20．（本小题满分12分）

在平面直角坐标系中，分别为椭圆：的左、右焦点,为短轴的一个端点，是椭圆上的一点，满足，且的周长为．

（Ⅰ）求椭圆的方程；

（Ⅱ）设点是线段上的一点，过点且与轴不垂直的直线交椭圆于两点，若是以为顶点的等腰三角形，求点到直线距离的取值范围．

20.（本小题满分12分）

【解析】（Ⅰ）由已知，设，即

∴即 ………………………………1分

∴ 得：①………………………………………2分

又的周长为，∴ ② ………3分

又①②得： ∴ ∴所求椭圆的方程为： ………5分

（Ⅱ）设点,直线的方程为………………6分

由 消去，得：

设，中点为

则 ∴

∴ 

即 ………………………………………………………8分

∵是以为顶点的等腰三角形 ∴ 即

∴ ………………………………………10分

设点到直线距离为，

则 ∴

即点到直线距离的取值范围是。………………………………12分

另解： ∴

法2：∵是以为顶点的等腰三角形

∴

∵

∴

又

∴

∴ ∴

以下同解法一。

（20）（本小题满分分）

已知点，点是直线上的动点，过作直线，，线段的垂直平分线与交于点．

（Ⅰ）求点的轨迹的方程；

（Ⅱ）若点是直线上两个不同的点, 且△的内切圆方程为，直线的斜率为，求的取值范围．

（20） （Ⅰ）解:依题意,点到点的距离等于它到直线的距离, …………1分

∴点的轨迹是以点为焦点，直线为准线的抛物线． …………2分

∴曲线的方程为． ………………………………………………3分

（Ⅱ）解法1：设点，点，点，

直线方程为：， ………………………4分

化简得，．

∵△的内切圆方程为，

∴圆心到直线的距离为，即． ………5分

故．

易知，上式化简得，．………………6分

同理，有． ………………………………7分

∴是关于的方程的两根．

∴， ． ………………………………8分

∴．……………9分

∵，，

∴．

直线的斜率，则．

∴． ………………………………10分

∵函数在上单调递增，

∴．

∴．

∴． ………………………………………………11分

∴．

∴的取值范围为． ………………………………………………12分

解法2：设点，点，点，

直线的方程为，即，………………4分

∵ 直线与圆相切，

∴ ．

∴ ． ………………………………………………5分

∴ 直线的方程为．

∵ 点在直线上,

∴ ．

易知，上式化简得，． …………………6分

同理，有． ………………………………………7分

∴是关于的方程的两根．

∴， ． …………………………………………8分

∴． ……………9分

∵，，

∴．

直线的斜率，则．

∴． ……………………………………10分

∵函数在上单调递增，

∴．

∴．

∴． ………………………………………………11分

∴．

∴的取值范围为． ………………………………………………12分

解法3：设点，直线的方程为，即，

令,得,

∴ ． ………………………………………………4分

∵ 直线与圆相切，

∴ ．

化简得,． ……………………………………5分

同理,设直线的方程为，

则点,且． …………6分

∴ ,是关于的方程的两根．

∴ , ． …………………………………………7分

依题意,,．

∴  …………………………………………8分







． ………………………………………………9分

直线的斜率，则．

∴． ……………………………………10分

∵函数在上单调递增，

∴． ∴．

∴． ………………………………………………11分

∴．

∴的取值范围为． ………………………………………………12分

解法4：设点，如图，设直线，与圆相切的切点分别为，，

依据平面几何性质，得， …………………………4分

由， …………………5分

得，

得． …………6分

得．……7分

故．……………………8分

依题意,,．

∴ ． ………………………………………………9分

直线的斜率，则．

∴． ……………………………………10分

∵函数在上单调递增，

∴． ∴．

∴． ………………………………………………11分

∴．

∴的取值范围为． ………………………………………………12分

（20）（本小题满分12分）

已知椭圆的中心在坐标原点，焦点在轴上，左顶点为，左焦点为，点在椭圆上，直线与椭圆交于，两点，直线，分别与轴交于点，．

（Ⅰ）求椭圆的方程；

（Ⅱ）以为直径的圆是否经过定点？若经过，求出定点的坐标；若不经过，请说明理由．

**（20）**（Ⅰ）**解法一：**设椭圆的方程为，

因为椭圆的左焦点为，所以．……………………………1分

设椭圆的右焦点为，已知点在椭圆上，

由椭圆的定义知，

所以．………………………………………………………2分

所以，从而．………………………………………………………3分

所以椭圆的方程为．………………………………………………4分

**解法二：**设椭圆的方程为，

因为椭圆的左焦点为，所以． ①…………………1分

因为点在椭圆上，所以． ②…………………2分

由①②解得，，．…………………………………………………3分

所以椭圆的方程为．………………………………………………4分

（Ⅱ）**解法一：**因为椭圆的左顶点为，则点的坐标为．…………5分

因为直线与椭圆交于两点，，

设点（不妨设），则点．

联立方程组消去得．

所以，则．

所以直线的方程为．……………………………6分

因为直线，分别与轴交于点，，

令得，即点．……………………7分

同理可得点．…………………………………………………8分

所以．…………………9分

设的中点为，则点的坐标为．…………………………10分

则以为直径的圆的方程为，

即．…………………………………………………………11分

令，得，即或．

故以为直径的圆经过两定点，．………………………12分

**解法二：**因为椭圆的左端点为，则点的坐标为．……………5分

因为直线与椭圆交于两点，，

设点，则点．

所以直线的方程为．………………………………6分

因为直线与轴交于点，

令得，即点．……………………………7分

同理可得点．……………………………………………………8分

所以．

因为点在椭圆上，所以．

所以．……………………………………………………………………9分

设的中点为，则点的坐标为．………………………10分

则以为直径的圆的方程为．

即．………………………………………………………11分

令，得，即或．

故以为直径的圆经过两定点，．………………………12分

**解法三：**因为椭圆的左顶点为，则点的坐标为．……………5分

因为直线与椭圆交于两点，，

设点（），则点．

所以直线的方程为．………………………6分

因为直线与轴交于点，

令得，即点．………………………………7分

同理可得点．………………………………………………………8分

所以．………………………………………9分

设的中点为，则点的坐标为．………………………10分

则以为直径的圆的方程为，

即．………………………………………………………11分

令，得，即或．

故以为直径的圆经过两定点，．………………………12分

**20．（本小题满分12分）**已知点是圆上任意一点，过点作轴于点,延长到点,使.

（1）求点的轨迹的方程；

（2）过点作圆的切线，交（1）中曲线于两点，求面积的最大值.

**20．解：**（1）设点，为中点，又有轴，

,点是圆上的点，有，

即点的轨迹的方程为：． …………………………4分

（2）由题意可知直线不与轴垂直，故可设：，，,与圆相切，

即① ……………………5分

由消并整理得： ……6分

其中

又有 ② ……………………………………7分





将①②代入上式得

 …………9分

 …………11分

当且仅当即时，等号成立．

 ……………………12分