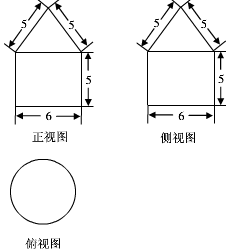
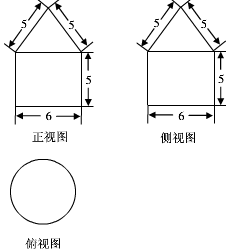
立体几何补充练习1

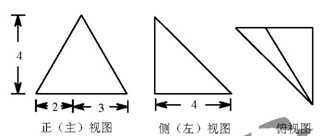
班级： 姓名：

1.某几何体的三视图如图所示，它的体积为 ( )



A． B.  C.  D. 

2.某三棱锥的三视图如图所示(从左到右分别为正、侧和俯视图)，该三梭锥的表面积是 （ ）

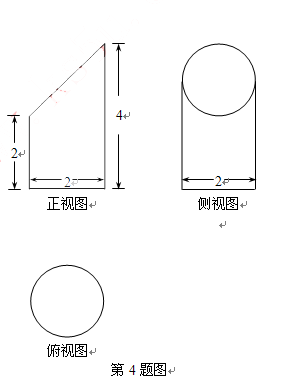
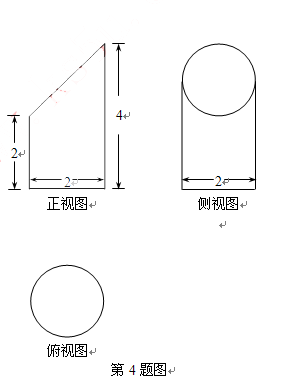


A.  B.  C.  D. 

3.已知球的直径，，是该球球面上的两点，，，则棱锥的体积为 （ ）

A． B． C． D．1

4.已知某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为 （ ）



A． B． C． D．

5. 过圆锥的高的三等分点作平行于底面的截面，它们把圆锥侧面分成的三部分的面积之比为（ ）

A.1：2：3 B.1：3：5 C.1：2：4 D. 1：3：9

6. 如图，在四面体中，截面经过四面体的内切球（与四个面都相切的球）球心，且与，分别截于、，如果截面将四面体分成体积相等的两部分，设四棱锥与三棱锥的表面积分别是，，则必有 （ ）

A．B． C．

D．，的大小关系不能确定





8. 某零件的正（主）视图与侧（左）视图均是如图所示的图形（实线组成半径为的半圆，虚线是等腰三角形的两腰），俯视图是一个半径为的圆（包括圆心），则该零件的体积是 （ ）

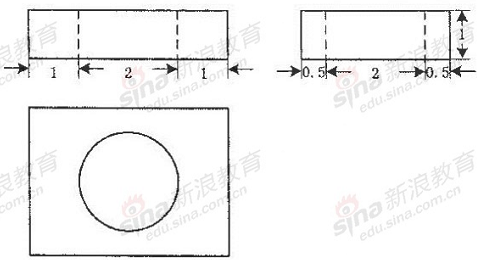
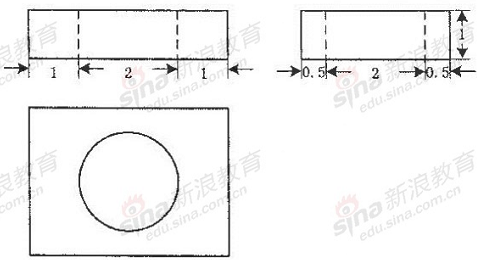
第8题图



A． B． C． D．

9.若一个圆锥的侧面展开图是面积为的半圆面，则该圆锥的体积为

10.一个几何体的三视图如图所示（从左到右分别为正、侧和俯视图），则该几何体的表面积为\_\_\_\_\_\_.



www.gkxx.com11.一个几何体的三视图如图所示（从左到右分别为正、侧和俯视图），则该几何体的体积为\_\_\_\_\_\_\_.

www.gkxx.com



12.如图1，一个正四棱柱形（底面是正方形，侧棱和底面

垂直）的密闭容器底部镶嵌了同底的正四棱锥形（顶点在

底面的射影是底面的中心）实心装饰块，容器内盛有升

水时，水面恰好经过正四棱锥的顶点.如果将容器倒置，

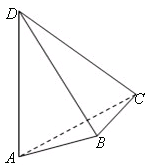
水面也恰好过点（图2）.有下列四个命题：

A．正四棱锥的高等于正四棱柱高的一半

B．将容器侧面水平放置时，水面也恰好过点

C．任意摆放该容器，当水面静止时，水面都恰好

经过点

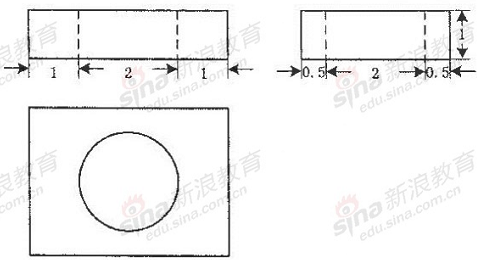
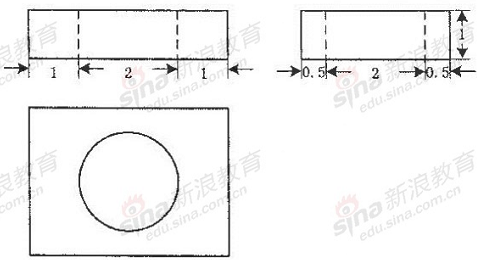
D．若往容器内再注入升水，则容器恰好能装满

其中真命题的代号是： . （写出所有真命题的代号）．

13.如图，与是四面体中互相垂直的棱，，若，且，其中、为常数，则四面体的体积的最大值是

参考答案： 9.若一个圆锥的侧面展开图是面积为的半圆面，则该圆锥的体积为

10.一个几何体的三视图如图所示（从左到右分别为正、侧和俯视图），则该几何体的表面积为\_\_\_\_\_\_.



11. ;12.B、D;13. 

立体几何补充练习2

班级： 姓名：

1.如图，四棱柱的底面是平行四边形，分别在棱上，且．（1）求证：；

（2）若平面，四边形是边长为的正方形，且，，求线段的长, 并证明：



2. 如图,,, 过动点作,垂足在线段上且异于点，连接，将沿折起，使．

（Ⅰ）当的长为多少时，三棱锥的体积最大；

（Ⅱ）当三棱锥的体积最大时，设点，分别为棱，的中点，试在

棱上确定一点，使得，并求与平面所成角的大小．

*.*

·



1.证明：（1）四棱柱的底面是平行四边形，

 1分

平面平面

平面 平面 3分

平面，

平面平面 4分

，

四点共面. 5分

平面平面,平面平面,

 7分

（2） 设

 四边形,四边形都是平行四边形，

为，的中点，为，的中点. 8分

连结由(1)知,从而.

，，

 10分

平面,四边形是正方形,

，，均为直角三角形,得

,





，即. 12分

平面平面

.

平面

平面 13分

平面

 14分

2.（Ⅰ）**解法1：**在如图1所示的△www.gkxx.com中，设www.gkxx.com，则www.gkxx.com．

由www.gkxx.com，www.gkxx.com知，△www.gkxx.com为等腰直角三角形，所以www.gkxx.com.

由折起前www.gkxx.com知，折起后（如图2），www.gkxx.com，www.gkxx.com，且www.gkxx.com，

所以www.gkxx.com平面www.gkxx.com．又www.gkxx.com，所以www.gkxx.com．于是

www.gkxx.com

www.gkxx.com，

当且仅当www.gkxx.com，即www.gkxx.com时，等号成立，

故当www.gkxx.com，即www.gkxx.com时, 三棱锥www.gkxx.com的体积最大．

**解法2：**

同解法1，得www.gkxx.com．

令www.gkxx.com，由www.gkxx.com，且www.gkxx.com，解得www.gkxx.com．

当www.gkxx.com时，www.gkxx.com；当www.gkxx.com时，www.gkxx.com．

所以当www.gkxx.com时，www.gkxx.com取得最大值．

故当www.gkxx.com时, 三棱锥www.gkxx.com的体积最大．

（Ⅱ）**解法1：**以www.gkxx.com为原点，建立如图*a*所示的空间直角坐标系www.gkxx.com．

由（Ⅰ）知，当三棱锥www.gkxx.com的体积最大时，www.gkxx.com，www.gkxx.com．

于是可得www.gkxx.com，www.gkxx.com，www.gkxx.com，www.gkxx.com，www.gkxx.com，www.gkxx.com，

且www.gkxx.com．

设www.gkxx.com，则www.gkxx.com. 因为www.gkxx.com等价于www.gkxx.com，即

www.gkxx.com，故www.gkxx.com，www.gkxx.com.

所以当www.gkxx.com（即www.gkxx.com是www.gkxx.com的靠近点www.gkxx.com的一个四等分点）时，www.gkxx.com．

设平面www.gkxx.com的一个法向量为www.gkxx.com，由www.gkxx.com 及www.gkxx.com，

得www.gkxx.com 可取www.gkxx.com．

设www.gkxx.com与平面www.gkxx.com所成角的大小为www.gkxx.com，则由www.gkxx.com，www.gkxx.com，可得

www.gkxx.com，即www.gkxx.com．

*C*

*A*

*D*

*B*

图*a*

*E*

*M*

*x*

*y*

*z*

图*b*

*C*

*A*

*D*

*B*

*E*

*F*

*M*

*N*

图*c*

*B*

*D*

*P*

*C*

*F*

*N*

*E*

*B*

*G*

*M*

*N*

*E*

*H*

图*d*

第19题解答图

*N*

故www.gkxx.com与平面www.gkxx.com所成角的大小为www.gkxx.com

**解法2：**由（Ⅰ）知，当三棱锥www.gkxx.com的体积最大时，www.gkxx.com，www.gkxx.com．

如图*b*，取www.gkxx.com的中点www.gkxx.com，连结www.gkxx.com，www.gkxx.com，www.gkxx.com，则www.gkxx.com∥www.gkxx.com.

由（Ⅰ）知www.gkxx.com平面www.gkxx.com，所以www.gkxx.com平面www.gkxx.com.

如图*c*，延长www.gkxx.com至*P*点使得www.gkxx.com，连www.gkxx.com，www.gkxx.com，则四边形www.gkxx.com为正方形，

所以www.gkxx.com. 取www.gkxx.com的中点www.gkxx.com，连结www.gkxx.com，又www.gkxx.com为www.gkxx.com的中点，则www.gkxx.com∥www.gkxx.com，

所以www.gkxx.com. 因为www.gkxx.com平面www.gkxx.com，又www.gkxx.com面www.gkxx.com，所以www.gkxx.com.

又www.gkxx.com，所以www.gkxx.com面www.gkxx.com. 又www.gkxx.com面www.gkxx.com，所以www.gkxx.com.

因为www.gkxx.com当且仅当www.gkxx.com，而点*F*是唯一的，所以点www.gkxx.com是唯一的.

即当www.gkxx.com（即www.gkxx.com是www.gkxx.com的靠近点www.gkxx.com的一个四等分点），www.gkxx.com．

连接www.gkxx.com，www.gkxx.com，由计算得www.gkxx.com，

所以△www.gkxx.com与△www.gkxx.com是两个共底边的全等的等腰三角形，

如图*d*所示，取www.gkxx.com的中点www.gkxx.com，连接www.gkxx.com，www.gkxx.com，

则www.gkxx.com平面www.gkxx.com．在平面www.gkxx.com中，过点www.gkxx.com作www.gkxx.com于www.gkxx.com，

则www.gkxx.com平面www.gkxx.com．故www.gkxx.com是www.gkxx.com与平面www.gkxx.com所成的角．

在△www.gkxx.com中，易得www.gkxx.com，所以△www.gkxx.com是正三角形，

故www.gkxx.com，即www.gkxx.com与平面www.gkxx.com所成角的大小为www.gkxx.com

立体几何补充练习3

班级： 姓名：

1.直三棱柱中，，



是棱的中点，

（1）证明：

（2）求二面角的大小.





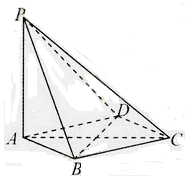
3.四棱锥中，底面为菱形，⊥底面，，，



是上的一点，.

（Ⅰ）证明：⊥平面；

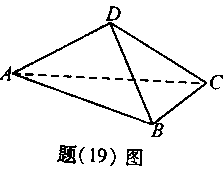
（Ⅱ）设二面角为，求与平面所成角的大小.

 4.在四棱锥中，平面，底面是菱形，.

(Ⅰ)求证：平面

（Ⅱ）若求与所成角的余弦值；

（Ⅲ）当平面与平面垂直时，求的长.

5.在四面体中，平面平面，，，．

（Ⅰ）若，，求四面体的体积；

（Ⅱ）若二面角为，求异面直线与所成角的余弦值．

1.(2) ;2. ,3.; 4.,; 5. ;(2) 

立体几何补充练习3

班级： 姓名：

1.直三棱柱中，，



是棱的中点，

（1）证明：

（2）求二面角的大小.

【答案】（1）在中，

得：

同理：

得：面

（2）面

取的中点，过点作于点，连接

，面面面

 得：点与点重合

且是二面角的平面角

设，则，

既二面角的大小为





,

3.四棱锥中，底面为菱形，⊥底面，，，

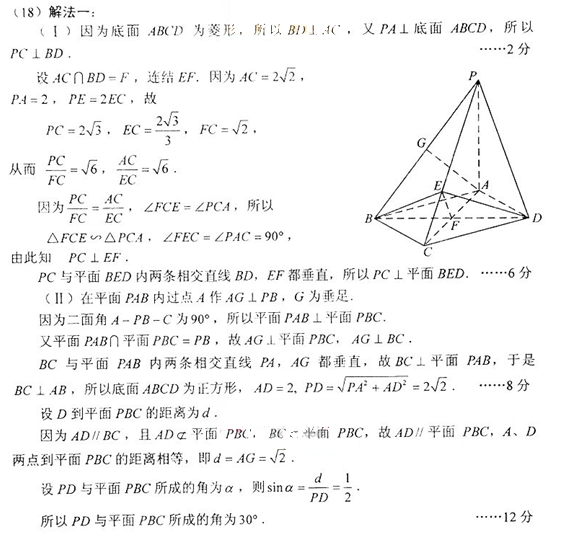


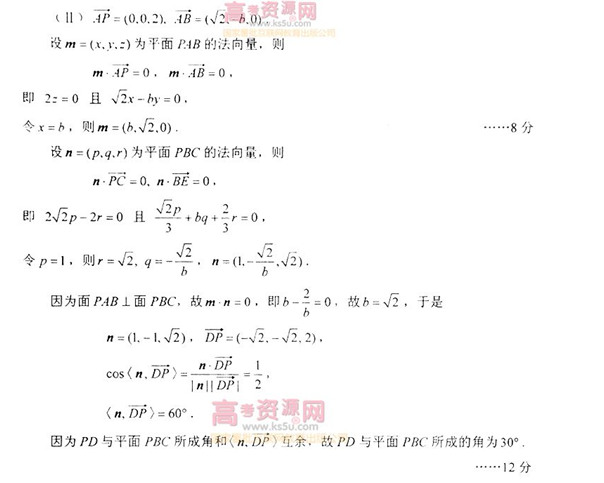
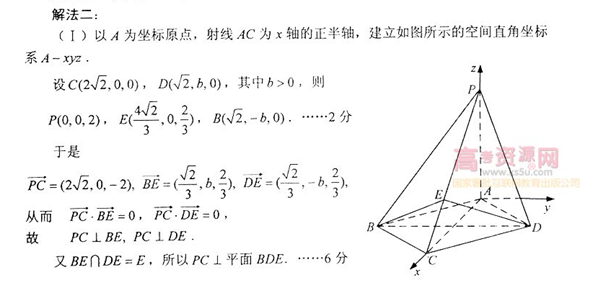
是上的一点，.

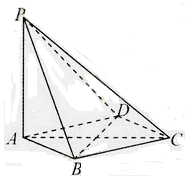
（Ⅰ）证明：⊥平面；

（Ⅱ）设二面角为，求与平面所成角的大小.

【答案】





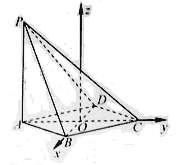
 4.在四棱锥中，平面，底面是菱形，.

(Ⅰ)求证：平面

（Ⅱ）若求与所成角的余弦值；

（Ⅲ）当平面与平面垂直时，求的长.

【解析】（16）（共14分）

 证明：（Ⅰ）因为四边形ABCD是菱形，

所以AC⊥BD.

又因为PA⊥平面ABCD.

所以PA⊥BD.

所以BD⊥平面PAC.

（Ⅱ）设AC∩BD=O.

因为∠BAD=60°，PA=PB=2,

所以BO=1，AO=CO=.

如图，以O为坐标原点，建立空间直角坐标系O—xyz，则

P（0，—，2），A（0，—，0），B（1，0，0），C（0，，0）.

所以

设PB与AC所成角为，则

.

（Ⅲ）由（Ⅱ）知

设P（0，－，t）（t>0），

则

设平面PBC的法向量,

则

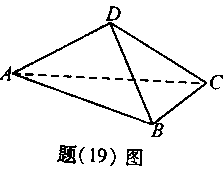
所以令则

所以

同理，平面PDC的法向量

因为平面PCB⊥平面PDC,

所以=0，即解得所以PA=

5.在四面体中，平面平面，，，．

（Ⅰ）若，，求四面体的体积；

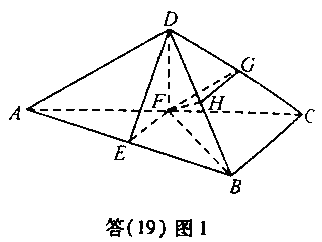
（Ⅱ）若二面角为，求异面直线与所成角的余弦值．

【解析】19．（本题12分）

（I）解：如答（19）图1，设F为AC的中点，由于AD=CD，所以DF⊥AC.

故由平面ABC⊥平面ACD，知DF⊥平面ABC，

即DF是四面体ABCD的面ABC上的高，



且DF=ADsin30°=1，AF=ADcos30°=.

在Rt△ABC中，因AC=2AF=，AB=2BC，

由勾股定理易知

故四面体ABCD的体积



（II）解法一：如答（19）图1，设G，H分别为边CD，BD的中点，则FG//AD，GH//BC，从而∠FGH是异面直线AD与BC所成的角或其补角.

设E为边AB的中点，则EF//BC，由AB⊥BC，知EF⊥AB.又由（I）有DF⊥平面ABC，

故由三垂线定理知DE⊥AB.

所以∠DEF为二面角C—AB—D的平面角，由题设知∠DEF=60°

设

在

从而

因Rt△ADE≌Rt△BDE，故BD=AD=*a*，从而，在Rt△BDF中，，

又从而在△FGH中，因FG=FH，由余弦定理得

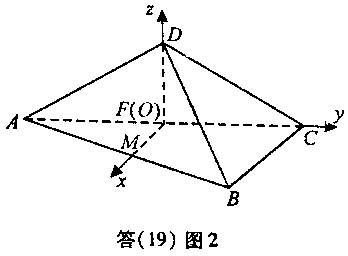


因此，异面直线AD与BC所成角的余弦值为

解法二：如答（19）图2，过F作FM⊥AC，交AB于M，已知AD=CD，

平面ABC⊥平面ACD，易知FC，FD，FM两两垂直，以F为原点，射线FM，FC，FD分别为x轴，y轴，z轴的正半轴，建立空间直角坐标系F—xyz.

不妨设AD=2，由CD=AD，∠CAD=30°，易知点A，C，D的坐标分别为



显然向量是平面ABC的法向量.

已知二面角C—AB—D为60°，

故可取平面ABD的单位法向量，

使得



设点B的坐标为，有



易知与坐标系的建立方式不合，舍去.

因此点B的坐标为所以

从而



故异面直线AD与BC所成的角的余弦值为