**高三数学(理)测验试题(2014．3．4)**

**一、选择题：**本大题共8小题，每小题5分，共40分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知集合，集合，集合．则集合的元素个数为（ ）

A．个 B．个 C．个 D．个

2．设函数，则“**”是“函数的最小正周期为”的（ ）

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充分且必要条件 D．既不充分也不必要条件

3．已知数列为等差数列，且，则的值为（ ）

A． B． C． D．

开始

i=0

输入n

n为奇数

n=(n-1)/2

n=n/2

i=i+1

n=1?

输出i

结束



图1

4．在图1的程序框图中，输入,按程序运行后输出的结果是（ ）

A． B． C． D． 

5．下列命题中，真命题的是（ ）

A．，使函数是奇函数

B．，使函数是偶函数

C．，使函数是奇函数

D．，使函数是偶函数

6．已知、是椭圆的两个焦点，过且与椭圆长轴垂直的直线交椭圆

于、两点，若是正三角形，则这个椭圆的离心率是（ ）

A．高考资源网( www.ks5u.com)，中国最大的高考网站，您身边的高考专家。 B．高考资源网( www.ks5u.com)，中国最大的高考网站，您身边的高考专家。 C．高考资源网( www.ks5u.com)，中国最大的高考网站，您身边的高考专家。 D．高考资源网( www.ks5u.com)，中国最大的高考网站，您身边的高考专家。



图2



7．如图2，记矩形内的正弦曲线与抛物线



围成的区域为（图中阴影部分），随机往矩形内投一点，



则点落在区域内的概率是（ ）



A． B．



C． D．



8．我们把各位数字互不相同，个位数字大于其余所有位置上的数字，且个位数字为偶数的四位数称为“幸运数”（如是“幸运数”）．则所有“幸运数”的个数共有（ ）

A．个 B．个 C．个 D．个

**二 填空题：**本大题共6小题，每小题5分，满分30分．

9．是虚数单位，则复数＝ ．

10．不等式对任意实数恒成立，则实数的取值范围是 ．

11． 随机变量，已知，则= ．

12．在数列中，已知， ，则 ．

13．在直角坐标系中，以原点为极点，轴的正半轴为极轴建立极坐标系．曲线的参数方程为（为参数），曲线的极坐标方程为．若曲线与曲线有两个不同的交点，则实数的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

14．已知，，且，则的最小值为 ．

**三、解答题：** 本大题共6小题，共80分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

15．（本小题满分12分）

已知向量，，设函数．

(1)若，且，求实数的值;

(2)在中,分别是角的对边,若,且的面积为,实数,求边长的值．

16．（本小题满分12分）

某班从6名班干部（其中男生4人，女生2人）中选3人参加学校学生会的干部竞选．

（1）设所选3人中女生人数为，求的分布列及数学期望；

（2）在男生甲被选中的情况下，求女生乙也被选中的概率．

17．（本小题满分14分）

如图3所示，平面与平面组成的二面角，且四边形为矩形，四边形为直角梯形，，，，，、分别是、的中点．

（1）求证平面；

（2）求直线与平面所成角的余弦值；

（3）求平面与平面所成锐二面角的余弦值．



图3

18．(本小题满分14分）

已知两点、，点为坐标平面内的动点，满足．

（1）求动点的轨迹方程；

（2）若点是动点的轨迹上的一点，是轴上的一动点，试讨论直线与圆的位置关系．

19．（本小题满分14分）

已知函数

（1）设两曲线与有公共点，且在公共点处的切线相同，若，试建立关于的函数关系式；

（2）在（1）的条件下求的最大值；

（3）若时，函数在（0，4）上为单调函数，求的取值范围．

20．（本小题满分14分）

设为数列的前项和，对任意的**N，**都有为常数，且．

（1）求证：数列是等比数列；

（2）设数列的公比高考资源网( www.ks5u.com)，中国最大的高考网站，您身边的高考专家。，数列满足 ，**N**，求数列的通项公式；

（3）在满足（2）的条件下，求证：数列的前项和．

**高三数学(理)测验试题参考答案**

**一、选择题**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 答案 | C | A | B | C | B | D | A | C |

**二、填空题：**

（9）； （10）或； （11）； （12）；

（13）； （14）．

**三、解答题：**

15．（本小题满分12分）

已知向量，，设函数．

(1)若，且，求实数的值;

(2)在中,分别是角的对边,若,且的面积为,实数,求边长的值．

**解**: (1)由题意得

所以 …………………6分

(2)由(Ⅰ)知

由题意得所以

因为，所以解得

因为的面积为,所以,即

由余弦定理得 …………12分

16．（本小题满分12分）

某班从6名班干部（其中男生4人，女生2人）中选3人参加学校学生会的干部竞选．

（1）设所选3人中女生人数为，求的分布列及数学期望；

（2）在男生甲被选中的情况下，求女生乙也被选中的概率．

（1）**解**：ξ的所有可能取值为0，1，2．

依题意，得， ， ．

∴ξ的分布列为

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 |
| 高考资源网( www.ks5u.com)，中国最大的高考网站，您身边的高考专家。 | 高考资源网( www.ks5u.com)，中国最大的高考网站，您身边的高考专家。 | 高考资源网( www.ks5u.com)，中国最大的高考网站，您身边的高考专家。 | 高考资源网( www.ks5u.com)，中国最大的高考网站，您身边的高考专家。 |

∴． …………………………………………6分

（2）解：设“男生甲被选中”为事件*A*，“女生乙被选中”为事件*B*，

则，，

∴．

故在男生甲被选中的情况下，女生乙也被选中的概率为． ……………………12分

17．（本小题满分12分）

如图3所示，平面与平面组成的二面角，且四边形为矩形，四边形为直角梯形，，，，，、分别是、的中点．

（1）求证平面；

（2）求直线与平面所成角的余弦值；

（3）求平面与平面所成锐二面角的余弦值．



解：（法一）（1）取中点为，连接，，

，分别为，的中点，

 且，

又是的中点，

 且，

且，

，则． …………………………2分

，，， 平面，

平面，，

， ．

又且为中点，． ………………………………4分

平面，

， 平面． ……………………………………5分

（2）延长至，使得，连接，则，

平面，平面．

 平面与平面所成二面角的的平面角为． …………6分

，，

平面与平面所成二面角的平面角为，

 ， ………………………………7分

过点作于，连接，

 ，

，，

又， 平面，

，则．

又， 平面．

直线与平面所成角为． ……………………………8分

，，，

又，，，，

．

即直线与平面所成角的余弦值为． ……………………………10分

（3）由（2）可知为平面与平面所成的锐二面角的平面角，…12分

，

平面与平面所成二面角的余弦值为． …………………………14分



（法二）(1)以为原点，所在直线为轴，

所在直线为轴建立如图所示坐标系．

，，

平面与平面所成二面角

的平面角为，

 ， …………………2分

由此我们可得：，，，，，

，

设平面一个法向量为，

，，

，  ，

，平面． …………………………………5分

（2）设直线与平面所成的角为，

，平面一个法向量为，

， ……………………8分

．

即直线与平面所成角的余弦值为． ……………………………10分

(3)由（1）得平面一个法向量为，

平面一个法向量为， ……………12分

设平面与平面所成二面角的平面角为，

． …………………………………14分

18．（本小题满分14分）

已知两点、，点为坐标平面内的动点，满足．

（1）求动点的轨迹方程；

（2）若点是动点的轨迹上的一点，是轴上的一动点，试讨论直线与圆的位置关系．

**解**：（1）设，则，，

由，

化简得．所以动点的轨迹方程为． ……………………………6分

（2）解：由点在轨迹上，解得t=4，即A(4,4)．

当时，直线的方程为，此时直线与圆相离．

当时，直线的方程为，即，

圆心(0,2)到直线的距离，

令，解得；令，解得；

令，解得．

综上所述，当时，直线与圆相交；

当时，直线与圆相切；

当时，直线与圆相离． …………………14分

19．（本小题满分14分）

已知函数

（1）设两曲线与有公共点，且在公共点处的切线相同，若，试建立关于的函数关系式；

（2）在（1）的条件下求的最大值；

（3）若时，函数在（0，4）上为单调函数，求的取值范围．

**解：**（1）因为高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。与高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。在公共点高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。处的切线相同．

高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。．

由题意知高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。

即高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。,

解得高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。或高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。（舍去），高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。……………………4分

（2）．

令，则，当变化时，及的变化情况如下表：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  | 极大值 |  |

所以，时，有最大值 ． ………………………………8分

（3）．

在上恒为单调函数，所以,

或恒成立，

或在时恒成立，

（舍）或对恒成立．

对恒成立，,

或．

综上， 或． ………………………………14分

20．（本小题满分14分）

设为数列的前项和，对任意的**N，**都有为常数，且．

（1）求证：数列是等比数列；

（2）设数列的公比高考资源网( www.ks5u.com)，中国最大的高考网站，您身边的高考专家。，数列满足 ，**N**，求数列的通项公式；

（3）在满足（2）的条件下，求证：数列的前项和．

证明：（1）当n=1时，

当n≥2时，,即．

∵高考资源网( www.ks5u.com)，中国最大的高考网站，您身边的高考专家。为常数，且m>0，∴．

∴数列是首项为1，公比为的等比数列． …………………………4分

（2）解：由（1）得，，．

∵，∴，即 (n≥2)．

∴是首项为，公差为1的等差数列．

∴，即． ……………………………9分

（3）证明：由（2）知，则．

∵当n≥2时，，

∴所以

 ． ……………………………………14分