2016年深圳市高三第一次调研考试

**试题类型：A**

**绝密★启封并使用完毕前**

理科数学试题答案及评分参考

注意事项：

1. 本试题分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，第Ⅰ卷1至3页，第Ⅱ卷3至5页。
2. 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在本试题相应的位置。
3. 全部答案在答题卡上完成，答在本试题上无效。
4. 考试结束后，将本试题和答题卡一并交回。

第Ⅰ卷

一．选择题

（1） B （2） D （3） D （4） C （5） C （6） D

（7） B （8） D （9） A （10）B （11）A（12）A

二．填空题：

（13） （14） （15） （16）

三．解答题：

（17）（本小题满分12分）

如图，在平面四边形中，是边长为的正三角形，

，，满足．

（Ⅰ）求的值；

（Ⅱ）求的长度．

**［解析］**（Ⅰ）∵,∴,……………….2分



又∵，∴，………………………3分



∴，

故的值为．…………………………………………………………………..5分

（Ⅱ）在中，，，，,

………………………………………………………………………………………6分

由正弦定理知，………………………………………..8分

在中，………………………………………..9分

由余弦定理知．………11分

即．……………………………………………………………12分

**［命题意图］本题考查同角三角函数的关系式，利用正余弦定理解三角形，考查学生的运算求解能力。**

（18）（本小题满分12分）

根据某水文观测点的历史统计数据，得到某河流水位（单位：米）的频率分布直方图如下:



0.075

0.220

0.150

0.050

0.0025

水位（米）

23 25 27 29 31 33 35

将河流水位在以上段的频率作为相应段的概率，并假设每年河流水位互不影响．

（Ⅰ）求未来三年，至多有年河流水位的概率（结果用分数表示）；

（Ⅱ）该河流对沿河企业影响如下：当时，不会造成影响；当时，损失元；当时，损失元. 为减少损失，现有种应对方案：

方案：防御米的最高水位，需要工程费用元；

方案：防御不超过米的水位，需要工程费用元；

方案：不采取措施.

试比较哪种方案较好,并请说明理由.

解:（Ⅰ）由二项分布得，在未来年，至多有年河流水位的概率为：

．…………………………………………….3分

所以，在未来年，至多有年河流水位的概率为．…………4分

（Ⅱ）由题意知

，……………………………………………………5分

，……………………………………………………6分

，……………………………………………………7分

用分别表示采取采取方案,,的损失.由题知

分布列如下:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 2000 | 62000 |
|  | 0.99 | 0.01 |

所以，，………………………9分

分布列如下:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 10000 | 60000 |
|  | 0.74 | 0.25 | 0.01 |

所以，，………………………11分

因为采取方案2的平均损失最小,所以采取方案2较好．………………………12分

**［命题意图］考查频率分布直方图，独立重复实验的概率、分布列和期望，考查学生读取统计图表，利用统计量进行决策的能力和意识。**

（19）（本小题满分12分）

如图，四棱锥中，底面为边长为的菱形，，，．

（Ⅰ）求证：平面平面；

（Ⅱ）若，求二面角的余弦值．

［解析］（Ⅰ）分别取中点，连结、、，……………………….1分

∵四边形为边长为的菱形，

，

*A*

*x*

*z*

*y*

*B*

*P*

*C*

*Ｄ*

*O*

，

∴是等边三角形，

，

∵，

，

∴

而，

∴

∴，

∴平面，

∵平面，

平面平面.…………………………………………………6分

（Ⅱ）∵，

∴，

由（Ⅰ）可知平面平面，

∴平面，

∴直线，，两两垂直.

以为坐标原点，分别以，，所在直线为，，轴建立如图所示空间直角坐标系， ………………………………………7分

则，，，，，，

，，………………………………………8分

设平面的一个法向量为，平面的一个法向量为，…………………..9分

则，

∴，取，可得，……………11分

由，即，取，可得，…………11分

由图知二面角是锐二面角，记为，

则，

所以，二面角的余弦值为……………………………………….………………….12分

**［命题意图］考查线线垂直、线面垂直、面面垂直，利用空间向量进行空间角的计算，考查空间想象、推理论证与运算求解的能力。**

（20）（本小题满分12分）

已知椭圆：的离心率为，直线与椭圆仅有一个公共点．

（I）求椭圆的方程；

（II）直线被圆：截得的弦长为，且与椭圆交于、两点，为圆上的动点，求面积的最大值．

**［解析］**（I）由，解得，故方程可化为：，

…………………………………………………………………………………………………………………….……1分

联立，消可得：，………………..…….……2分

根据题意，，解得：，………………………..…….……3分

所以，椭圆的方程为：………………………..…………………………………...……4分

（II）记到直线的距离为，由垂径定理可得，解得，

所以，到直线的最大距离：，………………………………...……5分

（I）当直线与轴平行，由题意可得直线的方程为，

联立，解得，所以，

所以，；…………………………………………………………………...……6分

（II）当直线与轴不平行，设直线的方程为，，，

所以，即，…①…………………………………………………...……7分

联立消可得：，

因为，，

所以，， …②………………………………………………….................……8分

因为，，

代入②式整理可得：，…………………………………………………...9分

法一：

，

当且仅当时取等，

即当时，．

所以，时，.……………………………………………….12分

法二：

，

令，所以，，，

（ⅰ）当时，；

（ii）当时，，

（当且仅当时取等号）．

因为，，所以，当即时，.

综上，因为，，

所以，时，．……………………………………...……12分

**［命题意图］考查直线与椭圆的位置关系，直线和圆中弦长问题，均值不等式，考查学生化归与转化、数形结合、函数与方程的思想方法与运算求解的能力。**

（21）（本小题满分12分）

（Ⅰ）求函数的单调区间；

（Ⅱ）已知函数 ，

（i）判断函数的极值点的个数，并说明理由；

（ii）函数存在极值为，求的值．（为自然对数的底数）．

**［解析］**（I），令，解得：，………………...……1分

所以，的单调增区间为；单调减区间为．………………...…2分

（II）（i）∵，

当时，，

（1）当时，由（I）知，在单调递增，

且，，

所以唯一，使得，

当时，，故，；

当，，故，；

当，，故，

所以，当时，取到极大值，当时，取到极小值；………………...…………...……4分

（2）当时，由（I）知，在单调递增，且，

当时，，故，；

当，，故，；

所以，无极值；……………………………………………………....…………………………………………………………5分

（3）当时，

由（I）知，在单调递增，且，

，

所以唯一，使得，……………………………………………………………………..……… 6分

当时，，故，；

当，，故，；

当，，故．

所以，当时，取到极大值，当时，取到极小值．

综上，当时，有两个极值点；

当时，有无极值点．………………………………………………………………………………………...… 7分

（ii）由（i）知，当时，因为，

故，…①…….…..…...…………………………………………………………………..……8分

由得：，

代入①式得：，

…….…...…...……………………………………………………………………………………………..…...…………………………………..…9分

整理可得：，记，，

因为，当，，

所以，在区间单调递减，又因为，所以，…...……………………10分

符合题意．…………………………………………..…...…………………………..…11分

当时，因为，，所以，不存在符合题意．

综上，当时，存在极值等于．……………………………………………………....……………..12分

**［命题意图］考查利用导数研究函数的单调性，极值，零点，零点存在性定理，考查学生化归与转化、数形结合、函数与方程的思想方法与运算求解的能力。**

请考生在第（22）、（23）、（24）三题中任选一题做答。注意：只能做所选定的题目。如果多做，则按所做的第一个题目计分，做答时请用2B铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑。

（22）（本小题满分10分）选修4－1：几何证明选讲

如图，在直角中，，为边上除端点外的一点，以为直径作圆，分别交，于点，.

（Ⅰ）证明：，，，四点共圆；

（Ⅱ）若为的中点，且，，求的长.



【解析】（Ⅰ）连结、，



则，

因为是圆的直径，所以，

又因为，所以，

所以，

即，

所以，，，四点共圆. ………………………....……5分

（Ⅱ）因为，是圆的直径，

所以是圆的切线，，即，

所以，

因为为的中点，所以，，……………………8分

（法一）因为，，，四点共圆，所以

即，即.………………………………………………………………………....……10分

（法二）由得，所以，

所以..………………………………………………………………………....……10分

【说明】通过四点共圆，圆的切线，切割线定理等知识，考查考生推理论证及运算求解能力.

（23）（本小题满分10分）选修4－4：坐标系与参数方程

已知直线的参数方程为，（为参数，）．以原点为极点，以轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线的极坐标方程为（）．

（Ⅰ）写出直线的极坐标方程和曲线的直角坐标方程；

（Ⅱ）若直线与曲线相交于，****两点，证明与的等差中项是****．

**［解析］**（Ⅰ）由得，

（1）当时，直线为，其极坐标方程为和；………… 1分

（2）当时，消去参数得．

又 

所以，直线的是过原点且倾斜角为的直线，

故，直线的极坐标方程为：和．

综上所述，直线的极坐标方程为：和（）．

（也可以写成）……………………………………....………………..……………..…3分

由 得

，



整理得，……………………………………....…………………………………………..…5分

（Ⅱ）设，****，

解方程组得，，即，…………..…7分

解方程组得，，即，…………..…9分

于是，．………………………………..…10分

**［命题意图］本题旨在考查参数方程，极坐标系，参数方程与普通方程，极坐标方程与直角坐标方程的相互转化，利用极坐标研究圆锥曲线性质。考查数形结合的思想，考查等价转化与运算求解的能力。**

（24）（本小题满分10分）选修4－5：不等式选讲

已知．

（Ⅰ）解不等式；

（Ⅱ）若，的最小值为，求的值．

**［解析］**（Ⅰ）当****时，有****，解得****；…… 1分

 当****时，有****，解得**，**不合要求；……2分

当****时，有****，解得****； …………………3分

综上所述，****或****．

所以，原不等式解集为****．……………………………..………..…5分

（Ⅱ）因为，

当时，，

…………………………………………………………………………………………………………………..………..…6分

因为，当且仅当时取等，

…………………………………………………………………………………………………………………..………..…7分

，当且仅当时取等，

…………………………………………………………………………………………………………………..………..…8分

所以，当时，，

…………………………………………………………………………………………………………………..………..…9分

由解得或，因为，

所以，.…………………………………………………………………………………..………..…10分

**［命题意图］考查解绝对不等式，绝对值不等式的性质，考查化归与转化，数形结合的思想，考查推理论证，运算求解的能力。**