**衔接教材第五课时**

3.1 一元二次方程根的判别式

一元二次方程的判别式（用来表示）是重要的基础知识，它不仅能用于直接判断根的情况，而且在二次三项式、二次不等式、二次函数方面有着重要的应用，是初中数学的一个重要内容，在高中数学中也有许多重要的应用。

二次方程根的判别式

当时，方程有两个不相等的实数根；  
当时，方程有两个相等的实数根；  
当时，方程无实数根。

例1、（1）讨论方程在实数范围内解的情况，其中是实数；

（2）若方程在实数范围内无解，判断方程有无实数根。

解：（1）

当时，，方程有两个不等的实数根；

当时，，方程有两个相等的实数根；

当时，，方程没有实数根；

（2）方程在实数范围内无解，





对于方程







方程有两个不相等的实数根

例2、如果一元二次方程有实数解，其中为实数，求 的值。

解：方程有实数解







原方程为





例3、三角形的一边长为，另外两边恰好是方程的两解，求实数的取值范围。

解：设方程的两解为

由题意得 由根与系数的关系得

即





例4、当实数取何值时，关于的方程有实数解？

解：将方程变形为







方程有实数解





**【课堂练习】**

1、常数为实数，讨论方程的实数解的个数。

解：此方程二次项系数含有参数需要讨论

当时，原方程变形为 ，有一实数解；

当时，原方程是一元二次方程



当且时，方程有两个不等的实数根；

当时，方程有两个相等的实数根；

当时，方程没有实数根

2、已知关于的方程有两个相等的实数根，求的值。

解：由题意得：

并代入得





3.2 一元二次方程根与系数的关系（韦达定理）

一、如果一元二次方程的两根为,

则可推出：；

二、反之，若，则将认为是方程的两根.

三、一元二次方程的根与系数的关系的应用主要体现在以下几个方面：

（1）验根、不解方程，利用韦达定理可以检验两个数是不是一元二次方程的根；

（2）由已知方程的一个根，求出另一个根以及参数；

（3）不解方程，可以利用韦达定理求出关于的对称式的值。

四、应用举例：

例1、已知二次方程的两根为，

求（1）；（2）;（3）

（4） （5）

解：由一元二次方程根与系数的关系有

（1）

（2）

（3）

（4）

（5）

例2、设方程的两根为，

求(1)(2) ****的值。

解：由一元二次方程根与系数的关系有

为此方程的根







例3、如果方程的两根的比等于常数，证明系数必满足

证明：设方程的两根为

由一元二次方程根与系数的关系有

不妨设

则得





整理得

例4、已知二次方程，求作一个二次方程，使它的一个根为原方程两根的倒数和，另一根为原方程两根差的平方。

解：设方程的两根为

由一元二次方程根与系数的关系有

则



构造的新的方程为

即

**【课堂练习】**

1. 已知二次方程的两根为，

求（1）；（2）||;（3）;（4）

解：由一元二次方程根与系数的关系有

（1）

（2）

（3）

（4）为此方程的根

 即



2、设方程的两根为,求的值.

解：由一元二次方程根与系数的关系有

为此方程的根

 即





同理为此方程的根

 即





3、已知方程的两实数根之比为，判别式的值为，求；

解：设方程的两根为

由一元二次方程根与系数的关系有

不妨设

得：

由题意得

解得：



**【课后作业】**

1、设为给定非零实数，解方程

解：将方程两边同乘以得



即

十字相乘法分解得

原方程的解为

当时，原方程有两相等实数根

2、设的两实数根为，求的值。

解：由一元二次方程根与系数的关系有

为此方程的根

 即





3、设二次方程的两实数根为，且，求实数的值。

解： 由题意得

得：

显然否则原方程为与矛盾。

由(2)知

异号

 代入得 





或



或符合题意

4、设的两实数根为，（1）求以为两根的一元二次方程；（2）若以为根的方程仍然是，求所有这样的一元二次方程。

解：（1）由一元二次方程根与系数的关系有





求以为两根的一元二次方程为

即

（2）由题意得：

解得：