1.（21）（本小题满分分）2016广州二模理

已知函数**R**．

（Ⅰ） 当时，求函数的最小值；

（Ⅱ） 若时,,求实数的取值范围；

（Ⅲ）求证：．

1.（21） （Ⅰ）解:当时，,则．…………………1分

令，得．

当时, ; 当时, ． …………………………2分

∴函数在区间上单调递减,在区间上单调递增．

∴当时,函数取得最小值,其值为． ……………………3分

（Ⅱ）解:若时,,即．（\*）

令,

则．

① 若,由（Ⅰ）知,即,故．

∴．

…………………………………………4分

∴函数在区间上单调递增．

∴．

∴（\*）式成立． …………………………………………5分

②若,令,

则．

∴函数在区间上单调递增．

由于,．

…………………………………………6分

故,使得． …………………………………………7分

则当时,,即．

∴函数在区间上单调递减．

∴ ,即（\*）式不恒成立． ………………………………………8分

综上所述,实数的取值范围是． ………………………………………9分

（Ⅲ）证明:由（Ⅱ）知,当时, 在上单调递增．

则,即．…………………………………10分

∴． …………………………………………11分

∴,即． …………………………………………12分

（二）分离变量



若，，

若，

令，



令

，

所以递减，，

所以递减，，

所以递减，所以

.

2.(21)（本小题满分分）（2016广州二模文科）

已知函数**R**.

(Ⅰ)当时,求函数的单调区间；

(Ⅱ)若且时,,求的取值范围.

(Ⅰ)解:∵当时,,

∴. ………………………………………………1分

令,得. ………………………2分

当时, ; 当时, . ………………3分

∴函数的单调递减区间为,递增区间为.……4分

(Ⅱ)解法1:当时,等价于,即.(\*)

令,则, ………5分

∴函数在上单调递增.

∴. ………………………………………………6分

要使(\*)成立,则, 得.……………………………………………7分

下面证明若时,对,也成立.

当时,等价于,即.

而.(\*\*) ………………………………………8分

令,则,

再令,则.

由于,则,,故. ……………………9分

∴ 函数在上单调递减.

∴ ,即. ………………………10分

∴ 函数在上单调递增.

∴ . ……………………………………………11分

由(\*\*)式.

综上所述,所求的取值范围为. ……………………………………12分

分当与时，分离变量都可算出，若不分离变量，

当时不分离变量易求出的范围，如答案，

当时，不分离变量求出的范围需要一定的能力，

，

令

，，

所以单调递减，

当时，，所以单调递增，，，

.

当时，，，







，，成立

综上所述，.

3.已知函数 （2016深圳二模文）

（1）若在处的切线过点，求实数的值；

（2）当时，恒成立，求实数的取值范围.

解（2），分正负分离变量，

不分离：易得，

，；



（时）



因为若单调递减,,

若， .

易证恒成立.综上所述