**复习课20160405**

数学周末练习

4．设为复数，，那么（ ）

A．纯虚数} B．{实数} C．{复数} D．{实数}{复数}

5．在复平面内，若复数*z*满足|*z*＋1|＝|1＋i*z*|，则*z*在复平面内对应点的轨迹是（ ）

A．直线 B．圆 C．椭圆 D．抛物线

6. 有一段“三段论”推理是这样的：对于可导函数f（x），如果f′（x0）=0，那么x=x0是函数f（x）的极值点，因为函数f（x）=x3在x=0处的导数值f′（x0）=0，所以，x=0是函数f（x）=x3的极值点．以上推理中（ ）

A．大前提错误 B．小前提错误 C．推理形式错误 D．结论正确

7．已知为复数，且，则的最大值和最小值为（ ）

A．最大值，无最小值 B． 最大值，最小值为

C． 最大值，最小值 D．以上结论均不成立

8．设均为非零复数，且，则的值为（ ）

A． B． C．，， D． ，，

16．若复数满足则的值为 ．

17．已知复数，满足，．若它们所对应的向量的夹角为，则 ．

三、解答题：写出文字说明，证明过程或演算步骤．

21．实数为何值时，复数．

（1）为实数； （2）为虚数； （3）为纯虚数； （4）对应点在第二象限．

21. ．

（1）为实数且，解得；

（2）为虚数

解得且；

（3）为纯虚数

解得；

（4）对应的点在第二象限

解得或．

25. 某少数民族的刺绣有着悠久的历史，图中（1）、（2）、（3）、（4）为她们刺锈最简单的四个图案，这些图案都是由小正方向构成，小正方形数越多刺锈越漂亮，向按同样的规律刺锈（小正方形的摆放规律相同），设第n个图形包含f（n）个小正方形



（1）求f（6）的值

（2）求出f（n）的表达式

（3）求证：1≤学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！+学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！+学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！+…+学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！＜学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！．

解答： 解：（1）f（1）=1，f（2）=1+4=5，

f（3）=1+4+8=13，f（4）=1+4+8+12=25，

f（5）=1+4+8+12+16=41．f（6）=1+4+8+12+16+20=61；

（2）∵f（2）﹣f（1）=4=4×1，

f（3）﹣f（2）=8=4×2，

f（4）﹣学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！f（3）=12=4×3，

f（5）﹣f（4）=16=4×4，

由上式规律得出f（n+1）﹣f（n）=4n．

∴f（n）﹣f（n﹣1）=4（n﹣1），

f（n﹣1）﹣f（n﹣2）=4•（n﹣2），

f（n﹣2）﹣f（学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！n﹣3）=4•（n﹣3），

…

f（2）﹣f（1）=4×1，

∴f（n）﹣f（1）=4[（n﹣1）+（n﹣2）+…+2+1]=2（n﹣1）•n，

∴f（n）=2n2﹣2n+1；

（3）证明：当n≥2时，学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！=学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！=学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！（学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！﹣学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！），

∴学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！+学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！+学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！+…+学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！=1+学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！（1﹣学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！+学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！﹣学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！+…+学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！﹣学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！）

=1+学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！（1﹣学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！）=学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！﹣学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！．

n=1时，上式也成立．

由于g（n）=学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！﹣学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！为递增数列，即有g（n）≥g（1）=1，且g（n）＜学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，

则1≤学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！+学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！+学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！+…+学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！＜学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！成立．

18.由下列各式

你能得出怎样的结论,并进行证明.

18.解：归纳得一般结论：．

证明：当时，结论显然成立．

当时，



．

故结论得证．

21．已知是各项都是正数的数列，前项和．

（1）求； （2）求，； （3）证明：．

21、(1)(法一) 时，由，解得(负值舍去) ．

时，由，解得．

时，由，解得．

(2)由，，，归纳得．

用数学归纳法证明(略)．

将代入得．

(法二)时，由，解得(负值舍去)．

当时，代人得，

为等差数列，，，

时，．

，．

(3) 当时，，，等号成立．

当时，，

．

26．已知数列{*an*}的前*n*项和*Sn*满足：*Sn*＝＋－1，且*an*＞0，*n*∈N＋.

(1) 求*a*1，*a*2，*a*3；

(2) 猜想{*an*}的通项公式，并用数学归纳法证明．

26. 已知数列{*an*}的前*n*项和*Sn*满足：*Sn*＝＋－1，且*an*＞0，*n*∈**N**＋.

(1)求*a*1，*a*2，*a*3；

(2)猜想{*an*}的通项公式，并用数学归纳法证明．

解析：(1)*a*1＝*S*1＝＋－1，

所以*a*1＝－1±.

又因为*an*＞0，所以*a*1＝－1.

*S*2＝*a*1＋*a*2＝＋－1，所以*a*2＝－.

*S*3＝*a*1＋*a*2＋*a*3＝＋－1，

所以*a*3＝－.

(2)由(1)猜想*an*＝－，*n*∈**N**＋.

下面用数学归纳法加以证明：

①当*n*＝1时，由(1)知*a*1＝－1成立．

②假设*n*＝*k*(*k*∈**N**＋)时，*ak*＝－成立．

当*n*＝*k*＋1时，*ak*＋1＝*Sk*＋1－*Sk*

＝－

＝＋－，

所以*a*＋2*ak*＋1－2＝0，

所以*ak*＋1＝－，即当*n*＝*k*＋1时猜想也．

综上可知，猜想对一切*n*∈**N**＋都成立．

22．设数列的前项和为，若方程有一根为，另一根为． （1）求； （2）求的通项公式； （3）求证：．

22． (Ⅰ)当时，有一根为，

于是，解得．

当时，有一根为，

于是，解得．

(Ⅱ)由题设，

即．

当时，，代入上式得． ①

由(Ⅰ)知,．

由①可得．

由此猜想，．

下面用数学归纳法证明这个结论．

(*i*) 时已知结论成立．

(*ii*)假设时结论成立，即，

当时，由①得，即，

故时结论也成立．

综上，由(*i*)、(*ii*)可知对所有正整数都成立．

于是当时，，

又时，，所以的通项公式．

(3)，分别为方程的两根，

，

．

，



29．已知数列{an}的各项均为正整数，对于任意n∈N\*，都有2+学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！＜学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！＜2+学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！成立，且a2=4．

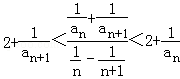
（1）求a1，a3的值；

（2）猜想数列{an}的通项公式，并给出证明．

29. 已知数列{an}的各项均为正整数，对于任意n∈N\*，都有2+学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！＜学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！＜2+学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！成立，且a2=4．

（1）求a1，a3的值；

（2）猜想数列{an}的通项公式，并给出证明．

解答： 解：（1）因为，a2=4

当n=1时，由学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，即有学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，

解得学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！．因为a1为正整数，故a1=1． …

当n=2时，由学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，

解得8＜a3＜10，所以a3=9． …

（2）由a1=1，a2=4，a3=9，猜想：学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！…

下面用数学归纳法证明．

1°当n=1，2，3时，由（1）知学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！均成立．…

2°假设n=k（k≥3）成立，则学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，

由条件得学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，

所以学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，…

所以学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ …

因为k≥3，学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，

又学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，所以学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！．

即n=k+1时，学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！也成立．

由1°，2°知，对任意n∈N\*，学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！． …

12．若*f*(*x*)＝，0＜*a*＜*b*＜e，则有（ ）

A．*f*(*a*)＞*f*(*b*) B．*f*(*a*)＝*f*(*b*) C．*f*(*a*)＜*f*(*b*) D．*f*(*a*)·*f*(*b*)＞1

13．函数f（x）的导函数为f′（x）且2f（x）＜xf′（x）＜3f（x）对x∈（0，+∞）恒成立，若0＜a＜b，则（ ）

A．b2f（a）＜a2f（b），b3f（a）＞a3f（b） B．b2f（a）＞a2f（b），b3f（a）＜a3f（b）

C．b2f（a）＞a2f（b），b3f（a）＞a3f（b） D．b2f（a）＜a2f（b），b3f（a）＜a3f（b）

14. 如图所示,面积为*S*的平面凸四边形的第条边的边长记为此四边形内任一点*P*到第条边的距离记为，若.类比以上性质，体积为*V*三棱锥的第个面的面积记为，

此三棱锥内任一点*Q*到第个面的距离记为，若 ( )

P

A．  B．  C．  D． 

18．由曲线y＝(x－2)2＋1，横坐标轴及直线x＝3，x＝5围成的图形的面积等于\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

19．已知{an}满足a1=1，an+an+1=（学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！）n（n∈N\*），Sn=a1+a2•3+a3•32+…+an•3n﹣1，类比课本中推导等比数列前n项和公式的方法，可求得4Sn﹣3nan=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

20．对定义在区间D上的函数f（x）和g（x），如果对任意x∈D，都有|f（x）﹣g（x）|≤1成立，那么称函数f（x）在区间D上可被G（X）替代，D称为“替代区间”．给出以下命题：

①f（x）=x2+1在区间（﹣∞，+∞）上可被g（x）=x2学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！替代；

②f（x）=x可被g（x）=1﹣学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！替代的一个“替代区间”为[学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！]；

③f（x）=lnx在区间[1，e]可被g（x）=x﹣b替代，则e﹣2≤b≤2；

④f（x）=lg（ax2+x）（x∈D1），g（x）=sinx（x∈D2），则存在实数a（a≠0），使得f（x）在区间D1∩D2 上被g（x）替代；

其中真命题的有\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

27. 已知函数*f*(*x*)＝ln(*x*2＋1)，*g*(*x*)＝＋*a*.

(1)若*f*(*x*)的一个极值点到直线*l*：2*x*＋*y*＋*a*＋5＝0的距离为1，求*a*的值；

(2)求方程*f*(*x*)＝*g*(*x*)的根的个数．

解析：(1)由*f*′(*x*)＝＝0，得*x*＝0，

故*f*(*x*)仅有一个极小值点*M*(0,0)，根据题意得：

*d*＝＝1.∴*a*＝－2或*a*＝－8.

(2)令*h*(*x*)＝*f*(*x*)－*g*(*x*)

＝ln(*x*2＋1)－－*a*，

*h*′(*x*)＝＋

＝2*x*.

当*x*∈(0,1)∪(1，＋∞)时，*h*′(*x*)≥0，

当*x*∈(－∞，－1)∪(－1,0)时，*h*′(*x*)＜0.

因此，*h*(*x*)在(－∞，－1)，(－1,0)上时，*h*(*x*)单调递减，

在(0,1)，(1，＋∞)上时，*h*(*x*)单调递增．

又*h*(*x*)为偶函数，当*x*∈(－1,1)时，*h*(*x*)的极小值为*h*(0)＝1－*a*.

当*x*→－1－时，*h*(*x*)→－∞，当*x*→－1＋时，*h*(*x*)→＋∞，

当*x*→－∞时，*h*(*x*)→＋∞，当*x*→＋∞时，*h*(*x*)→＋∞.

故*f*(*x*)＝*g*(*x*)的根的情况为：

当1－*a*＞0时，即*a*＜1时，原方程有2个根；

当1－*a*＝0时，即*a*＝1时，原方程有3个根．

当1－*a*<0时，即*a*>1时，原方程有4个根．

30. 已知函数和．

（1）当*m*=1时，求方程*f* (*x*) = *g*(*x*)的实根；

（2）若对于任意的恒成立，求的取值范围；

（3）求证：．

解：（1）*m*=1时，

而*x* > 0，所以方程即为 ………………1分[来源:学\_科\_网Z\_X\_X\_K]

令，则，

而*h*(1)=0，故方程*f*(*x*)=*g*(*x*)有惟一的实根*x*=1. ………………4分

（2），

设，即

 …………………………………………5分

①若，则，，这与题设矛盾…6分

②若，学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！方程的判别式，

当，即时，，

∴在上单调递减，

∴，即不等式成立…………………………………………………7分

当时，方程有两正实根，设两根为，



当单调递增，与题设矛盾，

综上所述，。

所以，实数m的取值范围是-------------8分

（3）由（Ⅱ）知，当时，时，成立．

不妨令，

所以，

……………………………………10分

…………………………………………11分

累加可得

．

取n=1007，即得……………………………………12分