

课程论文题目

马梁

摘要

摘要-智能反射表面 (IRS) 是为未来的通信系统构建可编程无线环境的有前途的解决方案。实际上, IRS 由大量低成本元素组成, 它们可以通过被动波束成形以完全可定制的方式引导事件信号。在本文中, 我们考虑了 IRS 辅助的多用户多输入单输出 (MISO) 下行链路通信系统。特别地, 通过联合优化基站 (BS) 处的主动波束成形和 IRS 处的被动波束成形, 使所有用户的加权和速率最大化。此外, 我们考虑了一个实用的 IRS 假设, 其中无源元件只能将入射信号移位到离散相位电平。首先通过拉格朗日对偶变换将该非凸问题解耦, 然后可以交替优化主动和被动波束形成。基于分数规划方法优化了 BS 处的主动波束形成。然后, 针对 IRS 的被动波束形成, 提出了三种具有闭式表达式的有效算法。与不同的基准方案相比, 仿真结果验证了所提出算法的有效性。

关键词: 智能反射表面 (IRS), 无源无线电, 波束成形, 多输入多输出 (MIMO), 分数规划 (FP)。

1 引言

智能反射表面 (IRS), 也称为大智能表面 (LIS), 是一种人工无源无线电结构, 它以低功耗将入射的射频 (RF) 波反射到指定方向。尽管 IRS 类似于全双工放大转发 (AF) 继电器, 但它使用无源反射波束成形来转发 RF 信号, 因此 IRS 的功耗远低于 AF 继电器, 并且几乎没有在反射过程中添加额外的热噪声。因此, IRS 最近被认为是智能无线电环境的关键推动者, 它可以大大增强无线系统的性能。在本文中, 我们研究了如图 1 所示的 IRS 辅助多输入单输出 (MISO) 多用户下行链路通信系统, 其中多天线基站 (BS) 为多个单天线移动用户提供服务。

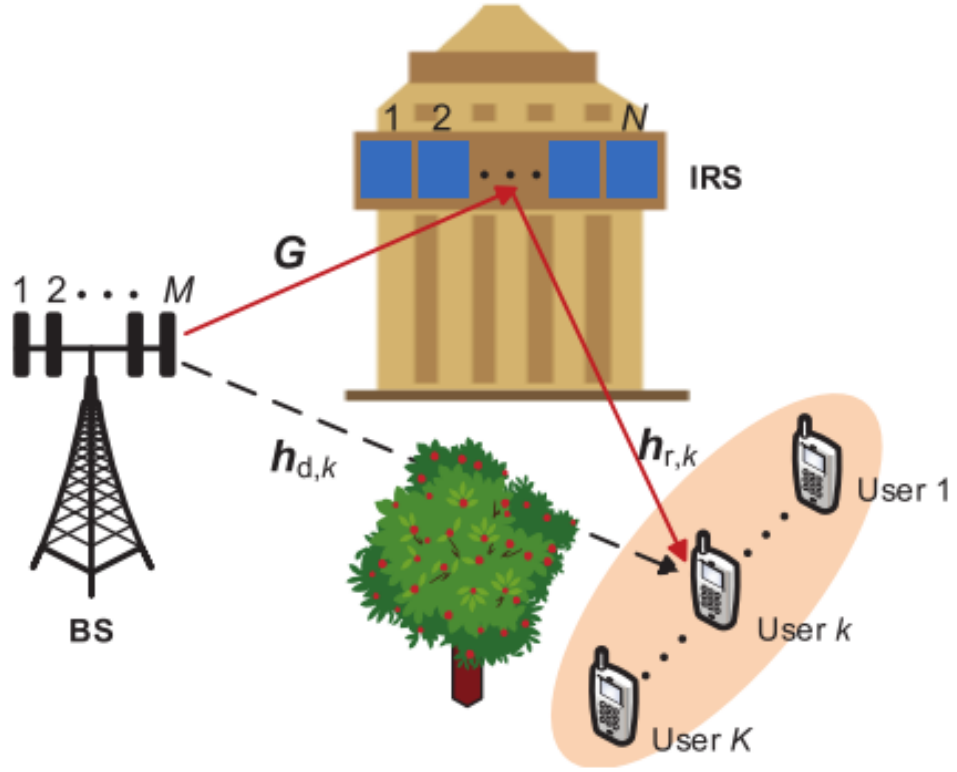


图 1: IRS 辅助多用户通信系统

在该系统中，基站和移动用户之间的直接链路可能遭受深度褪色和阴影，并且 IRS 被部署在周围建筑物的立面上，以通过从 BS 到用户提供高质量的虚拟链路来帮助 BS 克服不利的传播条件。本文的目的是通过联合优化 BS 处的主动波束成形和 IRS 处的被动波束成形来最大化移动用户的加权和速率 (weighted sum rate, WSR)。

2 相关工作

IRS 通过无源波束形成来中继来自 BS 的源信号，因此传统的中继波束形成算法在此不适用。此外，反射元件受到严格的瞬时功率约束，这使得无源波束形成更具挑战性。值得注意的是，联合波束成形问题与大规模多输入多输出 (MIMO) 系统中的混合数模拟处理和恒定包络预编码有很大不同。具体来说，这些设计仅限于收发器侧，而 IRS 旨在控制和优化无线环境的行为。另一方面，IRS 上的大多数现有工作都假设每个元素都是连续移相器，然后无源波束成形等效于调整相移矩阵。实际上，由于硬件限制，反射元件可能仅会以离散反射系数 (RC) 值移动入射信号。另一个关键挑战是计算复杂性。实际上，由于无源组件的低成本和低功耗，IRS 上的元件可能是大量的。因此，被动波束形成的低复杂度算法是优选的。在本文中，我们研究了主动和被动波束形成联合问题，以最大化 IRS-aid 多用户下行 MISO 系统的 WSR。由于多用户干扰，该问题是非凸的，并且最优解是未知的。我们尝试设计一种迭代算法，以找到具有低计算复杂度的次优解决方案。具体来说，我们首先基于 2.2 中提出的拉格朗日对偶变换，将 BS 处的主动波束成形和 IRS 处的被动波束成形解耦。然后，基于 2.2 中提出的多比率二次变换，用闭式解求解主动波束成形，并将被动波束成形重新公式化为与 [2] 和 [5] 中相同的 QCQP。

为了解决上述问题，现有的优化方法有如下介绍的几种。

2.1 半定松弛方法

在 [3] 和 [4] 中, 作者专注于总和率和能量效率的最大化, 而 2 则在 BS 处采用零强迫波束形成。在 [5] 中, 作者对 [4] 的信道模型进行了一些实际修改, 然后通过联合主动和被动波束形成来最大化移动用户的最小信噪比 (SINR)。据我们所知, 以前尚未解决用于最大化用户 WSR 的联合波束成形问题。

2.2 二次变形

针对信干噪比 SINR 中出现的波束赋形向量以及反射系数向量耦合的出现在分式中导致难以化简并进行优化的情况, 在文章 [1] 中作者提出了一种解决分式优化的方法——二次变形 (quardric transform), 通过引入辅助变量将原来的目标函数变形, 将分子分母分离开, 得到线性形式或者凸函数形式, 从而进行优化。该变形需要保证在辅助变量取最优值时, 引入函数的取值与原函数相同, 并且有相同的最优值。

对于一个如下分数优化问题

$$\begin{aligned} \underset{\mathbf{x}}{\text{maximize}} \quad & f(\mathbf{x}) = \frac{A(\mathbf{x})}{B(\mathbf{x})} \\ \text{subject to} \quad & \mathbf{x} \in \mathcal{X}, \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}^d. \end{aligned}$$

如果直接对目标函数进行求导, 其结果往往十分复杂。因此, [1] 中提出了一种二次变形的方, 将原本的分式函数转化为无分式形式的二次函数, 方便导函数的求解。具体方法为引入辅助变量 y , 将元目标函数变形为:

$$g(\mathbf{x}, y) = 2y\sqrt{A(\mathbf{x})} - y^2B(\mathbf{x})$$

将 $g(\mathbf{x}, y)$ 对 y 求偏导, 得到 \mathbf{x} 值固定时 y 的封闭解为:

$$y_m^* = \frac{\sqrt{A_m(\mathbf{x})}}{B_m(\mathbf{x})}, \forall m = 1, \dots, M$$

因此, 二次变形求解最优值的算法为交替优化算法, 分别固定 x 和 y 求最大值, 将得到的最优值更新后交替求解, 直到结果收敛。经过证明, 该辅助函数的解与原问题同解且具有相同的收敛性, 并且当 y 取 y^* 时, 对任意 x , 辅助函数值与原函数相同, 即 $g(x, y^*) = f(x), x \in \mathbb{R}$

3 本文方法

3.1 本文方法概述

针对上述问题, 本文利用二次变形方式将 SINR 中的分式解耦, 分别得到关于波束赋形矩阵以及反射系数向量的凸函数形式。对于波束赋形矩阵, 其可行域为凸, 可以利用传统凸优化方法解最优值。对于反射系数向量, 在不同的应用情景中有不同的可行域, 因此在文章中, 作者提出了三种可行域中的解方法。三种的可行域将在系统模型中详细描述, 其中第一种为凸集, 第二第三种为非凸集。通过联合优化二者, 达到原目标函数的最优解。

3.2 反射系数可行域

在实际应用中, 不同类型的智能反射面会对应不同的反射系数。本文中主要考虑了三种不同的反射系数可行域, 分别是理想反射系数, 连续相位以及离散相位。

3.2.1 理想反射系数

在此假设下，我们考虑反射系数仅受峰值功率约束：

$$\mathcal{F}_1 = \{\theta_n | |\theta_n|^2 \leq 1\} \quad (1)$$

在该前提下，可以通过分别控制 IRS 元件中的集成电路的电阻和电容来独立地控制 θ_n 的幅度和相位。可以获得被动波束形成的理论性能上限，因为可以证明 (1) 中的可行域为凸集，可以将原问题转化为凸优化前提下的最优解问题，在后文中进行了计算并证明。

3.2.2 连续相位

在连续相位前提下，每一个反射单元都以最大强度将接收信号进行反射，即 $|\theta_n|^2 = 1$ 。之后，每个反射单元仅仅调整入射信号的相位，即 $\theta_n = e^{j\varphi_n}$ 。由于 θ_n 是可以调整到任意需要的相位，因此我们有

$$\mathcal{F}_2 = \{\theta_n | \theta_n = e^{j\varphi_n}, \varphi_n \in [0, 2\pi)\} \quad (2)$$

3.2.3 离散相位

在三种相位可行域中，离散相位是最贴合实际应用的。因为反射元件的组成以及电气特性等，实际中反射的相位往往是离散的。我们假设 θ_n 的取值为 τ 个离散的值，并且其均匀地分散在圆周 $\theta_n = e^{j\varphi_n}$ 上，则可以表示为

$$\mathcal{F}_3 = \left\{ \theta_n | \theta_n = e^{j\varphi_n}, \varphi_n \in \left\{ 0, \frac{2\pi}{\tau}, \dots, \frac{2\pi(\tau-1)}{\tau} \right\} \right\} \quad (3)$$

3.3 系统模型

如图 1 所示，本篇文章研究了一个 IRS 辅助的多用户 MISO 通信系统，在该系统中，基站配备有 M 个天线，IRS 配备 N 个反射单元，同时系统中有 K 个用户节点，每个用户拥有单根天线用于接受信号。图中从 BS 到第 k 个用户、BS 到 IRS、IRS 到第 k 个用户的基带等效信道分别用矩阵表示为 $\mathbf{h}_{d,k} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$, $\mathbf{G} \in \mathbb{C}^{N \times M}$ 以及 $\mathbf{h}_{r,k} \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ ，其中 $k = 1, \dots, K$ 。为简单起见，我们假设所有通道都经历准静态平坦衰落。此外，我们假设所涉及的所有渠道的渠道状态信息 (CSI) 在 BS 和 IRS 都是完全已知的。应该强调的是，获得完美的 CSI 是一个理想主义的假设。尽管如此，在此假设下提出的算法仍可作为研究 IRS 带来的理论性能增益的参考，并可以为基于机器学习的联合波束成形设计提供训练标签。

3.3.1 接收信号

用 S_k 表示向用户 k 发射的数据信号。同时 S_k 是均值和单位方差都为 0 的独立随机变量，则 BS 处的发射信号可以表示为

$$\mathbf{x} = \sum_{k=1}^K \mathbf{w}_k S_k \quad (4)$$

在用户 k 处的接收信号可以表示为

$$\begin{aligned}
 y_k &= \underbrace{\mathbf{h}_{d,k}^H \mathbf{x}}_{\text{直接链路}} + \underbrace{\mathbf{h}_{r,k}^H \boldsymbol{\Theta}^H \mathbf{G} \mathbf{x}}_{\text{IRS 辅助链路}} + u_k \\
 &= (\mathbf{h}_{d,k}^H + \mathbf{h}_{r,k}^H \boldsymbol{\Theta}^H \mathbf{G}) \sum_{k=1}^K \mathbf{w}_k s_k + u_k,
 \end{aligned} \tag{5}$$

3.3.2 问题描述

在上述前提下，第 k 个用户将其他用户处的信号视作干扰。因此用户 k 的信干噪比可以表示为如下公式

$$\gamma_k = \frac{|\left(\mathbf{h}_{d,k}^H + \mathbf{h}_{r,k}^H \boldsymbol{\Theta}^H \mathbf{G}\right) \mathbf{w}_k|^2}{\sum_{i=1, i \neq k}^K \left|\left(\mathbf{h}_{d,k}^H + \mathbf{h}_{r,k}^H \boldsymbol{\Theta}^H \mathbf{G}\right) \mathbf{w}_i\right|^2 + \sigma_0^2}. \tag{6}$$

同时，BS 处的最大发射功率需要有一定限制

$$\sum_{k=1}^K \|\mathbf{w}_k\|^2 \leq P_T \tag{7}$$

其中 $\mathbf{W} = [\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_K] \in \mathbb{C}^{M \times K}$ 。在本文中，我们的目标是通过共同设计 BS 处的发射波束赋形矩阵以及 IRS 处的反射系数矩阵来最大化所有用户的 WSR。因此 WSR 的最大化问题公式表示为

$$\begin{aligned}
 (\text{P1}) \quad & \max_{\mathbf{W}, \boldsymbol{\Theta}} f_1(\mathbf{W}, \boldsymbol{\Theta}) = \sum_{k=1}^K \omega_k \log_2(1 + \gamma_k) \\
 \text{s.t.} \quad & \theta_n \in \mathcal{F}, \quad \forall n = 1, \dots, N, \\
 & \sum_{k=1}^K \|\mathbf{w}_k\|^2 \leq P_T,
 \end{aligned} \tag{8}$$

其中 ω_k 用来表示各个用户的权重。尽管 (P1) 问题在形式上非常简洁，但由于本文中的目标函数 $f_1(\mathbf{W}, \boldsymbol{\Theta})$ 是非凸函数，并且约束集合为非凸集合 $\mathcal{F}_2, \mathcal{F}_3$ 。因此，求解该问题最优值的问题较为困难，所以需要设计降低 (P1) 问题复杂度的次优解。具体拉说，我们需要解决如下两个挑战：• 首先，我们需要将 $f_1(\mathbf{W}, \boldsymbol{\Theta})$ 中的优化变量解耦，以解决非凸且难以解决的 (P1)。• 其次，对于大 N 的情况，设计的 RC 调整算法的复杂性应该是可扩展的。

3.4 最大化下行链路 WSR

在本部分，我们将原问题中的 $\mathbf{W}, \boldsymbol{\Theta}$ 解耦为两个可处理的子问题来解决上述第一个挑战。

3.4.1 拉格朗日对偶变形

为了解决 (P1) 中对数问题，我们结合 2.2 节中介绍的二次变形方法对 (P1) 问题进行变形，得到如下问题：

$$\begin{aligned}
 (\text{P1}') \quad & \max_{\mathbf{W}, \boldsymbol{\Theta}, \alpha} f_{1a}(\mathbf{W}, \boldsymbol{\Theta}, \alpha) \\
 \text{s.t.} \quad & (8a), (8b)
 \end{aligned}$$

其中,

$$f_{1a}(\mathbf{W}, \mathbf{\Theta}, \boldsymbol{\alpha}) = \sum_{k=1}^K \omega_k \log_2(1 + \alpha_k) - \sum_{k=1}^K \omega_k \alpha_k + \sum_{k=1}^K \frac{\omega_k (1 + \alpha_k) \gamma_k}{1 + \gamma_k} \quad (9)$$

$\boldsymbol{\alpha} \in [\alpha_1, \dots, \alpha_k, \dots, \alpha_K]^T$ 为二次变形引入的辅助变量。当 $\mathbf{W}, \mathbf{\Theta}$ 两个变量固定时, 最优的 α_k 为

$$\alpha_k^\circ = \gamma_k \quad (10)$$

将与 α 无关的常数项化简后, 优化 \mathbf{W} 和 $\mathbf{\Theta}$ 的问题简化为:

$$\begin{aligned} (P1'') \quad & \max_{\mathbf{W}, \mathbf{\Theta}} \sum_{k=1}^K \frac{\tilde{\alpha}_k \gamma_k}{1 + \gamma_k} \\ \text{s.t.} \quad & (8a), (8b) \end{aligned}$$

(P1'') 是多比率 FP 问题的总和, 可以通过 2.2 的分数规划技术解决由比率运算引入的非凸性。在接下来的两个部分中, 我们将分别分析让如何通过固定 $\mathbf{\Theta}$ 解决 \mathbf{W} 以及固定 \mathbf{W} 解决 $\mathbf{\Theta}$ 。之后 (P1') 问题就可以通过迭代更新两个的方式解决。另外, 在每轮迭代中, 我们需要先更新 SINR α , 然后更新得到更优的 \mathbf{W} 和 $\mathbf{\Theta}$ 。以上过程不断循环, 直到迭代不能带来更多提升为止。

3.4.2 发射波束成形

在这个部分中, 我们讨论对于问题 (P1'') 中固定 $\mathbf{\Theta}$ 情况下找到更好的波束成形矩阵 \mathbf{W} 的方法。对于第 k 个用户来说, 联合信道可以表示为:

$$\mathbf{h}_k = \mathbf{h}_{d,k} + \mathbf{G}^H \mathbf{\Theta} \mathbf{h}_{r,k}. \quad (11)$$

由此, 公式 (6) 中的 γ_k 可以变形为:

$$\gamma_k = \frac{|\mathbf{h}_k^H \mathbf{w}_k|^2}{\sum_{i=1, i \neq k}^K |\mathbf{h}_k^H \mathbf{w}_i|^2 + \sigma_0^2} \quad (12)$$

将公式 (12) 中的 γ_k 带回 (P1''), 则该问题可以改写为关于 \mathbf{W} 的问题:

$$\begin{aligned} f_2(\mathbf{W}) &= \sum_{k=1}^K \frac{\tilde{\alpha}_k \gamma_k}{1 + \gamma_k} \\ &= \sum_{k=1}^K \frac{\tilde{\alpha}_k |\mathbf{h}_k^H \mathbf{w}_k|^2}{\sum_{i=1}^K |\mathbf{h}_k^H \mathbf{w}_i|^2 + \sigma_0^2} \end{aligned} \quad (13)$$

如此, 则给定 α 和 $\mathbf{\Theta}$, 优化 \mathbf{W} 变成了:

$$\begin{aligned} (P2) \quad & \max_{\mathbf{W}} f_2(\mathbf{W}) \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{k=1}^K \|\mathbf{w}_k\|^2 \leq P_T \end{aligned}$$

显然, (P2) 是一个多比率的分数规划问题。利用 2.2 章节介绍的二次变形, $f_2(\mathbf{W})$ 可以表示为:

$$f_{2a}(\mathbf{W}, \boldsymbol{\beta}) = \sum_{k=1}^K 2\sqrt{\tilde{\alpha}_k} \operatorname{Re} \{ \beta_k^* \mathbf{h}_k^H \mathbf{w}_k \} - \sum_{k=1}^K |\beta_k|^2 \left(\sum_{i=1}^K |\mathbf{h}_k^H \mathbf{w}_i|^2 + \sigma_0^2 \right) \quad (14)$$

其中, $\boldsymbol{\beta} = [\beta_1, \dots, \beta_K]^T$, $\beta_k \in \mathbb{C}$ 为辅助变量。如此基于 2.2 的工作, 解决问题 (P2) 的 \mathbf{W} 可以等效为解决 \mathbf{W} 和 $\boldsymbol{\beta}$

$$\begin{aligned}
& (\text{P2a}) \max_{\mathbf{W}, \beta} f_{2a}(\mathbf{W}, \beta) \\
& \text{s.t.} \quad \sum_{k=1}^K \|\mathbf{w}_k\|^2 \leq P_T.
\end{aligned}$$

(P2a) 是一个双凸优化问题，解决它的一个常见做法 (不能保证解的全局最优性) 是通过固定其中一个并求解相应的凸优化问题来交替更新 \mathbf{W} 和 β 。通过将 β 分离并对 \mathbf{w} 求偏导，得到最优的 β_k 为：

$$\beta_k^\circ = \frac{\sqrt{\tilde{\alpha}_k} \mathbf{h}_k^H \mathbf{w}_k}{\sum_{i=1}^K |\mathbf{h}_k^H \mathbf{w}_i|^2 + \sigma_0^2} \quad (15)$$

给定固定的 β ，最优的 \mathbf{w}_k 为

$$\mathbf{w}_k^\circ = \sqrt{\tilde{\alpha}_k} \beta_k \left(\lambda_0 \mathbf{I}_M + \sum_{i=1}^K |\beta_i|^2 \mathbf{h}_i \mathbf{h}_i^H \right)^{-1} \mathbf{h}_k \quad (16)$$

其中 λ_0 是为了约束发射功率而引入的对偶变量， λ_0 需要满足如下不等式：

$$\lambda_0^\circ = \min \left\{ \lambda_0 \geq 0 : \sum_{k=1}^K \|\mathbf{w}_k\|^2 \leq P_T \right\} \quad (17)$$

3.4.3 优化反射系数矩阵 Θ

最终，我们在固定 α and \mathbf{W} 的前提下，优化 (P1'') 中的 Θ 。使用 (6) 中定义的 γ_k ，(P1'') 的目标函数可以表示为关于 Θ 的函数：

$$\begin{aligned}
f_{3u}(\Theta) &= \sum_{k=1}^K \frac{\tilde{\alpha}_k \gamma_k}{1 + \gamma_k} \\
&= \sum_{k=1}^K \frac{\tilde{\alpha}_k |(\mathbf{h}_{d,k}^H + \mathbf{h}_{r,k}^H \Theta^H \mathbf{G}) \mathbf{w}_k|^2}{\sum_{i=1}^K |(\mathbf{h}_{d,k}^H + \mathbf{h}_{r,k}^H \Theta^H \mathbf{G}) \mathbf{w}_i|^2 + \sigma_0^2}.
\end{aligned} \quad (18)$$

定义 $\mathbf{a}_{i,k} = \sqrt{\eta} \text{diag}(\mathbf{h}_{r,k}^H) \mathbf{G} \mathbf{w}_i$, $b_{i,k} = \mathbf{h}_{d,k}^H \mathbf{w}_i$, $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \dots, \theta_N]^T$ 。由此，(18) 中的 $|(\mathbf{h}_{d,k}^H + \mathbf{h}_{r,k}^H \Theta^H \mathbf{G}) \mathbf{w}_i|^2$ 可以改写为：

$$\begin{aligned}
|(\mathbf{h}_{d,k}^H + \mathbf{h}_{r,k}^H \Theta^H \mathbf{G}) \mathbf{w}_i|^2 &= |b_{i,k} + \sqrt{\eta} \boldsymbol{\theta}^H \text{diag}(\mathbf{h}_{r,k}^H) \mathbf{G} \mathbf{w}_i|^2 \\
&= |b_{i,k} + \boldsymbol{\theta}^H \mathbf{a}_{i,k}|^2
\end{aligned} \quad (19)$$

由此 $f_{3u}(\Theta)$ 可以改写为一个关于 $\boldsymbol{\theta}$ 的新方程：

$$f_3(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{k=1}^K \frac{\tilde{\alpha}_k |b_{k,k} + \boldsymbol{\theta}^H \mathbf{a}_{k,k}|^2}{\sum_{i=1}^K |b_{i,k} + \boldsymbol{\theta}^H \mathbf{a}_{i,k}|^2 + \sigma_0^2} \quad (20)$$

最终，优化 Θ 被转化为优化 $\boldsymbol{\theta}$ 。该优化问题可以表示如下：

$$\begin{aligned}
& (\text{P3}) \max_{\boldsymbol{\theta}} f_3(\boldsymbol{\theta}) \\
& \text{s.t.} \quad \theta_n \in \mathcal{F}, \quad \forall n = 1, \dots, N.
\end{aligned}$$

(P3) 也是一个多比率分是优化问题，可以通过 2.2 提出的二次变形方法转化为如下问题：

$$\begin{aligned} (\text{P3a}) \quad & \max_{\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varepsilon}} f_{3a}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varepsilon}) \\ \text{s.t.} \quad & \theta_n \in \mathcal{F}_D, \quad \forall n = 1, \dots, N, \end{aligned}$$

新的目标函数为：

$$f_{3a}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varepsilon}) = \sum_{k=1}^{\Lambda} 2\sqrt{\tilde{\alpha}_k} \operatorname{Re} \{ \varepsilon_k^* \boldsymbol{\theta}^H \mathbf{a}_{k,k} + \varepsilon_k^* b_{k,k} \} - \sum_{k=1}^K |\varepsilon_k|^2 \left(\sum_{i=1}^K |b_{i,k} + \boldsymbol{\theta}^H \mathbf{a}_{i,k}|^2 + \sigma_0^2 \right) \quad (21)$$

$\boldsymbol{\varepsilon}$ 是辅助向量 $[\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_K]^T$ 相似地，我们交替优化 $\boldsymbol{\theta}$ 和 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 。对于给定的 $\boldsymbol{\theta}$ ，最优的 ε_k 可以通过令 $\partial f_{3a} / \partial \varepsilon_k$ 等于 0 来得到：

$$\varepsilon_k^\circ = \frac{\sqrt{\tilde{\alpha}_k} (b_{k,k} + \boldsymbol{\theta}^H \mathbf{a}_{k,k})}{\sum_{i=1}^K |b_{i,k} + \boldsymbol{\theta}^H \mathbf{a}_{i,k}|^2 + \sigma_0^2}. \quad (22)$$

然后，剩下的问题是对于给定的 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 优化 $\boldsymbol{\theta}$ 。已知 (21) 中的 $|b_{i,k} + \boldsymbol{\theta}^H \mathbf{a}_{i,k}|^2$ 可以写成：

$$\begin{aligned} |b_{i,k} + \boldsymbol{\theta}^H \mathbf{a}_{i,k}|^2 &= (b_{i,k} + \boldsymbol{\theta}^H \mathbf{a}_{i,k}) (b_{i,k}^* + \mathbf{a}_{i,k}^H \boldsymbol{\theta}) \\ &= \boldsymbol{\theta}^H \mathbf{a}_{i,k} \mathbf{a}_{i,k}^H \boldsymbol{\theta} + 2 \operatorname{Re} \{ b_{i,k}^* \boldsymbol{\theta}^H \mathbf{a}_{i,k} \} + |b_{i,k}|^2. \end{aligned} \quad (23)$$

将 (22) 和 (23) 带回 (21)，对于 $\boldsymbol{\theta}$ 的优化问题可以如下表示为：

$$\begin{aligned} (\text{P4}) \quad & \max_{\boldsymbol{\theta}} f_4(\boldsymbol{\theta}) \\ \text{s.t.} \quad & \theta_n \in \mathcal{F}_D, \quad \forall n = 1, \dots, N, \end{aligned} \quad (24)$$

目标函数为：

$$\begin{aligned} f_4(\boldsymbol{\theta}) &= f_{3a}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varepsilon}^\circ) \\ &= -\boldsymbol{\theta}^H \mathbf{U} \boldsymbol{\theta} + 2 \operatorname{Re} \{ \boldsymbol{\theta}^H \boldsymbol{\nu} \} + C, \end{aligned} \quad (25)$$

其中，

$$\mathbf{U} = \sum_{k=1}^K |\varepsilon_k|^2 \sum_{i=1}^K \mathbf{a}_{i,k} \mathbf{a}_{i,k}^H \quad (26)$$

$$\boldsymbol{\nu} = \sum_{k=1}^K \left(\sqrt{\tilde{\alpha}_k} \varepsilon_k^* \mathbf{a}_{k,k} - |\varepsilon_k|^2 \sum_{i=1}^K b_{i,k}^* \mathbf{a}_{i,k} \right), \quad (27)$$

$$C = \sum_{k=1}^K \left(2\sqrt{\tilde{\alpha}_k} \operatorname{Re} \{ \varepsilon_k^* b_{k,k} \} - |\varepsilon_k|^2 \left(\sigma_0^2 + \sum_{i=1}^K |b_{i,k}|^2 \right) \right). \quad (28)$$

由于对所有的 i 和 k 来说， $\mathbf{a}_{i,k} \mathbf{a}_{i,k}^H$ 都是正定矩阵， \mathbf{U} 是正定矩阵， $f_4(\boldsymbol{\theta})$ 是对 $\boldsymbol{\theta}$ 的二次凹函数，因此，被动波束赋形问题 (P4) 是一个二次约束二次规划问题。非凸的问题只有在约束中引入，因此我们可以设计算法来解决 (P4)。

3.4.4 算法设计

本论文提出了如算法 Algorithm 1 所示的交替更新算法，具体来说，算法从可行域内某个的 $\mathbf{W}^{(0)}$ 和 $\Theta^{(0)}$ 开始，接下来给定一个固定的 $\{\mathbf{W}^{(i)}, \Theta^{(i)}\}$ 在第 i 次迭代中的更新方法。

4 复现细节

4.1 与已有开源代码对比

本篇文章的代码并没有公开，因此本次复现没有参考任何源代码。

Procedure 1 The alternating optimization for solving (P1').

Input: $\mathbf{h}_{d,k}, \mathbf{h}_{r,k}, \mathbf{G}$.

Output: \mathbf{W}, Θ

initial $\mathbf{W}^{(0)}, \Theta^{(0)}$ to feasible values.

while f_{1a} value not converges **do**

 Update the nominal SINR $^{(i)}$ by (10);

 Update $\beta^{(i)}$ by (15);

 Update transmit beamforming $\mathbf{W}^{(i)}$ by (16);

 Update $\epsilon^{(i)}$ by (22);

 Update RC values in $\Theta^{(i)}$ by solving (P4);

end

4.2 实验环境搭建

本次复现的开发环境为 Matlab R2022b, 共有 21 个文件。本次复现的主要工作在于对本文公式推导的验证，以及对规划问题收敛性的验证。在文件 `init_system.m` 中，我们对系统进行初始化，生成 $\mathbf{h}_{d,k}, \mathbf{h}_{r,k}, \mathbf{G}$ 的三个瑞利随机信道，在 `main.m` 中进行程序主体，对各个参数进行迭代优化。对 (P4) 问题求解采用了 matlab 内置的 CVX 工具。实验最终结果表明在不同的信道系数下， f_{1a} 都会最终收敛。本次实验实现了在 \mathcal{F}_1 和 \mathcal{F}_2 下的反射系数优化。对于非凸问题的 \mathcal{F}_2 , 我们利用论文中的方法，将复平面内的反射系数 θ_n° 投影到 \mathcal{F}_2 范围内 θ_n^\bullet 。具体方法是将反射系数除以自身的模

$$\theta_n^\bullet = \text{Pj}_{\mathcal{F}}(\theta_n^\circ) = \frac{\theta_n^\circ}{|\theta_n^\circ|}$$

5 实验结果分析

本次实验进行了两组对比。如左图所示，我们将智能反射镜面数量固定，改变发射机的最大发射功率，观察接收功率的变化，并对比在 $\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2$ 以及在没有反射镜面的情况。实验结果表明随着发射功率增加，接受功率同样上升。同时， \mathcal{F}_1 对功率提升的效果比 \mathcal{F}_2 显著。

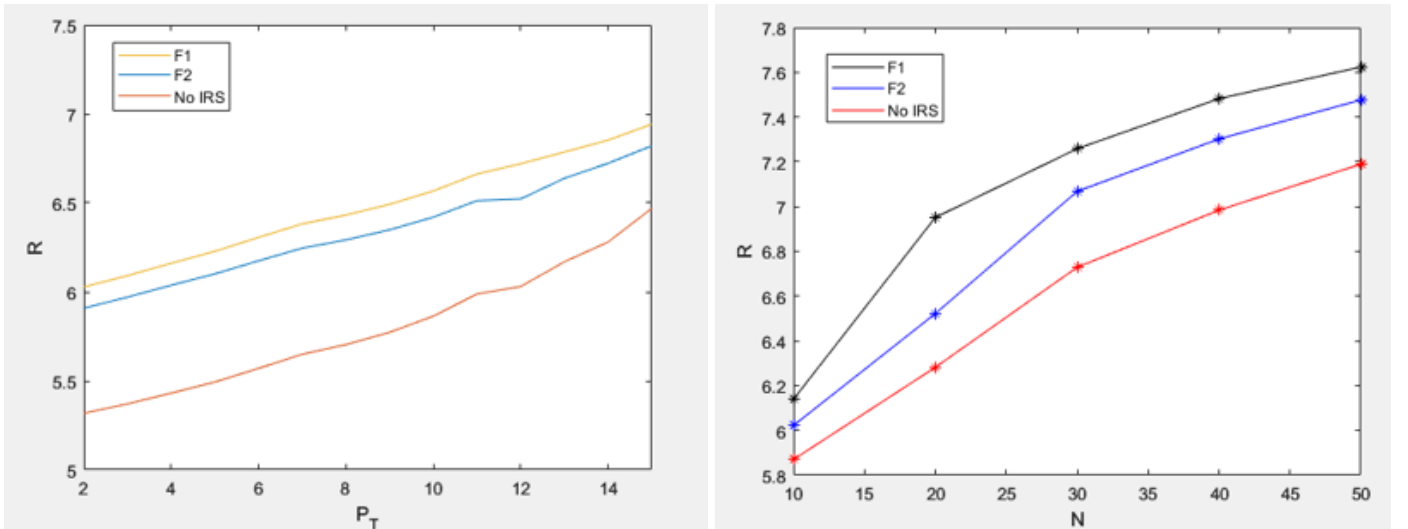


图 2: 实验结果示意

接下来我们固定发射功率，增加智能反射镜面的数量。可以看到随镜面数量增加，接收功率有显

著提升。通过实验结果，表明了智能镜面在无线通信中对无线信号的增益效果显著。

6 总结与展望

本次实验中，生成的信道为随机瑞利信道，且没有考虑实际应用中的多径效应，信道衰减等情况，因此未来的研究中可以对信道的参数进行设定，使得反射镜面处的信道条件发生变化，研究不同信道条件下智能反射面对反射信号强度增益的情况。

7 参考文献

- [1] K. Shen and W. Yu, “Fractional programming for communication systems-Part I: Power control and beamforming,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 66, no. 10, pp. 2616–2630, 2018.
- [2] Q. Wu and R. Zhang, “Intelligent reflecting surface enhanced wireless network via joint active and passive beamforming,” *arXiv:1809.01423*, 2018.
- [3] C. Huang, A. Zappone, M. Debbah, and C. Yuen, “Achievable rate maximization by passive intelligent mirrors,” in *Proc. IEEE ICASSP*, May. 2018, pp. 3714–3718.
- [4] C. Huang, A. Zappone, G. C. Alexandropoulos, M. Debbah, and C. Yuen, “Large intelligent surfaces for energy efficiency in wireless communication,” *arXiv:1810.06934*, 2018.
- [5] Q.-U.-A. Nadeem, A. Kammoun, A. Chaaban, M. Debbah, and M.- S. Alouini, “Large intelligent surface assisted MIMO communications,” *arXiv:1903.08127*, 2019.