**导数的应用**

**1.（2016深圳二模）已知函数，直线为曲线的切线．**

**（1）求实数的值；**

**（2）用表示中的最小值，设函数，若函数为增函数，求实数的取值范围．**

**2．已知函数(为常数)是R上的奇函数，函数*g*(*x*)=是区间**

**上的减函数.**

**(Ⅰ) 求的值；**

**(Ⅱ) 若上恒成立，求*t*的取值范围；**

**(Ⅲ) 讨论关于*x*的方程的根的个数．**

**3.（2016广一模）已知函数R．**

**（Ⅰ） 当时，求函数的最小值；**

**（Ⅱ） 若时,,求实数的取值范围；**

**（Ⅲ）求证：．**

**4.（2016年广二模）已知函数,．**

**（Ⅰ）若曲线在点处的切线斜率为，求实数的值；**

**（Ⅱ）当时，证明：.**

**5.已知函数(其中,且为常数) ．**

**（Ⅰ）若对于任意的，都有成立，求的取值范围；**

**（Ⅱ）在（Ⅰ）的条件下，若方程在上有且只有一个实根，**

**求的取值范围．**

25、（2016深圳二模）已知函数，直线为曲线的切线．

（1）求实数的值；

（2）用表示中的最小值，设函数，若函数为增函数，求实数的取值范围．

25、解：（1）对求导得，

设直线与曲线切于点，则

，

解得．所以的值为1．

（2）记函数，下面考察函数的符号．

对函数求导得．

当时恒成立．

当时，，

从而．

∴在上恒成立，故在上单调递减．

∵，∴．

又曲线在上连续不间断，所以由函数的零点存在性定理及其单调性知

惟一的，使

∴．

∴，

从而

∴

由函数为增函数，且曲线在上连续不断知在，上恒成立．

①当时，在上恒成立，即在上恒成立．

记，则，

当变化时，，变化情况如下表：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  | 极小值 |  |

∴．

故“在上恒成立”只需，即．

②当时，，当时，在上恒成立．

综合（1）（2）知，当时，函数为增函数．

故实数的取值范围是．

（21）（本小题满分分）

已知函数**R**．

（Ⅰ） 当时，求函数的最小值；

（Ⅱ） 若时,,求实数的取值范围；

（Ⅲ）求证：．

（21） （Ⅰ）解:当时，,则．…………………1分

令，得．

当时, ; 当时, ． …………………………2分

∴函数在区间上单调递减,在区间上单调递增．

∴当时,函数取得最小值,其值为． ……………………3分

（Ⅱ）解:若时,,即．（\*）

令,

则．

① 若,由（Ⅰ）知,即,故．

∴．

…………………………………………4分

∴函数在区间上单调递增．

∴．

∴（\*）式成立． …………………………………………5分

②若,令,

则．

∴函数在区间上单调递增．

由于,．

…………………………………………6分

故,使得． …………………………………………7分

则当时,,即．

∴函数在区间上单调递减．

∴ ,即（\*）式不恒成立． ………………………………………8分

综上所述,实数的取值范围是． ………………………………………9分

（Ⅲ）证明:由（Ⅱ）知,当时, 在上单调递增．

则,即．…………………………………10分

∴． …………………………………………11分

∴,即． …………………………………………12分

（21）（本小题满分12分）

已知函数,．

（Ⅰ）若曲线在点处的切线斜率为，求实数的值；

（Ⅱ）当时，证明：.

**（21）**（Ⅰ）**解：**因为，

所以.……………………………………………………………1分

因为曲线在点处的切线斜率为，

所以，解得.…………………………………………………2分

（Ⅱ）**证法一：**因为,，

所以等价于．

当时，．

要证，只需证明.………………4分

**以下给出三种思路证明****．**

**思路1：**设，则.

设，则．

所以函数在上单调递增．…………………6分

因为，，

所以函数在上有唯一零点，且.

………………………………8分

因为，所以，即.………………9分

当时，；当时，，

所以当时，取得最小值.………………………………………10分

所以.

综上可知，当时，. ……………………………………12分

**思路2：**先证明．……………………………………………5分

设，则．

因为当时，，当时，，

所以当时，函数单调递减，当时，函数单调递增．

所以．

所以（当且仅当时取等号）．…………………………………7分

所以要证明，

只需证明．………………………………………………8分

下面证明**．**

设****，则**．**

当时，，当时，，

所以当时，函数单调递减，当时，函数单调递增．

所以．

所以****（当且仅当时取等号）**．**……………………………10分

由于取等号的条件不同，

所以．

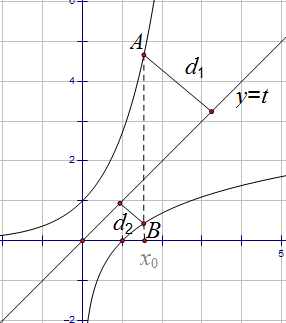
综上可知，当时，. ……………………………………12分

**（若考生先放缩，或、同时放缩，请参考此思路给分！）**

**思路3：**先证明．

令，转化为证明．……………………………………5分

因为曲线与曲线关于直线对称，

设直线与曲线、分别交于点、，点、到直线的距离分别为、，

则．

其中，．

①设，则．

因为，所以．

所以在上单调递增，则．

所以．

②设，则．

因为当时，；当时，，

所以当时，函数单调递减；

当时，函数单调递增．

所以．

所以．

所以．

综上可知，当时，.……………………………………12分

**证法二：**因为,，

所以等价于．…………………………4分

**以下给出两种思路证明**．

**思路1：**设，则.

设，则．

所以函数在上单调递增．………………6分

因为，

所以，.

所以函数在上有唯一零点，且.

…………………8分

因为，所以，即．………………9分

当时，；当时，.

所以当时，取得最小值．……………………………………10分

所以

．

综上可知，当时，．……………………………………12分

**思路2：**先证明，且．…………………5分

设，则．

因为当时，；当时，，

所以在上单调递减，在上单调递增．

所以当时，取得最小值．

所以，即．…………………………………7分

所以（当且仅当时取等号）．…………………………………8分

再证明．

由，得（当且仅当时取等号）．…………9分

因为，，且与不同时取等号，

所以 

．

综上可知，当时，．……………………………………12分

21．（本小题满分12分）

已知函数(其中,且为常数) ．

（Ⅰ）若对于任意的，都有成立，求的取值范围；

（Ⅱ）在（Ⅰ）的条件下，若方程在上有且只有一个实根，

求的取值范围．

21.（本小题满分12分）

【解析】（Ⅰ）…………… …1分

当时,对于恒成立,在上单调递增

,此时命题成立;………………………… …3分

当时,在上单调递减,在上单调递增,

当时,有.这与题设矛盾.

故的取值范围是……………………………………………………5分

（Ⅱ）依题意,设,

原题即为若在上有且只有一个零点,求的取值范围.

显然函数与的单调性是一致的.

➀当时,因为函数在区间上递减,上递增,

所以在上的最小值为,

由于,要使在上有且只有一个零点,

需满足或,解得或;………………………… …7分

➁当时,因为函数在上单调递增,

且,

所以此时在上有且只有一个零点;………………………… …9分

➂当时,因为函数在上单调递增,在上单调递减,在上单调递增,

又因为,所以当时,总有,

,

所以在上必有零点,又因为在上单调递增,

从而当时,在上有且只有一个零点.………………………… …11分

综上所述,当或或时,

方程在上有且只有一个实根. …………………… …12分

21．已知函数(为常数)是**R**上的奇函数，函数*g*(*x*)=是区间

上的减函数.

(Ⅰ) 求的值；

(Ⅱ) 若上恒成立，求*t*的取值范围；

(Ⅲ) 讨论关于*x*的方程的根的个数．

**21.** 解：(Ⅰ) 是奇函数， = ……1分

，

． ……………3分

(Ⅱ)由（１）知：，，上单调递减，上恒成立，……………5分

，只需，

恒成立，

令＝,则，，而恒成立， ……………8分

(Ⅲ)， …………………………9分

令

当上为增函数；

当为减函数；

当而，……………11分

方程无解；

方程有一个根；

方程有两个根。 …………………………14分