高考数学压轴题天天练（20160118）

1.已知点曲线上任意一点到点的距离均是到点的距离的倍.

（1）求曲线的方程;

（2）已知设直线交曲线于两点，直线交曲线于两点.两点均在轴下方.当的斜率为时，求线段的长.

2.设函数

（1）求函数的单调区间；

（2）当时，讨论函数与图象的交点个数.

参考答案

1.⑴解：设曲线上任意一点坐标为，

由题意，， -----2分

整理得，即，为所求.-----4分

⑵解：由题知 ，且两条直线均恒过点，设曲线的圆心为，则，线段的中点为，则直线：,设直线：，

由 ，解得点，-----6分

由圆的几何性质，，而，，，解之得或，又两点均在轴下方，直线：.由解得 或

不失一般性，设， --9分

由消得：，⑴

方程⑴的两根之积为1，所以点的横坐标，

又因为点在直线上，解得，

直线，所以，--11分

同理可得，，所以线段的长为. --12分

2.⑴解：函数的定义域为，，

当时，，所以函数的单调增区间是，无减区间；--2分当时，；当时，，函数的单调递减；当时，，函数的单调递增.

综上：当时，函数的单调增区间是，无减区间；当时，函数的单调增区间是，减区间是.----4分

⑵解：令，问题等价于求函数的零点个数， ----5分

当时，，有唯一零点；当时，，

当时，，函数为减函数，注意到，，所以有唯一零点；--7分

当时，或时，时，所以函数在和单调递减，在单调递增，注意到，

，所以有唯一零点； ----9分

当时，或时，时， 所以函数在和单调递减，在单调递增，意到，

所以，而，所以有唯一零点. ---11分

综上，函数有唯一零点，即两函数图象总有一个交点. ---12分

（2016河南郑州高三一模考试题）