20160427高二数学培优讲座

**如何避免解析几何中的繁杂运算（相对的）**

1. 活用平几性质、减少繁杂运算

命题者往往利用平面几何中发现的特征来作为解析几何命题的背景，如能将平面几何方法与解析法有机融合使用，往往能起到简化运算的效果.

1. 在平面直角坐标系中，已知圆为圆与轴负半轴的交点，过作圆的弦,记线段的中点为,若,求直线的斜率.
2. 在平面直角坐标系中，已知圆*O*：，点，*M*，*N*为圆*O*上不同的两点，且满足．若，求的最小值．
3. 已知椭圆的左顶点为,下顶点为，分别过和作两条互相平行的直线和，其中，与轴交于点，与椭圆交于另一点,与轴交于点，与椭圆交于另一点,设直线与直线交于点.
4. 当直线与直线的斜率都存在时，证明：直线与直线的斜率乘积为定值；
5. 证明：直线与直线平行.
6. 借助常用结论、畅通运算途径

在解析几何中，有很多常用的结论，这些结论更多的是动态中的不变位置关系或数量关系，在解题过程中注意发现和使用这些常用结论，有助于在分析解析几何试题时，超前思维，整体把握，以不变应万变，达到畅通运算途径的目的.

1. 在平面直角坐标系中，已知抛物线为其焦点，点的坐标为，设为抛物线上异于顶点的动点，直线交抛物线于另一点，连接并延长分别交抛物线于点.
2. 当轴时，求直线与轴的交点坐标；
3. 当直线直线的斜率存在且分别记为时，求证：.
4. 已知椭圆的方程为，圆的方程为，过椭圆的左顶点作斜率为的直线与椭圆和圆分别相交于.
5. 若时，恰好为线段的中点，试求椭圆的离心率;
6. 若椭圆的离心率，为椭圆的右焦点，当时，求的值；
7. 设为圆上不同于的一点，直线的斜率为，当时，试问：直线是否过定点？若过定点，求出定点坐标；若不过定点，请说明理由.
8. 线段的两个端点分别在轴和轴上滑动，,点是线段上一点，, 点随线段的滑动而运动.
9. 求动点的轨迹的方程；
10. 过定点的直线交曲线于两点，交轴于点,若求的值.
11. 调整运算思路、便捷运算过程

有的题目设而不求，列出等式，消去变量，最终水到渠成；有的题目通过特殊情况找到定点，然后再证明三点共线.

7.如图，在平面直角坐标系中，椭圆E：的离心率为，直线*l*：与椭圆E相交于A，B两点，，C，D是椭圆E上异于A，B两点，且直线AC，BD相交于点M，直线AD，BC相交于点N.

（1）求的值；（2）求证：直线MN的斜率为定值。

*x*

*y*

*A*

*O*

*B*

*C*

*D*

*M*

*N*

(第7题图)

8.在平面直角坐标系学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！中，如学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！图学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，已知椭圆学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！的左、右顶点为学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，右焦点为学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，设过点T（学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！）的直线学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！与此椭圆分别交于点M学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，其中学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！,学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！

（1）设动点学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！满足学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！,求点学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！的轨迹

（2）设学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，求点学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！的坐标

A

B

O

F

（3）设学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！,求证：直线学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！必过学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！轴上的一定点（其坐标与学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！无关）

1. 优化解题方法、提升运算含金量

有时以数为主，有时以形为主，随时注意优化解题方法、提升运算含金量

9. 已知圆，点在直线上，若过点存在直线与圆交于、两点，且点为的中点，求点横坐标的取值范围．

20160427高二数学培优讲座（含简要解析）

**如何避免解析几何中的繁杂运算（相对的）**

1. 活用平几性质、减少繁杂运算

命题者往往利用平面几何中发现的特征来作为解析几何命题的背景，如能将平面几何方法与解析法有机融合使用，往往能起到简化运算的效果.

1. 在平面直角坐标系中，已知圆为圆与轴负半轴的交点，过作圆的弦,记线段的中点为,若,求直线的斜率.

**答：**斜率为.（ 直角三角形、圆）

1. 在平面直角坐标系中，已知圆*O*：，点，*M*，*N*为圆*O*上不同的两点，且满足．若，则的最小值为 ．

**答：**（先求点E的轨迹方程）

1. 已知椭圆的左顶点为,下顶点为，分别过和作两条互相平行的直线和，其中，与轴交于点，与椭圆交于另一点,与轴交于点，与椭圆交于另一点,设直线与直线交于点.
2. 当直线与直线的斜率都存在时，证明：直线与直线的斜率乘积为定值；

（2）证明：直线与直线平行.

**答：**（1） （2）在三角形中，由线段成比例可以推出直线平行.

二、借助常用结论、畅通运算途径

在解析几何中，有很多常用的结论，这些结论更多的是动态中的不变位置关系或数量关系，在解题过程中注意发现和使用这些常用结论，有助于在分析解析几何试题时，超前思维，整体把握，以不变应万变，达到畅通运算途径的目的.

1. 在平面直角坐标系中，已知抛物线为其焦点，点的坐标为，设为抛物线上异于顶点的动点，直线交抛物线于另一点，连接并延长分别交抛物线于点.
2. 当轴时，求直线与轴的交点坐标；

（2）当直线直线的斜率存在且分别记为时，求证：.

**答：**（1）交点坐标为； （2）常用结论：经过轴上一定点作抛物线的弦，其端点的横坐标和纵坐标有固定不变的关系.

1. 已知椭圆的方程为，圆的方程为，过椭圆的左顶点作斜率为的直线与椭圆和圆分别相交于.
2. 若时，恰好为线段的中点，试求椭圆的离心率;
3. 若椭圆的离心率，为椭圆的右焦点，当时，求的值；

（3）设为圆上不同于的一点，直线的斜率为，当时，试问：直线是否过定点？若过定点，求出定点坐标；若不过定点，请说明理由.

**答：**（1） ；（2） ；（3）过定点

1. 线段的两个端点分别在轴和轴上滑动，, 点是线段上一点，，点随线段的滑动而运动.
2. 求动点的轨迹的方程；
3. 过定点的直线交曲线于两点，交轴于点,若求的值.

**答：**（1）（2）（韦达定理）

1. 调整运算思路、便捷运算过程

有的题目设而不求，列出等式，消去变量，最终水到渠成；有的题目通过特殊情况找到定点，然后再证明三点共线.

7.如图，在平面直角坐标系中，椭圆E：的离心率为，直线*l*：与椭圆E相交于A，B两点，，C，D是椭圆E上异于A，B两点，且直线AC，BD相交于点M，直线AD，BC相交于点N.

（1）求的值；（2）求证：直线MN的斜率为定值。

**解：**（1）因为*e*＝＝，所以*c*2＝*a*2，即*a*2－*b*2＝*a*2，所以*a*2＝2*b*2．

故椭圆方程为＋＝1．

*x*

*y*

*A*

*O*

*B*

*C*

*D*

*M*

*N*

(第7题图)

由题意，不妨设点*A*在第一象限，点*B*在第三象限．

由解得*A*(*b*，*b*)．

又*AB*＝2，所以*OA*＝，即*b*2＋*b*2＝5，解得*b*2＝3．

故*a*＝，*b*＝．

（2）**方法一**：由（1）知，椭圆*E*的方程为 ＋＝1，从而*A*(2，1)，*B*(－2，－1)．

①当*CA*，*CB*，*DA*，*DB*斜率都存在时，设直线*CA*，*DA*的斜率分别为*k*1，*k*2，*C*(*x*0，*y*0)，

显然*k*1≠*k*2．

从而*k*1 ·*kCB*＝·＝＝＝＝－．

所以*kCB*＝－．

同理*kDB*＝－．

于是直线*AD*的方程为*y*－1＝*k*2(*x*－2)，直线*BC*的方程为*y*＋1＝－(*x*＋2)．

由解得

从而点*N*的坐标为(，)．

用*k*2代*k*1，*k*1代*k*2得点*M*的坐标为(，)．

所以*kMN*＝－1．

即直线*MN*的斜率为定值－1．

②当*CA*，*CB*，*DA*，*DB*中，有直线的斜率不存在时，

根据题设要求，至多有一条直线斜率不存在，

故不妨设直线*CA*的斜率不存在，从而*C*(2，－1)．

仍然设*DA*的斜率为*k*2，由①知*kDB*＝－．

此时*CA*：*x*＝2，*DB*：*y*＋1＝－(*x*＋2)，它们交点*M*(2，－1－)．

*BC*：*y*＝－1，*AD*：*y*－1＝*k*2(*x*－2)，它们交点*N*(2－，－1)，

从而*kMN*＝－1也成立．

由①②可知，直线*MN*的斜率为定值－1．

**方法二**：由（1）知，椭圆*E*的方程为 ＋＝1，从而*A*(2，1)，*B*(－2，－1)．

①当*CA*，*CB*，*DA*，*DB*斜率都存在时，设直线*CA*，*DA*的斜率分别为*k*1，*k*2．

显然*k*1≠*k*2．

直线*AC*的方程*y*－1＝*k*1(*x*－2)，即*y*＝*k*1*x*＋(1－2*k*1)．

由得(1＋2*k*12)*x*2＋4*k*1(1－2*k*1)*x*＋2(4*k*12－4*k*1－2)＝0．

设点*C*的坐标为(*x*1，*y*1)，则2·*x*1＝，从而*x*1＝．

所以*C*(，)．

又*B*(－2，－1)，

所以*kBC*＝＝－．

所以直线*BC*的方程为*y*＋1＝－(*x*＋2)．

又直线*AD*的方程为*y*－1＝*k*2(*x*－2)．

由解得

从而点*N*的坐标为(，)．

用*k*2代*k*1，*k*1代*k*2得点*M*的坐标为(，)．

所以*kMN*＝－1．

即直线*MN*的斜率为定值－1．

②当*CA*，*CB*，*DA*，*DB*中，有直线的斜率不存在时，

根据题设要求，至多有一条直线斜率不存在，

故不妨设直线*CA*的斜率不存在，从而*C*(2，－1)．

仍然设*DA*的斜率为*k*2，则由①知*kDB*＝－．

此时*CA*：*x*＝2，*DB*：*y*＋1＝－(*x*＋2)，它们交点*M*(2，－1－)．

*BC*：*y*＝－1，*AD*：*y*－1＝*k*2(*x*－2)，它们交点*N*(2－，－1)，

从而*kMN*＝－1也成立．

由①②可知，直线*MN*的斜率为定值－1．

8.在平面直角坐标系学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！中，如学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！图学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，已知椭圆学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！的左、右顶点为学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，右焦点为学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，设过点T（学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！）的直线学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！与此椭圆分别交于点M学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，其中学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！,学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！

（1）设动点学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！满足学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！,求点学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！的轨迹

（2）设学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，求点学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！的坐标

A

B

O

F

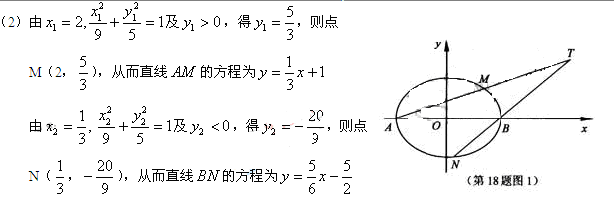
（3）设学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！,求证：直线学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！必过学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！轴上的一定点（其坐标与学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！无关）

**解：**由题设得学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！

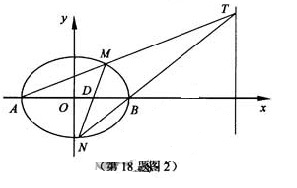
（1）设点学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，则学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！

由学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，得学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ 化简得学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！。

故所求点P的轨迹为直线学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！.



由学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！解得学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！

所以点T的坐标为学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！.

（3）由题设知，直线学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！的方程为学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，直线学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！的方程为学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！

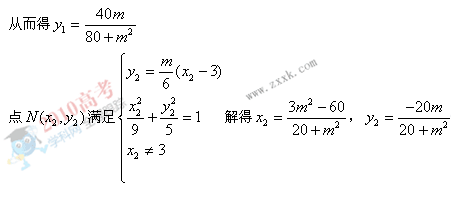
点学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！满足

学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！

学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！

因为学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，则

学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，解得学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！



若学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，则由学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，得学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，此时直线学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！的方程为学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，过点学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！

若学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，则学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，直线学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！的斜率学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！

v学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！的斜率学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！,得学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，所以直线学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！过学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！点

因此直线学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！必过学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！轴上的点学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！

1. 优化解题方法、提升运算含金量

有时以数为主，有时以形为主，随时注意优化解题方法、提升运算含金量

9. 已知圆，点在直线上，若过点存在直线与圆交于、两点，且点为的中点，则点横坐标的取值范围是 ．

**解：**法一：数形结合法：设，由题意可得，即

，解之得．

法二：设点，，则由条件得A点坐标为，

，从而，

整理得，

化归为，

从而，

于是由得。