

用于色调映射的混合 ℓ_1 - ℓ_0 层分解模型复现报告

朱明涛

摘要

色调映射旨在把保留更多视觉信息的高动态范围图像转化为标准动态范围图像。最新的色调映射算法主要将图像分解为基础层和细节层，并进行相应处理。由于缺乏对这两层施加的适当先验，某些方法的结果可能会有光晕伪影和过度增强的问题。在本文中，我们复现了可以解决这些问题的混合 ℓ_1 - ℓ_0 分解模型。具体来说，该模型在基础层上施加一个 ℓ_1 稀疏项以模拟其分段平滑性，在细节层上施加 ℓ_0 稀疏项作为结构先验，这导致分段恒定效应。我们还复现了基于该层分解模型的一种多尺度色调映射算法，并对原文的算法进行了改进。实验表明，我们改进后的色调映射算法在几乎没有光晕伪影的情况下达到了视觉上优秀的结果，并且执行速度比原算法快 35%。

关键词：色调映射；高动态范围图像；HDR

1 引言

1.1 研究背景

随着成像技术的发展，高动态范围（HDR）图像的获得已经越来越容易。实际中大多数图像是使用 8 比特显示的标准动态范围图像，HDR 图像一般用 10 比特以上进行显示，因此 HDR 图像可以包含更多灰度值，即包含的信息更多。但是，目前我们大多数显示器不支持 HDR，在这样的显示器上直接显示 HDR 图像会丢失图像的许多细节，而 HDR 显示器价格昂贵，在生活中并没有普及，所以需要一种优秀的方法把 HDR 图像转化为标准动态范围图像，使其能够在普通显示器上获得令人满意的视觉效果。这种方法就是色调映射，用来解决 HDR 图像在 SDR 显示设备上显示的难题。

1.2 研究意义

HDR 图像具有更丰富的细节信息，可以在 HDR 显示器呈现。由于 HDR 显示器成本高、价格昂贵，目前市面上和生活中大多数显示器还是 SDR 显示器。因此在 SDR 显示器上显示 HDR 图像成为了一个急需解决的问题。

为了解决这个问题，研究人员提出了许多色调映射算法，将 HDR 图像转化为 SDR 图像。色调映射算法的目标是进行图像转化的同时保留 HDR 图像中的细节、对比度信息。一个优秀的色调映射算法应该能完整的把 HDR 图像的场景结构映射到可以在标准动态范围显示设备上显示的 SDR 图像上，并且在此过程中尽量不丢失原始 HDR 图像的信息。因此，减少色调映射图像的细节和对比度信息的丢失，降低色调映射过程中出现的一些伪影噪声的影响，增强色调映射图像的视觉效果并避免过度增强是色调映射算法目标所在，设计性能优秀的图像色调映射算法具有很好的经济和现实价值。

2 相关工作

色调映射算法根据其处理方式可以分为全局色调映射算法和局部色调映射算法。本部分将介绍这两种色调映射算法的优缺点及代表算法。

2.1 全局色调映射算法

全局色调映射算法是使用一个色调映射函数对图像中的所有像素进行映射，一个特定的输入像素只有一个对应的输出而不会考虑邻域的像素值，相对来说更为简单快速高效，全局色调映射算法可以保持原始图像的整体效果。但单一的色调映射操作可能并不适合 HDR 图像的所有区域。对于 HDR 图像场景中较黑暗和较明亮的区域，单个色调映射函数并不能区分出这些区域中的细节而导致在低动态范围图像中局部细节信息的丢失。

全局色调映射算法能够很好的保存全局对比度，但是在一些场景下会丢失局部细节。研究人员提出了许多全局色调映射算法。Drago 等人^[1]设计了一种自适应对数映射方案，可以根据不同的像素强度来调整对数函数的指数，进而得到低动态范围的压缩图像，这种压缩算法较好的保护了图像的细节信息，但却带来了伪影等问题。Yang 等人^[2]设计了一种基于自适应伽马校正、合并图像以及亮度重现来压缩图像灰度级的色调映射算法。对原始图像的直方图，根据图像区域不同的特征选择两个合适的伽马函数来并行处理暗区域和亮区域的亮度。然后将两部分进行自适应融合，用来平衡各区域内细节的增强，最后得到低动态范围红外图像输出。

2.2 局部色调映射算法

局部色调映射算法基于图像各像素的邻域信息对像素进行处理，一个输入像素的位置不同，其输出值也不同。与全局色调映射算法相比，局部色调映射算法更复杂、在计算上更耗时^[3]，但局部色调映射算法往往能更好的保留原始图像的细节、对比度信息。目前大多数局部色调映射方法是基于分层来实现的。这种基于分层的方法首先对 HDR 输入图像进行滤波分层，将其分解成包含场景结构的基础层和包含边缘纹理的细节层^[4]，然后分别压缩基础层、增强细节层，最后合并得到 SDR 输出图像，其算法框架如图 1 所示：

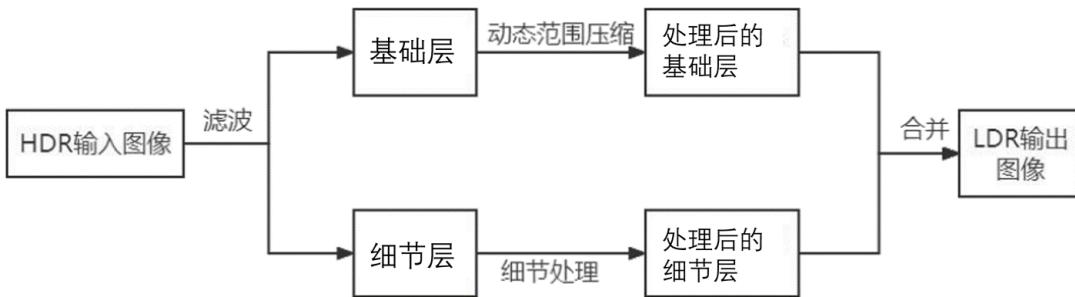


图 1：局部色调映射算法框架

最近，研究人员对局部色调映射算法的研究越来越重视，提出了许多局部色调映射算法。Reinhard 等人^[5]使用了一种基于摄影技术的局部变换算子来增强局部细节。Durand 等人^[6]提出了一种使用边缘感知滤波器分解图像，然后对分解的图像分别处理再加权结合得到最后的低动态范围图像。Monobe 等人^[7]提出了利用局部邻域提取原始图像的局部对比度，然后增强色调映射图像局部对比度的想法。Li 等人^[8]提出了一种用于色调映射的多尺度小波方案。Meylan 等人^[9]提出了一种基于 Retinex 的自适应滤波器，用于色调映射。Gu 等人^[10]提出了一种用于色调映射的加权导引滤波器，由于小尺度细节的过度增加，它也存在过度增强的问题，还提出了基于全局优化的滤波器用于色调映射。Farbman 等人^[11]提出了加权最小二乘（WLS）滤波器，该过滤器具有出色的平滑效果和强大的边缘保留特性。

现有的基于层分解的色调映射方法在基础层上增加了保留边缘的先验，而对细节层的关注较少。

所以在一定程度上会存在细节过度增强的问题，本文所选的复现算法对细节层增加了结构先验，避免了纹理细节过度增强的问题。

3 本文方法

该部分首先介绍原文提出的混合 ℓ_1 - ℓ_0 层分解模型以及其求解方法。然后，将这种分解方法扩展到一个多尺度框架得到一个双尺度色调映射算法。

3.1 混合 ℓ_1 - ℓ_0 层分解模型

为了设计一个合适的层分解模型，本文将在细节层上施加结构先验，在基础层上施加边缘保持先验。用 S 、 B 和 $S - B$ 分别表示原始图像、基础层和细节层。本文提出的层分解模型如下：

$$\min_B \sum_{p=1}^N \left\{ (\mathbf{S}_p - \mathbf{B}_p)^2 + \lambda_1 \sum_{i=\{x,y\}} |\partial_i \mathbf{B}_p| + \lambda_2 \sum_{i=\{x,y\}} F(\partial_i (\mathbf{S}_p - \mathbf{B}_p)) \right\}, \quad (1)$$

其中 p 是像素索引， N 是图像中的像素总数。第一项 $(\mathbf{S}_p - \mathbf{B}_p)^2$ 控制基础层与原始图像的接近程度。 $|\partial_i \mathbf{B}_p|, i = x, y$ 为 ℓ_1 梯度稀疏项，表示基础层 B 的边缘保持性，其中 ∂_i 是沿 x 或 y 方向的偏导数运算。细节层的空间特性表示为 ℓ_0 梯度稀疏项，包含指示函数 $F(x)$ ：

$$F(x) = \begin{cases} 1, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases} \quad (2)$$

该层分解模型的优点在于混合使用了 ℓ_1 和 ℓ_0 正则化。一方面，由于 ℓ_1 梯度稀疏项^[12]的异常值排斥特性，保留了基础层的大梯度，因此，基层是分段光滑的。另一方面，已经证明 ℓ_0 稀疏项产生分段恒定效应^[13]。该模型施加 ℓ_0 梯度稀疏项来使细节层的纹理梯度为零，同时保持主要结构梯度不变。这种安排产生分段恒定效应，并成功地模拟了结构先验，如图 2 所示：

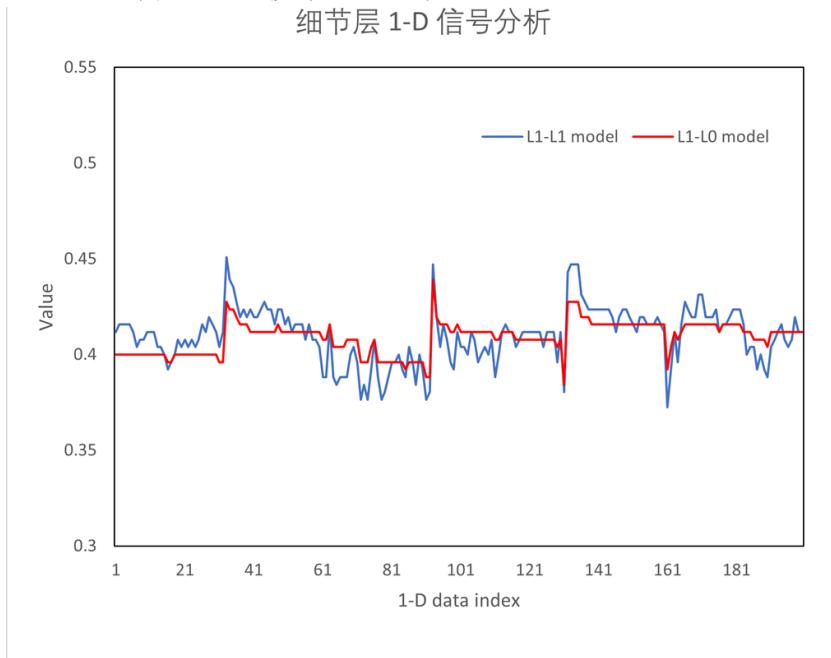


图 2：细节层一维信号分析

3.2 模型求解

由于该模型存在 ℓ_0 范数正则化，目标函数 (1) 是非凸的。所以采用 ADMM (Alternating Direction Method of Multipliers) 框架^[14]对该优化模型进行求解。

为了清晰起见，首先将目标函数(1)改写为矩阵向量形式：

$$\min_{\mathbf{b}} \frac{1}{2} \|\mathbf{s} - \mathbf{b}\|_2^2 + \lambda_1 \|\nabla \mathbf{b}\|_1 + \lambda_2 \mathbf{1}^\top F(\nabla(\mathbf{s} - \mathbf{b})), \quad (3)$$

现在引入两个辅助变量 $\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2 \in \mathbb{R}^{2N}$ 分别代替 $\nabla \mathbf{b}, \nabla(\mathbf{s} - \mathbf{b})$ 。所得到的增广拉格朗日函数为：

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\mathbf{b}, \mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2) = & \frac{1}{2} \|\mathbf{s} - \mathbf{b}\|_2^2 + \lambda_1 \left\| \mathbf{c}_1 \right\|_1 + \lambda_2 \mathbf{1}^\top F(\mathbf{c}_2) + (\mathbf{c}_1 - \nabla \mathbf{b})^\top \mathbf{y}_1 \\ & + (\mathbf{c}_2 - \nabla(\mathbf{s} - \mathbf{b}))^\top \mathbf{y}_2 + \frac{\rho}{2} (\|\mathbf{c}_1 - \nabla \mathbf{b}\|_2^2 + \|\mathbf{c}_2 - \nabla(\mathbf{s} - \mathbf{b})\|_2^2) \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $y_i, i = 1, 2$ 是拉格朗日对偶变量。在迭代 k 时，函数(4)通过最小化几个原始子问题和最大化对偶问题进行优化。

(1) 求解 b^{k+1}

如果我们将向量 c_1^k 拆分为 $c_{1,1}^k$ 和 $c_{1,2}^k$ 两个等长的片段，将 c_2^k 拆分为 $c_{2,1}^k$ 和 $c_{2,2}^k$ ，将 y_1^k 拆分为 $y_{1,1}^k$ 和 $y_{1,2}^k$ ，将 y_2^k 拆分为 $y_{2,1}^k$ 和 $y_{2,2}^k$ ，则关于 b^{k+1} 的目标函数是一个二次规划问题，可以通过 FFT 变换有效地求解。

(2) 求解 c_1^{k+1}

c_1^{k+1} 可以通过 soft shrinkage 求解

$$c_1^{k+1} = \mathcal{T}_{\lambda_1/\rho^k} (\nabla \mathbf{b}^{k+1} - \mathbf{y}_1^k / \rho^k) \quad (5)$$

其中 $\mathcal{T}_\alpha(x) = \text{sign}(x) \cdot \max(|x| - \alpha, 0)$ 是 soft-thresholding 函数。

(3) 求解 c_2^{k+1}

逐项求解 c_2^{k+1} 的目标函数：

$$c_{2,j}^{k+1} = \begin{cases} 0, & \text{if } (f_j^k)^2 \leq \frac{\lambda_2}{\rho^k} \\ f_j^k, & \text{Otherwise} \end{cases} \quad (6)$$

其中

$$f_j^k = (\nabla(\mathbf{s} - \mathbf{b}^{k+1}) - \frac{\mathbf{y}_2^k}{\rho^k})_j, j = 1, \dots, 2N \quad (7)$$

(4) 拉格朗日因子对偶上升

(5) 更新 ρ^{k+1}

$$\rho^{k+1} = 2\rho^k.$$

ADMM 可以有效地在几次迭代内找到基础层 B 变量的近似解。获得 B 后，可通过 $S-B$ 得到细节层。

3.3 多尺度色调映射算法

通过将混合的 $\ell_1-\ell_0$ 分解模型(1)应用于亮度映射，我们可以产生一个分段恒定细节层和一个分段平滑的基础层。这种单尺度方案为色调映射提供了一个标准框架，而对基础层反复进行分解则可以得到多尺度分解，从而进一步改善色调映射结果。通过这种方式，可以对图像的不同属性进行不同的操作，从而实现更灵活有效的色调再现。综合考虑效率和有效性，我们采用双尺度分解方案进行色调映射，如图 3 所示：

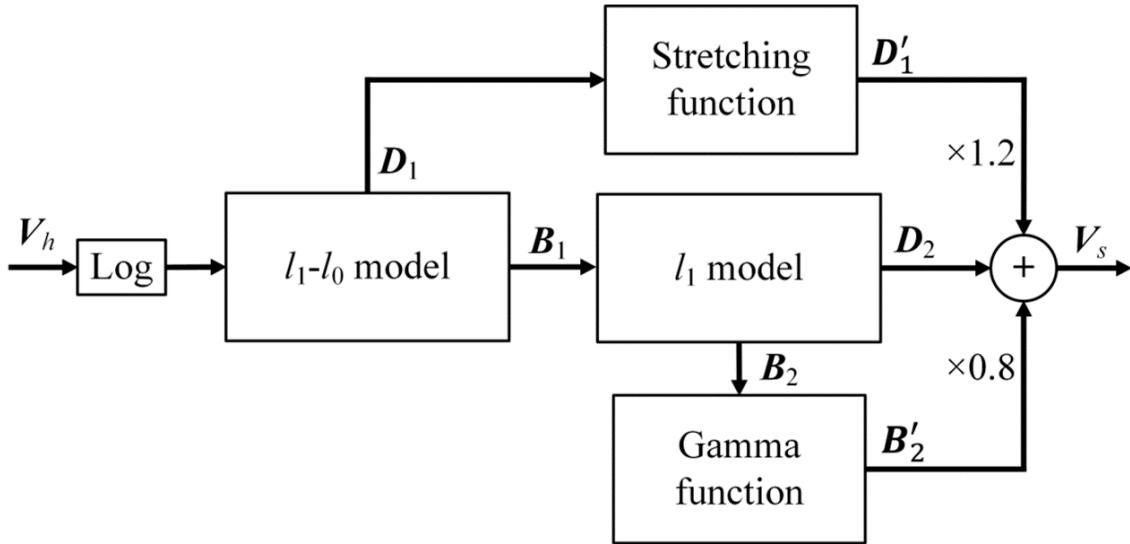


图 3: 双尺度色调映射算法框架

4 复现细节

4.1 与已有开源代码对比

本次复现工作参考已有源代码，将该算法与最新的、经典的色调映射算法进行对比分析，同时对原算法进行了改进。参考的代码 (matlab) 如下：

(1) 该部分代码用于层分解前的预处理，原文算法是对彩色 RGB 图像进行色调映射，所以将 rgb 色彩空间转化为 hsv 色彩空间，并且只用 v 通道（亮度通道）进行色调映射。然后将其转化为对数域，并进行归一化，方便后续的计算。代码如下：

```

1 hdr_h = rgb2hsv(hdr);
2 hdr_l = hdr_h(:,:,3);
3 hdr_l = log(hdr_l+0.0001);
4 hdr_l = nor(hdr_l);

```

(2) 这一部分参考的代码是 ADMM 算法的优化求解代码，与原文模型求解的过程对应，代码的逻辑比较复杂，这段代码用于第一尺度层分解过程中的 L1-L0 滤波，通过理解其求解过程，可将其用于相似的第二尺度分解过程中的 L1 滤波，代码如下：

```

1 fx = [1, -1];
2 fy = [1; -1];
3 otfFx = psf2otf(fx,[hei,wid]);
4 otfFy = psf2otf(fy,[hei,wid]);
5 DxDy = abs(otfFy).^2 + abs(otfFx).^2;
6 DiffS = [-imfilter(S,fx,'circular'),-imfilter(S,fy,'circular')];
7 for i = 1:iter
8     CL = C + L1./ro1;
9     EL = DiffS - E - L2./ro2;
10    C1L1 = CL(:,1:wid);
11    C2L2 = CL(:,1+wid:end);
12    E1L3 = EL(:,1:wid);
13    E2L4 = EL(:,1+wid:end);
14    Nomi = fft2(S) + ro1.*conj(otfFx).*fft2(C1L1) + ro1.*conj(otfFy).*fft2(C2L2)
15        ...
16        + ro2.*conj(otfFx).*fft2(E1L3) + ro2.*conj(otfFy).*fft2(E2L4);
17    Denomi = 1 + (ro1 + ro2) .* DxDy;
18    B_new = real(ifft2(Nomi./Denomi));
19    DiffB = [-imfilter(B_new,fx,'circular'),-imfilter(B_new,fy,'circular')];
    BL = DiffB - L1./ro1;

```

```

20 C_new = sign(BL) .* max(abs(BL) - lambda1./ro1 ,0);
21 BL = DiffS - DiffB - L2./ro2;
22 E_new = BL;
23 temp = BL.^2;
24 t = temp < 2.*lambda2./ro2;
25 E_new(t) = 0;
26 L1_new = L1 + ro1 * (C_new - DiffB);
27 L2_new = L2 + ro2 * (E_new - DiffS + DiffB);
28 ro1 = ro1 *4;
29 ro2 = ro2 *4;
30 end

```

4.2 复现工作

本次复现工作选取 4 个优秀的色调映射算法来进行对比，使用包含室内、室外场景的 50 张 HDR 彩色图像来进行实验，获得 6 个色调映射算法（包含原算法以及改进后的算法）处理每张图片的结果，以及使用客观评价指标 TMQI 对每次色调映射结果的质量进行评价，同时记录所有图像进行色调映射所需的时间并按照图像的分辨率分类，最终获得进行实验分析所需的数据，具体见实验结果分析部分。

4.3 改进

本次复现工作通过大量实验与分析发现了原算法中存在不足的地方，并对其进行有效的改进，如图 4 所示。

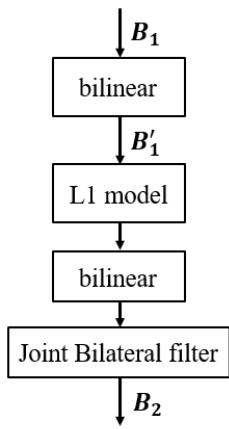
原算法在第二尺度分解上采用了不合适的加速操作：在第二尺度层分解前，原算法是先用双线性插值法把 B_1 缩小 4 倍后再使用 $L1$ 模型滤波，滤波完成后再用双线性插值法把图像放大 4 倍，此时放大的图像有些模糊，原作者就用联合双边滤波来使基础层变得清晰一些。在这个过程中，原算法把图像缩小 4 倍的目的是加速，这样只用处理原来的四分之一个像素点，但他又引入了一个联合双边滤波，执行这个滤波的代价比较大，是很耗时的，所以从整体上原算法并没有起到真正加速的效果。通过大量实验，本次复现工作的改进就是：用双三次插值的方法来放大缩小图像，并且去掉联合双边滤波。该改进在代码中的对比如下：

```

1 % 原代码
2 scale = 4;
3 B1_d = imresize(B1,[round(hei/scale),round(wid/scale)],'bilinear');
4 [~,B2_d] = L1(B1_d,lambda3);
5 B2_r = imresize(B2_d,[hei,wid],'bilinear');
6 B2 = bilateralFilter(B2_r,nor(B1),0,1,min(wid,hei)/100,0.05);
7 -----
8
9
10 % 改进后代码
11 shrink_scale = 4;
12 B1_low = imresize(B1,[round(row/shrink_scale),round(col/shrink_scale)],"bicubic");
13 [~,B2_low] = L1(B1_low,lambda3);
14 B2 = imresize(B2_low,[row,col],"bicubic");

```

原算法(LI-L0)



改进后(LI-L0 +)

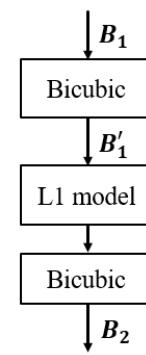


图 4: 算法改进示意图

5 实验结果分析

本部分将对实验所得结果进行分析来验证复现以及改进的色调映射算法的性能。从各种来源搜集了 50 张 HDR 图像用于评估色调映射算法，这 50 张 HDR 图像包含室内场景和室外场景，有不同类型的物体，包括植物、汽车、天空和建筑物等。

为了验证色调映射算法的性能，选取了 4 个色调映射算法同于对比。包括基于聚类的内容和颜色自适应色调映射 (ClusteringTM)^[15]，数字图像的色调再现技术 (Reinhard et al.)^[5]，基于人眼视觉系统灵敏度模型的直方图色调映射技术 (ATT)^[16]，使用感知量化器和图像直方图的色调映射 (Khan et al.)^[17]。

5.1 主观评价

图 5、6 是两幅 HDR 图像色调映射的结果对比，我们可以看到，本文复现的方法在细节增强和自然场景的保护之间取得了很好的平衡。相比之下，其他色调映射算法存在不同类型的失真。ClusteringTM 存在光晕伪影和过度增强，Reinhard et al.、ATT 和 Khan et al. 存在亮度过暗、颜色失真的问题，ATT 和 Khan et al. 还存在局部对比度丢失。通过对比可以看到，本文方法能获得令人满意的结果，既突出了结构信息而获得了更高的视觉可解释性，而且避免了过度增强的问题。

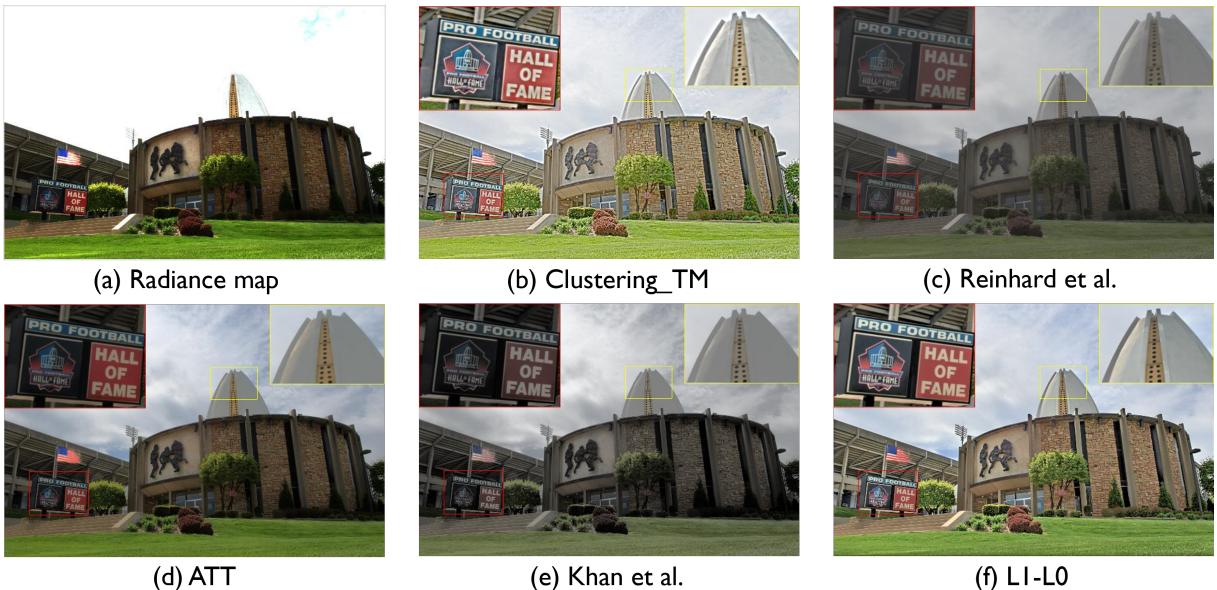


图 5: 主观视觉效果对比

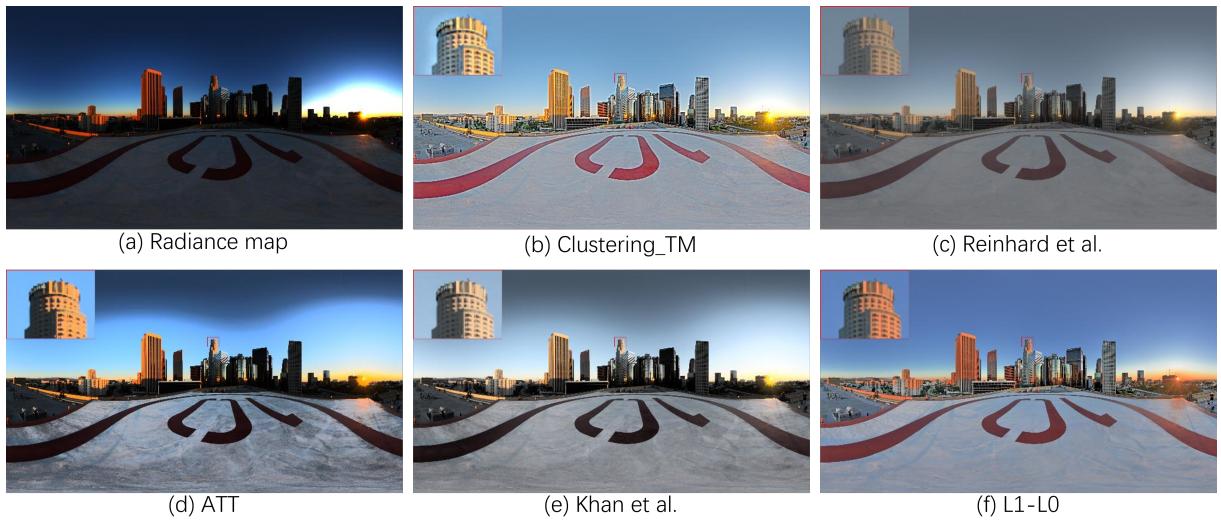


图 6: 主观视觉效果对比

5.2 客观评价指标

除了主观评价外，我们还使用 Tone Mapped Image Quality Index (TMQI)^[18]对色调映射算法进行客观评价。TMQI 首先评估色调映射图像的结构保真度和自然度。然后用幂函数对两项指标进行调整并取平均值，得到 0 到 1 之间的最终分数。TMQI 值越大，表示色调映射图像的质量越好，反之亦然。

表 1 展示了在我们的数据库上使用 50 张 HDR 图像执行的每个色调映射算法的平均 TMQI 分数。可以看到，本文复现的算法 TMQI 分数 (0.8840)、保真度 (0.8191) 和自然度 (0.5797) 均处于中等偏上水平，这些优异的分数客观地表明了本文复现的算法所获得的高视觉质量结果。

对于算法的计算复杂度 (Time) 的评价，使用 10 张 1800×3600 大小的 HDR 图像进行色调映射执行的平均时间来评估。改进后的 L1-L0+ 算法执行时间比原算法快大约 35%，且 TMQI 分数没有大的变化，只有保真度有微小降低，这说明本次复现工作的改进是有效的。

表 1: 平均 TMQI 分数对比

	TMQI	Fidelity	Naturalness	Time
ClusteringTM ^[15]	0.8276	0.7376	0.4306	28.60s
Reinhard et al. ^[5]	0.8332	0.8004	0.3196	0.47s
ATT ^[16]	0.9227	0.8836	0.6932	1.38s
Khan et al. ^[17]	0.9233	0.8852	0.6978	1.89s
L1-L0	0.8840	0.8191	0.5797	9.57s
L1-L0+	0.8844	0.8124	0.5911	6.27s

6 总结与展望

本次复现工作复现了基于混合 ℓ_1 - ℓ_0 层分解模型的色调映射算法，并对其进行了改进。复现的算法在主观视觉效果上达到了原作者的水平，但客观评价指标 TMQI 保真度没有达到原文的预期 (0.83)。未来可进一步优化该算法的框架、尝试不同的分层处理策略来提高算法结果的质量以及算法的执行速度。

参考文献

- [1] DRAGO F, MYSZKOWSKI K, ANNEN T, et al. Adaptive logarithmic mapping for displaying high contrast scenes[C]//Computer graphics forum: vol. 22: 3. 2003: 419-426.
- [2] YANG K F, LI H, KUANG H, et al. An adaptive method for image dynamic range adjustment[J]. IEEE Transactions on Circuits and systems for video technology, 2018, 29(3): 640-652.
- [3] WANG T H, WONG W S, CHEN F C, et al. Design and implementation of a real-time global tone mapping processor for high dynamic range video[C]//2007 IEEE International Conference on Image Processing: vol. 6. 2007: VI-209.
- [4] DEBEVEC P, GIBSON S. A tone mapping algorithm for high contrast images[C]//13th eurographics workshop on rendering: Pisa, Italy. Citeseer. 2002.
- [5] REINHARD E, STARK M, SHIRLEY P, et al. Photographic tone reproduction for digital images[C] //Proceedings of the 29th annual conference on Computer graphics and interactive techniques. 2002: 267-276.
- [6] DURAND F, DORSEY J. Fast bilateral filtering for the display of high-dynamic-range images[C] // Proceedings of the 29th annual conference on Computer graphics and interactive techniques. 2002: 257-266.
- [7] MONOBE Y, YAMASHITA H, KUROSAWA T, et al. Dynamic range compression preserving local image contrast for digital video camera[J]. IEEE Transactions on Consumer Electronics, 2005, 51(1): 1-10.
- [8] LI Y, SHARAN L, ADELSON E H. Compressing and companding high dynamic range images with subband architectures[J]. ACM transactions on graphics (TOG), 2005, 24(3): 836-844.
- [9] MEYLAN L, SUSSTRUNK S. High dynamic range image rendering with a retinex-based adaptive filter [J]. IEEE Transactions on image processing, 2006, 15(9): 2820-2830.
- [10] GU B, LI W, ZHU M, et al. Local edge-preserving multiscale decomposition for high dynamic range image tone mapping[J]. IEEE Transactions on image Processing, 2012, 22(1): 70-79.
- [11] FARBMAN Z, FATTAL R, LISCHINSKI D, et al. Edge-preserving decompositions for multi-scale tone and detail manipulation[J]. ACM transactions on graphics (TOG), 2008, 27(3): 1-10.
- [12] LU C, SHI J, JIA J. Online robust dictionary learning[C]//Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. 2013: 415-422.
- [13] XU L, LU C, XU Y, et al. Image smoothing via L₀ gradient minimization[C]//Proceedings of the 2011 SIGGRAPH Asia conference. 2011: 1-12.
- [14] BOYD S, PARikh N, CHU E, et al. Distributed optimization and statistical learning via the alternating direction method of multipliers[J]. Foundations and Trends® in Machine learning, 2011, 3(1): 1-122.

- [15] LI H, JIA X, ZHANG L. Clustering based content and color adaptive tone mapping[J]. Computer Vision and Image Understanding, 2018, 168: 37-49.
- [16] KHAN I R, RAHARDJA S, KHAN M M, et al. A tone-mapping technique based on histogram using a sensitivity model of the human visual system[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 65(4): 3469-3479.
- [17] KHAN I R, AZIZ W, SHIM S O. Tone-mapping using perceptual-quantizer and image histogram[J]. IEEE Access, 2020, 8: 31350-31358.
- [18] YEGANEH H, WANG Z. Objective quality assessment of tone-mapped images[J]. IEEE Transactions on Image processing, 2012, 22(2): 657-667.