**2016全国高考第21题究竟会怎样考**

1.（惠州二模21）（本小题满分12分）

已知函数(其中,且为常数) ．

（Ⅰ）若对于任意的，都有成立，求的取值范围；

（Ⅱ）在（Ⅰ）的条件下，若方程在上有且只有一个实根，求的取值范围．

2.（天津河北区20.满分14分）

已知函数，，其中．

（Ⅰ）当时，求函数的极值；

（Ⅱ）当时，求函数的单调区间；

（Ⅲ）当时，若图象上的点都在 所表示的平面区域内，求实数的取值范围．

3.（河南中原名校21．满分12分）

已知函数f（x）＝lnax－（a≠0）．

（1）求此函数的单调区间及最值；

（2）求证：对于任意正整数n，均有1＋＋…＋≥高中试卷网 http://sj.fjjy.org（e为自然对数的底数）．

4．（本小题满分12分）

设函数高中试卷网 http://sj.fjjy.org．

（Ⅰ）当高中试卷网 http://sj.fjjy.org时，讨论高中试卷网 http://sj.fjjy.org的单调性；

（Ⅱ）当高中试卷网 http://sj.fjjy.org时，设高中试卷网 http://sj.fjjy.org在高中试卷网 http://sj.fjjy.org处取得最小值，求证：高中试卷网 http://sj.fjjy.org．

参考答案

1.（惠州二模21）（本小题满分12分）

已知函数(其中,且为常数) ．

（Ⅰ）若对于任意的，都有成立，求的取值范围；

（Ⅱ）在（Ⅰ）的条件下，若方程在上有且只有一个实根，求的取值范围．

1.【解析】（Ⅰ）…………… …1分

当时,对于恒成立,在上单调递增

,此时命题成立;………………………… …3分

当时,在上单调递减,在上单调递增,

当时,有.这与题设矛盾.

故的取值范围是……………………………………………………5分

（Ⅱ）依题意,设,

原题即为若在上有且只有一个零点,求的取值范围.

显然函数与的单调性是一致的.

➀当时,因为函数在区间上递减,上递增,

所以在上的最小值为,

由于,要使在上有且只有一个零点,

需满足或,解得或;………………………… …7分

➁当时,因为函数在上单调递增,

且,

所以此时在上有且只有一个零点;………………………… …9分

➂当时,因为函数在上单调递增,在上单调递减,在上单调递增,

又因为,所以当时,总有,

,

所以在上必有零点,又因为在上单调递增,

从而当时,在上有且只有一个零点.………………………… …11分

综上所述,当或或时,

方程在上有且只有一个实根. …………………… …12分

2.（天津河北区20.满分14分）

已知函数，，其中．

（Ⅰ）当时，求函数的极值；

（Ⅱ）当时，求函数的单调区间；

（Ⅲ）当时，若图象上的点都在 所表示的平面区域内，

求实数的取值范围．

**解**：（Ⅰ）当时，

的定义域为，

． …… 2分

列表讨论和的变化情况：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 高中试卷网 http://sj.fjjy.org |  |  |  |
|  | ＋ | 0 | － |
|  | 高中试卷网 http://sj.fjjy.org | 极大值 | 高中试卷网 http://sj.fjjy.org |

∴当时，取得极大值. …… 4分

（Ⅱ）当时，．

的定义域为，

．

…… 6分

令，得或．

（1）当，即时，

由，解得，由，解得或，

∴在上单调递减，

在，上单调递增； ……7分

（2）当，即时，在上，，

∴在上单调递增； ……8分

（3）当，即时，

由，解得，由，解得或，

∴在上单调递减，

在，上单调递增． ……9分

（Ⅲ）∵图象上的点都在 所表示的平面区域内，

∴当时，恒成立，

即当时，恒成立．

只需． ……10分

（1）当时，由（Ⅱ）知，

➀ 当时，在上单调递减，在上单调递增，

∴在上无最大值，不满足条件；

➁ 当时， 在上单调递增，

∴在上无最大值，不满足条件；……11分

（2）当时，，在上，，

∴在上单调递减，成立; ……12分

（3）当时，，在上，，

∴在上单调递减，成立． ……13分

综上可知，实数的取值范围是． ……14分

3. .已知函数f（x）＝lnax－（a≠0）．

（1）求此函数的单调区间及最值；

（2）求证：对于任意正整数n，均有1＋＋…＋≥高中试卷网 http://sj.fjjy.org（e为自然对数的底数）．

**3**．**（1）解：由题意高中试卷网 http://sj.fjjy.org．………………………………………………………………………………………2分**

**当高中试卷网 http://sj.fjjy.org时，函数高中试卷网 http://sj.fjjy.org的定义域为高中试卷网 http://sj.fjjy.org，**

**此时函数在高中试卷网 http://sj.fjjy.org上是减函数，在高中试卷网 http://sj.fjjy.org上是增函数，**

**高中试卷网 http://sj.fjjy.org，无最大值．………………………………………………4分**

**当高中试卷网 http://sj.fjjy.org时，函数高中试卷网 http://sj.fjjy.org的定义域为高中试卷网 http://sj.fjjy.org，**

**此时函数在高中试卷网 http://sj.fjjy.org上是减函数，在高中试卷网 http://sj.fjjy.org上是增函数，**

**高中试卷网 http://sj.fjjy.org，无最大值．………………………………………………6分**

**（2）取高中试卷网 http://sj.fjjy.org，由⑴知高中试卷网 http://sj.fjjy.org，**

**故高中试卷网 http://sj.fjjy.org， …………………………………………………………10分**

**取，则高中试卷网 http://sj.fjjy.org．……………………………12分**

4．（本小题满分12分）

设函数高中试卷网 http://sj.fjjy.org．

（Ⅰ）当高中试卷网 http://sj.fjjy.org时，讨论高中试卷网 http://sj.fjjy.org的单调性；

（Ⅱ）当高中试卷网 http://sj.fjjy.org时，设高中试卷网 http://sj.fjjy.org在高中试卷网 http://sj.fjjy.org处取得最小值，求证：高中试卷网 http://sj.fjjy.org．

21试题解析：（Ⅰ）当高中试卷网 http://sj.fjjy.org时， 高中试卷网 http://sj.fjjy.org

因为高中试卷网 http://sj.fjjy.org单调递增，高中试卷网 http://sj.fjjy.org单调递增，所以高中试卷网 http://sj.fjjy.org在高中试卷网 http://sj.fjjy.org单调递增，

且高中试卷网 http://sj.fjjy.org，因此当高中试卷网 http://sj.fjjy.org时，高中试卷网 http://sj.fjjy.org；当高中试卷网 http://sj.fjjy.org时，高中试卷网 http://sj.fjjy.org

故高中试卷网 http://sj.fjjy.org在高中试卷网 http://sj.fjjy.org单调递减，在高中试卷网 http://sj.fjjy.org单调递增………………4分

（Ⅱ）当高中试卷网 http://sj.fjjy.org时，高中试卷网 http://sj.fjjy.org，因为高中试卷网 http://sj.fjjy.org单调递增，高中试卷网 http://sj.fjjy.org单调递增，所以高中试卷网 http://sj.fjjy.org在高中试卷网 http://sj.fjjy.org单调递增．又高中试卷网 http://sj.fjjy.org，…6分

当高中试卷网 http://sj.fjjy.org满足高中试卷网 http://sj.fjjy.org且高中试卷网 http://sj.fjjy.org时，高中试卷网 http://sj.fjjy.org，故高中试卷网 http://sj.fjjy.org存在唯一零点，设零点为高中试卷网 http://sj.fjjy.org

当高中试卷网 http://sj.fjjy.org时，高中试卷网 http://sj.fjjy.org；当高中试卷网 http://sj.fjjy.org时，高中试卷网 http://sj.fjjy.org．故高中试卷网 http://sj.fjjy.org在高中试卷网 http://sj.fjjy.org单调递减，在高中试卷网 http://sj.fjjy.org单调递增，所以当高中试卷网 http://sj.fjjy.org时，高中试卷网 http://sj.fjjy.org取得最小值，由条件可得高中试卷网 http://sj.fjjy.org，高中试卷网 http://sj.fjjy.org的最小值为高中试卷网 http://sj.fjjy.org ． ………8分

由于高中试卷网 http://sj.fjjy.org，所以高中试卷网 http://sj.fjjy.org

高中试卷网 http://sj.fjjy.org

设高中试卷网 http://sj.fjjy.org………10分

则高中试卷网 http://sj.fjjy.org

令高中试卷网 http://sj.fjjy.org，得高中试卷网 http://sj.fjjy.org；令高中试卷网 http://sj.fjjy.org，得高中试卷网 http://sj.fjjy.org

故高中试卷网 http://sj.fjjy.org在高中试卷网 http://sj.fjjy.org单调递增，高中试卷网 http://sj.fjjy.org单调递减，高中试卷网 http://sj.fjjy.org

故高中试卷网 http://sj.fjjy.org．…………12分