



院(系):智能工程学院

组号:第6组

组长:张瑞程

日期:2024.11.28

实验名称:磁悬浮小球实验建模及其PID校正

## 磁悬浮小球实验建模及其PID校正

### 一、实验目的

1. 了解用机理法建立磁悬浮系统数学模型的基本方法;
2. 掌握控制系统稳定性分析的基本方法;
3. 掌握用PID法设计磁悬浮系统控制器;
4. 掌握设计并验证校正环节的方法。

### 二、小组成员

1. 张瑞程:22354189, 负责任务一, 二, 三, 四
2. 钟镇宇:22354205, 负责任务一, 二, 三, 四
3. 孙大伟:22354115, 负责任务一, 二, 三, 四

### 三、实验要求

1. 未校正的磁悬浮系统为振荡系统, 要求设计PID校正环节, 使系统性能指标达到调节时间 $t_s \leq 5s$ , 超调量 $\sigma\% \leq 40\%$ ;
2. 尝试不同的PID参数, 记录并分析各参数对系统性能的影响;
3. 根据性能指标要求, 设计PID校正环节, 使小球稳定悬浮于电磁铁下方10mm位置。

### 四、实验仪器、设备及材料

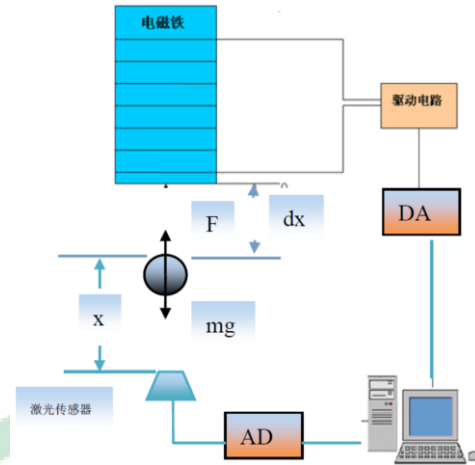
MATLAB/Simulink 平台

GML2001-X 磁悬浮系统

### 五、实验原理

#### 1. 磁悬浮系统描述

磁悬浮球控制系统是研究磁悬浮技术的平台, 它是一个典型的吸附式悬浮系统, 系统结构如下图所示。



系统说明：

- 电磁铁绕组通电会产生磁力  $F$ ，只要控制电磁铁绕组中的电流，使之产生的电磁力与小球重力平衡，就可以使小球处于平衡状态；
- 本实验采用光电传感器测量小球与电磁铁之间的距离  $x$  及其变化速率  $dx/dt$ ；
- 电磁铁中电流的大小为磁悬浮被控对象的输入量。

## 2. 磁悬浮系统数学建模

- 小球动力系统模型：

假设忽略小球收到的其他干扰里（风力、电网突变产生的力等），则小球仅受电磁吸力  $F$  和自身重力作用。小球在竖直方向的动力学方程可描述如下：

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = F(i, x) + mg \quad F(i, x) = K \left( \frac{i}{x} \right)^2$$

其中， $x$ -----小球质心与电磁铁磁极之间的间隙（以磁极面为零点），单位：m

$m$ -----小球的质量，单位：kg

$F, i, x$ -----电磁吸力，单位：N

$g$ -----重力加速度，单位：m/s<sup>2</sup>

## 3. 电磁铁线圈模型：

- 为简化模型，将电磁铁线圈用一个电阻  $R$  和一个电感线圈  $L$  串联来代替，电磁铁线圈模型：

$$U(t) = Ri(t) + \frac{d[L(x)i(t)]}{dt}$$

其中， $U(t)$ ---电磁铁的电压， $i(t)$ --- 电磁铁中的电流， $L(x)$ ---电磁铁绕组中的瞬时电感。

瞬时电感是  $x$  的函数

$$L(x) = L_1 + \frac{L_0}{1 + \frac{x}{a}}$$

且通过实验可知  $L_1 \gg L_0$ ，则  $L(x) \approx L_1$ 。其中  $L_1$  为小球处于电磁场中时的静态电感， $L_0$  是小球处于电磁场中时线圈增加的电感， $a$  为磁极附近一点到磁极表面的间隙。

• 电磁铁线圈数学模型可化为：

$$U(t) = Ri(t) + L_1 \frac{di(t)}{dt}$$

磁悬浮系统数学模型（非线性模型）：

$$\begin{cases} m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = F(i, x) + mg & \text{动力学方程} \\ F(i, x) = K \left( \frac{i}{x} \right)^2 & \text{电学、力学关联方程} \\ mg + F(i_0, x_0) = 0 & \text{边界方程} \\ U(t) = Ri(t) + L_1 \frac{di}{dt} & \text{电学方程} \end{cases}$$

模型线性化：

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{2Ki_0}{x_0^2} i - \frac{2Ki_0^2}{x_0^3} x$$

可得

$$\frac{x(s)}{i(s)} = \frac{-1}{As^2 - B} \quad A = \frac{i_0}{2g}, B = \frac{i_0}{x_0}$$

实际系统物理参数：

参数	取值	参数	取值
$m$	104 g	$x_0$	31.4 mm
铁芯直径	22 mm	漆包直径	0.8 mm
$R$	13.8 $\Omega$	浮球半径 $r$	21.9 mm
$N$	2450 匝	$K$	$2.3142e-004 Nm^2/A^2$
$i_0$	0.54 A	$K_f$	0.25

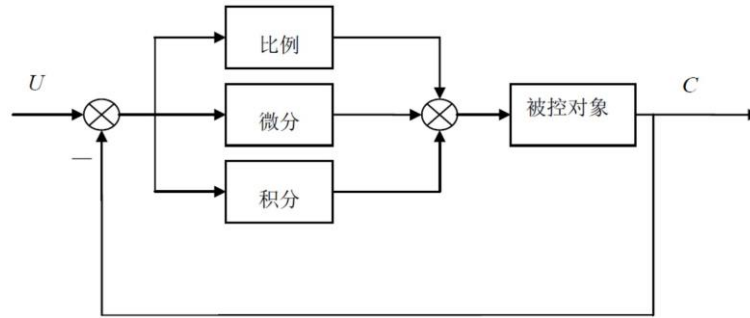
综上可得磁悬浮系统传递函数：

$$G(s) = \frac{x(s)}{U_{in}(s)} = \frac{x(s)}{K_a i(s)} = \frac{1043.19}{s^2 - 623.956}$$

其中， $U_{in}$  为功率放大器的输入电压， $x$  为小球位移， $K_a = 5.8$  为放大器系数。

可见磁悬浮系统存在一个开环极点位于复平面的右半平面，系统不稳定。必须引入校正装置使得系统稳定，并达到期望的性能指标。

#### 4. PID 校正



其控制规律为：

$$u(t) = K_P \left[ e(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t e(t) dt + T_D \frac{de(t)}{dt} \right]$$

传递函数形式：

$$G(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right)$$

$K_P$ ——比例系数； $T_I$ ——积分时间常数； $T_D$ ——微分时间常数

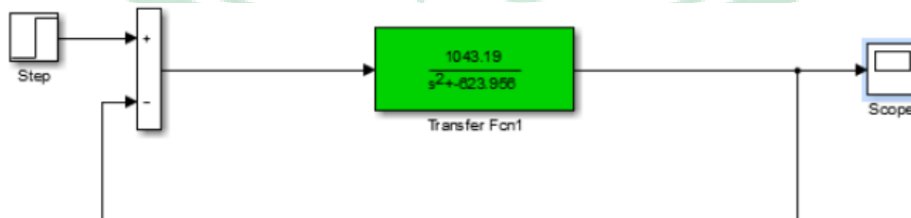
PID 各校正环节的作用总结如下：

- a) 比例环节：成比例地反映控制系统的偏差信号  $e(t)$ ，偏差一旦产生，控制器立即产生控制作用，以减少偏差；
- b) 积分环节：主要用于消除稳态误差，提高系统的型别。积分作用的强弱取决于积分时间常数  $T_I$ 。 $T_I$  越大积分作用越弱，反之则越强。
- c) 微分环节：反映偏差信号的变化速率，并能在偏差信号值变得太大之前，在系统中引入一个有效的早期修正信号，从而加快系统的动作速度，减小调节时间。

## 六、实验步骤及结果心得

任务 1：未校正系统 Simulink 仿真实验

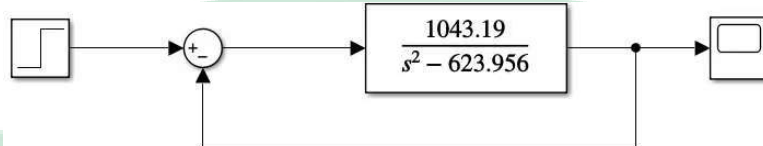
- ② 在 Simulink 中建立磁悬浮闭环系统的仿真程序，如下图所示：



- ② 双击 Step 模块，设置 Final value 值为 1；
- ③ 点击运行按钮运行仿真程序，打开 Scope 示波器查看输出波形；
- ④ 分析单位负反馈系统的稳定性，并填写表 1。

表 1

内容	数据
开环系统传递函数	$\frac{1043.19}{s^2 - 623.956}$
闭环系统传递函数	$\frac{1043.19}{s^2 + 419.234}$
闭环系统输入信号	$\frac{1}{s}$
闭环系统输出信号	如下图所示



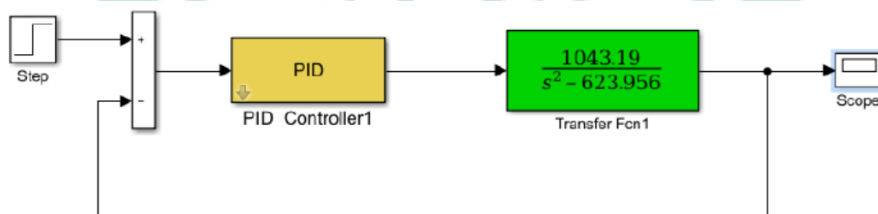
结构框图



输出信号

### 任务 2：加 PID 校正环节后 Simulink 仿真实验

① 在 Simulink 中建立磁悬浮闭环系统的仿真程序，如下图所示：



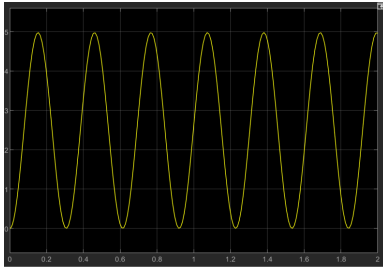
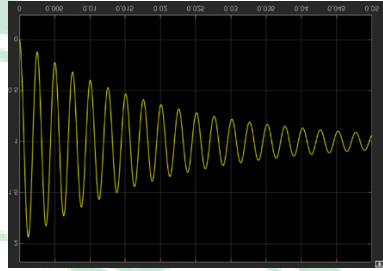
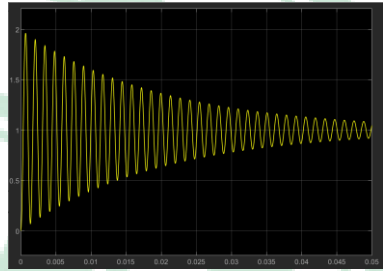
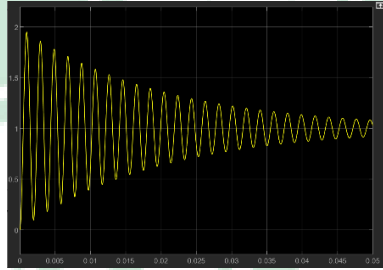
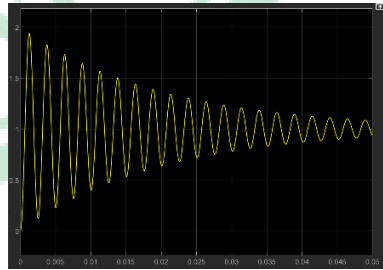
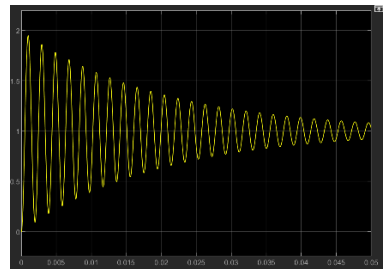
② 取  $K_p=2.8$ ,  $K_i=0.001$ ,  $K_d=60$ ;

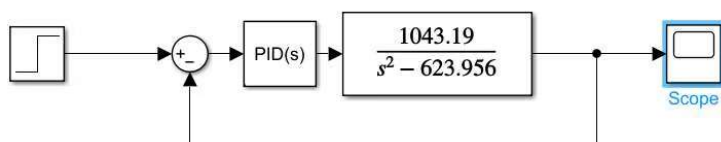
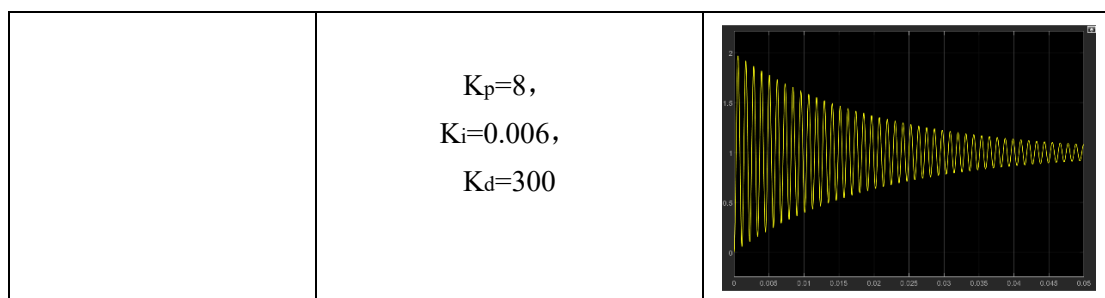
③ 双击 Step 模块，设置 Final value 值为 1;

④ 点击运行按钮运行仿真程序，打开 Scope 示波器查看输出波形，并记录仿真结果。

通过仿真测试 PID 校正的效果，并分析不同 PID 参数（至少 6 组）对系统响应的影响，截图保存不同参数下系统的响应曲线，并填写下表 2。

表 2

	控制器参数	系统性能
未校正系统	$\times$	
PID 校正实时控制系统	$K_p=2.8,$ $K_i=0.001,$ $K_d=60$	
	$K_p=4,$ $K_i=0.003,$ $K_d=200$	
	$K_p=4,$ $K_i=0.001,$ $K_d=100$	
	$K_p=6,$ $K_i=0.001,$ $K_d=60$	
	$K_p=2.8,$ $K_i=0.006,$ $K_d=100$	



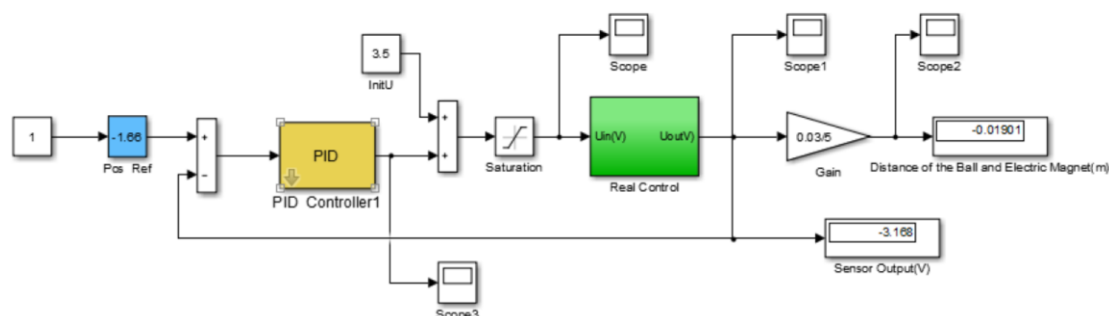
结构框图

对通过对比分析不同参数组的表现，我们可以得出以下结论：

1. 增加比例增益  $K_p$  能够提升系统的响应速度，但若  $K_p$  设置过高，系统会出现更多的振荡，导致调节时间延长；反之， $K_p$  设置过低则会使响应速度变慢。在稳态性能方面，适当增加  $K_p$  可以在系统稳定的情况下减少稳态误差，尽管无法完全消除。
2. 对于积分时间  $T_I$ ，若  $T_I$  过小，系统可能会变得不稳定，振荡次数增多；若  $T_I$  过大，则会削弱对系统的影响。只有当  $T_I$  调整到适宜值时，系统的过渡过程特性才能达到理想状态。积分控制对于消除稳态误差、提升控制精度具有积极作用，但如果  $T_I$  过大，积分作用减弱，将无法有效减少余差。
3. 微分时间  $T_D$  的增加，即增强微分作用，能够改善系统的动态特性，例如减少超调量和缩短调节时间。适度增加比例控制有助于减少稳态误差，提升控制精度。然而， $T_D$  值的过大或过小都可能产生负面效果。此外，微分作用可能会放大系统的噪声，从而降低系统的抗干扰能力。

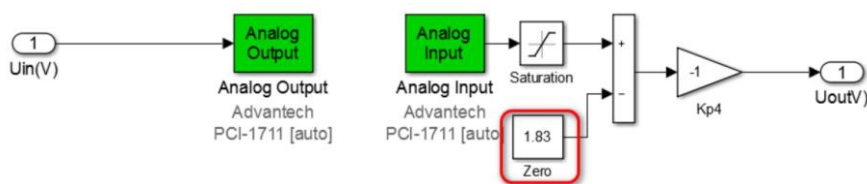
### 任务 3：加 PID 校正环节后实时控制实验

- ① 电控箱上电；
- ② 在 MATLAB 命令行输入 `gtbox` 后回车，打开 `gtbox` 工具箱中“MagLev”→“GML2001-1711”→“PID Control”下的“PID\_Control.slx”运行界面如下图所示





② 双击打开“Real Control”,把硬件检测的零点电压填入 Zero 模块中,如下图所示;



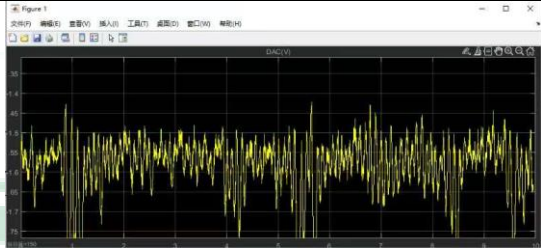
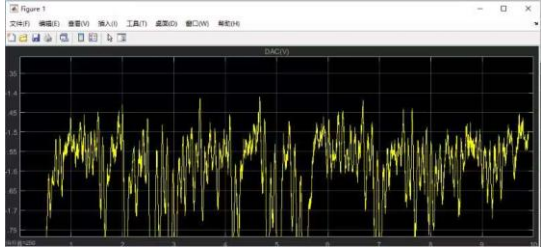


③ 取  $K_p=1.2$ ,  $K_i=0.001$ ,  $K_d=30$ ;

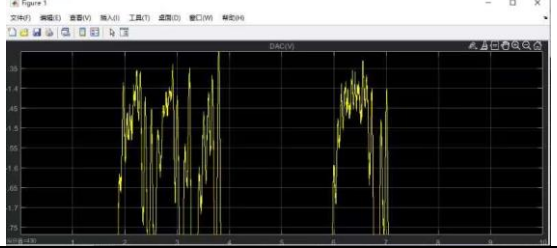

④ 点击运行按钮运行程序,用手扶起小球,调整输入电压值 Pos Ref, 可以把小球稳定悬浮于距离电磁铁约 10mm 的位置。

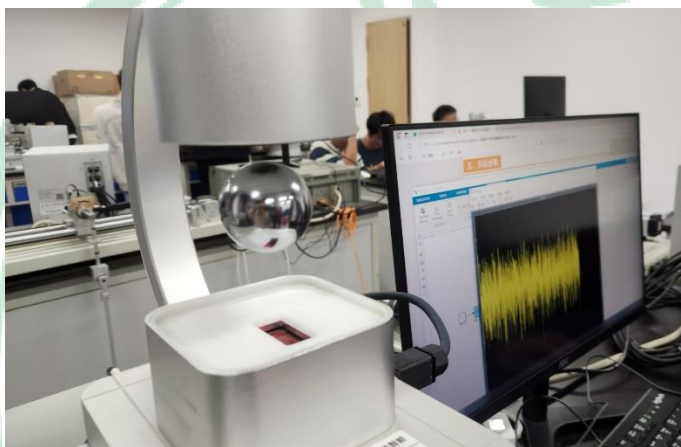
⑤ 通过实时控制实验测试 PID 校正的效果,并分析不同 PID 参数(至少 6 组)对系统响应的影响,截图保存不同参数下系统的响应曲线,并填写下表 3;

表 3

	控制器参数	系统性能
未校正系统	×	小球无法保持稳定
PID 校正实时控制系统	$K_p=7$ , $K_i=0.000003$ , $K_d=200$	
	$K_p=8$ , $K_i=0.000003$ , $K_d=200$	
	$K_p=9$ , $K_i=0.000003$ , $K_d=300$	
	$K_p=9$ , $K_i=0.000003$ , $K_d=400$	



	$K_p=10,$ $K_i=0.000005,$ $K_d=400$	
	$K_p=10,$ $K_i=0.000008,$ $K_d=400$	



#### 任务 4：对比分析仿真系统与实时控制系统的性能差异。

系统仿真时输入输出都是理想化状态，不存在误差；而实时控制时，系统的输入输出与理论值会有所偏差，阻尼等数值也会有所变化，因此仿真所用的 PID 值会与时控系统不匹配。从结果上看，也能明显发现，仿真时的系统是十分稳定的，而实时控制的系统是在一定的误差范围内实现的动态稳定。

此外，实时控制系统在运动过程中可能会受到各种扰动输入的影响，这些扰动在仿真中可能被忽略或简化。比如，我们发现实验所使用的磁球内部存在一个可自由移动的小球，内部结构的不稳定性会进一步放大扰动的影响。如果在放置磁球时没有保证球体的稳定，磁球将会发生严重抖动，甚至导致相对平衡的波动状态的崩溃。扰动的存在使得实时控制系统需要具备更强的鲁棒性和抗干扰能力，而这一点在仿真中可能无法完全模拟出来。

影响实时控制系统性能的主要原因之一还可能是系统的数学模型不够精确。在对系统进行建模时，可能忽略了很多重要的因素，如非线性特性、时变参数等，这些都会影响系统的实际性能。

综上所述，仿真系统与实时控制系统之间的性能差异主要体现在输入输出的准确性、扰动的影响以及数学模型的精确度等方面。这些差异要求在设计实时控制系统时，必须考虑到实际环境的复杂性，并采取相应的措施来提高系统的鲁棒性和适应性。