1．[2014·山东卷] 设函数*f*(*x*)＝－*k*(*k*为常数，e＝2.718 28…是自然对数的底数)．

(1)当*k*≤0时，求函数*f*(*x*)的单调区间；

(2)若函数*f*(*x*)在(0，2)内存在两个极值点，求*k*的取值范围．

2.已知函数**R**．

（Ⅰ） 当时，求函数的最小值；

（Ⅱ） 若时,,求实数的取值范围；

（Ⅲ）求证：．

3.已知函数,．

（Ⅰ）若曲线在点处的切线斜率为，求实数的值；

（Ⅱ）当时，证明：.

20．[2014·山东卷] 设函数*f*(*x*)＝－*k*(*k*为常数，e＝2.718 28…是自然对数的底数)．

(1)当*k*≤0时，求函数*f*(*x*)的单调区间；

(2)若函数*f*(*x*)在(0，2)内存在两个极值点，求*k*的取值范围．

20．解：(1)函数*y*＝*f*(*x*)的定义域为(0，＋∞)，

*f*′(*x*)＝－*k*

＝－

＝.

由*k*≤0可得e*x*－*kx*>0，

所以当*x*∈(0，2)时，*f*′(*x*)<0，函数*y*＝*f*(*x*)单调递减；*x*∈(2，＋∞)时，*f*′(*x*)>0，函数*y*＝*f*(*x*)单调递增．

所以*f*(*x*)的单调递减区间为(0，2)，单调递增区间为(2，＋∞)．

(2)由(1)知，当*k*≤0时，函数*f*(*x*)在(0，2)内单调递减，故*f*(*x*)在(0，2)内不存在极值点；

当*k*>0时，设函数*g*(*x*)＝e*x*－*kx*，*x*∈(0，＋∞)．

因为*g*′(*x*)＝e*x*－*k*＝e*x*－eln *k*，

当0<*k*≤1时，

当*x*∈(0，2)时，*g*′(*x*)＝e*x*－*k*>0，*y*＝*g*(*x*)单调递增，

故*f*(*x*)在(0，2)内不存在两个极值点．

当*k*>1时，得*x*∈(0，ln *k*)时，*g*′(*x*)<0，函数*y*＝*g*(*x*)单调递减；

*x*∈(ln *k*，＋∞)时，*g*′(*x*)>0，函数*y*＝*g*(*x*)单调递增．

所以函数*y*＝*g*(*x*)的最小值为*g*(ln *k*)＝*k*(1－ln *k*)．

函数*f*(*x*)在(0，2)内存在两个极值点．

当且仅当

解得e<*k*<.

综上所述，函数*f*(*x*)在(0，2)内存在两个极值点时，*k*的取值范围为.

（21）（本小题满分分）

已知函数**R**．

（Ⅰ） 当时，求函数的最小值；

（Ⅱ） 若时,,求实数的取值范围；

（Ⅲ）求证：．

（21）（本小题满分12分）

已知函数,．

（Ⅰ）若曲线在点处的切线斜率为，求实数的值；

（Ⅱ）当时，证明：.

（21） （Ⅰ）解:当时，,则．…………………1分

令，得．

当时, ; 当时, ． …………………………2分

∴函数在区间上单调递减,在区间上单调递增．

∴当时,函数取得最小值,其值为． ……………………3分

（Ⅱ）解:若时,,即．（\*）

令,

则．

① 若,由（Ⅰ）知,即,故．

∴．

…………………………………………4分

∴函数在区间上单调递增．

∴．

∴（\*）式成立． …………………………………………5分

②若,令,

则．

∴函数在区间上单调递增．

由于,．

…………………………………………6分

故,使得． …………………………………………7分

则当时,,即．

∴函数在区间上单调递减．

∴ ,即（\*）式不恒成立． ………………………………………8分

综上所述,实数的取值范围是． ………………………………………9分

（Ⅲ）证明:由（Ⅱ）知,当时, 在上单调递增．

则,即．…………………………………10分

∴． …………………………………………11分

∴,即． …………………………………………12分

**（21）**（Ⅰ）**解：**因为，

所以.……………………………………………………………1分

因为曲线在点处的切线斜率为，

所以，解得.…………………………………………………2分

（Ⅱ）**证法一：**因为,，

所以等价于．

当时，．

要证，只需证明.………………4分

**以下给出三种思路证明****．**

**思路1：**设，则.

设，则．

所以函数在上单调递增．…………………6分

因为，，

所以函数在上有唯一零点，且.

………………………………8分

因为，所以，即.………………9分

当时，；当时，，

所以当时，取得最小值.………………………………………10分

所以.

综上可知，当时，. ……………………………………12分

**思路2：**先证明．……………………………………………5分

设，则．

因为当时，，当时，，

所以当时，函数单调递减，当时，函数单调递增．

所以．

所以（当且仅当时取等号）．…………………………………7分

所以要证明，

只需证明．………………………………………………8分

下面证明**．**

设****，则**．**

当时，，当时，，

所以当时，函数单调递减，当时，函数单调递增．

所以．

所以****（当且仅当时取等号）**．**……………………………10分

由于取等号的条件不同，

所以．

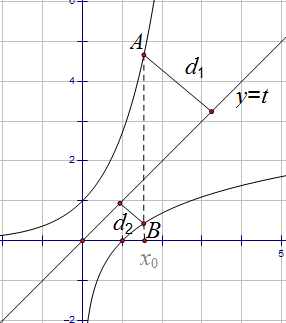
综上可知，当时，. ……………………………………12分

**（若考生先放缩，或、同时放缩，请参考此思路给分！）**

**思路3：**先证明．

令，转化为证明．……………………………………5分

因为曲线与曲线关于直线对称，

设直线与曲线、分别交于点、，点、到直线的距离分别为、，

则．

其中，．

①设，则．

因为，所以．

所以在上单调递增，则．

所以．

②设，则．

因为当时，；当时，，

所以当时，函数单调递减；

当时，函数单调递增．

所以．

所以．

所以．

综上可知，当时，.……………………………………12分

**证法二：**因为,，

所以等价于．…………………………4分

**以下给出两种思路证明**．

**思路1：**设，则.

设，则．

所以函数在上单调递增．………………6分

因为，

所以，.

所以函数在上有唯一零点，且.

…………………8分

因为，所以，即．………………9分

当时，；当时，.

所以当时，取得最小值．……………………………………10分

所以

．

综上可知，当时，．……………………………………12分

**思路2：**先证明，且．…………………5分

设，则．

因为当时，；当时，，

所以在上单调递减，在上单调递增．

所以当时，取得最小值．

所以，即．…………………………………7分

所以（当且仅当时取等号）．…………………………………8分

再证明．

由，得（当且仅当时取等号）．…………9分

因为，，且与不同时取等号，

所以 

．

综上可知，当时，．……………………………………12分