



## 实验十二-磁悬浮小球的根轨迹校正

张瑞程: 22354189      钟镇宇: 22354205      孙大伟: 22354115

### 一、实验目的

- (1) 采用根轨迹法设计磁悬浮系统的控制器;
- (2) 验证校正环节对系统性能指标的影响。

### 二、实验任务/要求

- (1) 未校正的磁悬浮系统为振荡系统, 要求根据根轨迹方法设计校正环节, 使系统性能指标达到调节时间  $t_s \leq 5s$ , 超调量  $\sigma\% \leq 40\%$ 。
- (2) 根据性能指标要求, 设计校正环节, 使小球稳定悬浮于电磁铁下方 10mm 位置。

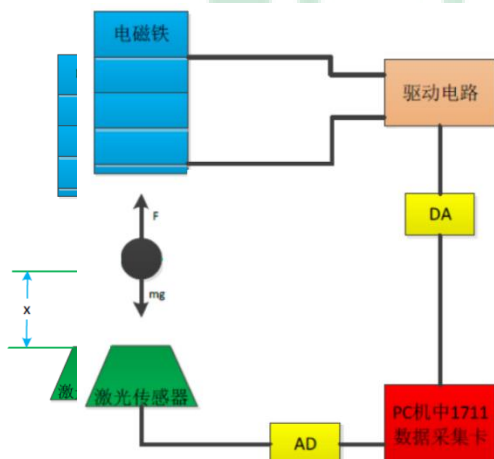
### 三、实验仪器、设备及材料

GML2001 磁悬浮系统 和 Matlab/Simulink 平台

### 四、实验原理

#### 4.1 磁悬浮系统描述

磁悬浮球控制系统是研究磁悬浮技术的平台, 它是一个典型的吸附式悬浮系统, 系统结构如下图所示:



#### 系统说明:

电磁铁绕组通电会产生磁力  $F$ , 只要控制电磁铁绕组中的电流, 使之产生的电磁力与小球重力平衡, 就可以使小球处于平衡状态;

本实验采用光电传感器测量小球与电磁铁之间的距离  $x$  及其变化速率; 电磁铁中电流的大小为磁悬浮被控对象的输量

## 4.2 磁悬浮系统数学建模

### • 小球动力系统模型：

假设忽略小球收到的其他干扰里（风力、电网突变产生的力等），则小球仅受电磁吸力  $F$  和自身重力作用。小球在竖直方向的动力学方程可描述 如下：

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = F(i, x) + mg \quad F(i, x) = K \left( \frac{i}{x} \right)^2$$

- 系统平衡状态：小球受到向上的电磁力与小球自身的重力相等，即  $mg + F(i_0, x_0) = 0$

### • 磁悬浮系统数学模型（非线性模型）：

$$\begin{cases} m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = F(i, x) - mg \rightarrow \text{动力学方程} \\ F(i, x) = K \left( \frac{i}{x} \right)^2 \rightarrow \text{电磁力模型} \\ mg + F(i_0, x_0) = 0 \rightarrow \text{边界条件} \end{cases}$$

### • 非线性模型的线性化：

$$x(s)s^2 = \frac{2Ki_0}{mx_0^2} i(s) - \frac{2Ki_0^2}{mx_0^3} x(s)$$

- 磁悬浮系统小球位置与输入电流之间的传递函数：

$$\frac{x(s)}{i(s)} = \frac{-1}{As^2 - B} \quad A = \frac{i_0}{2g}, B = \frac{i_0}{x_0}$$

- 功率放大器模型：功率放大器在线性范围内主要表现为 一阶惯性环节，

其传递函数为：

$$G_0(s) = \frac{U(s)}{I(s)} = \frac{K_a}{1 + T_a s}$$

- 磁悬浮系统传递函数：

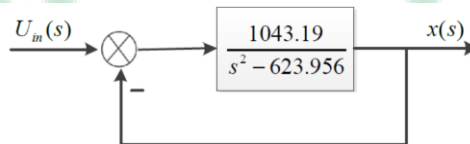
$$G(s) = \frac{x(s)}{U(s)} = \frac{x(s)}{K_a i(s)} = \frac{1043.19}{s^2 - 623.956}$$

其中， $U$  为功率放大器的输入电压， $x$  为小球位移。

## 4.3 根轨迹校正环节

### • 根轨迹法校

正系统的思想就是把校正后的系统近似为一个欠阻尼二阶系统，即闭环系统只有一对共轭复极点（主导极点）。实质是针对系统的性能指标要求，通过采用校正装置改变根轨迹，从而将一对主导闭环极点配置在期望的区域。假设磁悬浮控制系统的结构图为



开环系统有 2 个开环极点： $\pm 24.98$ 。存在右半平面的极点，系统不稳定。

### • 零极点相消法校正：

对于二阶系统而言，闭环极点距离虚轴越远，系统的调节时间就越短。反之，调节时间则越长不妨对系统新增加一个开环零点和一个开环极点，零点为  $-24.98$ ，消去系统的开环左极点，增加一个位于  $-200$  的开环左极点。（注意：不稳定极点不能采用消去法消去）

此时控制器为：

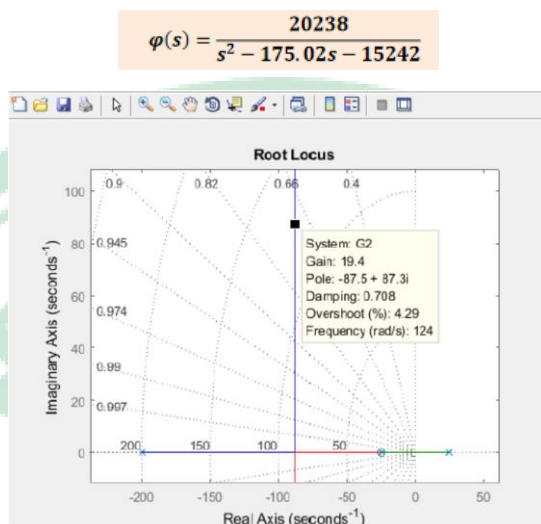
$$G_c = K \frac{s + 24.98}{s + 200}$$

当  $K=19.4$  时，闭环极点约为  $-87.5 \pm 87.3i$ ， $-87.5 - 87.3i$ 。闭环传递函数为：

$$\varphi(s) = \frac{20238}{s^2 - 175.02s - 15242}$$

• 引入校正器以后的闭环根轨迹如图；

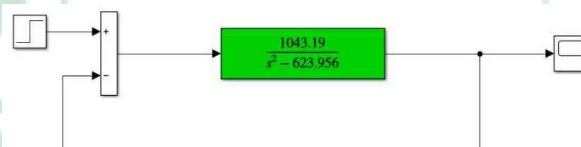
当  $K=19.4$  时，闭环极点约为  $-87.5 \pm 87.3i$ 。闭环传递函数为：



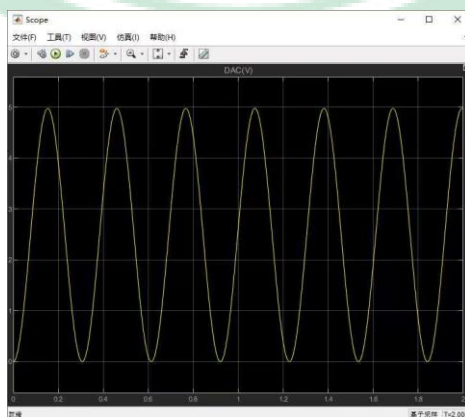
## 5. 实验步骤与结果

### 任务 1：未校正系统 Simulink 仿真实验

- ① 在 Simulink 中建立磁悬浮闭环系统的仿真程序，如下图所示
- ② 双击 step 模块，设置 final value 值为 1；
- ③ 点击运行按钮运行仿真程序，打开 Scope 示波器查看输出波形；
- ④ 分析单位负反馈系统的稳定性。



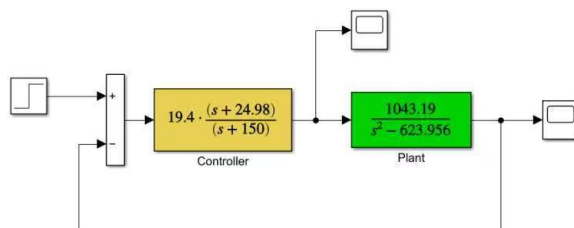
实验结果如下：



可以看出，此时的单位负反馈系统振荡不稳定。

## 任务 2：加根轨迹校正环节后 Simulink 仿真实验

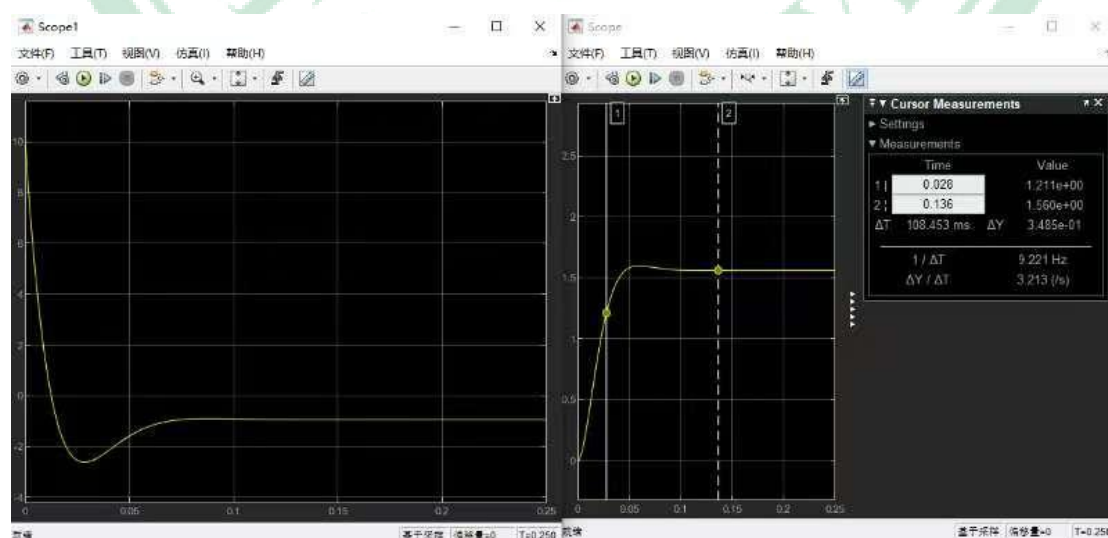
- ① 在 simulink 中建立磁悬浮闭环系统的仿真程序，如下图所示：
- ② 双击 Step 模块，设置 Final value 值为 1，如图 4 所示；
- ③ 点击运行按钮运行仿真程序，打开 Scope 示波器查看输出波形，并记录仿真结果。（按照老师提示，浮球位置可以不用填写。）



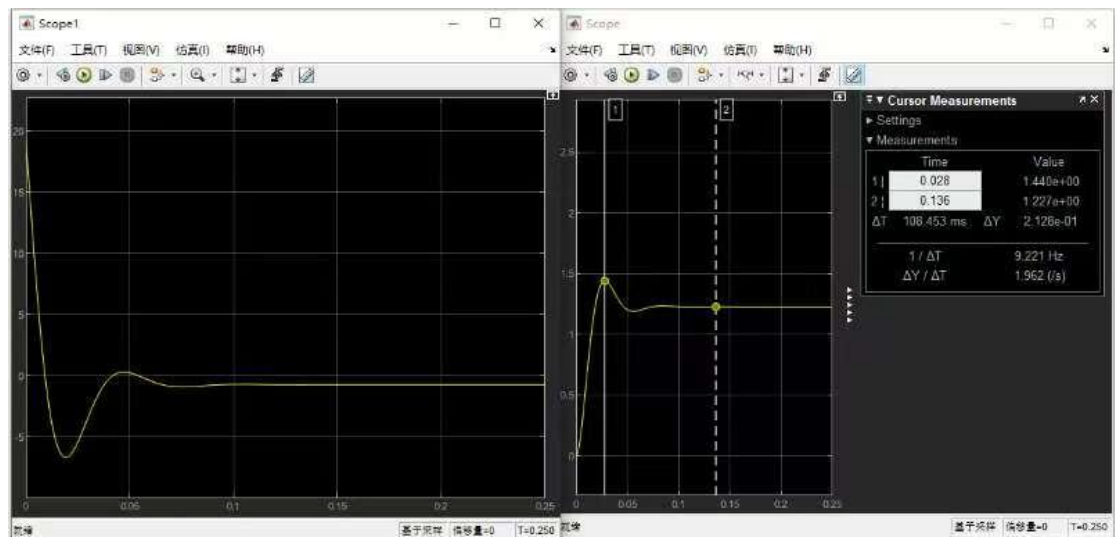
通过仿真实验测试根轨迹校正的效果，填写表，并分析不同校正器 6 组参数如下：

校正器参数	超调量	调节时间
$K=10$	0.0000000318%	0.10s
$K=19.4$	3.97%	0.04s
$K=30$	13.08%	0.03s
$K=40$	18.74%	0.036s
$K=50$	22.64%	0.038s
$K=60$	27.35%	0.04s

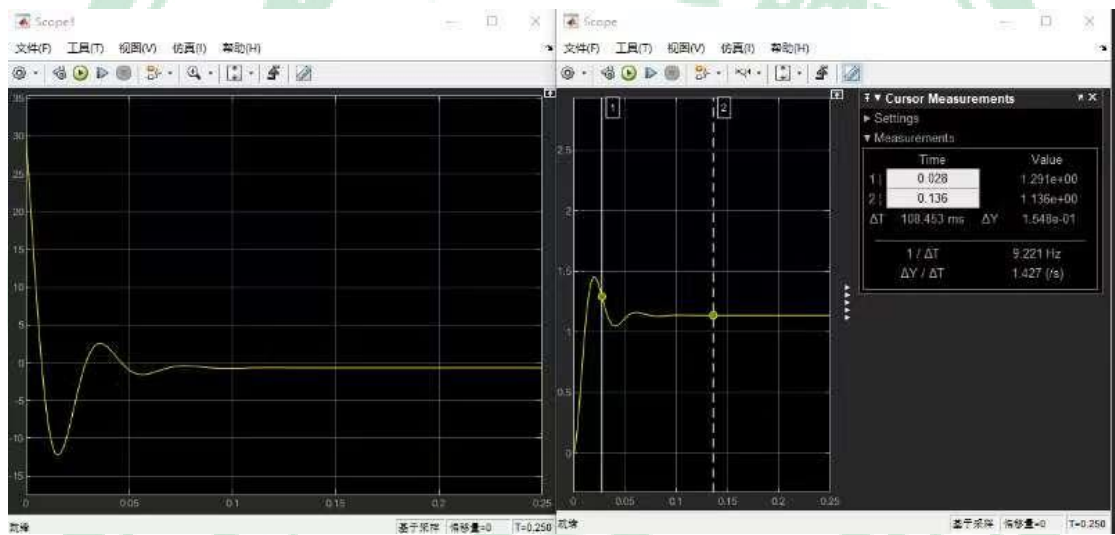
各个 K 值的实验结果如下：



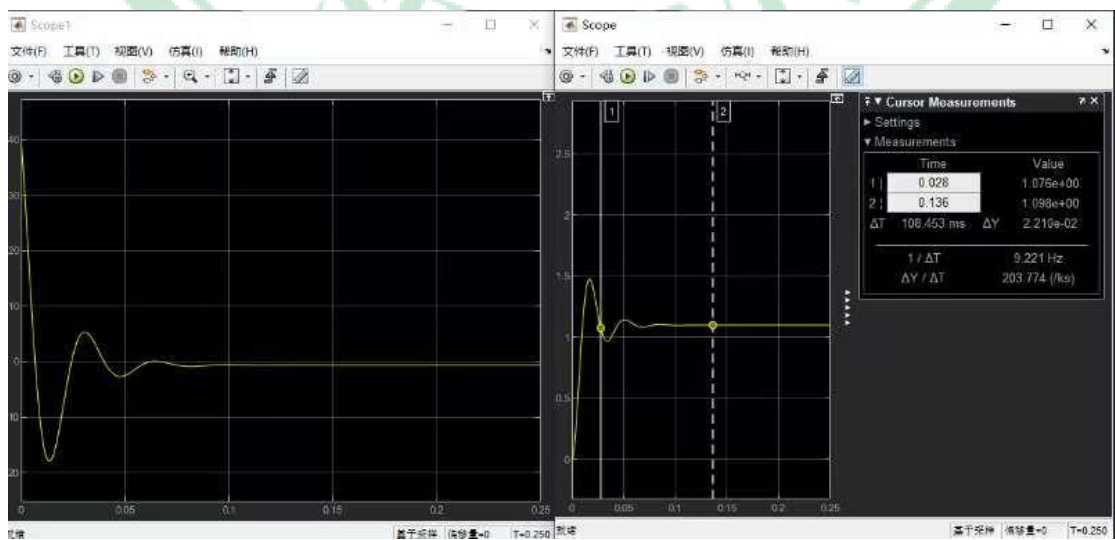
K=10



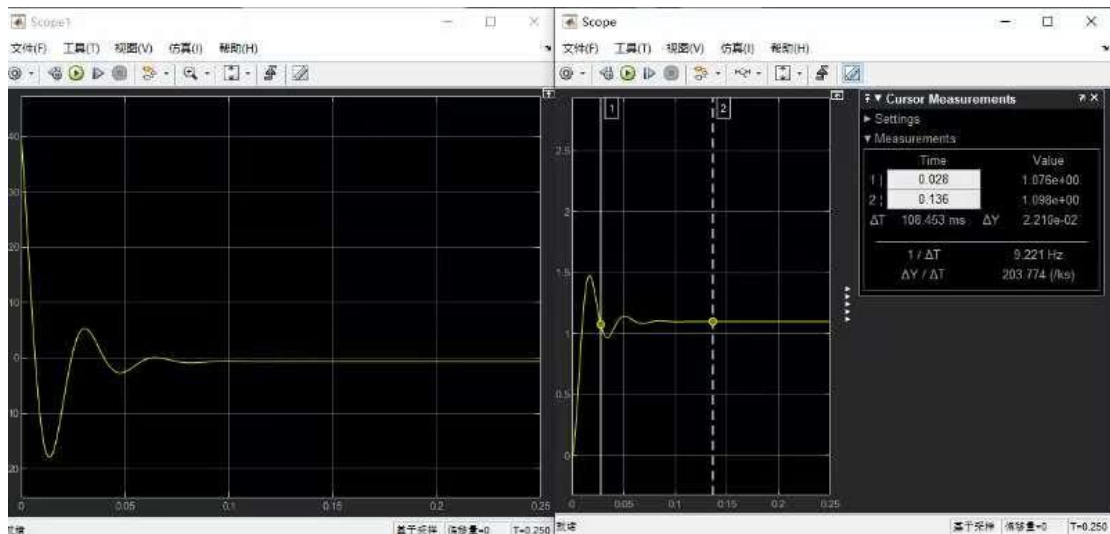
K=19.4



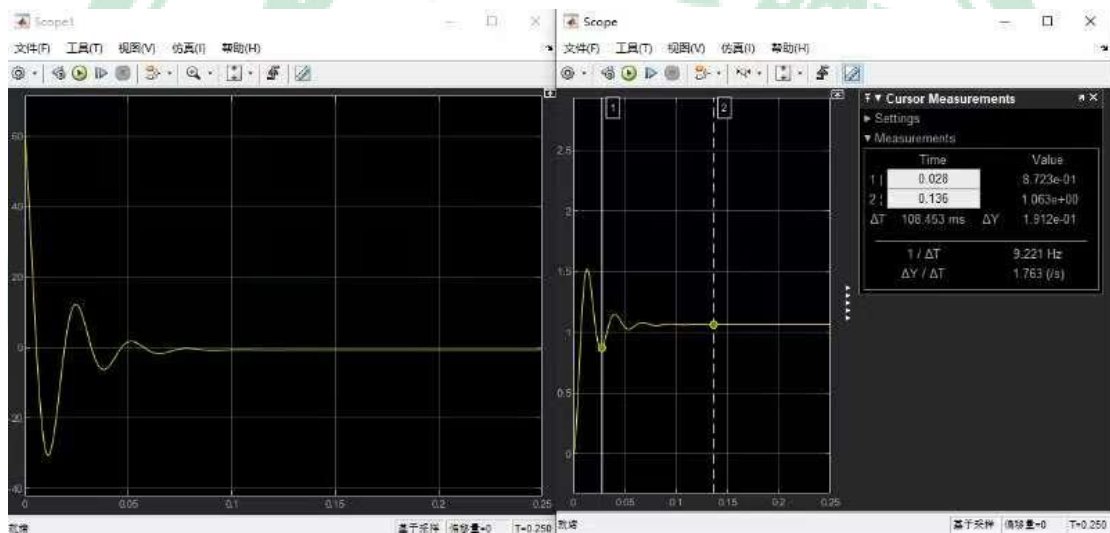
K=30



K=40



K=50



K=60

### 任务 3：加根轨迹校正环节后实时控制实验

- ① 在 Matlab 命令行输入 gtbox 后回车，打开 gtbox 工具箱中“MagLev”→“GML2001-1711”→“RootLocus”下的“Root\_Control.slx”运行界面如图 5 所示

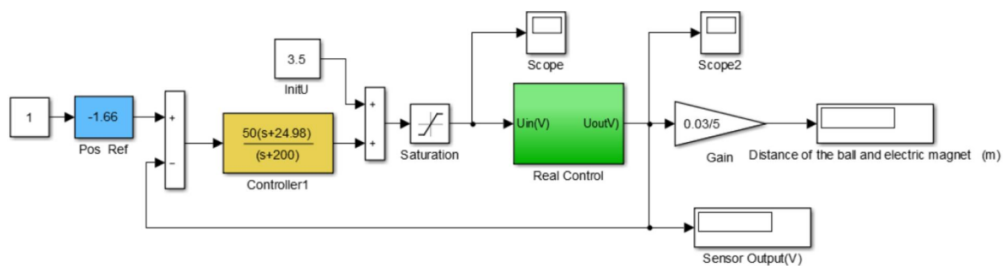


图5. 根轨迹校正实验界面

- ② 双击打开“Real Control”，把硬件检测的零点电压填入 Zero 模块中，如



下图 6 所示：

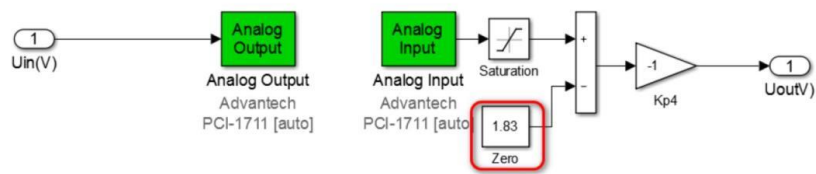
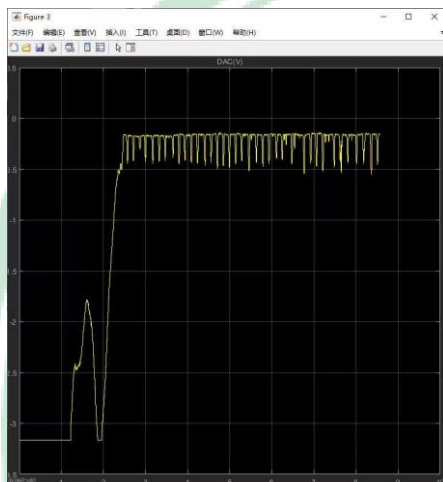


图6

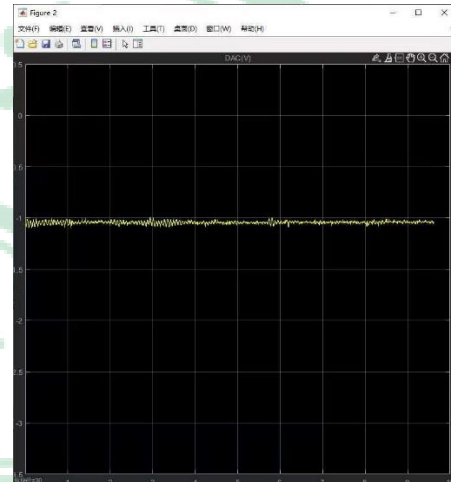
③ 点击运行按钮运行程序，用手扶起小球，调整输入电压值 Pos Ref，及 Controller1 中的 19.4 增益，可以把小球稳定悬浮于距离电磁铁约 10mm 的位置。

（按照老师提示，由于无法具体测量，因此无法填写表格，记录实验结果即可。）

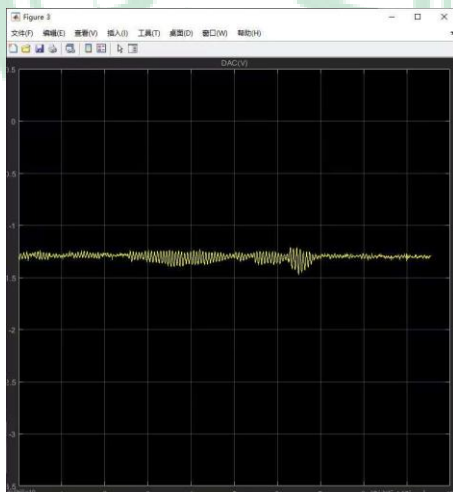
各个 K 的实验结果如下：



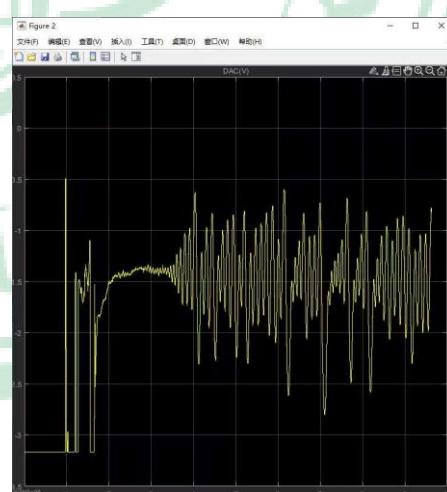
K=19.4



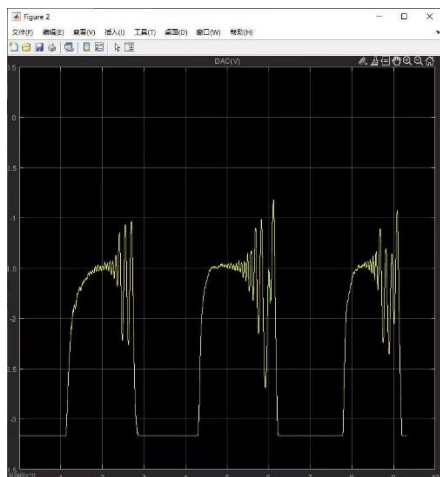
K=30



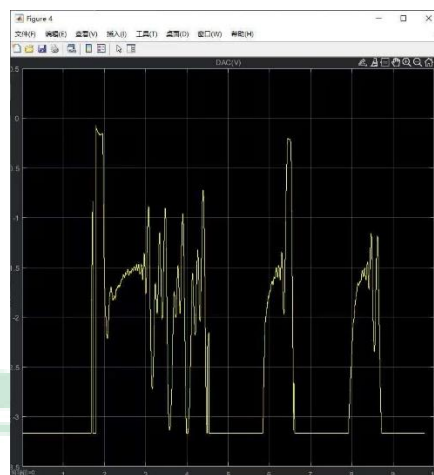
K=40



K=50



K=60



K=70

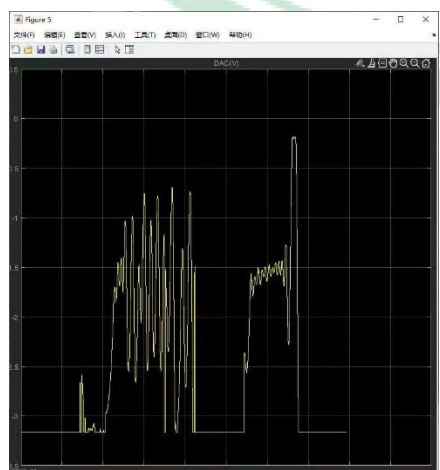
我们进一步总结了校正器参数与小球状态的变换关系，如下表所示：

校正器参数	稳态值	小球的状态
10	无	被吸住
19.4	无	反复跳动
30	-1.5	较为稳定
40	-1.5	略微抖动
50	-1.5	抖动加剧
60	无	掉落

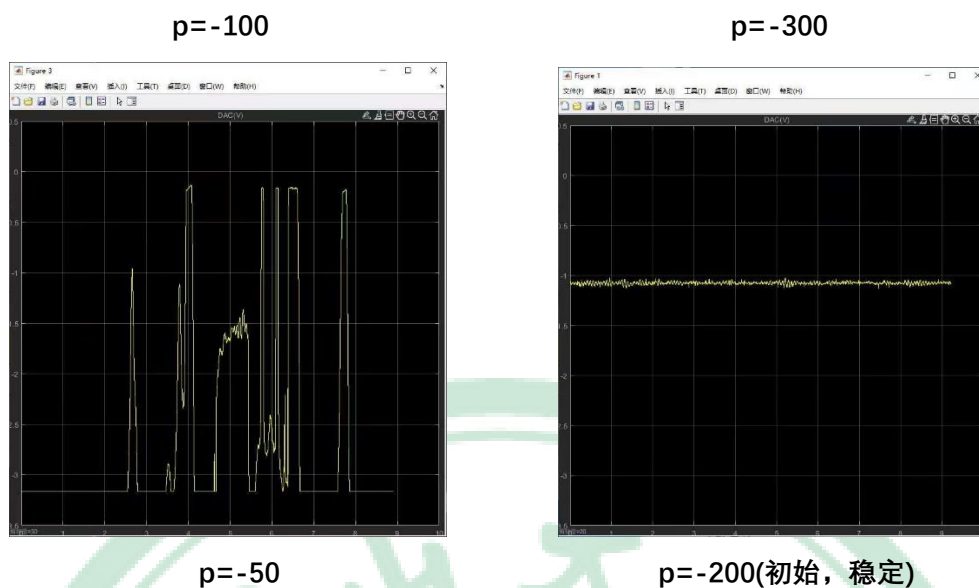
任务 4：改变用零极点相消法设计的控制器极点位置 $p$ （至少 3 组数据），重复上述仿真与实物实验，分析总结开环系统极点位置对系统性能的影响。

$$G_c = K \frac{s + 24.98}{s + p}$$

实验结果：







### 极点位置对稳定性的影响：

对于极点位置  $p = -50$  和  $p = -100$ ，实验中小球发生了剧烈震荡并最终掉落。原因是这些极点接近虚轴，导致系统阻尼较小，出现了过度振荡，无法稳定悬浮。这表明，极点靠近虚轴时，系统响应过于快速，导致稳定性差。

对于极点位置  $p = -300$ ，系统在初期发生震荡后也未能长期稳定，最终掉落。过度的阻尼虽然减少了振荡，但也导致了系统的响应变得迟缓，未能及时纠正小球的偏差，进而失去稳定。

在极点位置  $p = -200$  时，实验结果表明系统成功地稳定，小球保持在电磁铁下方 10mm 位置。这个极点位置提供了适度的阻尼，既能确保系统快速响应，又能有效抑制过度震荡，最终使小球成功悬浮。它平衡了调节时间和超调量，满足了实验对系统性能的要求。

### 结论：

极点位置对磁悬浮系统的性能有决定性影响。过小的阻尼（如  $p = -50$  和  $p = -100$ ）导致系统震荡过大，无法稳定；而过大的阻尼（如  $p = -300$ ）虽然稳定，但响应过于迟缓。通过实验验证， $p = -200$  作为一个折衷点，提供了最佳的稳定性和响应速度，使系统能够快速而平稳地达到稳态，确保小球稳定悬浮。

### 任务 5：对比分析仿真系统与实时控制系统的性能差异。

根据任务 2 和 3 数据，可以得出以下结论：

① 仿真系统的阶跃响应分析具有显著优势，它允许我们轻松地计算出系统的各项动态性能指标。这种便利性在实时控制系统中难以实现，后者仅在小球稳定悬浮于中心位置时才能提供有效的图像输出。由于两者在性能上的本质差异，实时控制系统可能需

要调整控制器参数以适应其特有的动态特性。尽管仿真结果显示单位负反馈系统普遍稳定，但在某些性能指标上，如超调量，我们可能会观察到细微的差异。

② 实时控制系统的复杂性不容忽视。即便在仿真环境中系统表现出稳定性，实际实验中仍可能遭遇小球抖动或悬浮失败等挑战。这些现象揭示了一个重要的事实：仿真结果并不总能全面准确地反映实时控制系统的实际性能。因此，在特定的控制器参数设置下，实时控制系统在实验中的表现可能与仿真结果存在显著差异。

通过这一对比分析，我们不仅认识到了仿真与实时控制之间的差异，而且能够更加深入地理解在设计和调整控制系统时需要考虑的实际因素。这种理解对于提高控制系统设计的准确性和可靠性至关重要。

## 6. 实验心得

首先从一种利用系统开环传递函数图解闭环特征根的方法可知，这是根轨迹方法。在已知系统开环零点和极点的条件下，通过绘制根轨迹，可以直观地观察系统特征方程根随参数变化在  $S$  平面上的轨迹。根轨迹的绘制简便而直观，为分析特征方程根与系统参数之间的关系提供了便利，同时也为系统的校正提供了有力工具，因此在控制工程中得到广泛应用。

本次实验首先建立了磁悬浮球系统的数学模型，并分析了其开环不稳定性。随后，采用根轨迹方法设计了一个校正装置，并进行了仿真实验。最终，通过 Simulink 设计了实时控制程序，成功实现了对磁悬浮球系统的稳定控制。仿真和实时运行的结果表明，所设计的控制系统是正确且可行的。

这一实验不仅展示了根轨迹方法在系统分析和校正中的有效性，而且通过仿真和实时运行的验证，充分证明了所设计的控制系统在实际应用中的稳定性和可靠性。