**数学归纳法第二课时**

**练习：**





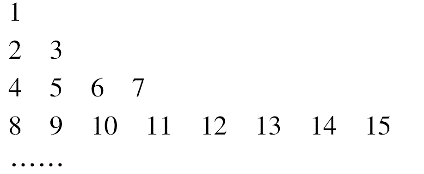
**5.用数学归纳法证明“能被14整除”时,当应变形为**

**例1：**

**若不等式对一切正整数都成立，求正整数的最大值，并证明你的结论.**

**例2：设等比数列的通项公式为，记（），证明对任意的，不等式成立.**

**例3：把正整数按上小下大、左小右大的原则排成如图所示的数表：**

****

**设(*i*、*j*∈N\*)是位于这个数表中从上往下数第*i*行、从左往右数第*j*个数．数表中**

**第*i*行共有2*i*-1个正整数．**

**(1)若*aij*＝2010，求*i*、*j*的值；**

**(2)记*An*＝*a*11＋*a*22＋*a*33＋…＋*ann*(*n*∈N\*)，试比较*An*与*n*2＋*n*的大小，并说明理由．**

**例4：已知正数数列{*an*}(*n*∈N\*)中，前*n*项和为*Sn*，且，猜测数列的通项公式，并用数学归纳法证明。**

证明　(1)当*n*＝1时．

*a*1＝*S*1＝，

∴*a*＝1(*an*>0)，

∴*a*1＝1，又－＝1，

∴*n*＝1时，结论成立．

(2)假设*n*＝*k*(*k*∈**N**\*)时，结论成立，

即*ak*＝－.

当*n*＝*k*＋1时，

*ak*＋1＝*Sk*＋1－*Sk*

＝－

＝－

＝－

∴*a*＋2*ak*＋1－1＝0，解得*ak*＋1＝－(*an*>0)，

∴*n*＝*k*＋1时，结论成立．

由(1)(2)可知，对*n*∈**N**\*都有*an*＝－.

解析：取，

令，且，

所以取，下面用数学归纳法证明.

.

①时，已证结论正确.

②假设时，，则当时，有

则当时，有



.

.

，即当时，结论也成立.

有①②可知，对一切，都有.

故的最大值为25.

（11）证明：依题意，得，则，

所以.

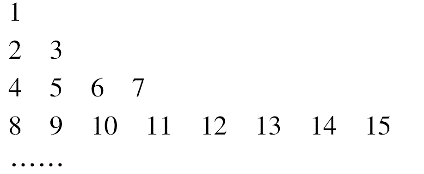
下面用数学归纳法证明不等式成立.

1. 当时，左边= ，右边= ，，不等式成立.
2. 假设当时不等式成立，即，那么，当时

.

即当时不等式也成立.

根据（1）和（2）可知，不等式对任意的都成立.

3．(2010·泰州模拟)把正整数按上小下大、左小右大的原则排成如图所示的数表：

设(*i*、*j*∈N\*)是位于这个数表中从上往下数第*i*行、从左往右数第*j*个数．数表中

第*i*行共有2*i*－1个正整数．

(1)若*aij*＝2010，求*i*、*j*的值；

(2)记*An*＝*a*11＋*a*22＋*a*33＋…＋*ann*(*n*∈N\*)，试比较*An*与*n*2＋*n*的大小，并说明理

由．

解：(1)数表中前*n*行共有1＋2＋22＋…＋2*n*－1＝2*n*－1个数，

即第*i*行的第一个数是2*i*－1，

∴*aij*＝2*i*－1＋*j*－1．

∵210＜2010＜211，*aij*＝2010，

∴*i*＝11．

令210＋*j*－1＝2010，

解得*j*＝2010－210＋1＝987．

(2)∵*An*＝*a*11＋*a*22＋*a*33＋…＋*ann*

＝(1＋2＋22＋…＋2*n*－1)＋[0＋1＋2＋…＋(*n*－1)]

＝2*n*－1＋．

∴*An*－(*n*2＋*n*)＝2*n*－1＋－(*n*2＋*n*)

＝2*n*－．

当*n*＝1时，2*n*＜，则*An*＜*n*2＋*n*；

当*n*＝2时，2*n*＜，则*An*＜*n*2＋*n*；

当*n*＝3时，2*n*＜，则*An*＜*n*2＋*n*；

当*n*≥4时，猜想：2*n*＞．

下面用数学归纳法证明猜想正确．

①当*n*＝4时，24＝16＞，

即2*n*＞成立；

②假设当*n*＝*k*(*k*≥4)时，猜想成立，

即2*k*＞，

则2*k*＋1＝2×2*k*＞2×

＝*k*2＋3*k*＋2，

∵*k*2＋3*k*＋2－

＝

＝＞0，

∴2*k*＋1＞．

即当*n*＝*k*＋1时，猜想也正确．

由①、②得当*n*≥4时，2*n*＞成立．

当*n*≥4时，*An*＞*n*2＋*n*．

综上所述，当*n*＝1,2,3时，*An*＜*n*2＋*n*；

当*n*≥4时，*An*＞*n*2＋*n*．

另外(证明当*n*≥4时，2*n*＞可用下面的方法)：

当*n*≥4 时，

2*n*＝(1＋1)*n*＞C＋C＋C＋C

＝1＋*n*＋＋

≥1＋*n*＋＋

＝．