**高二数学第四周周末练习（推理与证明）2016.3.18**

一、选择题(每小题只有一个正确的选项)

1.下列给出的平面图形中，与空间的平行六面体作为类比对象较为合适的是（　　）

Ａ．三角形 Ｂ．梯形 Ｃ．平行四边形 Ｄ．矩形

2.有一段演绎推理是这样的：“直线平行于平面,则平行于平面内所有直线；已知直线平面，直线平面，直线∥平面，则∥”的结论显然是错误的，这是因为 （ ）

A.大前提错误 B.小前提错误 C.推理形式错误 D.非以上错误

3．推理“①正方形是平行四边形；②梯形不是平行四边形；③所以梯形不是正方形”中的小前提是（　　）

Ａ．① Ｂ．② Ｃ．③ Ｄ．①和②

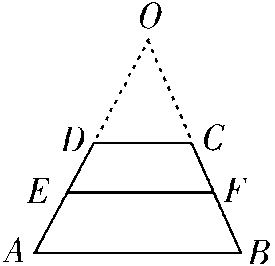
4．函数在下列那个区间内是增函数 （ ）

A．（，） B．（，） C．（，） D．（，）

5．观察式子：，，，，则可归纳出式子为（　　　）

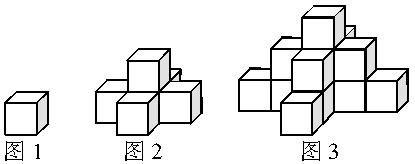
Ａ． Ｂ．

Ｃ． Ｄ．

6．如图，在梯形中，．若，到与的距离之比为，则可推算出：．试用类比的方法，推想出下述问题的结果．在上面的梯形中，延长梯形两腰相交于点，设，的面积分别为，且到与的距离之比为，则的面积与的关系是（　　　）

Ａ． Ｂ． Ｃ． Ｄ．

7．图1是一个水平摆放的小正方体木块，图2，图3是由这样的小正方体木块叠放而成的，按照这样的规律放下去，至第七个叠放的图形中，小正方体木块总数就是（　　　）



Ａ．25 Ｂ．66　　　Ｃ．91 Ｄ．120

8．正整数按下表的规律排列

则上起第行，左起第列的数应为（　　）

Ａ． Ｂ．

Ｃ． Ｄ．

9．在古腊，毕达哥拉斯学派把1，3，6，10，15，21，28，…这些数叫做三角形数，因为这些数对应的点可以排成一个正三角形：



1 3 6 10 15

则第个三角形数为 （ ）

A． B． C． D．

10．对于任意的两个实数对和，规定：，当且仅当；运算“”为：；运算“”为：，设，若，则 （ ）

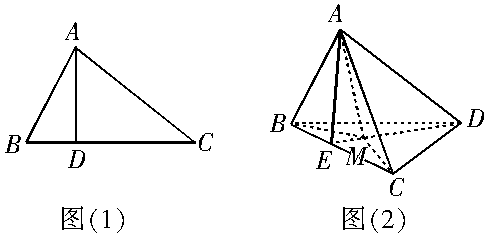
A． B． C． D．

二、填空题

11．写出用三段论证明 为奇函数的步骤是　　　　．

12．由三角形的性质通过类比推理，得到四面体的如下性质：四面体的六个二面角的平分面交于一点，且这个点是四面体内切球的球心，那么原来三角形的性质为　　　　　．

13．公比为的等比数列中，若是数列的前项积，则有也成等比数列，且公比为；类比上述结论，相应地在公差为的等差数列中，若是的前项和，则数列 也成等差数列,且公差为 .



14．如图（1），在三角形中，，若，则；若类比该命题，如图（2），三棱锥中，面，若点在三角形所在平面内的射影为，则有什么结论？

命题是否是真命题

15．若三角形内切圆的半径为，三边长为，则三角形的面积等于，根据类比推理的方法，若一个四面体的内切球的半径为，四个面的面积分别是，则四面体的体积　　　　　．

16．已知命题：“若数列是等比数列，且，则数列也是等比数列”．类比这一性质，你能得到关于等差数列的一个什么性质？并证明你的结论．

17．，经计算的

，推测当时，有 ．

18．从中得出的一般性结论是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

19．观察下列等式：



……………………………………

设

可以推测，当*k*≥2（*k*∈N\*）时，****，*ak*-2= ．

20. 在一次珠宝展览会上,某商家展出一套珠宝首饰,第一件首饰是1颗珠宝, 第二件首饰是由6颗珠宝构成如图1所示的正六边形, 第三件首饰是由15颗珠宝构成如图2所示的正六边形, 第四件首饰是由28颗珠宝构成如图3所示的正六边形, 第五件首饰是由45颗珠宝构成如图4所示的正六边形, 以后每件首饰都在前一件上,按照这种规律增加一定数量的珠宝,使它构成更大的正六边形,依此推断第6件首饰上应有\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_颗珠宝;则前件首饰所用珠宝总数为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_颗.(结果用表示)



图1

图2

图3

图4

21. 已知椭圆，A,B是椭圆上不同的两个点，线段AB的垂直平分线与轴相交于点，可以证明；对于双曲线可以得到类似的结论

22. 已知椭圆具有如下性质：若M,N是椭圆上关于原点对称的两个点，点P是椭圆上任一点，当直线PM,PN的斜率都存在，并记为时，那么是与点P的位置无关的定值；试写出双曲线的类似性质

三、解答题：

23. 已知：，

，

通过观察上述两等式的规律，请你写出一般性的命题，并给出的证明.

24.通过计算可得下列等式：

，

，

，

┅┅，



将以上各式分别相加得，即：

类比上述求法：请你求出的值.

25.在平面上，△中（如图①），设角，，的对边长分别，，，有下列结论：

（射影定理）

试通过类比，写出在空间中（如图②）的类似结论，并给出证明．





1. ②

26**．**已知函数，其中为参数，且．

（1）当时，判断函数是否有极值；（2）要使函数的极小值大于零，求参数的取值范围.

27.如图所示，曲线段OMB是函数的图像，轴于A，曲线段OMB上一点处的切线PQ交x轴于P，交线段AB于Q.

（1）试用表示切线PQ的方程；

（2）设△QAP的面积为，若函数在上单调递减，试求出的最小值；

（3），试求出点P横坐标的取值范围.

*O0O*

*P*

*M*

*B*

*Q*

*x*

*y*

*A*(6, 0)

28． 已知函数，（其中为常数）．

（1）如果函数和有相同的极值点，求的值；

（2）设，问是否存在，使得，若存在，请求出实数的取值范围；若不存在，请说明理由．

（3）记函数，若函数有5个不同的零点，求实数的取值范围．

答案：

11. 大前提：满足的函数是奇函数；小前提：；结论：所以是奇函数

12.三角形内角平分线交于一点，且这个点是三角形内切圆的圆心；

13.；

14.解：命题是：三棱锥中，面，若点在三角形所在平面内的射影为，则有是一个真命题．证明如下：

在图（2）中，连结，并延长交于，连结，则有．

因为面，，所以．又，所以．

于是．

15.；

16.类比等比数列的性质，可以得到等差数列的一个性质是：若数列是等差数列，则数列也是等差数列．

17.；

**18.；**

19． 0 20. 66， 21. 

22.已知双曲线，若M,N是双曲线上关于原点对称的两个点，点P是双曲线上任一点，当直线PM,PN的斜率都存在，并记为时，那么是与点P的位置无关的定值.

三、解答题：  
23. 解： 一般性的命题为

证明：左边



24.解:





┅┅



将以上各式分别相加得：  


所以：



25. **解**：分别记△，△，△，△的面积为，，，；

记二面角，，的大小为，，．

则射影定理在空间中的类似结论是：

．

证明如下：

作平面，垂足为，连结，，．

作，垂足为，连结．

∵

（注：这里也可以直接利用三垂线定理）

为二面角的平面角，即．

∴．

同理，，．

∴．

以上结论，当，，中某一个或某两个为直角或钝角时也成立．

**26.解：**（1）当时，，则在内是增函数，故无极值．

（2），令，得

由（Ⅰ），只需分下面两种情况讨论．

①当时，随x的变化的符号及的变化情况如下表：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x |  | 0 |  |  |  |
|  | + | 0 | - | 0 | + |
|  | ↗ | 极大值 | ↘ | 极小值 | ↗ |

因此，函数在处取得极小值，且

要使，必有，可得

由于，故

②当时，随x的变化，的符号及的变化情况如下表：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  | + | 0 | - | 0 | + |
|  |  | 极大值 |  | 极小值 |  |

因此，函数处取得极小值，且

若，则．矛盾．所以当时，的极小值不会大于零．

综上，要使函数在内的极小值大于零，参数的取值范围为．

**27.** 解：（1）

切线PQ的方程

（2）令y=0得



由解得 . 又0<t<6, ∴4<t<6，

g (t)在(m, n)上单调递减，故（m, n）

（3）当在（0，4）上单调递增，



∴P的横坐标的取值范围为.

28．（本小题满分14分）

解：（1），则，

令，得或，而在处有极大值，

∴或；综上：或．……3分

（2）假设存在，即存在，使得

，

当时，又，故，则存在，使得

， ……………………………4分

 当即时，得，；

………………………………5分

 当即时，得，……6分

无解；综上：． ………………………………7分

1. 据题意有有3个不同的实根，有2个不同的实根，且这

5个实根两两不相等．

（ⅰ）有2个不同的实根，只需满足；

…………8分

（ⅱ）有3个不同的实根，

当即时，在处取得极大值，而，不符合题意，舍；

………………………………9分

当即时，不符合题意，舍；

当即时，在处取得极大值，；所以

； …………………………10分

因为（ⅰ）（ⅱ）要同时满足，故；（注：也对）………11分

下证：这5个实根两两不相等，即证：不存在使得和同

时成立.

若存在使得，

由，即，得

，

当时，，不符合，舍去；

当时，既有 ①；

又由，即 ②； 联立①②式，可得；

而当时，没有5个不

同的零点，故舍去，所以这5个实根两两不相等．

综上，当时，函数有5个不同的零点． …………14分