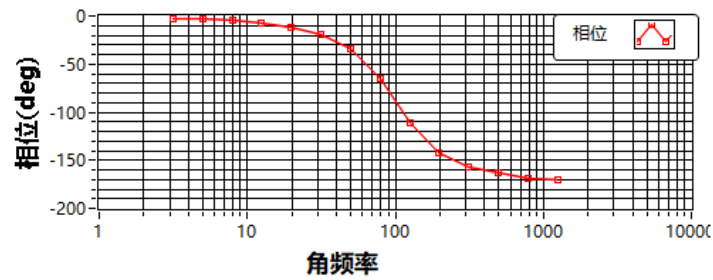
时间常数 T 是一个衡量系统响应速度的重要参数。它与电容值 C 和电阻值 R 之间存在以下关系： $T=RC$ 这意味着，通过调节电容值 C 或电阻值 R ，可以改变系统的时间常数 T 。增大 C 或 R 会增加时间常数 T ，使得系统的响应更加缓慢；减小 C 或 R 会减小时间常数 T ，使得系统的响应更加迅速。由上图可以看出当电容 $C=1\mu F$ 时系统的响应比电容 $C=2\mu F$ 时更加迅速。

任务 3：对于给定的二阶线性系统，给出其对数幅频与相频特性曲线，并将测得的对数幅频和相频记录于下表（至少给出 10 组值）；

按照实验得到如下结果



自动控制原理报告

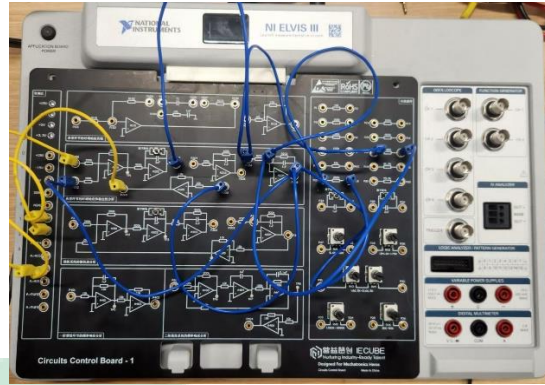
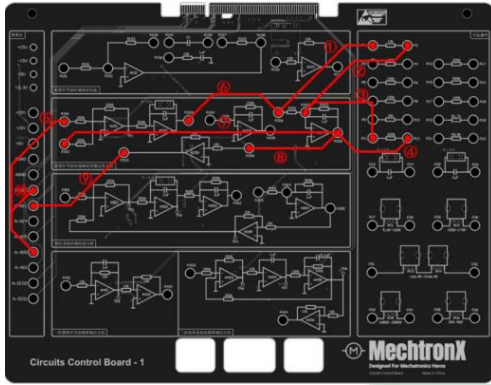


| ω (rad) | $L(\omega)$ (dB) | | $\varphi(\omega)$ (deg) | |
|----------------|------------------|----------|-------------------------|-----------|
| | 理论值 | 实验值 | 理论值 | 实验值 |
| 3.1416 | 0.0043 | -0.0056 | -1.8012 | -2.2437 |
| 4.9791 | 0.0108 | 0.0039 | -2.8575 | -3.2331 |
| 7.8913 | 0.0270 | 0.0276 | -4.5402 | -4.6652 |
| 12.5069 | 0.0674 | 0.0585 | -7.2410 | -7.5779 |
| 19.8221 | 0.1671 | 0.1332 | -11.6581 | -11.9774 |
| 31.4159 | 0.4046 | 0.3166 | -19.2166 | -19.7653 |
| 49.7909 | 0.8962 | 0.6706 | -33.5060 | -34.2594 |
| 78.9132 | 1.1630 | 0.5875 | -64.4484 | -65.0039 |
| 125.0691 | -2.7475 | -3.1449 | -114.2817 | -109.8700 |
| 198.2211 | -10.9723 | -10.5885 | -145.9131 | -141.1080 |
| 314.1593 | -19.4714 | -18.6835 | -160.4960 | -155.6610 |
| 497.9089 | -27.7145 | -26.6902 | -168.1796 | -164.0110 |
| 789.1324 | -35.8168 | -34.6243 | -172.6613 | -169.6530 |
| 1250.6906 | -43.8583 | -42.5247 | -175.3993 | -170.8070 |

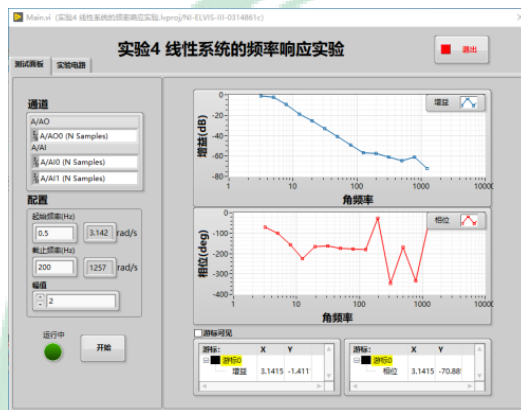
任务 4：增加二阶线性系统频率响应分析附加实验，分别给出电阻 $R=50k\Omega$, $160k\Omega$, $200k\Omega$ 时所对应的伯德图，并分析电阻值对系统性能的影响。

根据下面二阶惯性系统的模拟电路图进行连接，并进行软件设置：

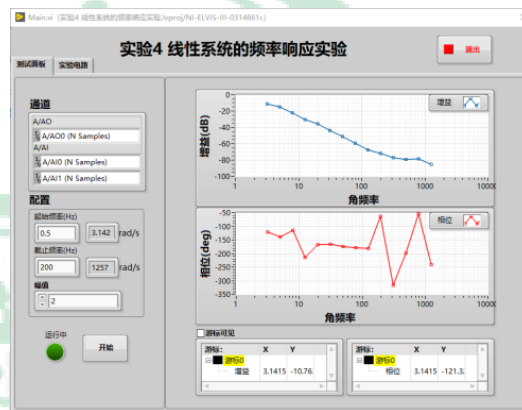
自动控制原理报告



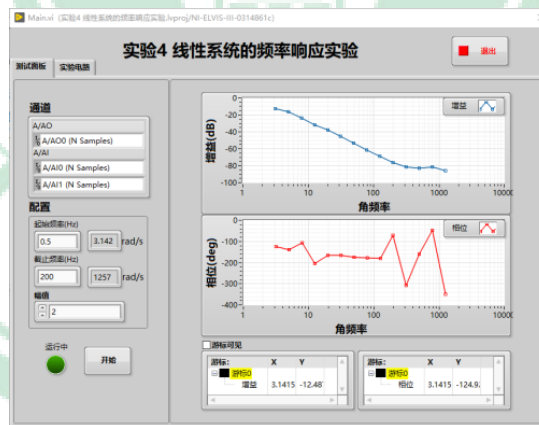
实验结果如下：



$R=50k\Omega$



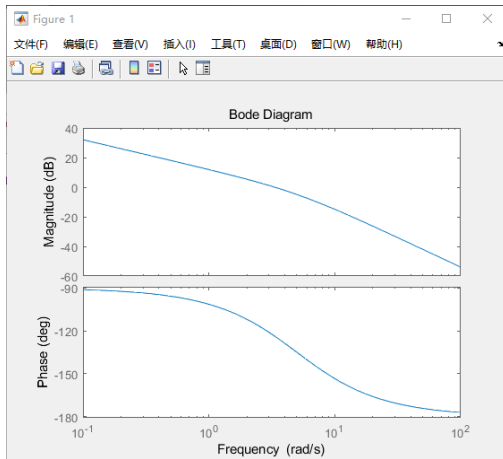
$R=160k\Omega$



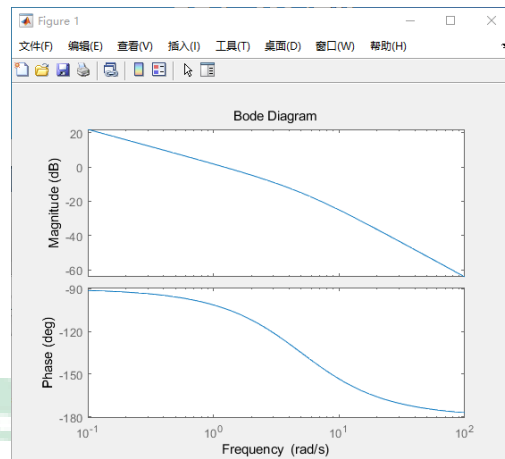
$R=200k\Omega$

由于仿真电路板电容无法及时充分放电导致实验结果不正常，我们从新使用 MATLAB 进行仿真，以下是使用 MATLAB 仿真的结果：

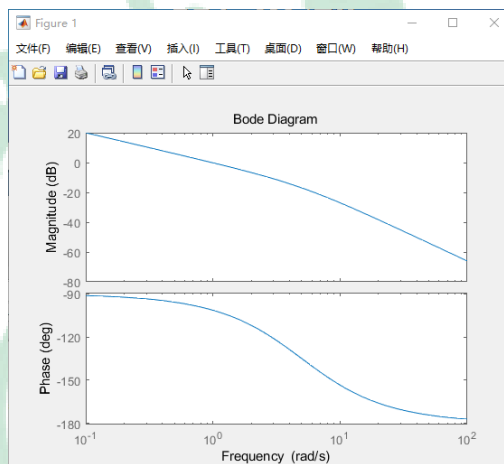
自动控制原理报告



$R=50\text{k}\Omega$



$R=160\text{k}\Omega$

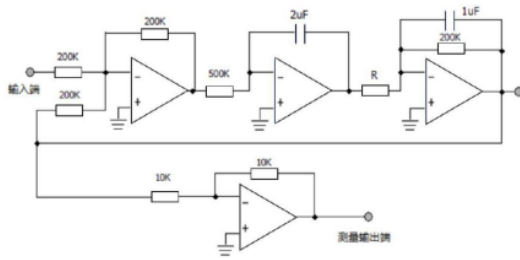


$R=200\text{k}\Omega$

电阻值对系统性能的影响：

电阻值越大，开环增益越小，系统的动态性能下降，稳定性增强。

任务 5：根据任务 4 中电阻 $R = 50\text{k}\Omega$ 时二阶系统的伯德图，试确定二阶系统的开环传递函数，并与理论计算的结果进行对比分析。



开环传递函数:

$$G(s) = \frac{K_1}{T_0 s(T_1 s + 1)} = \frac{K_1/T_0}{s(T_1 s + 1)}$$

其中, 开环增益为 $K = K_1/T_0$

$$T_0 = 1s, T_1 = 0.2s;$$

$$K_1 = 200/R \Rightarrow K = 200/R$$

图9. 典型二阶系统模拟电路及对应的开环传递函数

当 R 为 $50\text{ K}\Omega$ 时, 开环传递函数为

$$G(s) = \frac{4}{s(0.2s + 1)}$$

观察所得伯德图, 可以发现, 对数幅频曲线的斜率 k 满足:

$$k \approx 0, \quad \omega \ll 100\text{rad/s}$$

$$k \approx -40\text{dB/dec}, \quad \omega \gg 100\text{rad/s}$$

因此转折频率 $\omega_n = 100\text{rad/s}$, 系统是一个二阶环节, 设闭环传递函数为 $\varphi(s)$, 则:

$$\varphi(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{10^4 K}{s^2 + 200\zeta s + 10^4}$$

因为:

$$L(1) = 20\lg K = 0$$

所以 $K = 1$, 则:

$$L(\omega) = -20\lg\sqrt{(1 - 10^{-4}\omega^2)^2 + 4 \times 10^{-4}\zeta^2\omega^2}$$

带入点 $(78.91324, 0.549621)$, 代入 matlab 中求解方程得 $\zeta = 0.5446 \approx 0.5$ 如下图所示:

```
1 clear,clc;
2 syms x;
3 y = solve(0.549621== -20*log10(((1-0.0001*78.91324^2)^2+4*0.0001*x^2*78.91324^2)^(0.5)), x);
4
```

命令窗口

```
ans =
0.5446
```

所以:

$$\varphi(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{10^4}{s^2 + 100s + 10^4}$$

则开环传递函数:

$$G(s) = \frac{1}{0.01s(0.01s + 1)}$$

6. 实验心得

首先，频率响应分析对于系统控制、信号处理和元件特性确定等方面具有重要实际意义。通过研究系统的频率特性，我们可以将系统参数和结构的变化与暂态性能指标联系起来，这有助于我们理解系统的行为和性能。

在实际操作中，我注意到软件导出的数据表中的相角特性是以角度制表示的，而使用 Excel 的 ATAN 函数得到的结果是以弧度制表示的。因此，在分析数据时，我需要进行单位转换，将角度转换为弧度。这可以通过简单的乘以 $\pi/180$ 来实现。另外，当相角超过 90 度时，相角特性的计算方式发生了变化。在这种情况下，需要在原有结果上减去 180 度。这是因为在这个阶段，正弦信号的相位已经超过了 90 度，并且系统的输出信号发生了变化。

观察实验数据，我发现相角特性的实验值与理论值之间的差距不大，表明实验结果较为准确。然而，幅度特性在低频率时与理论值之间存在较大误差。总体而言，在低频率范围内，实验测得的幅度小于理论值，而在高频率范围内则略大于理论值。

对于一阶惯性系统和二阶系统的测量，我们得出了以下结论：

- 一阶惯性系统的幅度特性在低频时逐渐增大，但增长速率较慢，在高频时逐渐趋于稳定。相角特性在低频时接近零度，然后随着频率增加逐渐减小。
- 增大一阶惯性环节的开环增益，会导致幅频曲线上移，导致幅频曲线与横轴 0 的交点右移，也就是截止频率 ω_c 增大。增大一阶惯性环节的开环增益，不会对相频曲线产生任何影响。相频曲线只和 s 前的系数有关，只和转折频率有关。
- 二阶系统的幅度特性在低频时逐渐增大，但增长速率较快，而在高频时开始出现震荡，并在某个频率达到峰值后逐渐衰减。相角特性在低频时接近零度，然后随着频率增加逐渐减小，直到达到某个频率后开始增大。
- 二阶系统阻尼比 ζ 越小，上升时间 t_r 则越小； ζ 越大则 t_r 越大。固有频率越大， t_r 越小，反之则 t_r 越大。固有频率具有角速度的量纲，而阻尼比为无量纲参量。

观察实验数据，我发现相角特性的实验值和理论值之间的差距不大，表明实验结果比较准确。这意味着我们能够可靠地测量系统对不同频率的正弦输入产生的相位响应。然而，幅度特性在频率较小时与理论值之间存在较大误差。

总的来说，当频率较小时，实验测得的幅度小于理论值；而在频率较大时，实验测得的幅度大于理论值。这可能是由于系统的非线性特性或实验误差所致。频率响应分析在系统控制、信号处理和元件特性确定等方面具有重要的实际意义。频率特性与系统的参数和结构密切相关，可以帮助我们理解系统参数和结构变化对暂态性能指标的影响。其次，频率响应法不仅适用于线性定常系统的分析研究，还可以应用于控制系统的分析和设计。通过分析系统的相位响应，我们可以了解信号的时间特性，并进行相应的处理和改进。

最后，通过本次实验我们感受到，频率特性具有明确的物理意义，可以通过实验方法确定许多元件和部件的特性。对于那些难以通过分析物理规律来列写动态方程的元件、部件和系统来说具有重要的实际意义。