深圳实验学校高中部高二数学周末作业（17）20150626

班 学号 成绩

**一．选择题（共12小题，每题5分，共60分）**

1．展开后的不同的项数为

A．9 B．12 C．18 D．24

2．已知复数，是z的共轭复数，则=

A.  B. C.1 D.2

3曲线在点（-1，-1）处的切线方程为

（A）y=2x+1 (B)y=2x-1 C y=-2x-3 D.y=-2x-2

**4.** 某种种子每粒发芽的概率都为0.9，现播种了1000粒，对于没有发芽的种子，每粒需再补种2粒，补种的种子数记为*X*，则*X*的数学期望为

（A）100 （B）200 （C）300 （D）400

**5.** 某厂生产某种产品*x*件的总成本*C*(*x*)＝1200＋*x*3(单位：万元)，又知产品单价的平方与产品件数*x*成反比，生产100件这样的产品单价为50万元，则产量定为(　　)元时总利润最大．(　　)

A．10 B．25 C．30 D．40

5．B　解析：设单价为*q*>0，由题意*q*2＝，当*x*＝100时，*q*＝50，∴*k*＝*q*2*x*＝502×100＝250 000.∴*q*2*x*＝250 000，*q*＝.∴总利润*y*＝*xq*－*C*(*x*)＝*x*·－.令*y*′＝500·－·3*x*2＝0，解得*x*＝25.当0<*x*<25时，*y*′>0；当*x*>25时，*y*′<0，∴当*x*＝25时，总利润最大．

6．已知函数*f*(*x*)＝*x*3＋*ax*2－*bx*＋1(*a*，*b*∈**R**)在区间[－1,3]上是减函数，则*a*＋*b*的最小值是(　　)

A. B. C．2 D．3

C　解析：*f*′(*x*)＝*x*2＋2*ax*－*b*在[－1,3]上有*f*′(*x*)≤0，

∴∴设

设*a*＋*b*＝*mu*＋*nv*＝*m*(2*a*＋*b*)＋*n*(－6*a*＋*b*)＝(2*m*－6*n*)*a*＋(*m*＋*n*)*b*，对照参数：2*m*－6*n*＝1，*m*＋*n*＝1，解得*m*＝，*n*＝，∴*a*＋*b*＝*u*＋*v*≥2，则*a*＋*b*的最小值为2.

7．设*a*＝sin*x*d*x*，则二项式6展开式的常数项是(　　)

A．160 B．20

C．－20 D．－160

D　解析：*a*＝＝2，*Tr*＋1＝C(2)6－*r*·*r*＝(－1)*r*26－*r*C*x*3－*r*，∵*Tr*＋1为常数项，∴3－*r*＝0，∴*r*＝3.∴(－1)3×23×C＝－160.故选D.

8.设点*M*的直角坐标为(－1，－1，)，则它的球坐标为 (　　)．

A. B.

C. D.

解析　由变换公式*r*＝＝2，cos *φ*＝＝，

∴*φ*＝.

∵tan *θ*＝＝1，∴*θ*＝π.∴*M*的球坐标为.

答案　B

**9.**(2012年湖南)设某大学的女生体重*y*(单位：kg)与身高*x*(单位：cm)具有线性相关关系，根据一组样本数据(*xi*，*yi*)(*i*＝1,2，…，*n*)，用最小二乘法建立的回归方程为＝0.85*x*－85.71，则下列结论中不正确的是(　　)

A．*y*与*x*具有正的线性相关关系

B．回归直线过样本点的中心(，)

C．若该大学某女生身高增加1 cm，则其体重约增加0.85 kg

D．若该大学某女生身高为170 cm，则可断定其体重必为58.79 kg

D

10. (2014届广东宝安中学等七校联考)已知抛物线*y*2＝2*px*(*p*>0)的准线与圆(*x*－3)2＋*y*2＝16相切，则*p*的值为(　　)

A. B．1

C．2 D．4

11．*F*1，*F*2是椭圆＋＝1(*a*>*b*>0)的两焦点，*P*是椭圆上任一点，过一焦点引∠*F*1*PF*2的外角平分线的垂线，则垂足*Q*的轨迹为(　　)

A．圆 B．椭圆

C．双曲线 D．抛物线

12. 已知双曲线的中心为原点，是的焦点，过F的直线与相交于A，B两点，且AB的中点为,则的方程式为

(A)  (B)  (C)  (D) 

**B**

**二．填空题（共6小题，每题5分，共30分）**

13.设点*M*的柱坐标为，则它的直角坐标为\_\_\_\_\_\_．

答案　(，1，7)

14. (2012年广东深圳调研)已知等比数列{*an*}的第5项是二项式6展开式的常数项，则*a*3*a*7＝\_\_\_\_\_\_\_\_.

8.　解析：二项式6展开式的通项为*Tr*＋1＝C()6－*rr*＝C*r*.

当*r*＝2时的项为常数项，则*a*5＝C2＝.故*a*3*a*7＝*a*＝.

15．同室四人各写一张贺卡，先集中起来，然后每人从中拿一张别人送出的贺卡，则四张贺卡不同的分配方式为\_\_\_\_\_\_\_\_种．

16．观察下列等式：

(1＋*x*＋*x*2)1＝1＋*x*＋*x*2，

(1＋*x*＋*x*2)2＝1＋2*x*＋3*x*2＋2*x*3＋*x*4，

(1＋*x*＋*x*2)3＝1＋3*x*＋6*x*2＋7*x*3＋6*x*4＋3*x*5＋*x*6，

(1＋*x*＋*x*2)4＝1＋4*x*＋10*x*2＋16*x*3＋19*x*4＋16*x*5＋10*x*6＋4*x*7＋*x*8，

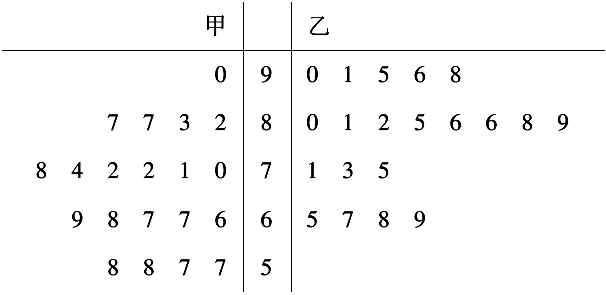
……

由以上等式推测：对于*n*∈**N**\*，若(1＋*x*＋*x*2)*n*＝*a*0＋*a*1*x*＋*a*2*x*2＋…＋*a*2*nx*2*n*，则*a*2＝\_\_\_\_\_\_\_\_.

*n*(*n*＋1)　解析：由给出等式观察可知，*x*2的系数依次为1,3,6,10,15，…，∴*a*2＝*n*(*n*＋1)．

**三．解答题（共6小题，共80分）**

17．（本小题满分12分）(2014·沈阳市质检)为了研究“教学方式”对教学质量的影响，某高中老师分别用两种不同的教学方式对入学数学平均分数和优秀率都相同的甲、乙两个高一新班进行教学(勤奋程度和自觉性都一样)．以下茎叶图为甲、乙两班(每班均为20人)学生的数学期末考试成绩.



(1)现从甲班数学成绩不低于80分的同学中随机抽取两名同学，求成绩为87分的同学至少有一名被抽中的概率；

(2)学校规定：成绩不低于75分的为优秀．请填写下面的2×2列联表，并判断有多大把握认为“成绩优秀与教学方式有关”.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 甲班 | 乙班 | 合计 |
| 优秀 |  |  |  |
| 不优秀 |  |  |  |
| 合计 |  |  |  |

下面临界值表供参考：

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *P*(*K*2≥*k*) | 0.15 | 0.10 | 0.05 | 0.025 | 0.010 | 0.005 | 0.001 |
| *k* | 2.072 | 2.706 | 3.841 | 5.024 | 6.635 | 7.879 | 10.828 |

(参考公式：*K*2＝)

[解析]　(1)甲班成绩为87分的同学有2个，其他不低于80分的同学有3个“从甲班数学成绩不低于80分的同学中随机抽取两名同学”的一切可能结果组成的基本事件有C＝10个，

“抽到至少有一个87分的同学”所组成的基本事件有CC＋C＝7个，所以*P*＝.

(2)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 甲班 | 乙班 | 合计 |
| 优秀 | 6 | 14 | 20 |
| 不优秀 | 14 | 6 | 20 |
| 合计 | 20 | 20 | 40 |

*K*2＝＝6.4>5.024，

因此，我们有97.5%的把握认为成绩优秀与教学方式有关．

18.（本小题满分12分）

已知抛物线*C*的顶点为原点，其焦点*F*(0，*c*)(*c*>0)到直线*l*：*x*－*y*－2＝0的距离为，设*P*为直线*l*上的点，过点*P*作抛物线*C*的两条切线*PA*，*PB*，其中*A*，*B*为切点．

(1)求抛物线*C*的方程；

(2)当点*P*(*x*0，*y*0)为直线*l*上的定点时，求直线*AB*的方程；

(3)当点*P*在直线*l*上移动时，求|*AF*|·|*BF*|的最小值．

（1）依题意，解得（负根舍去）抛物线的方程为；

（2）设点,，，由,即得.

∴抛物线在点处的切线的方程为，

即. ∵， ∴ .

∵点在切线上, ∴. ①

同理， . ②

综合①、②得，点的坐标都满足方程 .

∵经过两点的直线是唯一的，

∴直线 的方程为，即；

（3）由抛物线的定义可知，

所以

联立，消去得，





当时，取得最小值为

19. (2014年广东深圳一模)已知数列{*an*}的前*n*项和为*Sn*，且满足4(*n*＋1)(*Sn*＋1)＝(*n*＋2)2*an*(*n*∈**N\***)．

(1)求*a*1，*a*2的值；

(2)求*an*；

(3)设*bn*＝，数列{*bn*}的前*n*项和为*Tn*，求证：*Tn*<.

9．(1)解：当*n*＝1时，有4×(1＋1)(*a*1＋1)＝(1＋2)2*a*1，

解得*a*1＝8.

当*n*＝2时，有4×(2＋1)(*a*1＋*a*2＋1)＝(2＋2)2*a*2，

解得*a*2＝27.

(2)解：方法一：当*n*≥2时，有4(*Sn*＋1)＝，　①

4(*Sn*－1＋1)＝.　②

①－②，得4*an*＝－，

即＝.

∴＝＝＝…＝＝1.

∴*an*＝(*n*＋1)3(*n*≥2)．

方法二：根据*a*1＝8，*a*2＝27，猜想：*an*＝(*n*＋1)3.

①当*n*＝1时，有*a*1＝8＝(1＋1)3，猜想成立．

②假设当*n*＝*k*时，猜想也成立，即*ak*＝(*k*＋1)3.

那么当*n*＝*k*＋1时，

有4(*k*＋1＋1)(*Sk*＋1＋1)＝(*k*＋1＋2)2*ak*＋1，

即4(*Sk*＋1＋1)＝，　①

又 4(*Sk*＋1)＝，　②

①－②，得4*ak*＋1＝－＝－，

解得*ak*＋1＝(*k*＋2)3＝(*k*＋1＋1)3 .

∴当*n*＝*k*＋1时，猜想也成立．

因此，由数学归纳法证得*an*＝(*n*＋1)3成立．

(3)证明：∵*bn*＝＝<＝－，

∴*Tn*＝*b*1＋*b*2＋*b*3＋…＋*bn*－1＋*bn*＝＋＋＋…＋＋

<＋＋＋…＋＋

＝＋＋＋…＋＋

＝＋－<.

20．（本小题满分14分）

如图，设抛物线的焦点为F，动点P在直线上运动，过P作抛物线C的两条切线PA、PB，且与抛物线C分别相切于A、B两点.

（1）求△APB的重心G的轨迹方程.

（2）证明∠PFA=∠PFB.



O

A

B

P

F



解：（1）设切点A、B坐标分别为，

∴切线AP的方程为：

切线BP的方程为：

解得P点的坐标为：

所以△APB的重心G的坐标为 ，



所以，由点P在直线*l*上运动，从而得到重心G的轨迹方程为：



（2）方法1：因为

由于P点在抛物线外，则

∴

同理有

∴∠AFP=∠PFB.

方法2：①当****所以P点坐标为，则P点到直线AF的距离为：

即

所以P点到直线BF的距离为：

所以d1=d2，即得∠AFP=∠PFB.

②当时，直线AF的方程：

直线BF的方程：

所以P点到直线AF的距离为：

，同理可得到P点到直线BF的距离，因此由d1=d2，可得到∠AFP=∠PFB.

（21）（本小题满分12分）

已知函数，曲线在点处的切线方程为．

（I）求a，b的值；

（II）如果当x>0，且时，，求k的取值范围．

（Ⅰ）

由于直线的斜率为，且过点，故即

 解得，．

（Ⅱ）由（Ⅰ）知，所以

．

考虑函数，则

．

(i)设，由知，当时，．而，故

当时，，可得；

当x（1，+）时，h（x）<0，可得 h（x）>0

从而当x>0，且x1时，f（x）-（+）>0，即f（x）>+.

（ii）设0<k<1.由于当x（1，）时，（k-1）（x2 +1）+2x>0，故 (x）>0，而

h（1）=0，故当x（1，）时，h（x）>0，可得h（x）<0，与题设矛盾．

（iii）设k1.此时（x）>0，而h（1）=0，故当x（1，+）时，h（x）>0，可得 h（x）<0，与题设矛盾．

综合得，k的取值范围为（-，0]

解：（2）由（1）知．  
故要证： 只需证  
为去分母，故分x>1与0<x<1两种情况讨论：

当x>1时，需证

即 即需证． （1）

设，则  
由x>1得，所以在（1，+）上为减函数．又因g（1）=0  
所以 当x>1时 g（x）<0 即（1）式成立．

同理0<x<1时，需证 （2）  
而由0<x<1得，所以在（0，1）上为增函数．又因g（1）=0  
所以 当0<x<1时 g（x）<0 即（2）式成立．

综上所证，知要证不等式成立．

点评：抓住基本思路，去分母化简问题，不可死算．

请考生在第（22）、（23）、（24）三题中任选一题做答，如果多做，则按所做的第一题记分．做答时用2B铅笔在答题卡上把所选题目对应题号下方的方框涂黑．

**22．**（本小题满分10分）选修4—1几何证明选讲：如图，为△外接圆的切线，的延长线交直线于点，分别为弦与弦上的点，且，四点共圆．

（Ⅰ）证明：是△外接圆的直径；

（Ⅱ）若，求过四点的圆的面积与△外接圆面积的比值．



23．（本小题满分10分）选修4—4；坐标系与参数方程

已知动点都在曲线为参数上，对应参数分别为与，为的中点．

（Ⅰ）求的轨迹的参数方程；

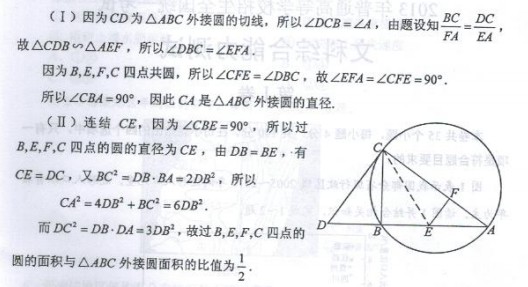
（Ⅱ）将到坐标原点的距离表示为的函数，并判断的轨迹是否过坐标原点．

24．（本小题满分10分）选修4—5；不等式选讲

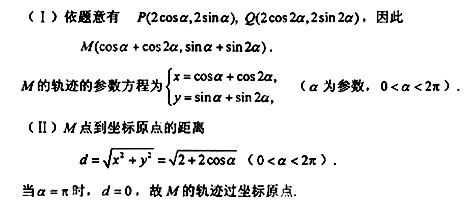
设均为正数，且，证明：

（Ⅰ）； （Ⅱ）．

22．



23．



24．

