



《高等基础工程》

主讲人：翟钱

東南大學
SOUTHEAST UNIVERSITY

联系方式：zhaiqian@seu.edu.cn

目录



- 01 | 绪论
- 02 | **地基模型**
- 03 | 地质勘察
- 04 | 浅基础承载机理与设计
- 05 | 桩基础承载机理与设计
- 06 | 沉井、沉箱与地下连续墙基础
- 07 | 新型基础形式
- 08 | 基础检测与检测技术



地基模型

小节



01 | **地基模型的作用**

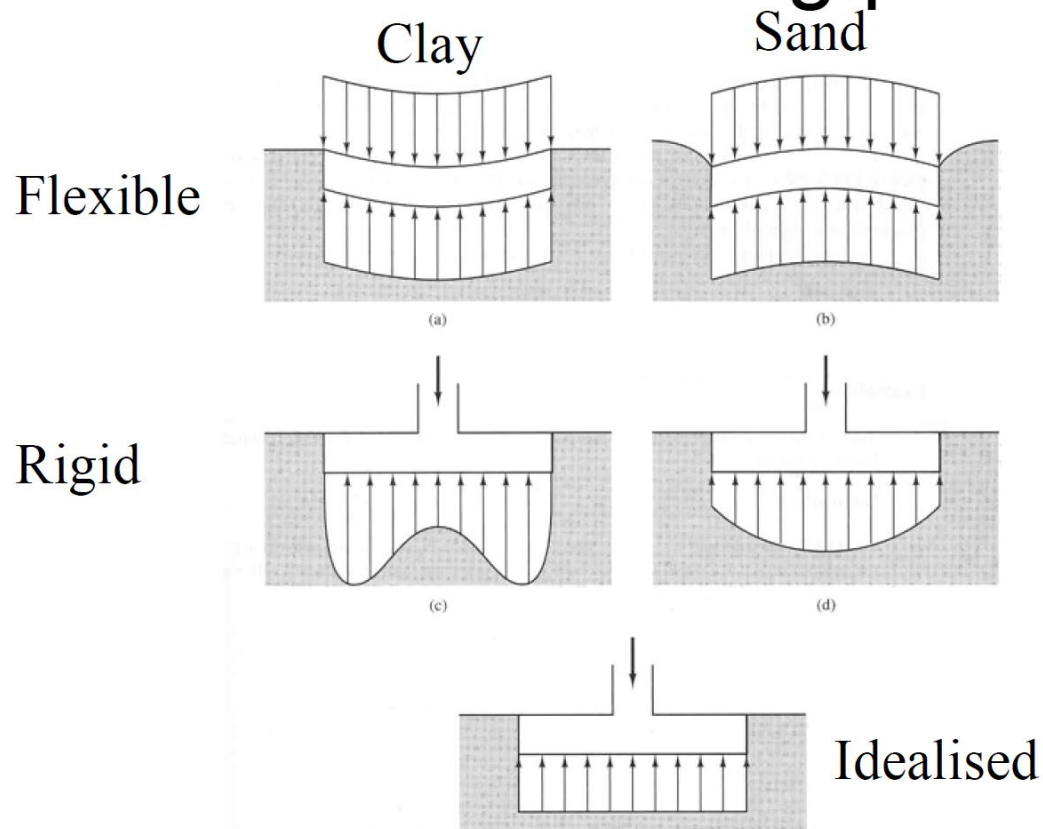
02 | **地基模型的分类**

03 | **地基模型计算**

04 | **本章小结**



Distribution of bearing pressure



传统的基础设计，往往把基底反力线性化，即：

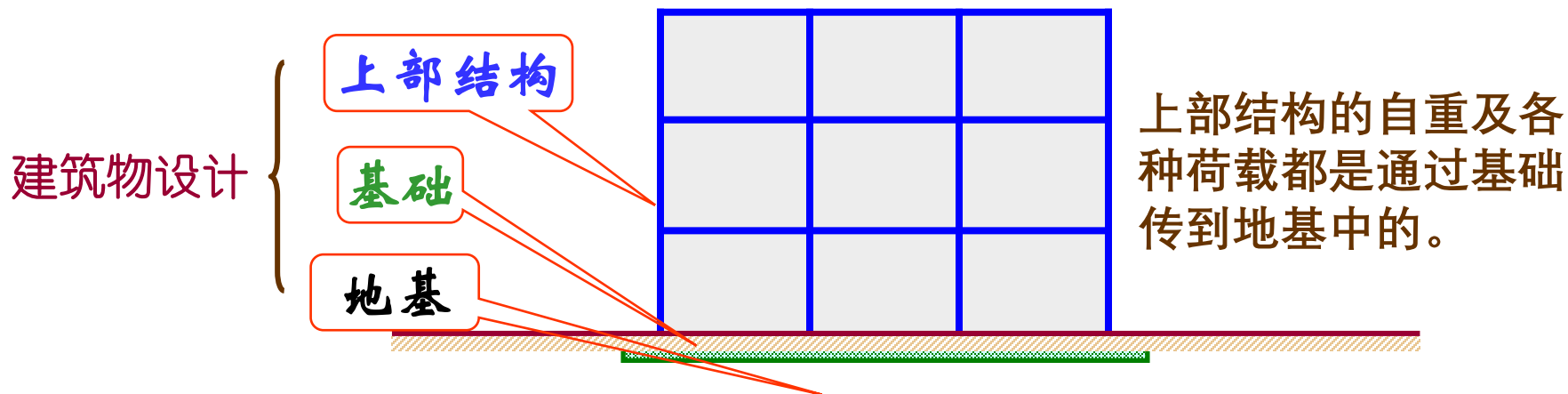
$$p = \frac{F}{A} \pm \frac{M}{W}$$

该假设将复杂的基础问题简单化，便于计算和设计工作。但是正是因为过于简化，使得计算结果与实际工程监测数据偏差较大，造成设计**不经济**。

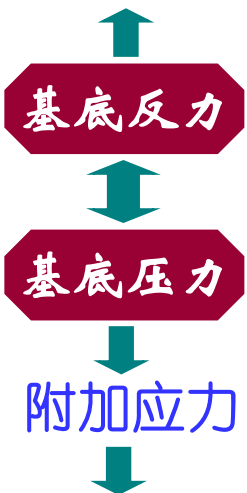


地基基础的设计方法：

- 常规设计方法；
- 考虑地基、基础共同工作的设计方法；
- 考虑地基、基础、上部结构三者共同工作的设计方法。



基础结构的外荷载



地基沉降变形

1) 常规设计法:

将地基、基础、上部结构三者分离，分别对三者进行计算。

- **优缺点:** 计算简单（不考虑三者共同作用）；满足静力平衡条件；忽略三者受荷后变形的连续性；不经济、不合理。
- **适用条件:** 沉降较小或较均匀；基础刚度大。

基底压力接近直线
“刚性设计”



2) 地基上梁板的算法:

通常柱下条形基础、筏板基础及箱形基础等连续基础可采用此方法。

- **特点:** 仅考虑地基与基础的相互作用，建立既满足静力平衡条件又满足地基与基础接触面上的变形协调条件的地基应力与应变关系式，直接或近似求解基础内力。

3) 考虑上部结构刚度的计算方法:

- **特点:** 不仅考虑地基与基础的相互作用，同时粗略考虑上部结构刚度的影响。

- **分类:**

等效刚度法

逐次逼近法

有限元法



地基模型：

模拟地基与基础相互作用，反映土的应力与应变关系的模式。

建模意义：

将地基与基础的相互作用引入基底反力、地基沉降、基础内力计算中，使基础设计更合理。

建模要求：

(1) 尽可能准确模拟地基与基础的相互作用时所表现出的主要力学性状；
(2) 便于在工程中运用。

小节

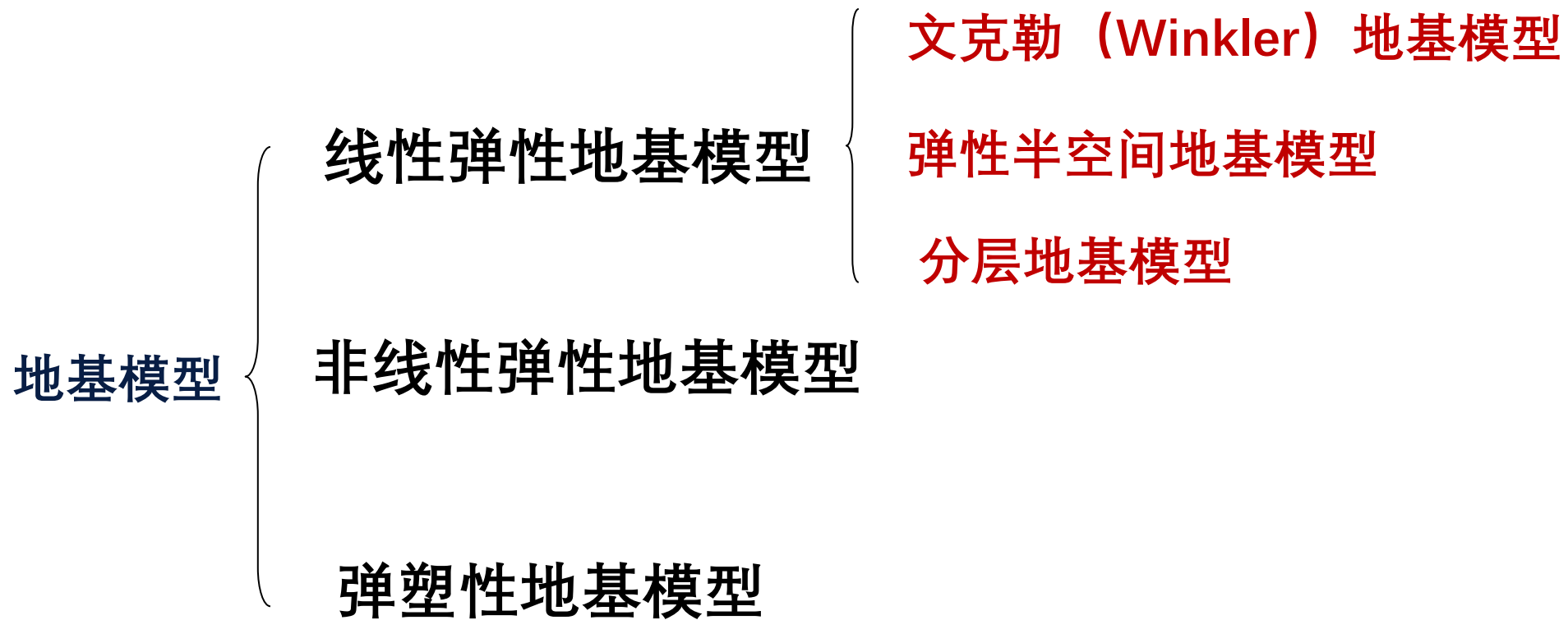


01 | **地基模型的作用**

02 | **地基模型的分类**

03 | **地基模型计算**

04 | **本章小结**





文克勒地基模型

基本假定：

地基上任一点所受的压力强度 p 与该点的地基沉降量 s 成正比：

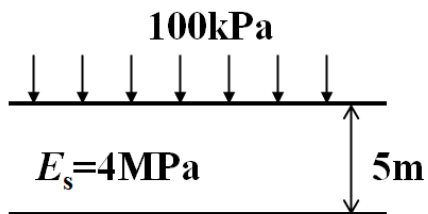
(单位: kN/m^3)

$$p = k \cdot s$$

基床系数

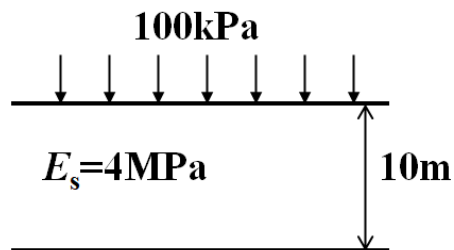
$k = p_0 / s_m$ 薄压缩层地基: $s_m = \sigma_z h / E_s \approx p_0 h / E_s$; $k = E_s / h = 1 / (\sum h_i / E_{si})$

例:



岩石

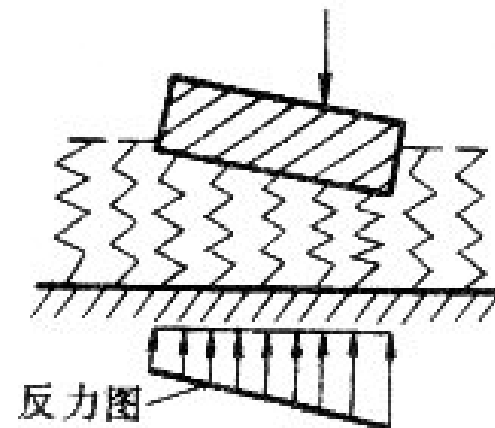
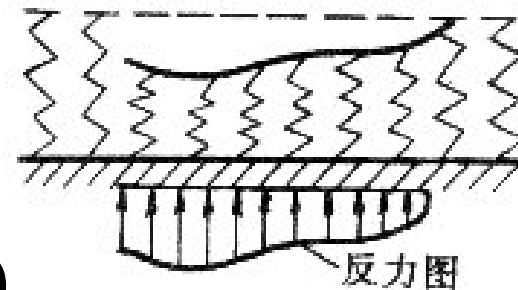
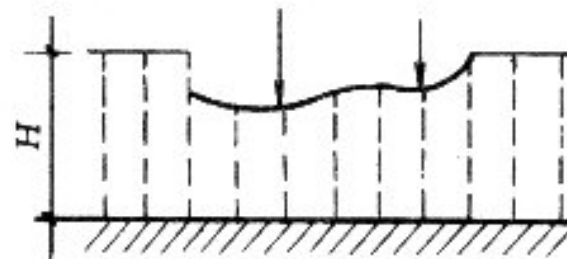
$$k = 4000 / 5 = 800 \text{ kN/m}^3$$



岩石

$$k = 4000 / 10 = 400 \text{ kN/m}^3$$

基床系数和土的压缩模量是不是同一个概念?





文克勒地基模型

实质：

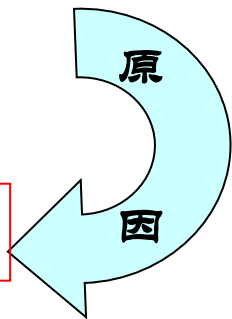
把地基看作无数分开的小土柱组成的体系，用许多相互不联系的弹簧代替这些小土柱，变成了一群互不联系的弹簧体系。

模型缺点：

假定地基沉降只发生在基底范围以内，与实际不符。

适用条件

忽略了地基中的剪应力存在



- 1) 抗剪强度很低的软土（如淤泥、软粘土等）；
- 2) 基底下出现较大塑性区时；
- 3) 薄的破碎岩层或厚度不超过基宽之半的薄土层；
- 4) 支承在桩上的连续基础。



弹性半空间地基模型

基本假定：——地基为均质、各向同性半无限弹性体

根据布辛奈斯克解：

$$s = \frac{P(1 - \mu^2)}{\pi E_0 r}$$

模型缺点：

应力扩散能力往往超过实际情况，所以计算出的沉降量和地表的沉降范围比实测结果大

适用条件

当地基上作用的荷载不大，地基处于弹性变形状态时才符合实际，可用于压缩层很厚的土层上。



有限压缩层地基模型

基本假定：

土在完全侧限条件下的压缩变形
(地基沉降) 与附加应力成正比

模型缺点：

只能计及土的压缩变形，仍无法考虑土
的非线性和基底反力的塑性重分布。

适用条件

可用于均匀成层的各种地基土。



地基计算模型的选择

文克勒地基模型



- 无黏性土地基
- 软土地基
- 塑性区比较大的地基
- 可压缩层厚度不大的地基

连续性地基模型



- 黏性土地基，基础具有一定的相对刚度

分层地基模型



- 地基分层明显，各层土性差异较大

小节



01 | **地基模型的作用**

02 | **地基模型的分类**

03 | **地基模型计算**

04 | **本章小结**



文克勒地基模型

1) 无限长梁的解答

a. 基础梁的挠曲微分方程及其通解

取梁上微元段 dx 为脱离体

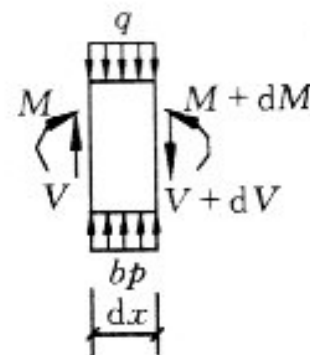
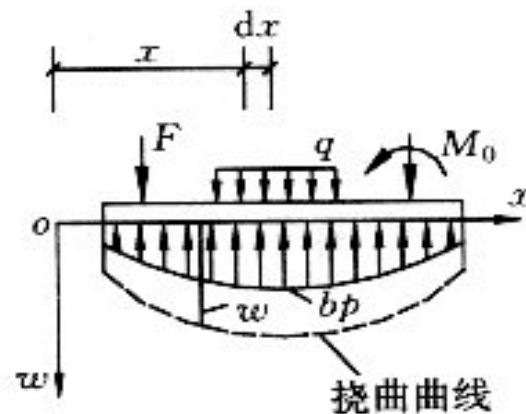
基本条件

◆ 静力平衡条件

$$\diamond \Sigma F = 0$$

$$\diamond \Sigma M = 0$$

◆ 变形协调条件（接触条件） $w_i = s_i$





梁纯弯曲微分方程

$$EI \frac{d^2 w}{dx^2} = -M$$

二阶导数

基础梁挠曲微分方程

$$EI \frac{d^4 w}{dx^4} = -bp + q$$

文克勒假定 $p = ks$

变形协调条件 $s = w$

文克勒地基上
梁挠曲微分方程

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{kb}{EI} w = 0$$

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{kb}{4EI}}$$

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + 4\lambda^4 w = 0$$

通解

$$w = e^{\lambda x} (c_1 \cos \lambda x + c_2 \sin \lambda x) + e^{-\lambda x} (c_3 \cos \lambda x + c_4 \sin \lambda x)$$

边界条件

特解 (定出系数 c_1, c_2, c_3, c_4)



文克勒地基模型

求解出挠度 w

求解

♦ 反力 $p = k \cdot w$

♦ 转角 $\theta = \frac{dw}{dx}$

♦ 弯矩 $M = -EI \frac{d^2 w}{dx^2}$

♦ 剪力 $V = \frac{dM}{dx} = -EI \frac{d^3 w}{dx^3}$



文克勒地基模型

集中荷载下的解答

挠度和弯矩关于原点对称

边界条件

- 当 $x \rightarrow \infty$ 时 $w \rightarrow 0$
- 代入通解有 $C_1 = C_2 = 0$
- 当 $x = 0$ 时 $\theta = dw/dx = 0$

$$w = e^{-\lambda x} (C_3 \cos \lambda x + C_4 \sin \lambda x)$$

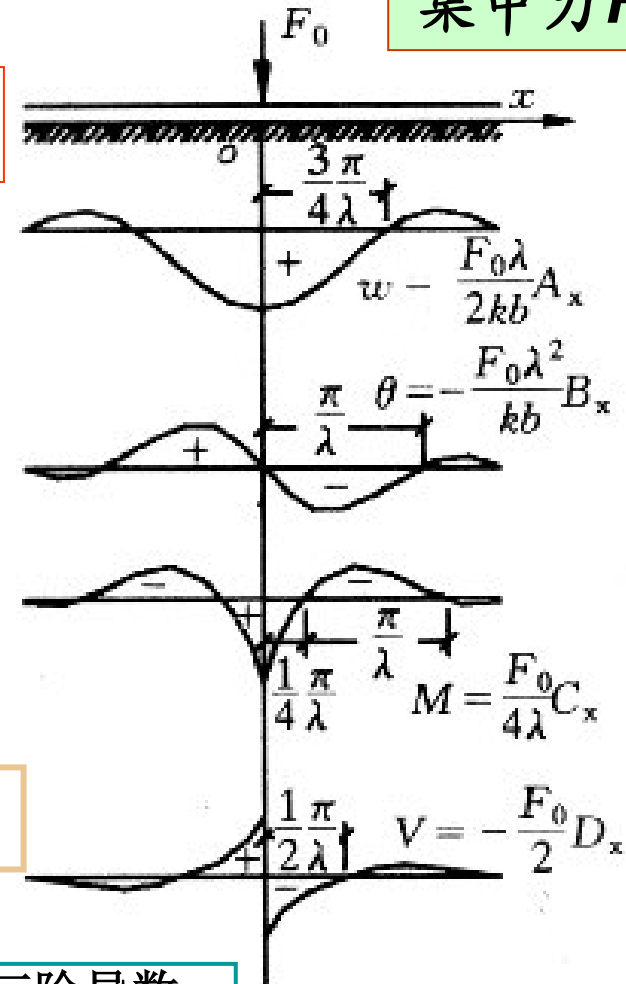
求导

$$w = C e^{-\lambda x} (\cos \lambda x + \sin \lambda x)$$

$$C_3 = C_4 = C$$

对 x 取三阶导数

集中力 F_0 的作用下





荷载条件

◆ 当 $x \rightarrow 0$ 时 $V = -\frac{F_0}{2}$

$$w = \frac{F_0 \lambda}{2kb} e^{-\lambda x} (\cos \lambda x + \sin \lambda x)$$

$$C = \frac{F_0 \lambda}{2kb}$$

系数 A_x
 B_x
 C_x
 D_x 是 λx 的函数

◆ 挠度 $w = \frac{F_0 \lambda}{2kb} A_x$

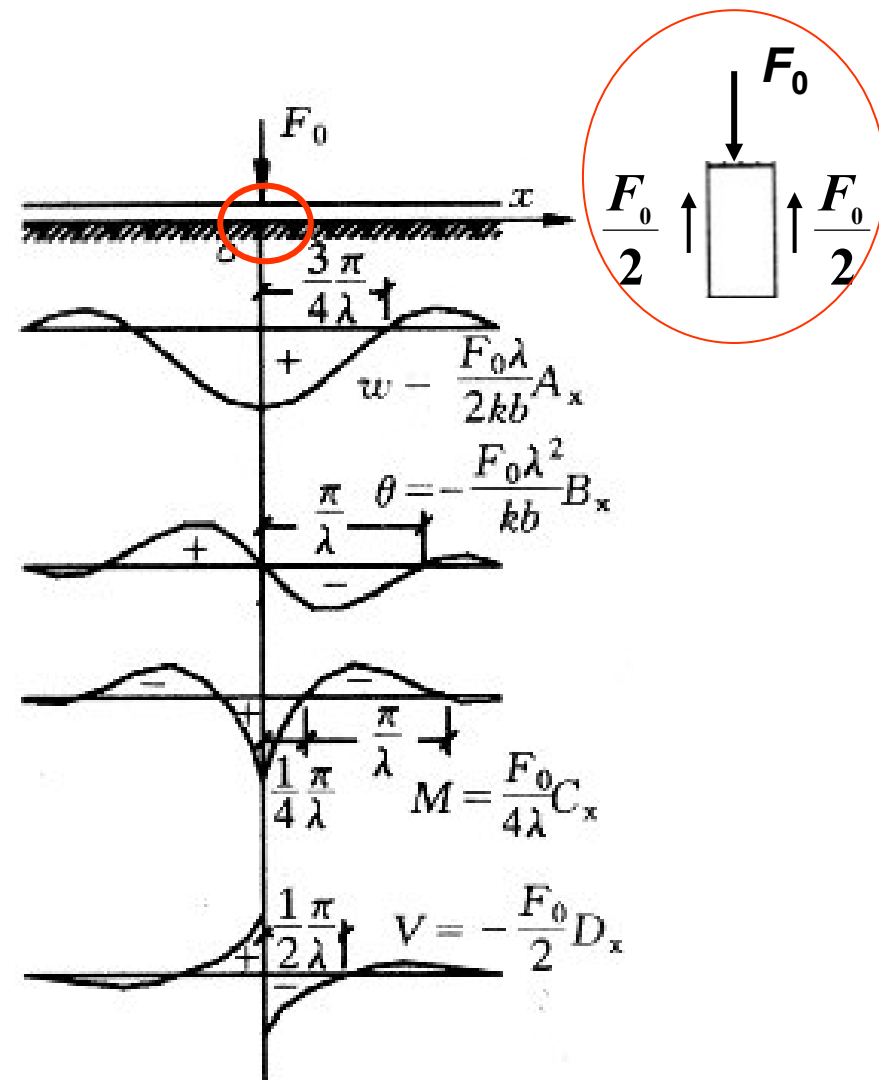
◆ 反力 $\longrightarrow p = k \cdot \frac{F_0 \lambda}{2kb} A_x$

◆ 转角 $\theta = -\frac{F_0 \lambda^2}{kb} B_x$

◆ 弯矩 $\longrightarrow M = \frac{F_0}{4\lambda} C_x$

◆ 剪力 $V = -\frac{F_0}{2} D_x$

$x > 0$ 的梁段





文克勒地基模型

集中力偶 M_0 的作用下

边界条件

- 当 $x \rightarrow \infty$ 时 $w \rightarrow 0$
- 代入通解有 $C_1 = C_2 = 0$
- 当 $x = 0$ 时 $w = 0$ 有 $C_3 = 0$

荷载条件

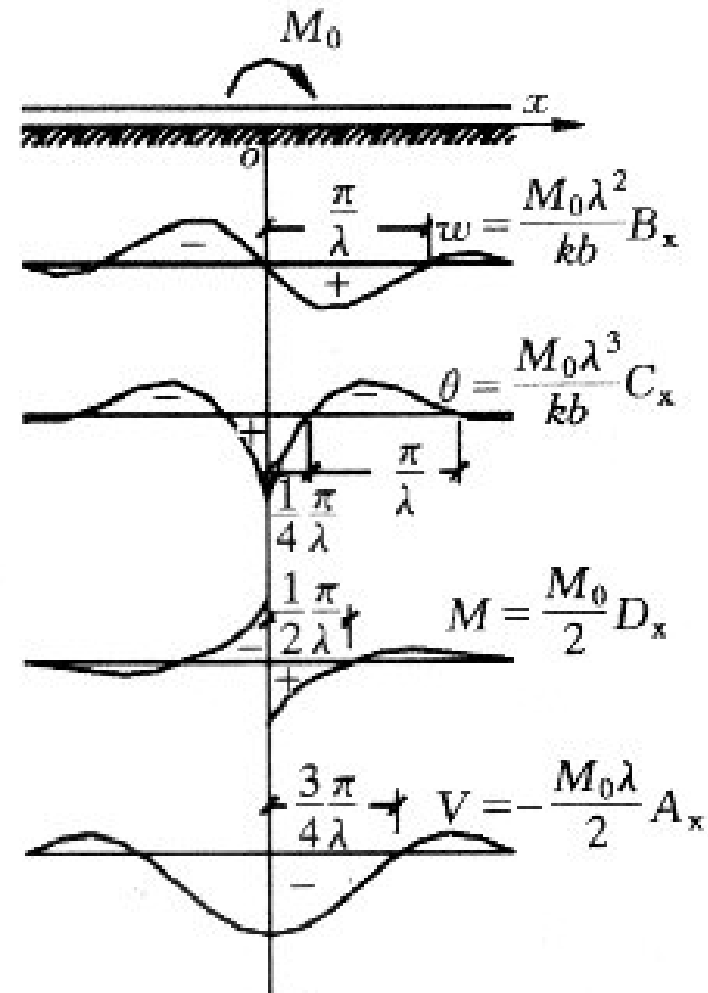
$$w = C_4 e^{-\lambda x} \sin \lambda x$$

- 当 $x \rightarrow 0$ 时 $M = \frac{M_0}{2}$

对 x 取二阶导数

$$w = \frac{M_0 \lambda^2}{kb} e^{-\lambda x} \sin \lambda x$$

$$C_4 = \frac{M_0 \lambda^2}{kb}$$





集中力偶 M_0 的作用下

$x < 0$ 的梁段

$x > 0$ 的梁段

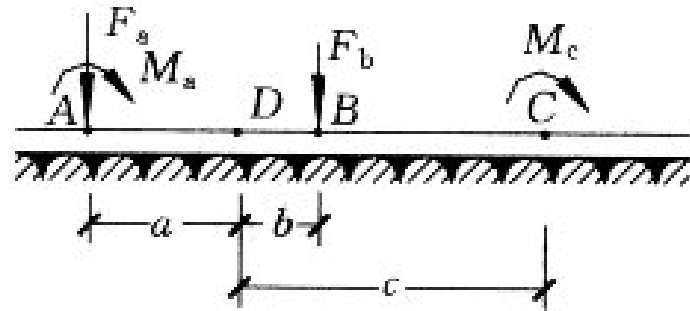
公式中 x 取绝对值， w 和 M 取相反符号， θ 和 V 符号不变。

- ◆ 挠度 $w = \frac{M_0 \lambda}{kb} B_x$
- ◆ 反力 $\longrightarrow p = k \cdot \frac{M_0 \lambda}{kb} B_x$
- ◆ 转角 $\theta = -\frac{M_0 \lambda^3}{kb} C_x$
- ◆ 弯矩 $\longrightarrow M = \frac{M_0}{2} D_x$
- ◆ 剪力 $V = -\frac{M_0 \lambda}{2} A_x$

若干个集中荷载同时作用时

按前面公式分别计算各荷载单独作用时，在该截面引起的效应然后叠加。

注意：计算时均需把坐标原点移到相应的集中荷载作用点处。





文克勒地基模型

2) 有限长梁的解答

- (1) 计算公式的建立
- 以无限长梁计算公式为基础，利用叠加原理，求得满足有限长梁两自由端边界条件的解答。
- (2) 计算原理
- 关键是消除无限长梁中AB段两端的 F_A 、 M_A 、 F_B 、 M_B ，即满足有限长梁两端为自由端的边界条件，则使无限长梁中AB段内力与变形完全等同于有限长梁的情况。



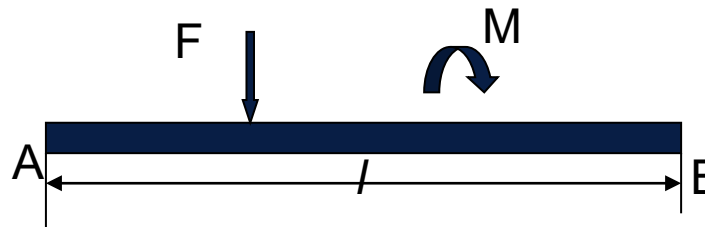
文克勒地基模型

2) 有限长梁的解答

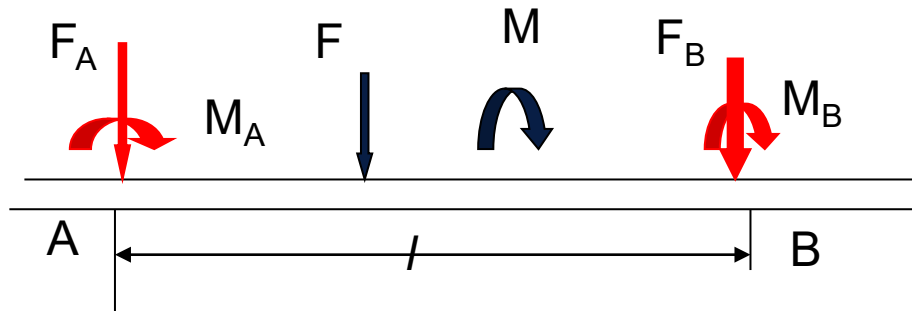
- (1) 计算公式的建立
- 以无限长梁计算公式为基础，利用叠加原理，求得满足有限长梁两自由端边界条件的解答。
- (2) 计算原理
- 关键是消除无限长梁中AB段两端的 F_A 、 M_A 、 F_B 、 M_B ，即满足有限长梁两端为自由端的边界条件，则使无限长梁中AB段内力与变形完全等同于有限长梁的情况。



有限长梁 I

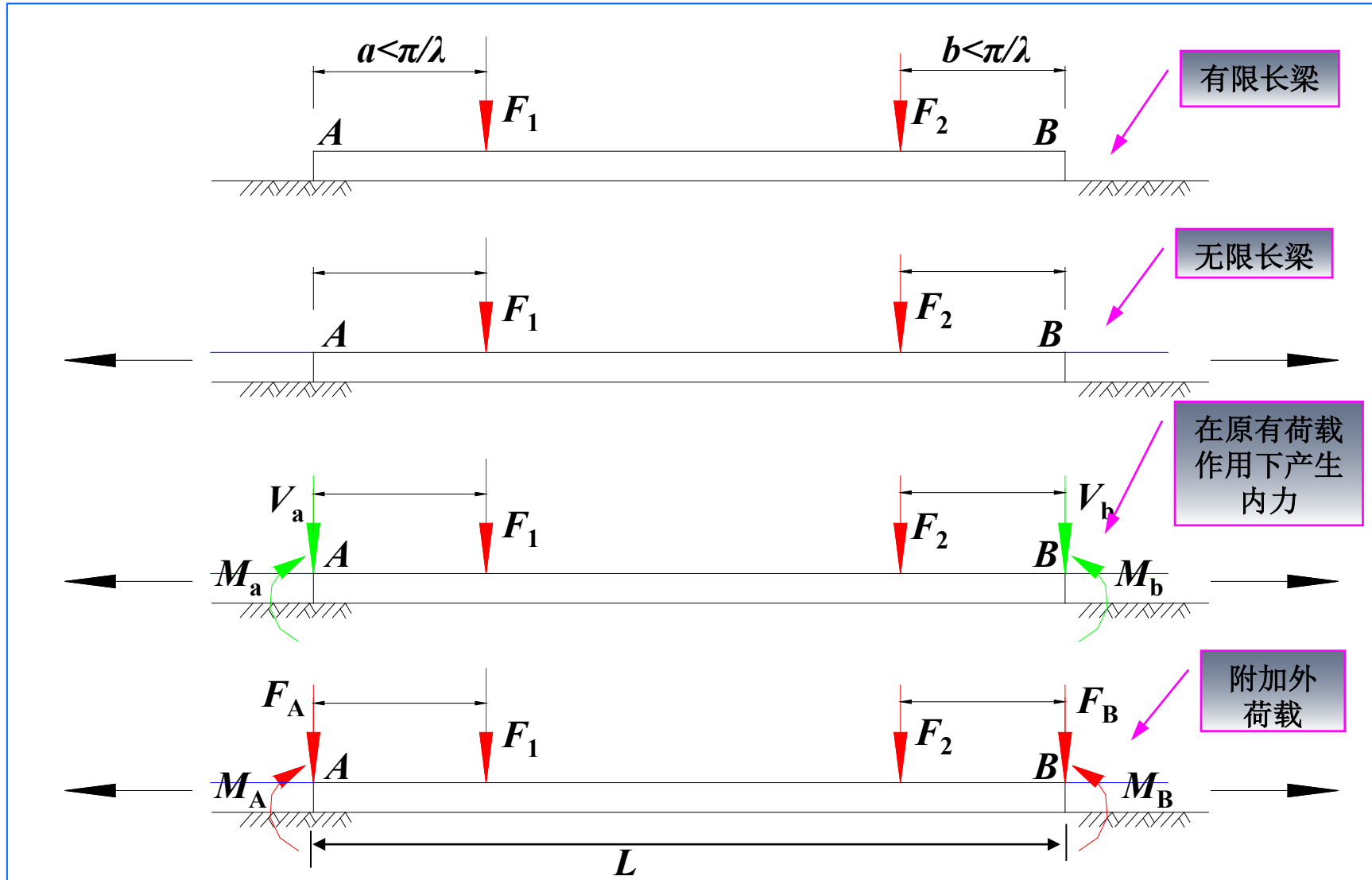


• 无限长梁 II



求解思路

- ① 在 II 中，求在 F_A 、 M_A 、 F_B 、 M_B 及 F 、 M 作用下，以 A、B 两截面弯矩和剪力为零的条件，求出 F_A 、 M_A 、 F_B 、 M_B 。
- ② 用叠加法求出在 F_A 、 M_A 、 F_B 、 M_B 及 F 、 M 作用下，II 上相应于 I 所求截面处的荷载效应 w 、 θ 、 M 、 V 。





边界条件:

$$M_{a1} + M_{a2} + M_{a3} + M_{a4} = \frac{F_A}{4\lambda} + \frac{M_A}{2} + \frac{F_B}{4\lambda} C_L - \frac{M_B}{2} D_L = -M_a$$

$$V_{a1} + V_{a2} + V_{a3} + V_{a4} = -\frac{F_A}{2} - \frac{M_A \lambda}{2} + \frac{F_B}{2} D_L - \frac{M_B \lambda}{2} A_L = -V_a$$

$$M_{b1} + M_{b2} + M_{b3} + M_{b4} = \frac{F_A}{4\lambda} C_L + \frac{M_A}{2} D_L + \frac{F_B}{4\lambda} - \frac{M_B}{2} = -M_b$$

$$V_{b1} + V_{b2} + V_{b3} + V_{b4} = -\frac{F_A}{2} D_L - \frac{M_A \lambda}{2} A_L + \frac{F_B}{2} - \frac{M_B \lambda}{2} = -V_b$$

注:

F_A 、 M_A 在A点的 $A_x=C_x=D_x=1$

F_B 、 M_B 在B点的 $A_x=C_x=D_x=1$



联立上述方程，解得需要在梁端 A 、 B 处施加的集中附加荷载 F_A 、 M_A 、 F_B 、 M_B ：

$$F_A = \lambda(E_L - F_L A_L)M_a + (E_L + F_L D_L)V_a + \lambda(F_L - E_L A_L)M_b - (F_L + E_L D_L)V_b$$

$$M_A = -(E_L - F_L D_L)M_a - (E_L + F_L C_L)\frac{V_a}{2\lambda} - (F_L - E_L D_L)M_b + (F_L + E_L C_L)\frac{V_b}{2\lambda}$$

$$F_B = \lambda(F_L - E_L A_L)M_a + (F_L + E_L D_L)V_a + \lambda(E_L - F_L A_L)M_b - (E_L + F_L D_L)V_b$$

$$M_B = (F_L - E_L D_L)M_a + (F_L + E_L C_L)\frac{V_a}{2\lambda} + (E_L - F_L D_L)M_b - (E_L + F_L C_L)\frac{V_b}{2\lambda}$$

$$\text{式中：} A_L = e^{-\lambda L}[\cos(\lambda L) + \sin(\lambda L)], \quad B_L = e^{-\lambda L} \sin(\lambda L)$$

$$C_L = e^{-\lambda L}[\cos(\lambda L) - \sin(\lambda L)], \quad D_L = e^{-\lambda L} \cos(\lambda L)$$

$$E_L = \frac{2e^{\lambda L} sh \lambda L}{sh^2 \lambda L - \sin^2 \lambda L}, \quad F_L = \frac{2e^{\lambda L} \sin \lambda L}{\sin^2 \lambda L - sh^2 \lambda L}$$



如果荷载对称，利用对称性，上述计算公式可以作进一步简化处理：

$$V_a = -V_b, \quad M_a = M_b$$

$$F_A = F_B = (E_L + F_L)[(1 + D_L)V_a + \lambda(1 - A_L)M_a]$$

$$M_A = -M_B = -(E_L + F_L)\left[(1 + C_L)\frac{V_a}{2\lambda} + (1 - D_L)M_a\right]$$

有限长梁计算步骤：

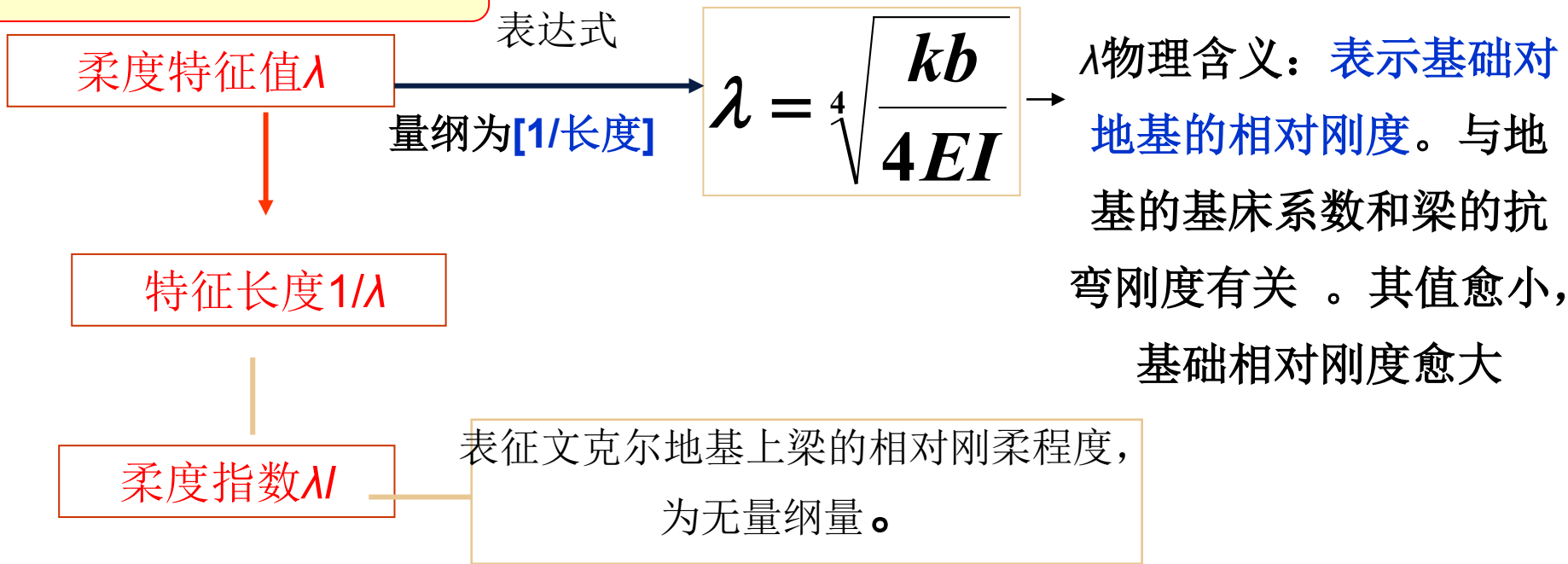
- (1) 以叠加法计算已知荷载在无限长梁上A、B截面引起弯矩和剪力 M_a 、 V_a 和 M_b 、 V_b ；
- (2) 计算作用在梁端截面A、B处集中荷载 M_A 、 F_A 和 M_B 、 F_B ；
- (3) 以叠加法计算无限长梁上作用有原有荷载及作用在A、B处的集中荷载 M_A 、 F_A 和 M_B 、 F_B 在梁上任意截面的内力及变形。



文克勒地基模型

3) 文克勒地基上梁的分类

两个基本概念: **柔度特征值**和**柔度指数**



λl 反映梁对地基的相对刚度, 同一地基, l 愈长 λl 值愈大, 表示梁的柔性愈大。



梁的分类

当 $\lambda l \leq \pi/4$ 时，**短梁（刚性梁）**

特征是可完全忽略弯曲而视为绝对刚体，可按基底反力是直线分布的简化方法计算。

当 $\pi/4 < \lambda l < \pi$ 时，**有限长梁（有限刚度梁）**

特征是加于梁一端的力对另一端有很大的影响，采用文克尔地基梁法计算。

当 $\lambda l \geq \pi$ 时，**长梁（柔性梁）**

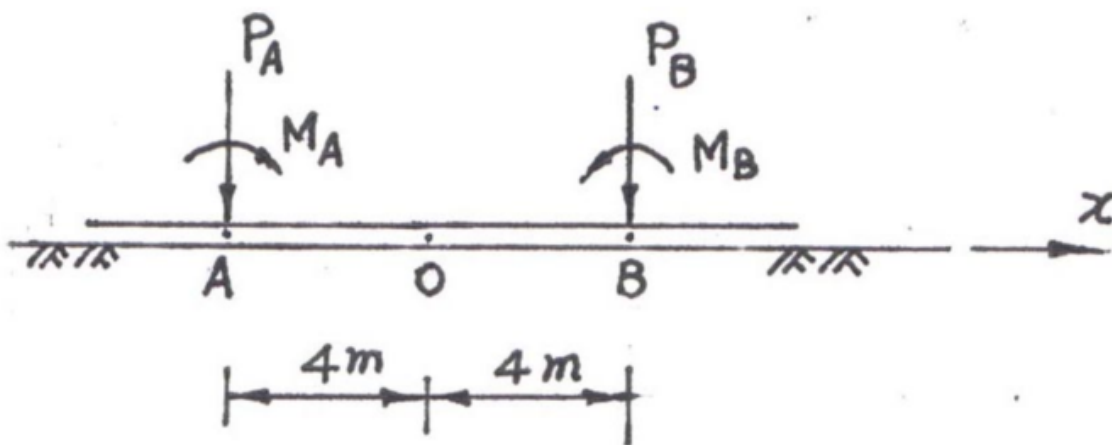
特征是加于梁一端的力对另一端影响甚小，可视为无限长梁采用文克尔地基梁法计算。



文克勒地基模型

计算例题：

■ 在A, B两点分别作用 $P_A = P_B = 1000\text{KN}$, $M_A = 60\text{KN/m}$, $M_B = 60\text{KN/m}$. 求AB跨中点O的弯矩和剪力。已知梁的刚度 $E_c I = 4.5 \times 10^3 \text{MPa m}^4$, 梁宽 $B = 3.0\text{m}$, 地基基床系数 $k = 3.8 \text{MN/m}^3$ 。





解：

■ ①

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{kB}{4E_c I}} = \sqrt[4]{\frac{3.8 \times 3.0}{4 \times 4.5 \times 10^3}} = 0.1586 \text{ m}^{-1}$$

② 分别取A、B 点为坐标原点，则有：

$$x = \pm 4 \text{ m} \quad |x| = 4 \text{ m}$$

$$\lambda |x| = 0.1586 \times 4 = 0.6344$$

查表得：

$$A_x = 0.7413 \quad C_x = 0.1132 \quad D_x = 0.4272$$



■ ③求 M_0

由集中力产生

$$M_{OP} = \frac{P_A}{4\lambda} C_x + \frac{P_B}{4\lambda} C_x = 2 \times \frac{1000}{4 \times 0.1586} \times 0.1132 = 3569 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

由集中力偶产生

$$M_{OM} = \frac{M_A}{2} D_x - \frac{M_B}{2} D_x = \left(\frac{60}{2} + \frac{60}{2} \right) \times 0.4272 = 25.6 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_0 = 356.9 + 25.6 = 382.5 \text{ kN} \cdot \text{m}$$



- ④ 求 V_0
- 由集中力产生

$$V_{op} = -\frac{P_A}{2} D_x + \frac{P_B}{2} D_x = \left(-\frac{1000}{2} + \frac{1000}{2} \right) \times 0.4272 = 0$$

- 由集中力偶产生

$$V_{OM} = -\frac{\lambda M_A}{2} A_x - \frac{\lambda M_B}{2} A_x = -\frac{0.1586 \times 0.7413}{2} \times (60 - 60) = 0$$

$$V_O = V_{OP} + V_{OM} = 0$$

小节



01 | **地基模型的作用**

02 | **地基模型的分类**

03 | **地基模型计算**

04 | **本章小结**



- 地基模型的必要性
- 地基模型的种类
- 文克勒地基模型
- 弹性半空间地基模型
- 分层地基模型
- 文克勒地基模型无限梁计算
- 文克勒地基模型有限梁计算



1. 地基模型可分为哪几种类型?
2. 文克勒地基模型 $p=ks$, k 和土体压缩模量是否同一概念?
3. 文克勒地基模型缺陷?



1. 地基模型可分为哪几种类型？

线弹性、非线性弹性、弹塑性

2. 文克勒地基模型 $p=ks$, k 和土体压缩模量是否同一概念？

基床系数和土的压缩模量不是同一个概念， $k=E_s/h=1/(\sum h_i/E_{si})$

3. 文克勒地基模型缺陷？

假定地基沉降只发生在基底范围以内，与实际不符。（适用于抗剪强度很低的软土、较大塑性区、支承在桩上的连续基础）



Thank You!

Q&A