深圳实验、珠海一中2015-2016学年度下学期期末联考

**高二数学（理科）参考答案**

**一、选择题：每小题5分，满分60分．**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| D | A | C | A | D | C | C | D | B | B | A | B |

**二、填空题：每小题5分，共20分．**

（13）； （14）； （15）； （16）．

**三．解答题：**

17．（本小题满分12分）

随机调查某社区个人，以研究这一社区居民在晚上8点至十点时间段的休闲方式与性别的关系，得到下面的数据表：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 性别 休闲方式 | 看电视 | 看书 | 合计 |
| 男 |  |  |  |
| 女 |  |  |  |
| 合计 |  |  |  |

（Ⅰ）将此样本的频率估计为总体的概率，随机调查名在该社区的男性，求这人中至少有人是以看书为休闲方式的概率；

（Ⅱ）根据以上数据，能否有%的把握认为“在晚上8点至十点时间段的休闲方式与性别有关系”？

参考数据：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

**解：**（Ⅰ），． …………………………………………2分

依题意，每个男性在这一时间段以看电视为休闲方式的概率为，

这人中至少有人是以看书为休闲方式的概率． …………6分

（Ⅱ）提出假设：休闲方式与性别无关系．

根据样本提供的列联表得

．

因为当成立时，的概率约为，所以我们有%的把握认为“在晚上8点至十点时间段性别与休闲方式有关”． ………………………………12分

18． （本小题满分12分）

已知函数（为自然对数的底数）．

（Ⅰ）当时，求函数的单调区间和极值；

（Ⅱ）若当时，不等式恒成立，求实数的取值范围．

**解：**（Ⅰ）当时，，． ………………2分

当时，；当时，．

所以函数的单调递增区间为，单调递减区间为． …………4分

又时，，所以函数的极大值为，无极小值． ……6分

（Ⅱ）由，得，即，…（\*）

（1）当时，不等式（\*）的左边大于0，右边小于或等于0，不等式（\*）恒成立．

（2）当时，对不等式（\*）两边取对数，得，

要使不等式恒成立，即需使不等式恒成立，

设，则，

，，在单调递减，

所以，当时，，

，解得．

综合得实数的取值范围是． ………………………………………………12分

19． （本小题满分12分）

（Ⅰ）在二项式的展开式中，若前三项系数依次成等差数列，求展开式中的有理项；

（Ⅱ）求证：．

**解：**（Ⅰ）的展开式的前三项的系数分别为、、，

，解得或（舍去）． ……………………………2分

，

要使为有理项，必须为的倍数，．所以，有理项为：

，，．………6分

（Ⅱ）（法一）先证明． ………………………………7分

事实上，当，时，显然有．

当时，

． …………10分

对任意有成立．

．……12分

（法二）数学归纳法证明：

（1）当时，不等式左边=，右边=, 时不等式成立． ……………7分

（2）设当时，原不等式成立，

即，

当时，



要证时不等式成立，即证，

化简后，即证成立，即是要证不等式成立． ……9分

用证法一或再次利用数学归纳法可证得成立（证明过程略）．

时，不等式成立．

由数学归纳法可得，原不等式成立． ………………………………………12分

20． （本小题满分12分）

某小店每天以每份5元的价格从某食品厂家购进若干份某种食品，然后以每份10元的价格出售．如果当天卖不完，剩下的食品厂家以每份1元价格回收处理．

（Ⅰ）若小店一天购进16份，求当天的利润(单位：元)关于当天需求量(单位：份，)的函数解析式；

（Ⅱ）小店记录了100天这种食品的日需求量(单位：份)，整理得下表：

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 日需求量 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 频数 | 10 | 20 | 16 | 16 | 15 | 13 | 10 |

以100天记录的各需求量的频率作为各需求量发生的概率．

（1）小店一天购进16份这种食品，表示当天的利润(单位：元)，求的分布列及数学期望；

（2）小店计划一天购进16份或17份这种食品，你认为应购进16份还是17份？请说明理由．

**解：**（Ⅰ）当日需求量时，利润，

当日需求量时，利润，

所以关于的函数解析式为． ……………………4分

（Ⅱ）（1）可能的取值为62，71，80，并且

，，．

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *X* | 62 | 71 | 80 |
| *P* | 0．1 | 0．2 | 0．7 |

的分布列为：

的数学期望为元． …………………8分

（2）若小店一天购进17份食品，表示当天的利润(单位：元)，那么的分布列为

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *Y* | 58 | 67 | 76 | 85 |
| *P* | 0．1 | 0．2 | 0．16 | 0．54 |

的数学期望为元．

由以上的计算结果可以看出，，即购进17份食品时的平均利润大于购进16份时的平均利润．

所以，小店应选择一天购进17份． ………………………………………………12分

21． （本小题满分12分）

设函数，．

（Ⅰ）若的最小值为，求的值；

（Ⅱ）若函数恰有一个零点，试求实数的取值范围；

（Ⅲ）当时，如果为函数的零点，求证：．

**解：**（Ⅰ），

（1）当时，，不存在最小值．

（2）当时，时，，时，，

的最小值为，则有，即．…………（\*）

设，则，

当时，，当时，，

当时，，当时，．

因此，若的最小值为，则的值为． ………………………………4分

（Ⅱ）（法一），

（1）当时，函数定义域为，，

又当时，，当时，，

当时，函数恰有一个零点． …………………………………6分

（2）当时，在单调递减，在单调递增，

的最小值为，令，即，

或．

因此，的取值范围是或或． ……………………………8分

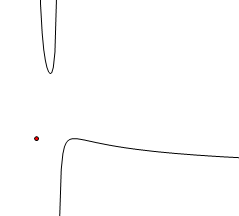
（法二）由，解得．

令，则，

当，时，，

、分别为函数的极小、极大值点，函数的图象如下：





，，由函数的图象可得，

当或或时，函数恰有一个零点． ……………………8分

（Ⅲ）由（Ⅱ）的结论知，当时，在上单调递减．

，，．

又当时，，且，，

，即． ………………………………………10分

，，

，即．

所以，不等式成立． …………………………………………………12分

（22）（本小题满分10分）选修4－1：几何证明选讲

如图，在圆内接四边形中，平分, 是⊙的直径，过点作的垂线垂足为．

（Ⅰ）求证：是⊙的切线；

（Ⅱ）延长与的延长线相交于点，若，,求和的长．

**证明：**（Ⅰ）连结，,．

是的角平分线，，．

，．

是⊙的切线．…………………………5分

（Ⅱ）是⊙的切线，由，

得,即，得．

,

．

，．

，即，解得．

，．．

在中，由，即，

解得． …………………………………………………………10分

（23）（本小题满分10分）选修4－4：坐标系与参数方程

极坐标系与直角坐标系有相同的长度单位，以原点为极点，以轴正半轴为极轴．已知曲线的参数方程为为参数），曲线的极坐标方程为，射线， ，，与曲线分别交异于极点的四点．

（Ⅰ）若曲线关于曲线对称，求的值，并把曲线和化成直角坐标方程；

（Ⅱ）设，当时，求的值域．

**解：**（Ⅰ）将消去参数，得．

把的方程化为直角坐标方程为，因为曲线关于曲线对称，故直线经过圆心，解得，

故的直角坐标方程为． ………………………………5分

（Ⅱ）当时，,,

,．

 ．

因此，的值域为． …………………………………10分

（24）（本小题满分10分）选修4－5：不等式选讲

设函数（）．

（Ⅰ）证明:；

（Ⅱ）若关于的不等式的解集非空，求的取值范围．

**解：**（Ⅰ）证明： ， ……………………1分

，

即． ………………………………………………5分

（Ⅱ）解：设．

当时，，；

当时，，；

当时，，．

则的值域为．

要使不等式的解集非空，则必须满足，解得或，

由于，则的取值范围是． ………………………………10分