**2017年5月24日高中数学试卷**

**平面向量的概念、运算与应用**

**班级 姓名 。**

**一、单选题（共16题；共32分）**

1、下列各组向量中，可以作为基底的是                             （   ）

A、 B、



C、 D、



2、△ABC的边长AB=3，BC=5，AC=4，则（    ）



A、-18 B、18 C、0 D、12

3、已知平面向量与的夹角为60o ， 且满足， 若， 则（   ）



A、2 B、 C、1 D、



4、设向量与的夹角为， =（2，1），3+=（5，4），则=（　 ）



A、 B、 C、 D、



5、已知向量,则与夹角的取值范围是（   ）



A、 B、 C、 D、



6、已知向量， ， 且， 其中， 则等于（　　）



A、 B、 C、 D、



7、已知两个单位向量的夹角为， 则下列结论不正确的是（    ）



A、在方向上的投影为 B、



C、 D、



8、已知两个非零向量与， 定义， 其中为与的夹角．若， 则的值为  (　　)



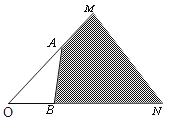
A、－８ B、－６ C、6 D、８

9、如图，A、B分别是射线OM,ON上的两点，给出下列向量：①；②；③； ④；⑤.这些向量中以O为起点，终点在阴影区域内的是(    )



A、①② B、①④ C、①③ D、⑤

10、已知向量、、， 且满足＋＋＝， ||＝3，||＝4，||＝5，设与的夹角为， 与的夹角为， 与的夹角为， 则它们的大小关系是（   ）



A、<< B、<<



C、<< D、<<



11、已知且， 则向量在向量上的投影为（  ）



A、 B、3 C、4 D、5



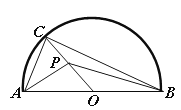
12、已知O为坐标原点，向量， 且， 则点P的坐标为(   )



A、 B、 C、 D、



13、如图，半圆的直径*AB*=6，*O*为圆心，*C*为半圆上不同于*A*、*B*的任意一点，若*P*为半径*OC*上的动点，则的最小值是(      )



A、 B、



C、2 D、-2

14、已知若,和夹角为钝角,则的取值范围是（    ）



A、 B、



C、 D、



15、已知的外接圆半径为1，圆心为O，且， 则 的值为（   ）



A、 B、 C、 D、



16、在三角形ABC中，E，F分别为边AB，AC上的点，且， ， ， 则等于（    ）



A、 B、 C、 D、



**二、填空题（共6题；共6分）**

17、若 ， 是两个不共线的向量，已知 =2 +k ， = +3 ， =2 ﹣ ，若A，B，D三点共线，则k=\_\_\_\_\_\_\_\_．



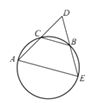
18、点G是△ABC的重心，=+， （λ，μ∈R），若∠A=120°，=-2则||最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_ .



19、已知点O为三角形ABC内一点，+2+3=， 则=\_\_\_\_\_\_\_\_.



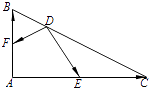
20、如图，点C是半径为2的圆的劣弧的中点，连接AC并延长到点D，使得CD=AC，连接DB并延长交圆于点E，若AC=2，则•的值为\_\_\_\_\_\_\_\_ .



21、在锐角△ABC中，AC=BC=2，=x+y， （其中x+y=1），函数f（λ）=|﹣λ|的最小值为， 则||的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_ ．



22、已知在△ABC中，∠A= ，AB=2，AC=4， = ， = ， = ，则 • 的值为\_\_\_\_\_\_\_\_．



**三、解答题（共8题；共40分）**

23、已知| |=4，| |=3，（2 ﹣3 ）•（2 + ）=61．



① 与 的夹角；



②求| + |和| ﹣ |．



24、在平面直角坐标系中，已知A（ cosx，1），B（l，﹣sinx），X∈R，

（Ⅰ）求|AB|的最小值；

（Ⅱ）设， 将函数f（x）的图象上所有点的横坐标伸长到原来的2倍（纵坐标不变），得到函数g（x）的图象求函数g（x）的对称中心．



25、已知O、A、B、C是平面内四点， =sin2+cos2， α是锐角．

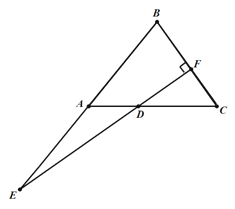


（1）证明：C在线段AB上；

（2）若α=45°， ||=||=1，且 |-|，求．



26、△ABC是边长为3的等边三角形，=λ（＜λ＜1），过点F作DF⊥BC交AC边于点D，交BA的延长线于点E．



（1）当λ=时，设=， =， 用向量， 表示；



（2）当λ为何值时，•取得最大值，并求出最大值．



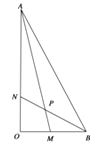
27、已知点O（0，0）A（1，2）及B（4，5）及=+t， 试问：



（1）当t为何值时，点P在x轴上？点P在y轴上？点P在第三象限？

（2）四边形OABP是否能构成平行四边形？若能，求出t的值；若不能，说明理由．

28、如图，已知Rt△OAB中，∠AOB=90°，OA=3，OB=2，M在OB上，且OM=1，N在OA上，且ON=1，P为AM与BN的交点，求∠MPN．（要求用向量求解）．



29、如图，已知A（1，1），B（5，4），C（2，5），设向量是与向量垂直的单位向量．

（1）求单位向量的坐标；













（2）求向量在向量上的投影；

（3）求△ABC的面积S△ABC ．

30、如图在长方形ABCD中，=,==,N是CD的中点，M是线段AB上的点，||=2,||=1



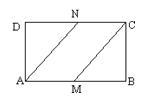
（1）若M是AB的中点，求证：与共线；



（2）在线段AB上是否存在点M，使得与垂直？若不存在请说明理由，若存在请求出M点的位置；



（3）若动点P在长方形ABCD上运动，试求的最大值及取得最大值时P点的位置．



**答案解析部分**

一、单选题

1、【答案】D

【考点】向量的几何表示

【解析】【分析】判断各个选项中的2个向量是否共线，共线的2个向量不能作为基底，不共线的2个向量可以作为基底．

【解答】A、中的2个向量的坐标对应成比例，=， 所以，这2个向量是共线向量，故不能作为基底．



B、中的2个向量的坐标对应成比例，=， 所以，这2个向量是共线向量，故不能作为基底．



C中的2个向量的坐标对应成比例，=， 这2个向量是共线向量，故不能作为基底．



D、中的2个向量的坐标对应不成比例，≠， 所以，这2个向量不是共线向量，故可以作为基底．



故选D．

【点评】平面内任何2个不共线的向量都可以作为基底，当2个向量的坐标对应成比列时，这2个向量就是共线向量．

2、【答案】A

【考点】平面向量数量积的运算

【解析】【分析】三角形是直角三角形，直接求cosB，再根据向量的数量积得定义可得， 从而可求所求数值．



【解答】因为△ABC的边长AB=3，BC=5，AC=4，

所以三角形是直角三角形，所以cosB=，



所以||?||cosπ+||?||cos(π-B)=-9+3×5×(-)=-1．



故选A．

【点评】本题主要考查了向量的数量积得定义的应用，解题中要注意向量得夹角是角B的补角，而不是角B，这是考试解题中容易出现错误的地方．



3、【答案】A

【考点】向量的模，平面向量数量积的含义与物理意义，数量积表示两个向量的夹角

【解析】【分析】因为， 所以.选A。



【点评】掌握向量的数量积的定义是解本小题的关键：(其中表示两向量的夹角).



4、【答案】D

【考点】平面向量数量积的运算

【解析】【分析】因为=（2，1)，3+=（5，4)，所以， 所以



故选D.

5、【答案】C

【考点】数量积表示两个向量的夹角

【解析】【解答】因为|BC|=,说明了点C，在以B为圆心，半径为的圆上动点，由于点A(0,2),那么可知过原点做圆的切线，那么得到两条切线，这两个切线与OA所成的角一个是最大角一个是最小角，可知利用直线与圆相切，可知倾斜角的范围为， 因此可知的夹角的范围是， 选C.



【分析】解决该试题的关键是利用CB是常数，判断出A的轨迹为圆，作出A的轨迹；数形结合求出两个向量的夹角范围．

6、【答案】D

【考点】数量积判断两个平面向量的垂直关系

【解析】【分析】因为， 所以， 所以， 即， 又因为， 所以， 又因为， 所以， 所以选D。  
【点评】平行向量共线或垂直的坐标运算要牢固掌握，灵活运用.



7、【答案】B

【考点】数量积表示两个向量的夹角，向量的投影

【解析】【解答】

A． 方向上的投影为， 即， 所以A正确；



B． ， 所以B错误；



C． ， 所以， 所以C正确；



D． ， 所以。D正确。



【分析】熟练掌握数量积的有关性质是解决此题的关键，尤其要注意“向量的平方就等于其模的平方”这条性质。

8、【答案】C

【考点】平面向量数量积的坐标表示、模、夹角

【解析】【分析】因为， ， 所以，



所以。选C



【点评】注意向量夹角的取值范围：。属于基础题型。



9、【答案】C

【考点】平面向量的基本定理及其意义

【解析】【解答】设,当m+n=1时，A、B、C三点共线，若n+m>1则点C落在AB的右侧，且在OM、ON之间，所以满足条件的有①③。



【分析】此题的关键是分析出m、n满足什么条件，才能使向量的终点落在阴影部分。考查了学生分析问题，解决问题的能力。若。



10、【答案】B

【考点】平面向量的综合题，余弦函数的单调性

【解析】【解答】因为＋＋＝， 所以=--， 两边平方，得：， 同理可得：， ， 因为向量的夹角范围为， 又， 所以。



【分析】此题的关键是采用平方法来求向量夹角的余弦值，考查了学生分析问题、解决问题的能力，属于中档题。

11、【答案】A

【考点】平面向量数量积的运算

【解析】【解答】因为，， 所以， 向量在向量上的投影为=， 故选A。



【分析】简单题，向量在向量上的投影是。



12、【答案】C

【考点】平面向量的坐标运算

【解析】【解答】根据题意，由于向量， ， 那么，由于， 则可知设P（x,y)，则有（x-1,y-3)=2（3-x,-1-y)，利用对应坐标相等可知,x=,y=,故可知答案为， 选C.



【分析】解决的关键是根据向量的加减法运算来得到，属于基础题。

13、【答案】A

【考点】平面向量数量积的运算

【解析】【解答】根据题意，半圆的直径*AB*=6，*O*为圆心，*C*为半圆上不同于*A*、*B*的任意一点，若*P*为半径*OC*上的动点，则OC=3，=， 故选A.



【分析】主要是考查了向量的数量积的运算，以及运用，属于基础题。

14、【答案】C

【考点】平面向量数量积的运算

【解析】【解答】根据题意，由于和夹角为钝角，则可知cos<,><0,且与不共线，则可知 <0,-6-5<0,10-3 故可知解得结论为的取值范围是， 选C.



【分析】两个向量的数量积是一个数量，它的值是两个向量的模与两向量夹角余弦的乘积，结果可正、可负、可以为零，其符号由夹角的余弦值确定．

15、【答案】A

【考点】向量的线性运算性质及几何意义，平面向量数量积的运算

【解析】【解答】因为， 所以，



因此，



即， 所以， 又向量，



所以， 故选.



16、【答案】A

【考点】平面向量数量积的运算

【解析】【解答】因为， 所以，



所以



.选A.



二、填空题

17、【答案】-8

【考点】向量的共线定理

【解析】【解答】解： =（2 ﹣ ）﹣（ +3 ）= ﹣4   
因为A，B，D三点共线，



所以 =K ，已知 =2 +k ， = ﹣4 ，所以k=﹣8，



故答案为：﹣8．【分析】先求出 ，利用A，B，D三点共线， =K ，求出k即可．



18、【答案】



【考点】向量的共线定理

【解析】【解答】解：∵点G是△ABC的重心，∴， ∴



∵=-2，∴AB×AC×COSA=﹣2，∴AB×AC=4．



∴AG2≥



故填．



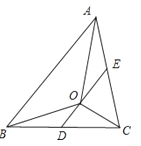
【分析】欲求||最小值，先求其平方的最小值，这里解决向量模的问题常用的方法．



19、【答案】3

【考点】向量的线性运算性质及几何意义，平面向量数量积的运算

【解析】【解答】解：如图，取BC中点D，AC中点E，连接OA，OB，OC，OD，OE；



∴D，O，E三点共线，即DE为△ABC的中位线；

∴DE=OE，AB=2DE；



∴AB=3OE；

∴=3．



故答案为：3．

【分析】可作出图形，取BC的中点D，AC的中点E，并连接OA，OB，OC，OD，OE，根据条件可以得到， 从而得出DE为△ABC的中位线，这样即可得到AB=3OE，从而便有=3．



20、【答案】4

【考点】平面向量数量积的运算

【解析】【解答】解：如图，连接CE，∵；

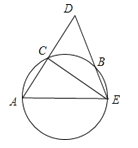


∴∠AEC=∠DEC；

∴CE为∠AED的角平分线；又C是AD中点，即CE为△ADE底边AD的中线；

∴AE=DE；∴CE⊥AD；∴∠ACE=90°；∴AE为圆的直径；∴AE=4，DE=4；

又AD=4；∴∠EAC=60°；∴．   
故答案为：4．



【分析】可连接CE，根据条件便可说明AE为圆的直径，从而得到△ADE为等边三角形，这便得到∠EAC=60°，AE=4，从而进行数量积的计算便可得出•的值．



21、【答案】



【考点】平面向量数量积的运算

【解析】【解答】解：锐角△ABC中，AC=BC=2，且函数f（λ ）的最小值为；



∴函数f（λ）=



即4λ2﹣8λcos∠ACB+1≥0恒成立；

当且仅当λ=﹣=cos∠ACB时等号成立，



代入函数f（λ）中得到cos∠ACB=，



∴∠ACB=；



∴



=



=



当且仅当x==y时，取得最小值，



∴||的最小值为；  
故答案为：．



【分析】由题意，利用数量积求模长得出∠ACB的大小，再利用数量积和二次函数的性质求出||的最小值．



22、【答案】-



【考点】平面向量数量积的运算

【解析】【解答】解：在△ABC中，∠A= ，



建立直角坐标系，AB=2，AC=4， = ， = ， = ，



根据题意得到：

则：A（0，0），F（0，1），D（1， ），E（2，0）



所以： ，



所以：



故答案为：﹣



【分析】首先建立平面直角坐标系，根据向量间的关系式，求出向量的坐标，最后求出向量的数量积．

三、解答题

23、【答案】解：①∵| |=4，| |=3，



∴（2 ﹣3 ）•（2 + ）=4 ﹣4 • ﹣3 =61，∴64﹣4 • ﹣27=61，



即﹣4 • =24，∴ • =﹣6；



∴cosθ= = =﹣ ，∴θ=120°；



②∵ • =﹣6，



∴| + |= = = ；



| ﹣ |= = = ．



【考点】向量的模，数量积表示两个向量的夹角

【解析】【分析】①根据平面向量的数量积求出夹角θ；②由 • 的值，以及| |与| |的值，求出| + |与| ﹣ |的值．



24、【答案】解：（Ⅰ）|AB|===



∴|AB|的最小值为﹣1；



（Ⅱ）=cosx﹣sinx=cos（x+），



将函数f（x）的图象上所有点的横坐标伸长到原来的2倍（纵坐标不变），得到函数g（x）=cos（x+），



令x+=kπ+，可得x=2kπ+，



∴函数g（x）的对称中心为（2kπ+，0）（k∈Z）．



【考点】平面向量的综合题

【解析】【分析】（Ⅰ）求出|AB|，利用三角函数的性质求|AB|的最小值；

（Ⅱ）求出， 利用函数f（x）的图象上所有点的横坐标伸长到原来的2倍（纵坐标不变），得到函数g（x）的图象，可得g（x），再求函数g（x）的对称中心。



25、【答案】解：（1）证明：∵sin2α+cos2α=1，=sin2+cos2，



∴A、B、C共线，且C在线段AB上；

（2）解：由题意，C是AB的中点，∵ ||=||=1，且 |-|=，∴OA⊥OB，∴|=||= ．



【考点】向量在几何中的应用

【解析】【分析】（1）利用sin2α+cos2α=1，=sin2+cos2， 即可证明C在线段AB上；



（2）由题意，C是AB的中点，由||=||=1，且 |-|=， 可得OA⊥OB，即可求||．



26、【答案】解：（Ⅰ）由题意可知：=，且 ||=3=2，



||=4，故==，=-=-+



（Ⅱ）由题意， ||=3λ， ||=3-3λ



 ||=6λ，||= 6λ-3



 •=(6λ-3)(3-3λ)=-9λ2+λ-



当 λ=-=时，•有最大值



【考点】向量在几何中的应用

【解析】【分析】（Ⅰ）=， =， 通过向量的线性运算，用向量， 表示；



（Ⅱ）用λ表示与的模，然后求解数量积，利用二次函数的最值求解即可．



27、【答案】解：=+t=（1+4t，2+5t）



（1）点P（1+4t，2+5t）

当2+5t=0即t=﹣时，点P在x轴上；



当1+4t=0解得t=﹣时，点P在y轴上；



当时即t＜﹣时，点P在第三象限



（2）若能构成平行四边形，则有=



即（1，2）=（3﹣4t，3﹣5t）

∴无解



故不存在t使四边形OABP构成平行四边形．

【考点】平行向量与共线向量，相等向量与相反向量，平面向量的坐标运算

【解析】【分析】（1）利用向量的坐标运算得到点p的坐标，据x轴上的点纵坐标为0；y轴上的点横坐标为0；第三象限的点横、纵坐标小于0得t的范围

（2）据平行四边形的对边对应的向量相等，再据相等向量的坐标对应相等列出方程组，求解．

28、【答案】解：∵OA=3，OB=2，OM=ON=1，则=，=，



∴||==，||==．



又∵=﹣=﹣，=﹣=﹣，



∵∠AOB=90°，∴=0



∴•=（﹣）•（﹣）=﹣2-2=﹣5，



设，的夹角为θ，



∴cosθ==﹣，



又∵θ∈[0，π]，∴θ=，



又∵∠MPN即为向量，的夹角，



∴∠MPN=．



【考点】平面向量数量积的运算

【解析】【分析】用,表示出， ， 求出， 的夹角即为∠MPN．



29、【答案】解：（1）设=（x，y），依题意有，



=（4，3），||=5，||=1，⊥，即=0，



有，解得，或，



所以，=（﹣，）或=（，﹣），  
（2）设向量与向量的夹角为θ，在上的投影为h，则h=||cosθ==•，=（1，4），



当=（﹣，）时，h=1×（﹣）+4×=，



当=（，﹣）时，h=1×+4×（﹣）=﹣，



（3）S△ABC=|||h|=×5×=．



【考点】平面向量的坐标运算，平面向量数量积的运算

【解析】【分析】（1）设=（x，y），根据向量的数量积和向量的模得到， 解方程得，



（2）设向量与向量的夹角为θ，在上的投影为h，根据向量的投影即可求出．



（3）根据三角形的面积公式即可求出．

30、【答案】（1）证明：如图，以AB所在直线为x轴，AD所在直线为y轴建立平面直角坐标系，

当M是AB的中点时，A（0，0），N（1，1），C（2，1），M（1，0），=(1,1)，=(-1,-1)，由=-，可得与共线；



（2）解：假设线段AB上是否存在点M，使得与垂直，



设M（t，0）（0≤t≤2），则B（2，0），D（0，1），M（t，0），

=(-2,1)，=(t-2,-1)



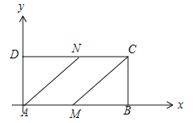
由=﹣2（t﹣2）﹣1=0，解得t=，



∴线段AB上存在点M(,0)，使得与垂直；



（3）解：由图看出，当P在线段BC上时，在上的投影最大，则有最大值为4．



【考点】向量的共线定理，平面向量数量积的运算，数量积判断两个平面向量的垂直关系

【解析】【分析】（1）建立如图所示平面直角坐标系，得到与的坐标，由共线向量基本定理得答案；



（2）假设存在M，设出M的坐标，由数量积运算求得M的坐标；

（3）直接利用向量在向量方向上的投影结合图形得答案．