**高一数学培优讲义**(2015年10月24日)



【基础练习】

1.不等式*ax*2+*bx*+2＞0的解集是{*x*|−＜*x*＜},则*a*+*b*= .1. -14 ;

2. 不等式(1) \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**** \_\_\_\_\_\_\_\_.

(3)  \_\_\_\_\_\_\_\_\_.

2.(1)   （3）或

3.不等式 **|2*x*-1|<3**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_; **|2*x*-1|**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

4、已知方程有一个根大于，另 一个根小于，求的取值范围\_\_\_\_\_\_\_\_。

 可知当x＝1时，函数值，即

**【应用举例】**

【例1】 解下列不等式

**（1） (2) ＜0.**

**(3)**＞1  **(4) **

**(2)分析：这是一个分式不等式，其左边是两个关于*x*的二次三项式的商，根据商的符号法则，它可以化成两个不等式组：**

****

**因此，原不等式的解集就是上面两个不等式组的解集的并集.**

**另解：根据积的符号法则，可以将原不等式等价变形为**

**（*x*2－3*x*＋2）(*x*2－2*x*－3)＜0**

**即（*x*＋1）(*x*－1)(*x*－2)(*x*－3)＜0**

**令（*x*＋1）(*x*－1)(*x*－2)(*x*－3)=0**

**可得零点*x*=－1或1，或2或3，将数轴分成五部分（如图）.**

**由数轴标根法可得所求不等式解集为：**

**{*x*|－1＜*x*＜1或2＜*x*＜3}**

**等价变形后的不等式称为一元高次不等式**

**这种解不等式的方法称为标根法或根轴法。**

**注意：说明 ： 数轴标根法适用条件；**

**总结标根法的基本解题步骤：**

**(1)将原不等式整理为左边为x的一次因式积，右边0的形式。（一般地，x的系数为正数较方便）(2)在数轴上标根(3)画简图（奇穿偶不穿）--------奇偶指的是因式的指数.**

**(4)根据简图 (5)写出解集.**

【练习】

**思考 ≤0的等价变形及解集.**

**(3)分析：首先转化成右端为0的分式不等式，然后再等价变形为整式不等式求解.**

**解：原不等式等价变形为：－1＞0**

**通分整理得：＞0**

**等价变形为：**

**（*x*2－2*x*＋3）(*x*2－3*x*＋2)＞0**

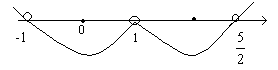
**即 （*x*＋1）(*x*－1)(*x*－2)(*x*－3)＞0**

**由数轴标根法可得所求不等式解集为：{*x*|*x*＜－1或1＜*x*＜2或*x*＞3}**

**解：原不等式化为 **

**方法（一）∴∴原不等式的解集为**

**方法（二） 数轴标根法**

**∴原不等式的集为**

**(4)解：**原不等式等价于

即 





∴

**【例2】**已知是实数，且，

（1）求的最大值与最小值．

（2）求x+y的最值.

解:设，又，此时函数是递增的，故，

**【例3】**关于*x*的不等式(*m*−2)*x*2−*mx*−1≥0，它的解集为｛*x*|*x*1≤*x*≤*x*2｝,且1≤|*x*1−*x*2|≤3，求实数*m*的取值范围.

由条件1≤|*x*1−*x*2|≤3知：1≤(*x*1+*x*2)2−4 *x*1*x*2≤9，由韦达定理得：1≤≤9

实数*m*的取值范围为≤*m*≤.

**【例4】**

(1)已知方程的两个根都是正实数，则实数的取值范围 \_\_\_\_.

(1) 

(2) 若不等式对任意实数均成立，则实数的取值范围 \_\_\_\_.

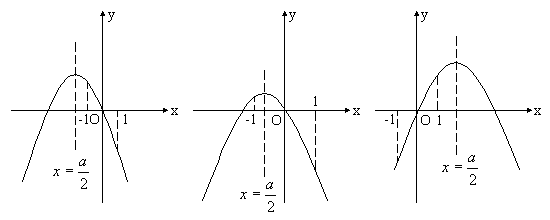
(2). 

(3)已知二次函数在区间上的最大值为4，则*a*的值为\_\_\_\_\_\_\_．

（3）或

(4) 求函数在上的最大值。

**解：**函数图象的对称轴方程为，应分，，即，和这三种情形讨论，下列三图分别为（1）；（2）；（3） 时的草图。



由图易知：

；即



(6)设不等式2*x*－1＞*m*(*x*2－1)对满足|*m*|≤2的一切实数*m*的取值都成立，求*x*的取值范围．

**讲解：令*f*(m)＝2*x*-1-**m**(*x*2-1)＝(1-*x*2)*m*+2*x*-1，可看成是一条直线（由|m|≤2知它实质是一条线段），且使|*m*|≤2的一切实数都有2*x*-1＞*m*(*x*2-1)成立 **



(7) 关于x的方程9x+(4+a)3x+4=0恒有解，求a的范围。

分析：题目中出现了3x及9x，故可通过换元转化成二次函数型求解。

解法1（利用韦达定理）：

设3x=t,则t>0.则原方程有解即方程t2+(4+a)t+4=0有正根。

 即

解得a-8.

解法2（利用根与系数的分布知识）：

即要求t2+(4+a)t=0有正根。设f(x)= t2+(4+a)t+4.

4

o

x

y

10.=0,即（4+a）2-16=0,∴a=0或a=-8.

a=0时，f(x)=(t+2)2=0,得t=-2<0，不合题意；

a=-8时，f(x)=(t-2)2=0,得t=2>0,符合题意。∴a=-8.

20. >0,即a<-8或a>0时，

∵f(0)=4>0,故只需对称轴，即a<-4.

∴a<-8

综合可得a-8.

**(8)**已知二次函数，设方程的两个实数根为和.

（1）如果，设函数的对称轴为，求证：；

（2）如果，，求的取值范围.

解析：设，则的二根为和。

（1）由及，可得 ，即，

即

两式相加得，所以，；

（2）由, 可得 。

又，所以同号。

∴ ，等价于

或,

即 或

解之得 或。

【】

1.已知函数满足,则函数在上是( A  )

1. 增函数     B．减函数 C．有增有减  D．增减性与值有关

2. 不等式的解\_\_\_\_\_\_\_.

3.已知不等式的解为,且, 求不等式的解。 

4.方程的两个根都在区间内，求实数的取值范围\_\_\_\_\_。

5.已知函数设表示中的较大值,表示中的较小值,记得最小值为的最大值为,则

【答案】 -16

【解析】

6.解下列不等式 （1） （2）

6.（1） （2）或 ，或

