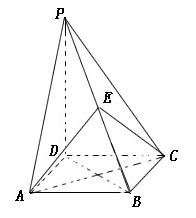
**作业**

1. 已知三棱柱的侧棱与底面边长都相等，在底面上的射影为的中点，则异面直线与所成的角的余弦值为（ ）

（A） （B） （C） (D)  w.w.w.k.s.5.u.c.o.m

2．已知点P在*△ABC*所在平面外，PA=PB=PC=13，*AB=*6，*BC*＝10，*CA*＝8，则*P*点到*△ABC*所在平面的距离为 .

3．三棱锥S－ABC中，SA、SB、SC两两垂直，O是底面*△ABC*内一点，点O到三侧面的距离分别为1，2，3，则SO的长是 ．

4．如图，四棱锥高考资源网( www.ks5u.com)，中国最大的高考网站，您身边的高考专家。的底面是正方形，高考资源网( www.ks5u.com)，中国最大的高考网站，您身边的高考专家。，点E在棱PB上.

（Ⅰ）求证：平面高考资源网( www.ks5u.com)，中国最大的高考网站，您身边的高考专家。；

（Ⅱ）当高考资源网( www.ks5u.com)，中国最大的高考网站，您身边的高考专家。且E为PB的中点时，求AE与

平面PDB所成的角的大小.

全品高考网欢迎您！！！请登录：     http://gk.canpoint.cn                        全品中考网欢迎您！！！请登录：     http://zk.canpoint.cn  5. 如图1­1所示，三棱柱*ABC* ­ *A*1*B*1*C*1中，点*A*1在平面*ABC*内的射影*D*在*AC*上，∠*ACB*＝90°，*BC*＝1，*AC*＝*CC*1＝2.

(1)证明：*AC*1⊥*A*1*B;*

(2)设直线*AA*1与平面*BCC*1*B*1的距离为，求二面角*A*1 ­ *AB* ­ *C*的大小．

理数2-3.EPS6. 如图所示，在四棱柱*ABCD* ­*A*1*B*1*C*1*D*1中，底面*ABCD*是等腰梯形，∠*DAB*＝60°，*AB*＝2*CD*＝2，*M*是线段*AB*的中点．

(1)求证：*C*1*M*∥平面*A*1*ADD*1；

(2)若*CD*1垂直于平面*ABCD*且*CD*1＝，求平面*C*1*D*1*M*和平面*ABCD*所成的角(锐角)的余弦值．

**立体几何习题课**

1．异面与所成的角为，经过空间一点A作直线与和都成角，这样的直线可作（ ）

A．1条 B．2条 C．3条 D．4条

2．已知二面角高考资源网( www.ks5u.com)，中国最大的高考网站，您身边的高考专家。的大小为高考资源网( www.ks5u.com)，中国最大的高考网站，您身边的高考专家。，高考资源网( www.ks5u.com)，中国最大的高考网站，您身边的高考专家。为空间中任意一点，则过点高考资源网( www.ks5u.com)，中国最大的高考网站，您身边的高考专家。且与平面高考资源网( www.ks5u.com)，中国最大的高考网站，您身边的高考专家。和平面高考资源网( www.ks5u.com)，中国最大的高考网站，您身边的高考专家。所成的角都是高考资源网( www.ks5u.com)，中国最大的高考网站，您身边的高考专家。的直线的条数为（ ）  

A．2 B．3 C．4 D．5  

已知三棱柱的侧棱与底面边长都相等，在底面上的射影为的中点，则异面直线与所成的角的余弦值为（ ）

（A） （B） （C） (D)  w.w.w.k.s.5.u.c.o.m http://192.168.15.6/UpFile/UpAttachment/2009-1/2009189344.jpg http://192.168.15.6/UpFile/UpAttachment/2009-1/2009189344.jpg

3．已知点P在*△ABC*所在平面外，PA=PB=PC=13，*AB=*6，*BC*＝10，*CA*＝8，则*P*点到*△ABC*所在平面的距离为 .

4．三棱锥S－ABC中，SA、SB、SC两两垂直，O是底面*△ABC*内一点，点O到三侧面的距离分别为1，2，3，则SO的长是 ．

[高考资源网( www.ks5u.com)，中国最大的高考网站，您身边的高考专家。](http://www.ks5u.com/)5．如图，在四棱锥高考资源网( www.ks5u.com)，中国最大的高考网站，您身边的高考专家。中，底面高考资源网( www.ks5u.com)，中国最大的高考网站，您身边的高考专家。是矩形，高考资源网( www.ks5u.com)，中国最大的高考网站，您身边的高考专家。平面高考资源网( www.ks5u.com)，中国最大的高考网站，您身边的高考专家。，高考资源网( www.ks5u.com)，中国最大的高考网站，您身边的高考专家。，高考资源网( www.ks5u.com)，中国最大的高考网站，您身边的高考专家。．以高考资源网( www.ks5u.com)，中国最大的高考网站，您身边的高考专家。的中点高考资源网( www.ks5u.com)，中国最大的高考网站，您身边的高考专家。为球心、高考资源网( www.ks5u.com)，中国最大的高考网站，您身边的高考专家。为直径的球面交高考资源网( www.ks5u.com)，中国最大的高考网站，您身边的高考专家。于点高考资源网( www.ks5u.com)，中国最大的高考网站，您身边的高考专家。．

（1）求证：平面高考资源网( www.ks5u.com)，中国最大的高考网站，您身边的高考专家。⊥平面高考资源网( www.ks5u.com)，中国最大的高考网站，您身边的高考专家。；

（2）求直线高考资源网( www.ks5u.com)，中国最大的高考网站，您身边的高考专家。与平面高考资源网( www.ks5u.com)，中国最大的高考网站，您身边的高考专家。所成的角；

（3）求点高考资源网( www.ks5u.com)，中国最大的高考网站，您身边的高考专家。到平面高考资源网( www.ks5u.com)，中国最大的高考网站，您身边的高考专家。的距离．

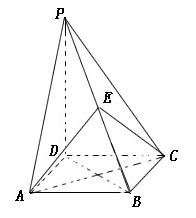
6． 如图，在四棱锥中，底面为直角梯形，，，底面，且，、分别为、的中点.

（1）求证：；



（2）求与平面所成的角的正弦.

8．如图，四棱锥高考资源网( www.ks5u.com)，中国最大的高考网站，您身边的高考专家。的底面是正方形，高考资源网( www.ks5u.com)，中国最大的高考网站，您身边的高考专家。，点E在棱PB上.

（Ⅰ）求证：平面高考资源网( www.ks5u.com)，中国最大的高考网站，您身边的高考专家。；

（Ⅱ）当高考资源网( www.ks5u.com)，中国最大的高考网站，您身边的高考专家。且E为PB的中点时，求AE与

平面PDB所成的角的大小.

如图1－5所示，三棱柱*ABC*－*A*1*B*1*C*1中，*CA*＝*CB*，*AB*＝*AA*1，∠*BAA*1＝60°.

(1)证明：*AB*⊥*A*1*C*；

(2)若平面*ABC*⊥平面*AA*1*B*1*B*，*AB*＝*CB*，求直线*A*1*C*与平面*BB*1*C*1*C*所成角的正弦值．

全品高考网欢迎您！！！请登录：     http://gk.canpoint.cn                        全品中考网欢迎您！！！请登录：     http://zk.canpoint.cn  

图1－5

18．解：(1)证明：取*AB*的中点*O*，联结*OC*，*OA*1，*A*1*B*.

因为*CA*＝*CB*，所以*OC*⊥*AB*.

由于*AB*＝*AA*1，∠*BAA*1＝60°，故△*AA*1*B*为等边三角形，所以*OA*1⊥*AB*.

因为*OC*∩*OA*1＝*O*，所以*AB*⊥平面*OA*1*C*.

又*A*1*C*⊂平面*OA*1*C*，故*AB*⊥*A*1*C*.

(2)由(1)知*OC*⊥*AB*，*OA*1⊥*AB*.

又平面*ABC*⊥平面*AA*1*B*1*B*，交线为*AB*，所以*OC*⊥平面*AA*1*B*1*B*，故*OA*，*OA*1，*OC*两两相互垂直．以*O*为坐标原点，的方向为*x*轴的正方向，||为单位长，建立如图所示的空间直角坐标系*O*－*xyz*.

全品高考网欢迎您！！！请登录：     http://gk.canpoint.cn                        全品中考网欢迎您！！！请登录：     http://zk.canpoint.cn  

由题设知*A*(1，0，0)，*A*1(0，，0)，*C*(0，0，)，

*B*(－1，0，0)．

则＝(1，0，)，＝＝(－1，，0)，＝

(0，－，)．

设＝(*x*，*y*，*z*)是平面*BB*1*C*1*C*的法向量，

则即

可取＝(，1，－1)．

故cos 〈，〉＝＝－.

所以*A*1*C*与平面*BB*1*C*1*C*所成角的正弦值为.

如图1­5，三棱柱*ABC* ­*A*1*B*1*C*1中，侧面*BB*1*C*1*C*为菱形，*AB*⊥*B*1*C*.

全品高考网欢迎您！！！请登录：     http://gk.canpoint.cn                        全品中考网欢迎您！！！请登录：     http://zk.canpoint.cn  

图1­5

(1)证明：*AC*＝*AB*1；

(2)若*AC*⊥*AB*1，∠*CBB*1＝60°，*AB*＝*BC*，求二面角*A* ­*A*1*B*1 ­*C*1的余弦值．

19．解：(1)证明：连接*BC*1，交*B*1*C*于点*O*，连接*AO*，因为侧面*BB*1*C*1*C*为菱形，所以*B*1*C*⊥*BC*1，且*O*为*B*1*C*及*BC*1的中点．

又*AB*⊥*B*1*C*，所以*B*1*C*⊥平面*ABO*.

由于*AO*⊂平面*ABO*，故*B*1*C*⊥*AO*.

又*B*1*O*＝*CO*，故*AC*＝*AB*1.

(2)因为*AC*⊥*AB*1，且*O*为*B*1*C*的中点，所以*AO*＝*CO*.

又因为*AB*＝*BC*，所以△*BOA*≌ △*BOC*.故*OA*⊥*OB*，从而*OA*，*OB*，*OB*1两两垂直．

以*O*为坐标原点，*OB*的方向为*x*轴正方向，|*OB*|为单位长，建立如图所示的空间直角坐标系*O*­　*xyz*.

全品高考网欢迎您！！！请登录：     http://gk.canpoint.cn                        全品中考网欢迎您！！！请登录：     http://zk.canpoint.cn  

因为∠*CBB*1＝60°，所以△*CBB*1为等边三角形，又*AB*＝*BC*，则*A*，*B*(1，0，0)，*B*1，*C*.

＝，

＝*AB*＝，

1＝*BC*＝.

设***n***＝(*x*，*y*，*z*)是平面*AA*1*B*1的法向量，则

即

所以可取***n***＝(1，，)．

设***m***是平面*A*1*B*1*C*1的法向量，

则

同理可取***m***＝(1，－，)．

则cos〈***n***，***m***〉＝＝.

所以结合图形知二面角*A* ­*A*1*B*1 ­ *C*1的余弦值为.

**作业5.** 如图1­1所示，三棱柱*ABC* ­ *A*1*B*1*C*1中，点*A*1在平面*ABC*内的射影*D*在*AC*上，∠*ACB*＝90°，*BC*＝1，*AC*＝*CC*1＝2.

(1)证明：*AC*1⊥*A*1*B;*

(2)设直线*AA*1与平面*BCC*1*B*1的距离为，求二面角*A*1 ­ *AB* ­ *C*的大小．

全品高考网欢迎您！！！请登录：     http://gk.canpoint.cn                        全品中考网欢迎您！！！请登录：     http://zk.canpoint.cn  

全品高考网欢迎您！！！请登录：     http://gk.canpoint.cn                        全品中考网欢迎您！！！请登录：     http://zk.canpoint.cn  

19．解：方法一：(1)证明：因为*A*1*D*⊥平面*ABC*，*A*1*D*⊂平面*AA*1*C*1*C*，故平面*AA*1*C*1*C*⊥平面*ABC*.

又*BC*⊥*AC*，所以*BC*⊥平面*AA*1*C*1*C*.

连接*A*1*C*，因为侧面*AA*1*C*1*C*为菱形，故*AC*1⊥*A*1*C*.

由三垂线定理得*AC*1⊥*A*1*B*.

(2)*BC*⊥平面*AA*1*C*1*C*，*BC*⊂平面*BCC*1*B*1，故平面*AA*1*C*1*C*⊥平面*BCC*1*B*1.

作*A*1*E*⊥*CC*1，*E*为垂足，则*A*1*E*⊥平面*BCC*1*B*1.

又直线*AA*1∥平面*BCC*1*B*1，因而*A*1*E*为直线*AA*1与平面*BCC*1*B*1的距离，

即*A*1*E*＝.

因为*A*1*C*为∠*ACC*1的平分线，

所以*A*1*D*＝*A*1*E*＝.

作*DF*⊥*AB*，*F*为垂足，连接*A*1*F*.

由三垂线定理得*A*1*F*⊥*AB*，故∠*A*1*FD*为二面角*A*1 ­ *AB* ­ *C*的平面角．

由*AD*＝＝1，得*D*为*AC*中点，

*DF*＝，tan∠*A*1*FD*＝＝，所以cos∠*A*1*FD*＝.

所以二面角*A*1 ­ *AB* ­ *C*的大小为arccos.

方法二：以*C*为坐标原点，射线*CA*为*x*轴的正半轴，以*CB*的长为单位长，建立如图所示的空间直角坐标系*C* ­ *xyz*.由题设知*A*1*D*与*z*轴平行，*z*轴在平面*AA*1*C*1*C*内．

全品高考网欢迎您！！！请登录：     http://gk.canpoint.cn                        全品中考网欢迎您！！！请登录：     http://zk.canpoint.cn  

(1)证明：设*A*1(*a*，0，*c*)．由题设有*a*≤2，*A*(2，0，0)，*B*(0，1，0)，则＝(－2，1，0)，＝(－2，0，0)，＝(*a*－2，0，*c*)，＝＋＝(*a*－4，0，*c*)，＝(*a*，－1，*c*)．由||＝2，得＝2，即*a*2－4*a*＋*c*2＝0.①

又·＝*a*2－4*a*＋*c*2＝0，所以*AC*1⊥*A*1*B* .

(2)设平面*BCC*1*B*1的法向量***m***＝(*x*，*y*，*z*)，则***m***⊥，***m***⊥，即***m***·＝0，***m***·＝0.因为＝(0，1，0)，＝＝(*a*－2，0，*c*)，所以*y*＝0且(*a*－2)*x*＋*cz*＝0.

令*x*＝*c*，则*z*＝2－*a*，所以***m***＝(*c*，0，2－*a*)，故点*A*到平面*BCC*1*B*1的距离为||·|cos〈***m***，〉|＝＝＝*c*.

又依题设，*A*到平面*BCC*1*B*1的距离为，

所以*c*＝，

代入①，解得*a*＝3(舍去)或*a*＝1，

于是＝(－1，0，)．

设平面*ABA*1的法向量***n***＝(*p*，*q*，*r*)，

则***n***⊥，***n***⊥，即***n***·＝0，***n***·＝0，

－*p*＋*r*＝0，且－2*p*＋*q*＝0.

令*p*＝，则*q*＝2 ，*r*＝1，所以***n***＝(，2 ，1)．

又***p***＝(0，0，1)为平面*ABC*的法向量，故

cos〈***n***，***p***〉＝＝.

所以二面角*A*1 ­ *AB* ­ *C*的大小为arccos.

**作业6.** 如图1­3所示，在四棱柱*ABCD* ­*A*1*B*1*C*1*D*1中，底面*ABCD*是等腰梯形，∠*DAB*＝60°，*AB*＝2*CD*＝2，*M*是线段*AB*的中点．

理数2-3.EPS

图1­3

(1)求证：*C*1*M*∥平面*A*1*ADD*1；

(2)若*CD*1垂直于平面*ABCD*且*CD*1＝，求平面*C*1*D*1*M*和平面*ABCD*所成的角(锐角)的余弦值．

17．解：(1)证明：因为四边形*ABCD*是等腰梯形，

且*AB*＝2*CD*，所以*AB*∥*DC*，

又*M*是*AB*的中点，

所以*CD*∥*MA*且*CD*＝*MA*.

山东理数答-4.eps

连接*AD*1.因为在四棱柱*ABCD* ­ *A*1*B*1*C*1*D*1中，

*CD*∥*C*1*D*1，*CD*＝*C*1*D*1，

所以*C*1*D*1∥*MA*，*C*1*D*1＝*MA*，

所以四边形*AMC*1*D*1为平行四边形，

因此，*C*1*M*∥*D*1*A*.

又*C*1*M*⊄平面*A*1*ADD*1，*D*1*A*⊂平面*A*1*ADD*1，

所以*C*1*M*∥平面*A*1*ADD*1.

(2)方法一：连接*AC*，*MC*.

由(1)知，*CD*∥*AM*且*CD*＝*AM*，

所以四边形*AMCD*为平行四边形，

所以*BC*＝*AD*＝*MC*.

由题意∠*ABC*＝∠*DAB*＝60°，

所以△*MBC*为正三角形，

因此*AB*＝2*BC*＝2，*CA*＝，

因此*CA*⊥*CB*.

设*C*为坐标原点，建立如图所示的空间直角坐标系*C* ­ *xyz*.

山东理数答-5.eps

所以*A*(，0，0)，*B*(0，1，0)，*D*1(0，0，)．

因此*M*，

所以＝，＝＝.

设平面*C*1*D*1*M*的一个法向量***n***＝(*x*，*y*，*z*)，

由得

可得平面*C*1*D*1*M*的一个法向量***n***＝(1，，1)．

又＝(0，0，)为平面*ABCD*的一个法向量．

因此cos〈，***n***〉＝＝，

所以平面*C*1*D*1*M*和平面*ABCD*所成的角(锐角)的余弦值为.

方法二：由(1)知，平面*D*1*C*1*M*∩平面*ABCD*＝*AB*，点过*C*向*AB*引垂线交*AB*于点*N*，连接*D*1*N*.

山东理数答-6.eps

由*CD*1⊥平面*ABCD*，可得*D*1*N*⊥*AB*，

因此∠*D*1*NC*为二面角*C*1 ­ *AB* ­ *C*的平面角．

在Rt△*BNC*中，*BC*＝1，∠*NBC*＝60°，

可得*CN*＝，

所以*ND*1＝＝.

在Rt△*D*1*CN*中，cos∠*D*1*NC*＝＝＝，

所以平面*C*1*D*1*M*和平面*ABCD*所成的角(锐角)的余弦值为.

18．（本小题满分12分）（注意：在试题lfxlby卷上作答无效）[来源:学科网ZXXK]

lfxlby如图，四棱锥lfxlby中，底面lfxlby为菱形，lfxlby底面lfxlby，lfxlby，lfxlby是lfxlby上的一点，lfxlby。

（1）证明：lfxlby平面lfxlby；

（2）设二面角lfxlby为lfxlby，求lfxlby与平面lfxlby所成角的大小。

【命题意图】本试题主要是考查了四棱锥中关于线面垂直的证明以及线面角的求解的运用。

从题中的线面垂直以及边长和特殊的菱形入手得到相应的垂直关系和长度，并加以证明和求解。

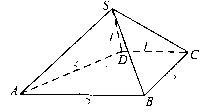
**解：设**lfxlby,以lfxlby为原点，lfxlby为lfxlby轴，lfxlby为lfxlby轴建立空间直角坐标系，则lfxlby设lfxlby。

**（Ⅰ）证明：由**lfxlby得lfxlby， **所以**lfxlby，lfxlby，lfxlby，所以lfxlby，

lfxlby。所以lfxlby,lfxlby，所以lfxlby平面lfxlby；

（Ⅱ） 设平面lfxlby的法向量为lfxlby，又lfxlby，由lfxlby得lfxlby，设平面lfxlby的法向量为lfxlby，又lfxlby，由lfxlby，得lfxlby，由于二面角lfxlby为lfxlby，所以lfxlby，解得lfxlby。

所以lfxlby，平面lfxlby的法向量为lfxlby，所以lfxlby与平面lfxlby所成角的正弦值为lfxlby，所以lfxlby与平面lfxlby所成角为lfxlby.

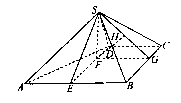
如图，四棱锥中， ,，侧面为等边三角形，．

（Ⅰ）证明：;

（Ⅱ）求与平面所成角的大小．

解法一：

（I）取AB中点E，连结DE，则四边形BCDE为矩形，DE=CB=2，

 连结SE，则

又SD=1，故，

所以为直角。 …………3分

由，

得平面SDE，所以。

SD与两条相交直线AB、SE都垂直。

所以平面SAB。 …………6分

（II）由平面SDE知，

平面平面SED。

作垂足为F，则SF平面ABCD，



作，垂足为G，则FG=DC=1。

连结SG，则，

又，

故平面SFG，平面SBC平面SFG。 …………9分

作，H为垂足，则平面SBC。

，即F到平面SBC的距离为

由于ED//BC，所以ED//平面SBC，E到平面SBC的距离d也有

设AB与平面SBC所成的角为α，

则 …………12分

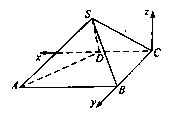
解法二：

以C为坐标原点，射线CD为x轴正半轴，建立如图所示的空间直角坐标系C—xyz。

设D（1，0，0），则A（2，2，0）、B（0，2，0）。

又设

（I），，

由得



故x=1。

由

又由

即 …………3分

于是，



故

所以平面SAB。 …………6分

（II）设平面SBC的法向量，

则

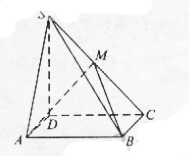
又

故 …………9分

取p=2得。



故AB与平面SBC所成的角为

[](http://www.ks5u.com/)如图，四棱锥中，底面为矩形，底面， ，点M在侧棱上，=60°

（I）证明：M在侧棱的中点

（II）求二面角的大小。

（I）解法一：作∥交于N，作交于E，

连ME、NB，则面，,

[](http://www.ks5u.com/)设，则,

在中，。

在中由

解得，从而 M为侧棱的中点M.

解法二:过作的平行线.

解法三:利用向量处理. 详细可见09年高考参考答案.

[](http://www.ks5u.com/)（II）**分析一:**利用三垂线定理求解。在新教材中弱化了三垂线定理。这两年高考中求二面角也基本上不用三垂线定理的方法求作二面角。

过作∥交于,作交于,作交于,则∥,面,面面,面即为所求二面角的补角.

**分析二**：利用二面角的定义。在等边三角形中过点作交于点，则点为AM的中点，取SA的中点G，连GF，易证，则即为所求二面角.

**分析三**：利用空间向量求。在两个半平面内分别与交线AM垂直的两个向量的夹角即可。

另外：利用射影面积或利用等体积法求点到面的距离等等，这些方法也能奏效。

总之在目前，立体几何中的两种主要的处理方法：传统方法与向量的方法仍处于各自半壁江山的状况。命题人在这里一定会照顾双方的利益。