高一周练20140913 **因式分解、一元二次函数、一元二次不等式**

班级 姓名

**一、选择题：本大题共8小题．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1. 分解因式(　　)．

A．；B．； C．； D．.

2. 分解因式(　　)．

A．; B．; C．; D．.

3．对任意实数，不等式 (*a*2－1)*x*2－(*a*－1)*x*－1<0恒成立，则实数*a*的取值范围是(　　)．

A．*a*<－或*a*>1 ; B．－<*a*<1; C．－<*a*≤1或*a*＝－1; D．－<*a*≤1.

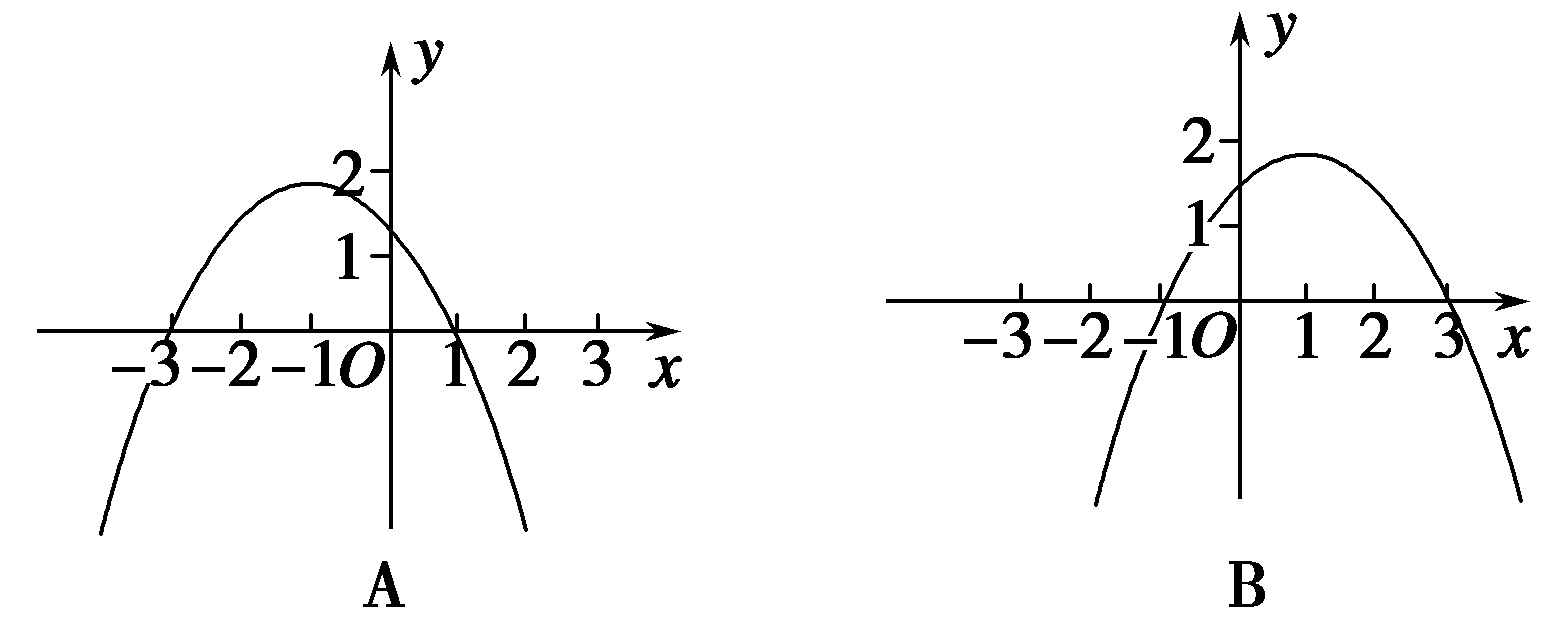
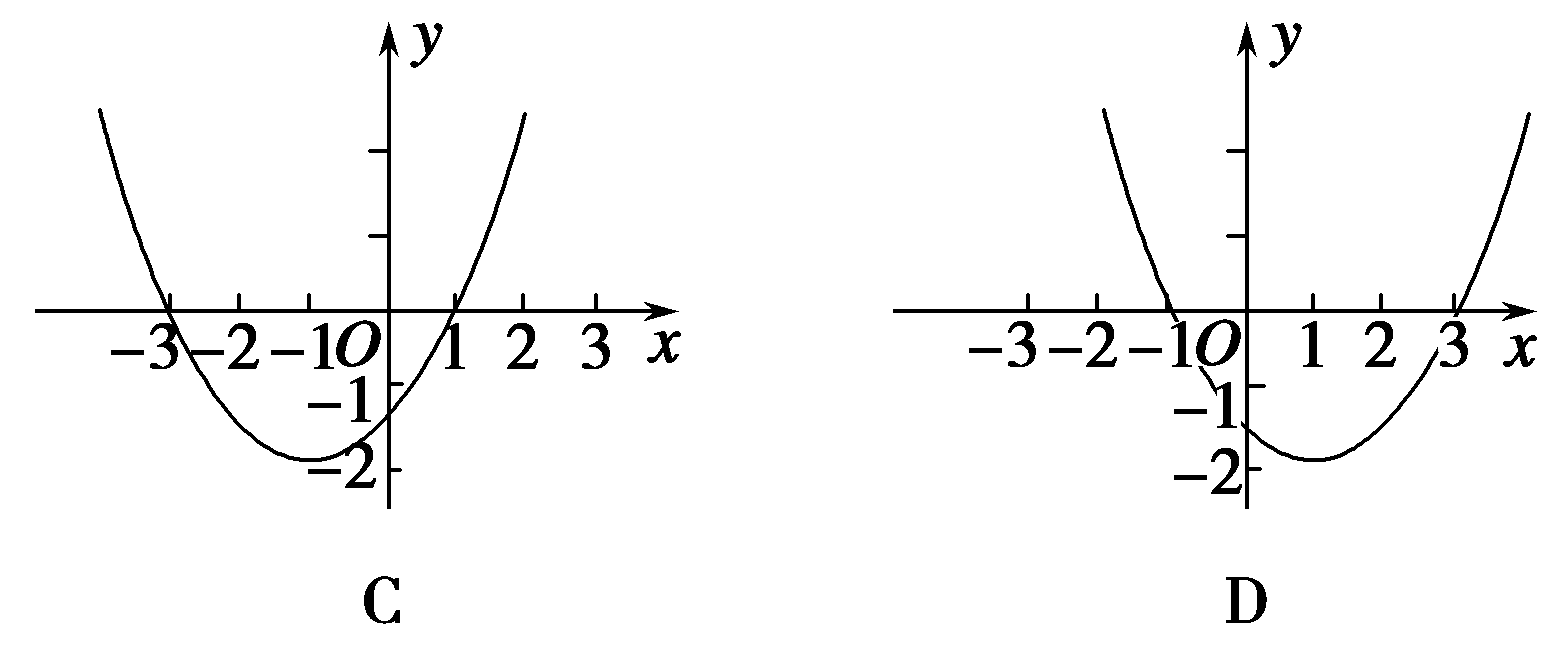
4．已知不等式*ax*2－*bx*－1≥0的解是，则不等式*x*2－*bx*－*a*＜0的解是(　　)．

A．; B．; C. ; D. .

5．已知*a*，*b*，*c*为实数，函数*f* (*x*)＝*ax*2＋*bx*＋*c*.若*f* (0)＝*f* (4)>*f* (1)，则(　　)．

A．*a*>0,4*a*＋*b*＝0; B．*a*<0,4*a*＋*b*＝0; C．*a*>0,2*a*＋*b*＝0; D．*a*<0,2*a*＋*b*＝0

6．已知函数*f* (*x*)＝*ax*2＋*bx*＋*c*，不等式*f* (*x*)＜0的解为*x*＜－3，或*x*＞1，则函数*y*＝*f* (－*x*)

的图象可以为(　　)．

7. 已知,求的最大值与最小值(　　)．

A．; B．; C． ; D．.

8．在实数上定义运算：＝*ad*－*bc*.若不等式≥1对任意实数*x*恒成立，则实数*a*的最大值为(　　)．

A．－ ; B．－ ; C. ; D. .

**二、填空题：本大题共8小题．**

9．已知关于*x*的不等式＜0的解是，则*a*＝\_\_\_\_\_\_\_\_.

10. 若关于*x*的不等式*ax*2－6*x*＋*a*2<0的解是 ，则*m*＝\_\_\_\_\_\_\_\_.

11. 先将的图象向右平移个单位，再向上平移个单位得到\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_的图

象；将得到的图象再关于轴对称后得到\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_的图象.

12. 方程＝0的解为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

13．已知二次函数*f* (*x*)的二次项系数为*a*，且不等式*f* (*x*)＞0的解为，若*f* (*x*)的最大值小于1，则*a*的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_．

14．若函数*f* (*x*)＝*x*2－*ax*－*a*在区间[0,2]上的最大值为1，则实数*a*等于\_\_\_\_\_\_\_\_．

15. 当时，不等式*x*2＋*mx*＋4< 0恒成立，则*m*的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

16．设*f* (*x*)与*g* (*x*)是定义在同一区间[*a*，*b*] （注：*x*∈[*a*，*b*]表示）上的两个函数，若方程*f*(*x*)－*g*(*x*)＝0在*x*∈[*a*，*b*]上有两个不同的根，则称*f* (*x*)和*g*(*x*)在[*a*，*b*]上是“关联函数”．若*f*(*x*)＝*x*2－3*x*＋4与*g*(*x*)＝2*x*＋*m*在[0,3]上是“关联函数”，则*m*的取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_．

**三、解答题：本大题共6小题．解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤．**

17.　解不等式

(1)－*x*2＋8*x*－3>0； (2)*ax*2－(*a*＋1)*x*＋1<0.

18．已知二次函数*f* (*x*)的二次项系数为*a*，且不等式*f* (*x*)>－2*x*的解为．

(1) 若方程*f* (*x*)＋6*a*＝0有两个相等的根，求*f* (*x*)的解析式；

(2) 若*f* (*x*)的最大值为正数，求*a*的取值范围．

19．已知函数.

(1) 画出函数的图象；(2)解不等式；

(3) 设，求在上的最大值．

20. 设函数*f* (*x*)＝*mx*2－*mx*－1. (1) 若对于一切实数*x*，*f* (*x*) < 0恒成立，求*m*的取值范围；

(2) 若对于，*f* (*x*) <－*m*＋5恒成立，求*m*的取值范围.

21．已知函数，. (1) 若存在实数使，求实数的取值范围；(2) 设，且函数在上随着增大而增大，求实数的取值范围．

22．已知函数，，且方程有实根．

(1)求证：且；

(2)若是方程的一个实根，判断的正负，并说明理由．

【学法指导】

1.请先复习一周所学内容，再做周练；

2.会做的题先做好，遇到不会做的题，在数学课堂笔记本上找灵感，回忆老师强调的方法；

3.独立思考不会做的题，试着寻求问题与知识点尽可能多的联系，间接法？图解？分类？…

4.请登录QQ邮箱: szsysx@qq.com 密码：szsysx ，用红色笔自批周练，周一交给老师检查；

5.发现问题，完善知识体系（网络），整理笔记，联系问题链与老师讨论；

6.老师周一评讲周练后，再次整理补充上周的知识体系（网络），提炼小结，顺利完成周练.

高一周练20140913 **因式分解、一元二次函数、一元二次不等式**

班级 姓名

**一、选择题：本大题共8小题．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1. 分解因式(　　)．

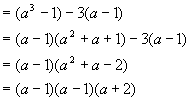
A．； B．； C．； D．.

2. 分解因式(　　)．

A．; B．; C．; D．.

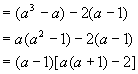
思路1 直接无法分解，把常数项2折成3-1，然后进行分组分解。

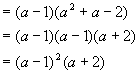
　　解法1 原式Image11229



　　思路2 拆一次项Image11231

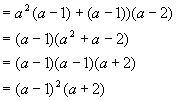
　　解法2 原式Image11232





　　思路3 添二次项Image11235，再进行分组分解。

　　解法3 原式Image11236



思路4 利用因式定理，试根、长除法.

3．对任意实数，不等式 (*a*2－1)*x*2－(*a*－1)*x*－1<0恒成立，则实数*a*的取值范围是(　　)．

A．*a*<－或*a*>1 ; B．－<*a*<1; C．－<*a*≤1或*a*＝－1; D．－<*a*≤1.

解析：*a*＝1显然满足题意，若该不等式为一元二次不等式，则必有*a*2<1，由Δ＝(*a*－1)2＋4(*a*2－1)<0，解得－<*a*<1.综上可知－<*a*≤1.

4．已知不等式*ax*2－*bx*－1≥0的解集是，则不等式*x*2－*bx*－*a*＜0的解集是(　　)．

A．(2,3); B．(－∞，2)∪(3，＋∞); C.; D.∪.

4解析　由题意知－，－是方程*ax*2－*bx*－1＝0的根，所以由根与系数的关系得－＋＝，×＝－.解得*a*＝－6，*b*＝5，不等式*x*2－*bx*－*a*＜0即为*x*2－5*x*＋6＜0，解集为(2,3)．答案　A

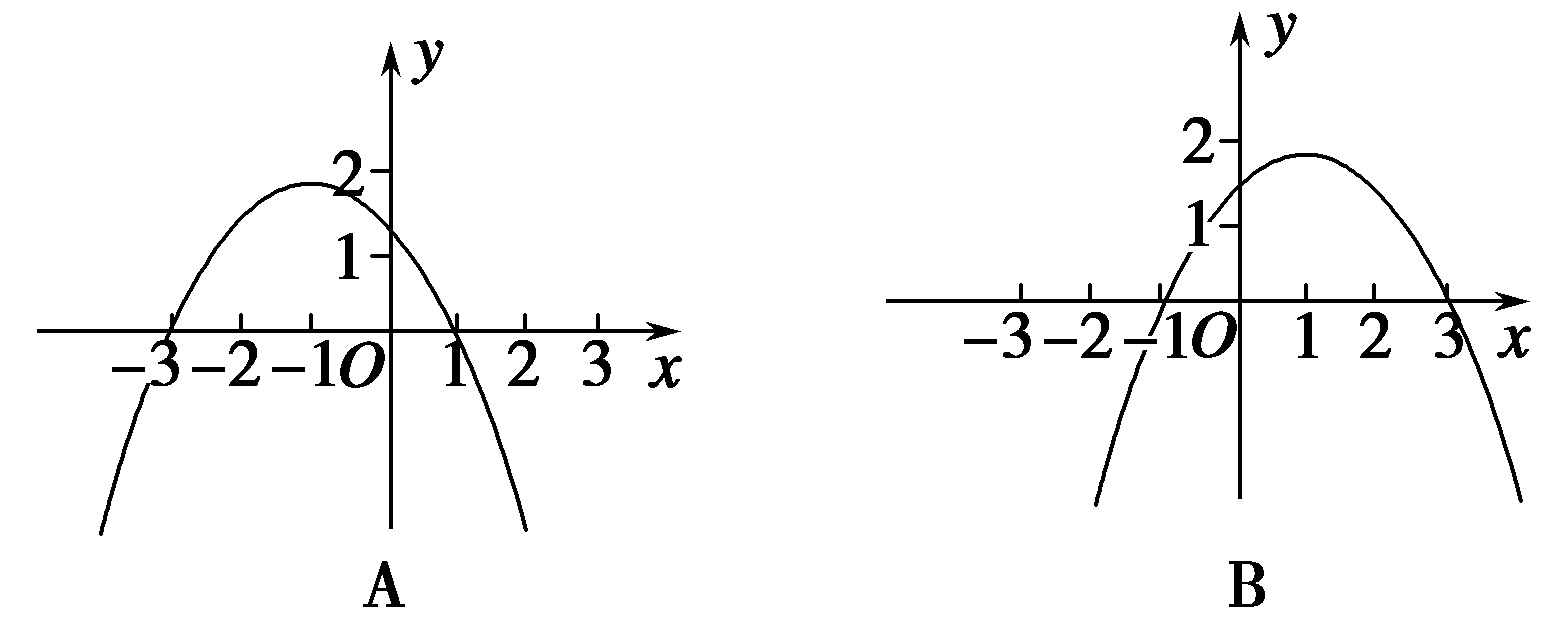
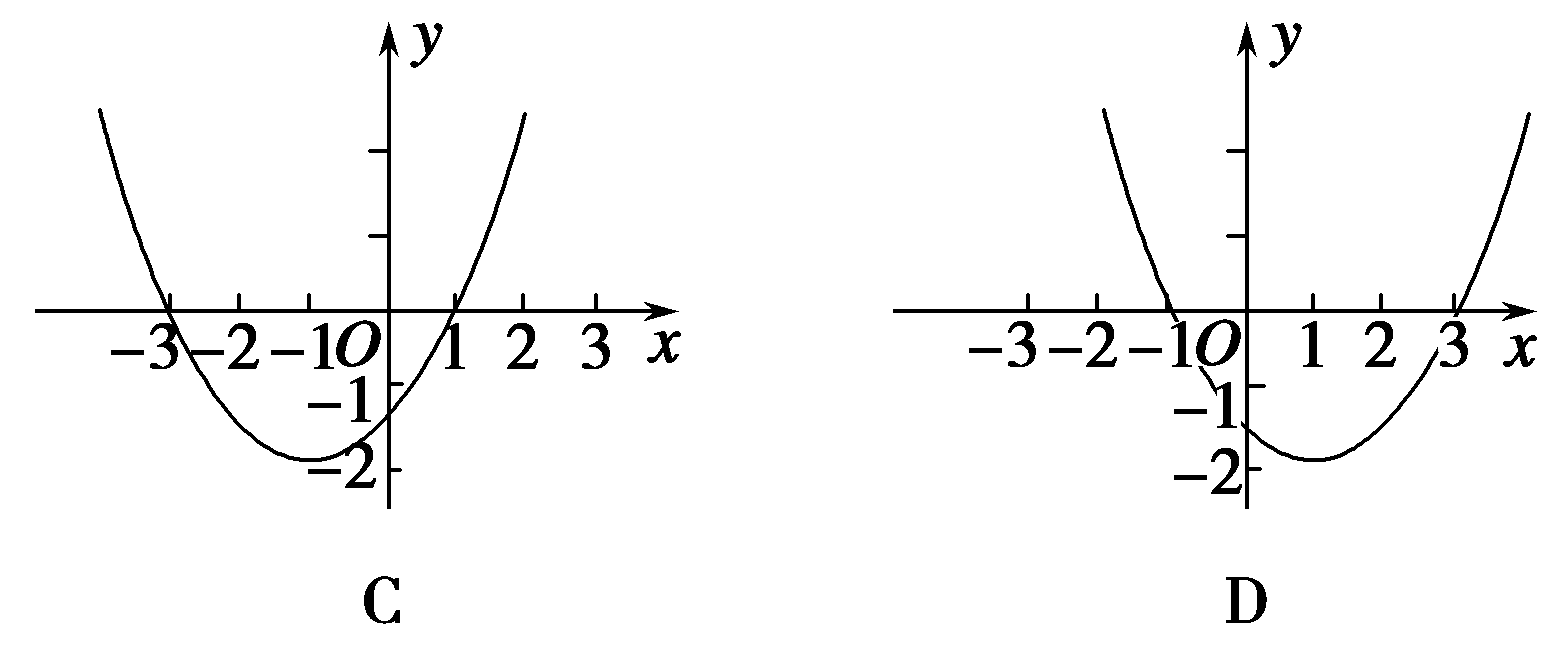
5．(2013·浙江高考)已知*a*，*b*，*c*∈**R**，函数*f*(*x*)＝*ax*2＋*bx*＋*c*.若*f*(0)＝*f*(4)>*f*(1)，则(　　)．

A．*a*>0,4*a*＋*b*＝0; B．*a*<0,4*a*＋*b*＝0; C．*a*>0,2*a*＋*b*＝0; D．*a*<0,2*a*＋*b*＝0

5．选A　由*f*(0)＝*f*(4)得*f*(*x*)＝*ax*2＋*bx*＋*c*的对称轴为*x*＝－＝2，∴4*a*＋*b*＝0，

又*f*(0)>*f*(1)，∴*f*(*x*)先减后增，于是*a*>0.

6．已知函数*f*(*x*)＝*ax*2＋*bx*＋*c*，不等式*f*(*x*)＜0的解为*x*＜－3，或*x*＞1，则函数

*y*＝*f*(－*x*)的图象可以为(　　)．

6解析　由*f*(*x*)＜0的解集为{*x*|*x*＜－3，或*x*＞1}知*a*＜0，*y*＝*f*(*x*)的图象与*x*轴交点为(－3,0)，(1,0)，∴*f*(－*x*)图象开口向下，与*x*轴交点为(3,0)，(－1,0)．答案　B

7. 已知,求的最大值与最小值(　　)．

A．; B．; C． ; D．.

7解： 

将代入得



此函数的对称轴为，并且开口向下

当时函数值随的增大而增大；当时函数值随的增大而减小，

当时函数取得最大值

当时，函数值为；当时，函数值为

当时，函数有最小值

8．(2013·西安二模)在**R**上定义运算：＝*ad*－*bc*.若不等式≥1对任意实数*x*恒成立，则实数*a*的最大值为(　　)．

A．－ ; B．－ ; C. ; D. .

解析　原不等式等价于*x*(*x*－1)－(*a*－2)(*a*＋1)≥1，即*x*2－*x*－1≥(*a*＋1)(*a*－2)对任意*x*恒成立，*x*2－*x*－1＝2－≥－，所以－≥*a*2－*a*－2，－≤*a*≤.故选D.

答案　D

**二、填空题：本大题共8小题．**

9．已知关于*x*的不等式＜0的解集是(－∞，－1)∪，则*a*＝\_\_\_\_\_\_\_\_.

解析　由于不等式＜0的解集是(－∞，－1)∪，故－应是*ax*－1＝0的根，∴*a*＝－2.

答案　－2

10. 若关于*x*的不等式*ax*2－6*x*＋*a*2<0的解集是(1，*m*)，则*m*＝\_\_\_\_\_\_\_\_.

答案　2

解析　根据不等式与方程之间的关系知1为方程*ax*2－6*x*＋*a*2＝0的一个根，即*a*2＋*a*－6＝0，解得*a*＝2或*a*＝－3，当*a*＝2时，不等式*ax*2－6*x*＋*a*2<0的解集是(1,2)，符合要求；当*a*＝－3时，不等式*ax*2－6*x*＋*a*2<0的解集是(－∞，－3)∪(1，＋∞)，不符合要求，舍去.故*m*＝2.

11. 先将的图象向右平移个单位，再向上平移个单位得到\_\_\_\_\_\_\_\_ 的图

象；将得到的图象再关于轴对称后得到\_\_\_\_\_\_\_\_ 的图象.

11. , ;

12. 分解因式＝\_\_\_\_\_ \_\_\_.

12. 分析 这是三次多项式的因式分解，可考虑因式定理。

　　解：Image11256是30的因数，经检验可知Image11257故可Image11258是多项式因子，令Image11255＝k(x+2)(x+3)(x-5)，可解得Image11260，

故原式Image11261。

13．(2014·铜陵一模)已知二次函数*f* (*x*)的二次项系数为*a*，且不等式*f* (*x*)＞0的解集为(1,2)，若*f* (*x*)的最大值小于1，则*a*的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_．

13解析　由题意知*a*＜0，可设*f*(*x*)＝*a*(*x*－1)(*x*－2)＝*ax*2－3*ax*＋2*a*，∴*f*(*x*)max＝*f*＝－＜1，

∴*a*＞－4，故－4＜*a*＜0.

答案　(－4,0)

14．(2014·中山一模)若函数*f*(*x*)＝*x*2－*ax*－*a*在区间[0,2]上的最大值为1，则实数*a*等于\_\_\_\_\_\_\_\_．

14．解析：函数*f*(*x*)＝*x*2－*ax*－*a*的图像为开口向上的抛物线，∴函数的最大值在区间的端点取得，∵*f*(0)＝－*a*，*f*(2)＝4－3*a*，

∴或解得*a*＝1.

答案：1

15. 当*x*∈(1,2)时，不等式*x*2＋*mx*＋4<0恒成立，则*m*的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

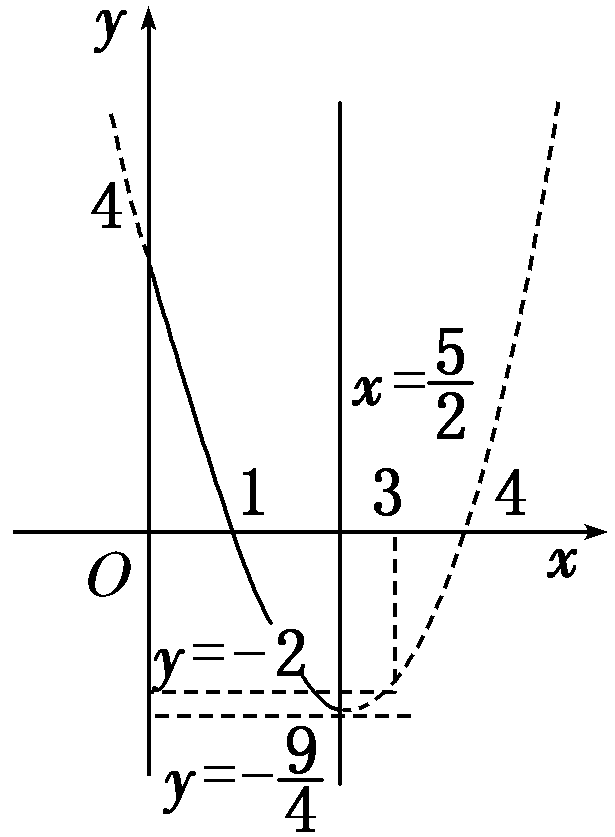
答案　(－∞，－5]

解析　设*f*(*x*)＝*x*2＋*mx*＋4，

因为当*x*∈(1,2)时，不等式*x*2＋*mx*＋4<0恒成立，

所以即解得*m*≤－5.

16．(2013·青岛质检)设*f*(*x*)与*g*(*x*)是定义在同一区间[*a*，*b*]上的两个函数，若方程*f*(*x*)－*g*(*x*)＝0在*x*∈[*a*，*b*]上有两个不同的根，则称*f*(*x*)和*g*(*x*)在[*a*，*b*]上是“关联函数”，区间[*a*，*b*]称为“关联区间”．若*f*(*x*)＝*x*2－3*x*＋4与*g*(*x*)＝2*x*＋*m*在[0,3]上是“关联函数”，则*m*的取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_．

16．解析：由题意知，*y*＝*f*(*x*)－*g*(*x*)＝*x*2－5*x*＋4－*m*在[0,3]上有两个不同的零点．在同一直角坐标系下作出函数*y*＝*m*与*y*＝*x*2－5*x*＋4(*x*∈[0,3])的图像如图所示，结合图像可知，当*x*∈[2,3]时，*y*＝*x*2－5*x*＋4∈，故当*m*∈时，函数*y*＝*m*与*y*＝*x*2－5*x*＋4(*x*∈[0,3])的图像有两个交点．

答案：

**三、解答题：本大题共6小题．解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤．**

17.　解不等式

(1)－*x*2＋8*x*－3>0； (2)*ax*2－(*a*＋1)*x*＋1<0.

思维启迪　(1)可利用求根公式得到方程－*x*2＋8*x*－3＝0的解，再求不等式的解集；(2)含参数*a*，要进行分类讨论.

解　(1)因为*Δ*＝82－4×(－1)×(－3)＝52>0，

所以方程－*x*2＋8*x*－3＝0有两个不相等的实根*x*1＝4－，*x*2＝4＋.

又二次函数*y*＝－*x*2＋8*x*－3的图象开口向下，

所以原不等式的解集为{*x*|4－<*x*<4＋}.

(2)若*a*＝0，原不等式等价于－*x*＋1<0，解得*x*>1.

若*a*<0，原不等式等价于(*x*－)(*x*－1)>0，解得*x*<或*x*>1.

若*a*>0，原不等式等价于(*x*－)(*x*－1)<0.

①当*a*＝1时，＝1，(*x*－)(*x*－1)<0无解；

②当*a*>1时，<1，解(*x*－)(*x*－1)<0得<*x*<1；

③当0<*a*<1时，>1，

解(*x*－)(*x*－1)<0得1<*x*<.

综上所述：当*a*<0时，解集为{*x*|*x*<或*x*>1}；

当*a*＝0时，解集为{*x*|*x*>1}；当0<*a*<1时，解集为{*x*|1<*x*<}；当*a*＝1时，解集为∅；当*a*>1时，解集为{*x*|<*x*<1}.

18．已知二次函数*f*(*x*)的二次项系数为*a*，且不等式*f*(*x*)>－2*x*的解集为(1,3)．

(1)若方程*f*(*x*)＋6*a*＝0有两个相等的根，求*f*(*x*)的解析式；

(2)若*f*(*x*)的最大值为正数，求*a*的取值范围．

18解　(1)∵*f*(*x*)＋2*x*>0的解集为(1,3)，

*f*(*x*)＋2*x*＝*a*(*x*－1)(*x*－3)，且*a*<0，

因而*f*(*x*)＝*a*(*x*－1)(*x*－3)－2*x*＝*ax*2－(2＋4*a*)*x*＋3*a*.①

由方程*f*(*x*)＋6*a*＝0，得*ax*2－(2＋4*a*)*x*＋9*a*＝0.②

因为方程②有两个相等的根，

所以*Δ*＝[－(2＋4*a*)]2－4*a*·9*a*＝0，

即5*a*2－4*a*－1＝0，解得*a*＝1或*a*＝－.

由于*a*<0，舍去*a*＝1，将*a*＝－代入①，

得*f*(*x*)＝－*x*2－*x*－.

(2)由*f*(*x*)＝*ax*2－2(1＋2*a*)*x*＋3*a*＝*a*2－及*a*<0，可得*f*(*x*)的最大值为－.

由解得*a*<－2－或－2＋<*a*<0.

故当*f*(*x*)的最大值为正数时，实数*a*的取值范围是

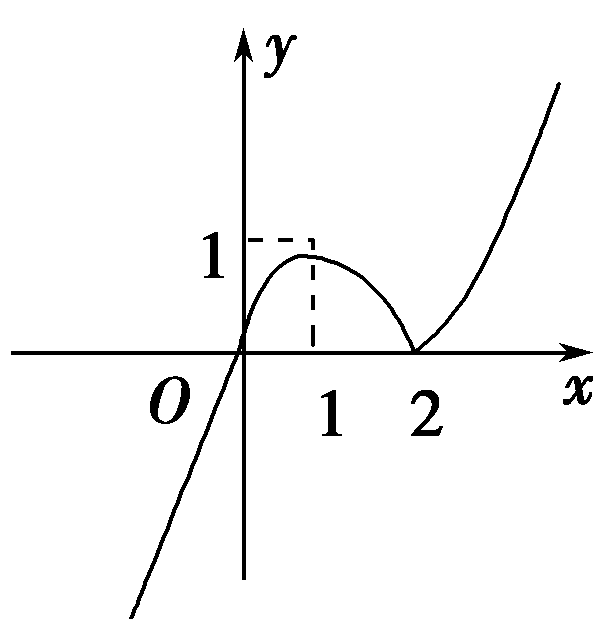
(－∞，－2－)∪(－2＋，0).

19．已知函数*f*(*x*)＝*x*|*x*－2|.

(1)画出函数*f*(*x*)的图象；

(2)解不等式*f*(*x*)＜3；

(3)设0＜*a*≤2，求*f*(*x*)在[0，*a*]上的最大值．

19解析　(1)*f*(*x*)的图象如图所示．

(2)当*x*＝3时，*f*(3)＝3，所以*f*(*x*)＜3的解集为(－∞，3)．

(3)因为0＜*a*≤2，所以当0＜*a*≤1时，

*f*(*x*)在[0，*a*]上的最大值为*f*(*x*)max＝*f*(*a*)＝2*a*－*a*2；

当1＜*a*≤2时，*f*(*x*)在[0，*a*]上的最大值为*f*(*x*)max＝1.

综上，得*f*(*x*)max＝

20. 设函数*f*(*x*)＝*mx*2－*mx*－1.

(1) 若对于一切实数*x*，*f*(*x*)<0恒成立，求*m*的取值范围；

(2) 若对于*x*∈[1,3]，*f*(*x*)<－*m*＋5恒成立，求*m*的取值范围.

思维启迪　(1)分*m*＝0和*m*≠0讨论，*m*≠0可结合图象看*Δ*的条件；

(2)可分离参数*m*，利用函数最值求*m*的范围.

20解　(1)要使*mx*2－*mx*－1<0恒成立，

若*m*＝0，显然－1<0；

若*m*≠0，则⇒－4<*m*<0.

所以－4<*m*≤0.

(2)要使*f*(*x*)<－*m*＋5在*x*∈[1,3]上恒成立，即

*m*2＋*m*－6<0在*x*∈[1,3]上恒成立.

有以下两种方法：

方法一　令*g*(*x*)＝*m*2＋*m*－6，*x*∈[1,3].

当*m*>0时，*g*(*x*)在[1,3]上是增函数，

所以*g*(*x*)max＝*g*(3)⇒7*m*－6<0，

所以*m*<，则0<*m*<；当*m*＝0时，－6<0恒成立；

当*m*<0时，*g*(*x*)在[1,3]上是减函数，

所以*g*(*x*)max＝*g*(1)⇒*m*－6<0，所以*m*<6，所以*m*<0.

综上所述：*m*的取值范围是*m*<.

方法二　因为*x*2－*x*＋1＝2＋>0，

又因为*m*(*x*2－*x*＋1)－6<0，所以*m*<.

因为函数*y*＝＝在[1,3]上的最小值为，所以只需*m*<即可.

所以，*m*的取值范围是*m*<..

21．已知函数*f*(*x*)＝*x*2，*g*(*x*)＝*x*－1.

(1)若存在*x*∈**R**使*f*(*x*)＜*b*·*g*(*x*)，求实数*b*的取值范围；

(2)设*F*(*x*)＝*f*(*x*)－*mg*(*x*)＋1－*m*－*m*2，且函数|*F*(*x*)|在[0,1]上随着增大而增大，求实数*m*的取值范围．

21解析　(1)∃*x*∈**R**，*f*(*x*)＜*bg*(*x*)⇒∃*x*∈**R**，*x*2－*bx*＋*b*＜0⇒(－*b*)2－4*b*＞0⇒*b*＜0或*b*＞4.

(2)*F*(*x*)＝*x*2－*mx*＋1－*m*2，*Δ*＝*m*2－4(1－*m*2)＝5*m*2－4.

①当*Δ*≤0，即－≤*m*≤时，则必需

⇒－≤*m*≤0.

②当*Δ*＞0，即*m*＜－或*m*＞时，设方程*F*(*x*)＝0的根为*x*1，*x*2(*x*1＜*x*2)．

若≥1，则*x*1≤0，即⇒*m*≥2；

若≤0，则*x*2≤0，即⇒－1≤*m*＜－；

综上所述：实数*m*的取值范围是[－1,0]∪[2，＋∞).

22．已知函数*f*(*x*)＝*x*2＋2*ax*＋*b*(*b*<*a*<1)，*f*(1)＝0，且方程*f*(*x*)＋1＝0有实根．

(1)求证：－3<*b*≤－1且*a*≥0；

(2)若*m*是方程*f*(*x*)＋1＝0的一个实根，判断*f*(*m*－4)的正负，并说明理由．

22解析 (1)证明：∵*f*(1)＝1＋2*a*＋*b*＝0，∴*b*＝－2*a*－1.

∵方程*f*(*x*)＋1＝*x*2＋2*ax*＋*b*＋1＝0有实根，

∴*Δ*＝4*a*2－4(*b*＋1)≥0，

∴4*a*2＋8*a*≥0，∴*a*≤－2或*a*≥0.

∵*b*＝－2*a*－1<1，∴*a*>－1，∴*a*≤－2应舍去．∴*a*≥0.

∵0≤*a*<1且*a*＝－，∴0≤－<1，

∴－3<*b*≤－1.

(2)设方程*f*(*x*)＝0的另一根为*x*2.∵1是方程*x*2＋2*ax*＋*b*＝0的一根，∴1·*x*2＝*b*，

∴方程*x*2＋2*ax*＋*b*＝0的另一根为*b*，∴*f*(*b*)＝0.

∴当*b*<*x*<1时，*f*(*x*)<0；

当*x*<*b*或*x*>1时，*f*(*x*)>0.

∵*f*(*m*)＋1＝0，∴*f*(*m*)＝－1<0，∴*b*<*m*<1.

∴*m*－4<－3<*b*，∴*f*(*m*－4)>0.