3月1日补充作业：

1. 设为实数，函数。

(Ⅰ)求的单调区间与极值；

(Ⅱ)求证：当且时，。

2.已知函数[](http://www.ks5u.com/).

（Ⅰ）若[](http://www.ks5u.com/)，求[](http://www.ks5u.com/)的取值范围；

（Ⅱ）证明：[](http://www.ks5u.com/) .





**例4：已知函数**

* 1. **求**

**的单调区间和值域**

**，函数**

**若对于任意**

**，总存在**

**使得**

**成立，求**

**的取值范围**

**2.设**

5.已知函数.

(Ⅰ)当时，讨论的单调性；

（Ⅱ）设当时，若对任意，存在，使

，求实数取值范围.[来源:Z+xx+k.Com]

6. 已知函数

（I）讨论函数的单调性；

（II）设.如果对任意，，求的取学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！值范围。

[来源:Zx

1. **（2010年高考安徽卷理科17）**（本小题满分12分）

设为实数，函数。

(Ⅰ)求的单调区间与极值；

(Ⅱ)求证：当且时，。

（I）解：由

令的变化情况如下表：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  | — | 0 | + |
|  | 单调递减 |  | 单调递增 |

故的单调递减区间是，单调递增区间是，

处取得极小值，

极小值为

（II）证：设

于是

由（I）知当



于是当

而

即

本题考查导数的运算，利用导数研究函数的单调区间，求函数的极值和证明函数不等式，考查运算能力、综合分析和解决问题的能力.

**2.（ 2010年高考全国卷I理科20）**(本小题满分12分)**（注意：在试题卷上作答无效）**

已知函数[](http://www.ks5u.com/).

（Ⅰ）若[](http://www.ks5u.com/)，求[](http://www.ks5u.com/)的取值范围；

（Ⅱ）证明：[](http://www.ks5u.com/) .

【命题意图】本小题主要考查函数、导数、不等式证明等知识,通过运用导数知识解决函数、不等式问题,考查了考生综合运用数学知识解决问题的能力以及计算能力，同时也考查了函数与方程思想、化归与转化思想.

【解析】**20.解：**

（Ⅰ），

,

题设等价于.

令，则

当，；当时，，是的最大值点，

学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！

综上，的取值范围是.

(Ⅱ)有（Ⅰ）知，即.

当时，；

当时，



学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ 





3. **(2010年高考数学湖北卷理科17）**（本小题满分12分）

为了在夏季降温和冬季供暖时减少能源损耗，房屋的屋顶学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！和外墙需要建造隔热层．某幢建筑物要建造可使用20年的隔热层，每厘米厚的隔热层建造成本为6万元．该建筑物每年的能源消耗费用C（单位：万元）与隔热层厚度（单位：cm）满足关系：，若不建隔热层，每年能源消耗费用为8万元．设为隔热层建造费用与20年的能源消耗费用之和．

（Ⅰ）求的值及的表达式；

（Ⅱ）隔热层修建多厚对，总费用达到最小，并求最小值．

解：（Ⅰ）没隔热层厚度 cm，由题设每年能源消耗费用为，再由得，

而建造费用为最后得隔热层建造费用与20年的能源消耗费用之和为



（Ⅱ），令，即

解得， （舍去）。当时，，当时，，故是的最小值点，对应的最小值为

当隔热层修建5㎝厚时，总费用达到最小值70万元．

4.**（2010年高考山东卷理科22）**(本小题满分14分)

已知函数.

(Ⅰ)当时，讨论的单调性；

（Ⅱ）设当时，若对任意，存在，使

，求实数取值范围.[来源:Z+xx+k.Com]

【解析】本小题主要考查导数的概念以及利用导数研究函数性质的能力，考查分类讨论思想、数形结合思想、等价变换思想，以及综合运用知识解决新情境、新问题的能力。

解析：(Ⅰ)，

令

（1）当时，，当,函数单调递减；当，函数单调递增.

(2)当时，由，即，解得.

当时，恒成立，此时，函数单调递减；

当时，，时，函数单调递减；

时，，函数单调递增；

时，，函数单调递减.

当时，当,函数单调递减；

当，函数单调递增.

综上所述：当时，函数在单调递减，单调递增；

当时，恒成立，此时，函数在单调递减；

当时，函数在单调递减，单调递增，单调递减.

（Ⅱ）

（Ⅱ）当时，在（0，1）上是减函数，在（1，2）上是增函数，所以对任意，

有，

又已知存在，使，所以，，（※）

又

当时，与（※）矛盾；

当时，也与（※）矛盾；

当时，.

综上，实数的取值范围是.

5.**（2010年高考陕西卷理科21）**(本小题满分14分)

已知函数f（x）=，g（x）=alnx，aR。[来源:学科网ZXXK][来源:学科网]

1. 若曲线y=f(x)与曲线y=g(x)相交，且在交点处有相同的切线，求a的值及该切线的方程；
2. 设函数h(x)=f(x)- g(x),当h(x)存在最小之时，求其最小值（a）的解析式；
3. 对（2）中的（a），证明：当a（0，+）时， （a）1.

解 （1）f’(x)=,g学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！’(x)=(x>0),

由已知得 =alnx，

=， 解学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！德a=,x=e2,

两条曲线交点的坐标为（e2,e） 切线的斜率为k=f’(e2)= ,

切线的方程为y-e=(x- e2).

1. 当a.>0时，令*h* *(x)*=0,解得x=,

所以当0 < x< 时 *h* *(x)*<0，*h(x)*在（0，）上递减；

当*x*>时，*h* *(x)>*0，*h(x)*在（0，）上递增。

所以*x*>是*h(x*)在（0， +∞ ）上的唯一极致点，且是极小值点，从而也是*h(x)的*最小值点。

所以Φ （a）=h()= 2a-aln=2

（2）当a  ≤   0时，*h(x)*=(1/2-2a) /2x>0,h(x)在（0，+∞）递增，无最学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！小值。

故 h(x) 的最小值Φ （a）的解析式为2a(1-ln2a) (a>o)

（3）由（2）知Φ （a）=2a(1-ln2a)

则 Φ *1（学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！*a ）=-2ln2a，令Φ *1（*a ）=0 解得 a =1/2

当 0<a<1/2时，Φ *1（*a ）>0，所以Φ *（*a ） 在(0,1/2) 上递增

当 a>1/2 时， Φ *1（*a ）<0，所以Φ*（*a ） 在 (1/2, +∞)上递减。

所以Φ*（*a ）在(0, +∞)处取得极大值Φ学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！*（*1/2 ）=1

因为Φ*（*a ）在(0, +∞)上有且只有一个极致点，所以Φ*（*1/2）=1也是Φ*（*a）的最大值

所学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！当a属于 (0, +∞)时，总有Φ*（*a）  ≤  1

6. **(2010年高考北京市理科18)** (本小题共13分)

已知函数([](http://www.ks5u.com/))=In(1+)-[](http://www.ks5u.com/)+([](http://www.ks5u.com/)≥0)。

(Ⅰ)当=2时，求曲线[](http://www.ks5u.com/)=([](http://www.ks5u.com/))在点(1，(1))处的切线方程；

(Ⅱ)求[](http://www.ks5u.com/)()的单调区间。

（18）（共13分）www.@ks@5u.com

解：（I）当时，，

由于，，

所以曲线在点处的切线方程为



即 

（II），.

当时，.

所以，在区间上，；在区间上，.

故得单调递增区间是，单调递减区间是.

当时，由，得，

所以，在区间和上，；在区间上，

故得单调递增区间是和，单调递减区间是.

当时，

故得单调递增区间是.

当时，，得，.

所以没在区间和上，；在区间上，



故得单调递增区间是和，单调递减区间是

7.**（2010年高考辽宁卷理科21）**（本小题满分12分）

已知函数

（I）讨论函数的单调性；

（II）设.如果对任意，，求的取学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！值范围。

[来源:Zxxk.Com] 解：

（Ⅰ） *f*（*x*）的定义域为（0,+），．

当*a*≥0时，＞0，故*f*（*x*）在（0,+）单调增加；

当*a*≤－1时，＜0, 故*f*（*x*）在（0,+）单调减少；

当－1＜*a*＜0时，令＝0,解得*x*=．

当*x*∈（0, ）时, ＞0；

*x*∈（，+）时，＜0,

故*f*（*x*）在（0, ）单调增加，在（，+）单调减少．

（Ⅱ）不妨假设*x*1≥*x*2．由于*a*≤－1,

由（Ⅰ）知在（0，+∞）单调减少，从而



等价于

 ①

令,

则

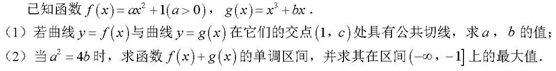
①等价于在（0，+∞）单调减少，即



从而

故的取值范围为 …………12分

8.【2012高考真题北京理18】（本小题共13分）



【答案】解：（）由www.gkxx.com为公共切点可得：

www.gkxx.com，则www.gkxx.com，www.gkxx.com，

www.gkxx.com，则www.gkxx.com，www.gkxx.com，

www.gkxx.comwww.gkxx.com①

又www.gkxx.com，www.gkxx.com，

www.gkxx.comwww.gkxx.com，即www.gkxx.com，代入①式可得：www.gkxx.com．

（2）www.gkxx.comwww.gkxx.com，www.gkxx.com设www.gkxx.com

则www.gkxx.com，令www.gkxx.com，解得：www.gkxx.com，www.gkxx.com；

www.gkxx.comwww.gkxx.com，www.gkxx.comwww.gkxx.com，

www.gkxx.com原函数在www.gkxx.com单调递增，在www.gkxx.com单调递减，在www.gkxx.com上单调递增

①若www.gkxx.com，即www.gkxx.com时，最大值为www.gkxx.com；

②若www.gkxx.com，即www.gkxx.com时，最大值为www.gkxx.com

③若www.gkxx.com时，即www.gkxx.com时，最大值为www.gkxx.com．

综上所述：

当www.gkxx.com时，最大值为www.gkxx.com；当www.gkxx.com时，最大值为www.gkxx.com．