第8讲 指数函数、对数函数、幂函数（3）

**1．幂函数的定义**

形如 的函数叫做幂函数（power function），其中是自变量，是常数．显然，幂函数的定义域要视常数的具体值而定，但总有幂函数的定义域 ．

练一练：

①下列幂函数中定义域为的是（ ）

A． B． C． D．

②设，是实常数．则当 时，是正比例函数；

当 时，是反比例函数；当 时，是幂函数．

**2．幂函数的图象及性质**



幂函数在第一象限的图象如图，其特征和性质如下：

（1）当时，图象恒过点 ，图象 （下降或上升），

是 （凹或凸）函数，是上的 （增或减）函数．

（2）当时，幂函数（）的图象是经过点

且平行于 轴的一条直线（除去点 ）．

（3）当时，图象恒过点 和 ，图象 （下降或上升），是 （凹或凸）函数，是上的 （增或减）函数．

（4）当时，幂函数的图象过点 和 ，是一、三象限的角平分线．

（5）当时，图象恒过点 和 ，图象 （下降或上升），是 （凹或凸）函数，是上的 （增或减）函数．

练一练：

①设时，幂函数的图象位于直线的上方，则的取值范围是 ．



②函数（）的定义域是 ，值域是 ，奇偶性为 ，

单调性为 ．

**3．作幂函数（其中，为互质的整数，且）图象的步骤**

第一步：根据幂指数的值所属的范围，作出幂函数在第一象限的图象；

第二步：根据幂指数的值，确定幂函数的定义域，从而明确轴的左侧有没有幂函数图象；

第三步：如果轴的左侧有幂函数的图象，则根据幂指数中的奇偶性，决定幂函数的奇偶性，再利用奇偶函数的图象特征，即可作出幂函数在轴左侧的图象．

练一练：作出下列幂函数的图象：



（1） （2） （3） （4）



（5） （6） （7） （8）



（9） （10） （11）

**4．函数图象变换**

（1）平移变换：设，则

；；

；．

（2）对称变换：中心对称；

 ．

轴对称；；

 ； ；

 ；

；．

（3）伸缩变换：设，则 ；

 ；

 ；

 ．

练一练：

作出函数的图象，并指出它可以由幂函数的图象经过怎样的图象变换得到：

法1：





；

法2：



；

法3：

；

法4：

．

幂函数的图象与性质自测题

1、满足的实数的取值范围是（ ）

A． B． C． D．

2、若（）在上单调递增，在上单调递减，则是 数．

3、若（）的图象与轴、轴都无交点，且关于原点对称，则 ．

4、已知幂函数是偶函数，且在上为增函数，则函数

的解析式为 ．

5、已知点在幂函数的图象上，点在幂函数的图象上，问当为何值时有？

6、比较下列各组数的大小：

（1）与； （2）与； （3）与．

7、（1）证明：幂函数在是增函数；

（2）求函数的单调区间．

8、设，，为实常数．

（1）解方程；（2）解不等式．

9、已知函数（）为偶函数，且．

（1）求的值，并确定的解析式；

（2）若函数（且）在区间上为增函数，求实数的取值范围．