**三角函数的最值问题分类例析**

三角函数的最值问题常见类型有以下几种：

1. **y=asinx+b（或y=acosx+b）型**

处理方法：利用，即可求解，此时必须注意字母a的符号对最值的影响。

**例. 若函数*y*=*a*cos*x*+*b*（*a*、*b*为常数）的值域为****，求*b*sin*x*+*a*cos*x*的最大值.**

剖析：函数*y*=*a*cos*x*+*b*的最值与*a*的符号有关，故需对*a*分类讨论.

解：当*a*＞0时，*a*=4，*b*=－3；

当*a*=0时，不合题意；

当*a*＜0时，*a*=－4，*b*=－3.

当*a*=4，*b*=－3时，*b*sin*x*+*a*cos*x*=－3sin*x*+4cos*x*=5sin（*x*+）（tan=－）；

当*a*=－4，*b*=－3时，*b*sin*x*+*a*cos*x*=－3sin*x*－4cos*x*=5sin（*x*+）（tan=）.

∴*b*sin*x*+*a*cos*x*的最大值为5.

1. **y=asinx+bcosx型**

处理方法：引入辅助角　，化为y=sin（x+）,利用函数即可求解。Y=asinx+bsinxcosx+mcosx+n型亦可以化为此类。

**例2．求函数y=a sin x + b cos x的最值。**

解：y=a sin x + b cos x=sin(x +)

ymax = ，ymin =--

**例3．求函数y= sin2x+2sinx cosx+3 cos2x的最小值、最大值。并写出函数y 取最值时的x的集合。**

解：∵y= sin 2x + 2cos2x + 1 = sin 2x + cos 2x + 2 =  sin（2x +）+ 2

∴当sin（2x +）= --1时， 有ymin = 2 --.

此时有2x + = 2k--, x = k-- (kz)

当sin（2x +）= 1时，有ymax = 2 +.

此时2x + = 2k + , x = k+  (kz)

故函数y取最小值2--时x 的集合是{x∣x = k--, kz }

y取最大值2 +时x 的集合是{x∣x = k+, kz }

**例4 .已知f(x)=2cosx+sin2x+a,若x恒成立,求a的取值范围。**



注：本题综合运用三角恒等变形，三角函数的单调性，不等式的性质，函数的恒成立等知识，是一个较好的三角函数综合题。

**例5． 已知函数的定义域为，值域为，求常数**、的值.**

**解：**∵ ，

 .

∵ ，∴ ，∴ .

当时，.

∴  解得 

当时，.

∴  解得 

故、的值为  或 

**感悟：分类讨论是重要的数学思想方法，本例若不对常数进行讨论，将会出错。**

1. **y=asinx+bsinx+c（或y=acosx+bcosx+c）型**

**例6．如果∣x∣≤求函数f(x)=cos2x + sin x 的最大、最小值。**

解：y= -- sin2x + sin x + 1 = --（sin x --）2 + 

设 sin x = t 得y = --（t -- ）2 +  由题设∣x∣≤.

∴ - ≤sin x ≤ ∴-  ≤ t ≤

因为f(x)在[-，]是增函数，在[，]是减函数

∴当x = -时，= 

当x = 时， = 

上例就是利用在闭区间上求二次函数最值的方法，就可以求含三角式的二次函数的最值。但是在运用这个方法前，首先要将引用三角比之间的转换使式子中只含有同名的三角比，再把此三角比视为二次函数的自变量。

**例7．已知：定义在上的减函数，使得**

**对一切实数均成立，求实数的范围。**

**解：**由题意可得 ，

即  ，

又 ， ，

 ， ， ， 或 .

1. **形如y = 的最值**

**例8．*y*=的最大值是\_\_\_\_\_\_\_\_\_，最小值是\_\_\_\_\_\_\_\_\_.**

解：原式sin*x*=（∵*y*≠1）

||≤1－1≤*y*≤.∴*y*max=，*y*min=－1.

**例9．*y*=的最小值是\_\_\_\_\_\_\_\_.**

解：*y*=*y*sin*x*+cos*x*=2sin（*x*+）=2

sin（*x*+）=0＜≤1*y*≥.∴*y*min=.

1. 用三角代换求某些代数函数的最值。

**例10．求函数y=x+的最大、最小值**

解：∵xR ∴可设x=sin(-)则有y=sin +∣cos ∣

∵- ∴cos≥0∴y=sin  + cos=sin(+)

∵- ∴-≤≤+≤∴-1≤sin(+)

当=- 亦即x=-1 函数y=-1

当= 亦即x= 函数y=

要的环节，否则在后面的解题就得分类讨论或者发生矛盾的现象，甚至使整题前功尽弃。

**六、含有sinx±cosx,sinxcosx的函数的最值型**

对于含有sinx±cosx,sinxcosx的函数的最值问题，常用的方法是令sinx±cosx=t,,将sinxcosx转化为t的函数关系式，从而化为二次函数的最值问题。

**例11．求y=的最值？**



**例12．求关于*x*的函数（）的最大值与最小值.**

思悟小结

1.求三角函数最值的常用方法有：①配方法（主要利用二次函数理论及三角函数的有界性）；②化为一个角的三角函数（主要利用和差角公式及三角函数的有界性）；③数形结合法（常用到直线的斜率关系）；④换元法（如万能公式，将三角问题转化为代数问题）；⑤基本不等式法等.

2.三角函数的最值都是在给定区间上取得的，因而特别要注意题设中所给出的区间.

（1）求三角函数最值时，一般要进行一些代数变换和三角变换，要注意函数有意义的条件及弦函数的有界性.

（2）含参数函数的最值问题，要注意参数的作用和影响.