高考数学压轴题天天练（20160119）

1. 已知椭圆的离心率为椭圆上的点到右焦点的最近距离为2，若椭圆与轴交于两点，是椭圆上异于的任意一点，直线交直线于点，直线交直线于点.
2. 求椭圆的方程；
3. 试探求以为直径的圆是否恒经过轴上的定点？若经过，求出定点的坐标；若不经过，请说明理由.
4. 已知函数.

（1）求函数的单调区间；

（2）函数在定义域内是否存在零点？若存在，请指出有几个零点；若不存在，请说明理由；

（3）若当时，不等式恒成立，求的取值范围.

参考答案

1. 解：（Ⅰ）由题意得.

椭圆的方程为：……………………………………………………4分

（Ⅱ）设，则的中点为，,

所以以为直径的圆的方程为：.

令，得，

设的坐标分别为,,，

因为A、M、G三点共线，则

因为M、B、H三点共线，则

两式相乘得.

因为在椭圆上，所以，

所以.……………………………………………………8分

所以.

所以，以为直径的圆恒过轴上的定点…………………………12分

2. 解（Ⅰ）由，则．

当时，对，有，所以函数在区间上单调递增；

当时，由，得；由，得，

此时函数的单调增区间为，单调减区间为．

综上所述，当时，函数的单调增区间为；

当时，函数的单调增区间为，单调减区间为． 4分

（Ⅱ）函数的定义域为，

由，得（） 5分

令（），则， 6分

由于，，可知当，；当时，，

故函数在上单调递减，在上单调递增，故．

又由（Ⅰ）知当时，对任意，有，即，

（随着的增长，的增长速度越来越快，会超过并远远大于的增长速度，而的增长速度则会越来越慢．则当且无限接近于0时，趋向于正无穷大.）

当时，函数有两个不同的零点；

当时，函数有且仅有一个零点；

当时，函数没有零点． 8分

（Ⅲ）由（Ⅱ）知当时，，故对任意，

先分析法证明：任意，． 10分

要证任意，，只需证任意，即证任意，

构造函数，则，

故函数在单调递增，所以，则任意成立．

当时，由（Ⅰ），在单调递增，则在上恒成立；

当时，由（Ⅰ），函数在单调递增，在单调递减，

故当时，，所以，则不满足题意．

所以满足题意的的取值范围是． …………12分

（2016河南南阳期末检测题）