

A Peak Price Tracking-Based Learning System for Portfolio Selection

陈格颖

摘要

我们提出了一种基于峰值价格跟踪（PPT）策略的投资组合选择（PS）线性学习系统，从而使系统输出跟踪期望的轨迹。所提出的系统具有类似的演变，具有积极跟踪不同资产的增长能力的转换函数。因此，性能更好的资产将获得更多的投资。所提出的 PPT 目标可以被制定为一种快速反向传播算法，适用于大规模和时间有限的应用，例如高频交易。对来自不同真实金融市场的几个基准数据集进行的大量实验表明，PPT 在计算时间、累积财富和风险调整指标方面优于其他最先进的系统。这表明 PPT 比 PS 中的某些防御系统更有效，甚至更稳健。

关键词：攻击性策略、线性学习系统、峰值价格跟踪（PPT）、投资组合选择（PS）。

1 引言

投资组合选择（PS）^[1]是工程^[2]中的一个重要和基本问题，具有多种问题设置，最近在机器学习^[2-5]和人工智能^[6-7]社区中取得了一些进展。它旨在将财富投资于一系列资产，以满足一些长期财务需求。例如，投资者可以主要投资于固定但低回报的无风险资产，或投资于潜在高回报的高风险资产。Markowitz 均值方差理论^[1,8]说明了投资组合收益与风险之间的关系。

$$\begin{cases} \dot{b}^{(i)} = f_i(b^{(1)}, b^{(2)}, \dots, b^{(i+1)}), & 1 \leq i \leq n-1 \\ \dot{b}^{(n)} = f_n(b^{(1)}, b^{(2)}, \dots, b^{(n)}, x) \\ y = b^{(1)} \end{cases} \quad (1)$$

提出了一种新的 PS 系统，其具有在 (1)

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{b}} = \mathbf{f}(\mathbf{b}, \mathbf{x}) \\ \max \mathbf{b}^\top \mathbf{x} \end{cases} \quad (2)$$

其中 \mathbf{b} 和 \mathbf{x} 是投资组合和资产价格信息（即，动态系统上下文中的系统状态和控制输入）， \mathbf{f} 是确定如何利用价格信息影响进化的向量变换函数。然而，我们的系统与 (1) 在以下方面有所不同：1) 其目标是最大化结果 $\mathbf{b}^\top \mathbf{x}$ ，而不是跟踪对象 y_d ；2) 是转换函数 \mathbf{f} 跟踪不同资产的增长能力，然后将其反馈给 \mathbf{b} 的演变；3) 状态 \mathbf{b} 作为一个整体而不是通过反推方案演变。下一步是设计适当的 \mathbf{x} 和 \mathbf{f} 。虽然神经网络社区经常利用径向基函数（RBF）和 Lyapunov 函数^[9-12]，但金融业经常采用基于经济现象的启发式原则。金融市场中观察到的一个现象是均值回归^[13-16]。它假设一项资产的价格将逆转至其历史平均水平。这是一种防御性和温和的价格预测，代表了中性的风险偏好（见图 1）。例如，在线移动平

均值回归 (OLMAR)^[17]和稳健中值回归 (RMR)^[18-19]分别利用移动平均值和 1- median^[20-21]作为价格信息输入 x ，以避免高估或低估未来价格。

然而，有相反的证据表明，股价会对不同类型的信息做出过度反应^[22-23]，这与有效资本市场模型^[24]相矛盾。对行为金融学的研究^[25-26]表明，金融市场中存在非理性现象。例如，人们倾向于相信表现良好的股票会继续上涨，从而进一步推高价格。因此，如果具有积极性，则有可能获得超额回报（或积极回报，或 α ）^[27-28]

我们打算在两个方面填补这一空白：1）根据最近的峰值价格信息设置输入 x ，该信息表示对未来价格趋势的积极态度；2）设置转换函数 f ，以跟踪峰值价格并将资产的增长动力反馈给投资组合，从而抓住盈利机会（见图 2 和图 3）。因此，表现较好的资产的投资组合权重得到加强，而其他资产的权重则被削弱。整个峰值价格跟踪（PPT）目标可以制定为具有显式矩阵计算的快速反向传播（BP）算法，这节省了大量计算成本，适用于大规模快速交易环境。此外，根据一些常见的风险调整指标，PPT 甚至比一些防御系统更稳健。主要贡献概括如下。

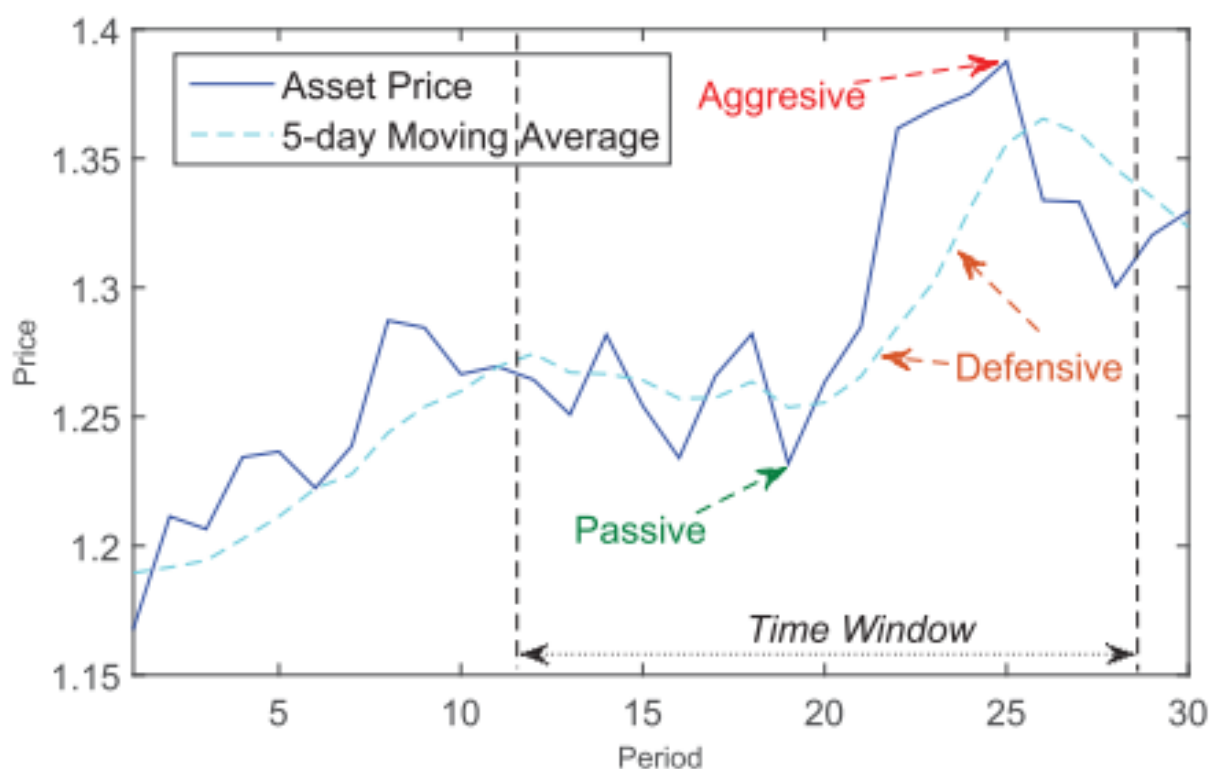


Figure 1: 不同类型的未来价格预测和风险偏好。激进：风险寻求。防御性：中性。被动：规避风险。

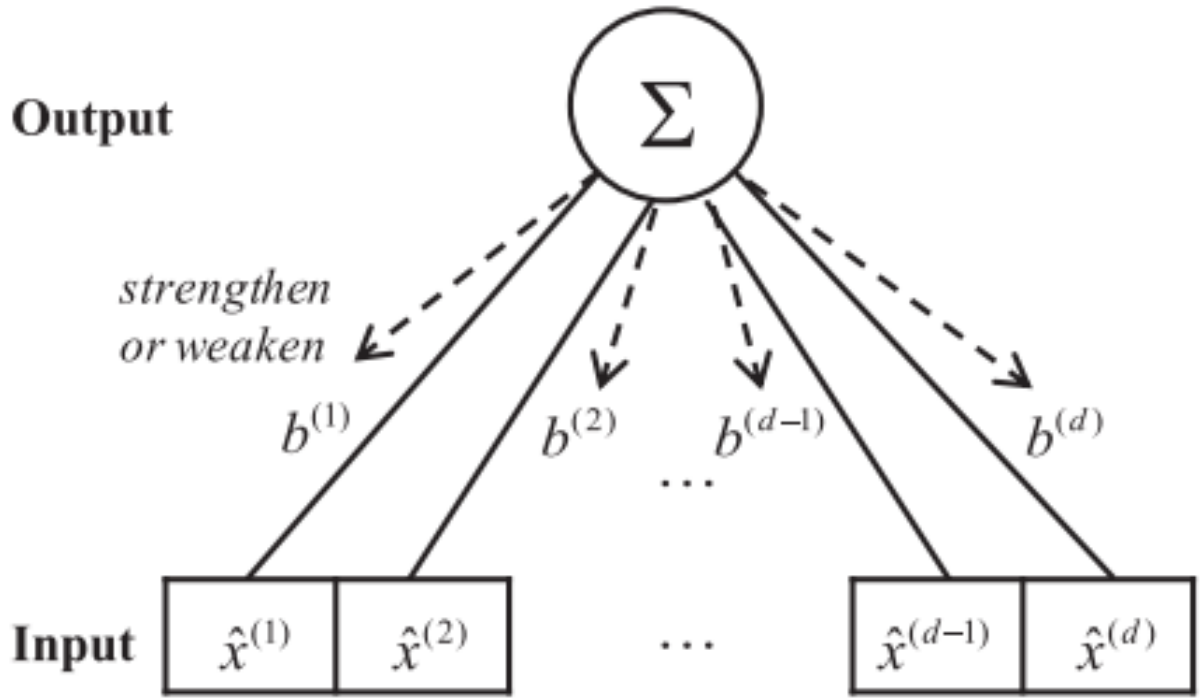


Figure 2: 基于 PPT 的线性学习系统。每项资产的增长功率由 BP 算法反馈。

2 问题设置

文中使用的 PS 设置是许多先前研究考虑的标准和常见的离散时间动态系统^[17,19,29-32]。假设一个金融市场有 d 个资产，那么它们在最后的收盘价可以用向量 $p_t \in \mathbb{R}_+^d, t = 1, 2, 3, \dots$ 。其中 \mathbb{R}_+^d 表示 d 维非负数空间。除了资产价格，还有一个概念叫做相对价格^[29]

$$\mathbf{x}_t \triangleq \frac{\mathbf{p}_t}{\mathbf{p}_{t-1}} \cdot \mathbf{x}_t \in \mathbb{R}_+^d, \quad t = 1, 2, 3, \dots \quad (3)$$

其中两个向量之间的除法表示本文中的元素除法。换言之， x_t 的第 i 个元素表示在第 t 个交易期结束时投资于第 i 个资产的单位资本的结果。

因此，投资组合向量是 d 维单纯形中的向量

$$\mathbf{b}_t \in \Delta_d := \left\{ \mathbf{b} \in \mathbb{R}_+^d : \sum_{i=1}^d b^{(i)} = 1 \right\} \quad (4)$$

它表示在第 t 期开始时投资于不同资产的总财富的比例。非负约束意味着不允许卖空。平等约束意味着不能借入任何额外的资金，并且上一时期的所有财富都应在本期进行再投资。

用 S_t 表示第 t 个周期结束时的累积财富 (CW)。由于所有的财富都将进行再投资， $b_t^\top x_t$ 是第 t 个周期的增长因子，即 $S_t = S_{t-1} \cdot (b_t^\top x_t)$ 。在不失一般性的情况下，假设整个投资由 n 个周期组成，初始财富为 $S_0 = 1$ ，则 S_n 的可表示为：

$$S_n = \prod_{t=1}^n (b_t^\top x_t) \quad (5)$$

最后，投资组合学习系统顺序地学习一组投资组合向量 $\{b_t\}_{t=1}^n$ ，其最大化 S_n

$$\hat{S}_n = \max_{\{\mathbf{b}_t \in \Delta_d\}_{t=1}^n} \prod_{t=1}^n (\mathbf{b}_t^\top \mathbf{x}_t) \quad (6)$$

在我们的式子 (2) 中，整个 PS 设置可以被概括为：

$$\begin{cases} \mathbf{b}_{t+1} - \mathbf{b}_t = \mathbf{f}(\mathbf{b}_t, \hat{\mathbf{x}}_{t+1}) \\ \max_{\mathbf{b}_{t+1}} \mathbf{b}_{t+1}^\top \mathbf{x}_{t+1} \end{cases}, \quad t = 1, 2, \dots, n-1 \quad (7)$$

其中 $\mathbf{b}_{t+1} - \mathbf{b}_t$ 是对应于离散化导数 \dot{b} 的差值。 $\hat{\mathbf{x}}_{t+1}$ 是基于截至第 t 个周期的价格信息的未来价格相对预测。目标是最大化每个周期的增长因子 $\mathbf{b}_{t+1}^\top \mathbf{x}_{t+1}$ ，从而最大化最终累计收益 \hat{S}_n 。一般来说，不同的系统代表了关于如何预测 $\hat{\mathbf{x}}_{t+1}$ 和设计变换函数 \mathbf{f} 的不同方式。

3 相关工作

本节回顾了一些相关工作。他们的表现将在后面的章节中与 PPT 进行比较，以表明他们在获得回报方面不如 PPT 有效。

3.1 Uniformly buy-and-hold (UBAH) and beststock (BS)

UBAH 和 BS 是长期以来用于投资的两个一般的系统^[16]。前者一开始将财富平均分散在 d 资产中，并保持不变，这代表了一种防御态度。它通常被视为产生市场指数的 *market index*^[17]。后者的工作方式相当激进。它将所有的财富投资于当期最好的资产，无论下一期是否能保持良好的表现。

3.2 Anticor 系统

Anticor 系统^[33]观察两个连续的时间窗口来计算交叉窗口相关性，然后将财富从先前表现良好的股票转移到当前表现不佳的股票。CORN 系统^[34]还利用了与 Anticor 相似的交叉窗口相关性。此外，CORN 还采用了模式匹配的思想^[32]，使用历史模式来预测当前趋势。Anticor 和 CORN 都代表均值回归原理，并试图挖掘不同股票之间的相关性。

3.3 OLMAR 和 RMR

OLMAR^[17]和 RMR^[19]是基于均值回归原理的两种最先进的防御系统。它们都对未来相对价格 $\hat{\mathbf{x}}_{t+1}$ 进行了适度预测。OLMAR 假设下一时期的资产价格将反转至其移动平均值 (MA)，并将 MA 作为资产价格趋势的参考。RMR 利用 $\ell^1 - \text{median}$ 中值^[20-21]，以比 MA 更稳健地预测未来价格，因为 MA 对异常值和噪声敏感。尽管 OLMAR 和 RMR 是稳定和防御性的，但它们并没有利用资产的增长能力来抓住潜在的增长机会。PPT 填补了这一空白，以获得更高的积极回报。

4 基于峰值价格跟踪的学习系统 (PPT 学习系统)

金融市场常常不能赚钱。他们经常对各种信息反应过度，为获取超额利润创造机会。本节介绍了基于 PPT 的学习系统。它捕捉潜在的高价模式并学习投资组合以跟踪它们。

4.1 峰值

第一步是为我们的系统 (7) 设置输入 $\hat{\mathbf{x}}_{t+1}$ 。假设考虑时间窗口大小为 w 的 d 资产的价格。峰值价格是最近 w 个周期内资产的最高价格。不同资产的峰值价格被收集为向量 \mathbf{p}^{t+1} 。它表明了最近 w 期内资产可能被出价的最高价格，可用于预测下一期可能的最高价格。得出的价格相对预测 \mathbf{x}^{t+1} 表示不同

资产的增长能力。

$$\hat{\mathbf{p}}_{t+1}^{(i)} = \max_{0 \leq k \leq w-1} \mathbf{p}_{t-k}^{(i)}, \quad i = 1, 2, \dots, d$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{t+1} = \frac{\hat{\mathbf{p}}_{t+1}}{\mathbf{p}_t} \quad (8)$$

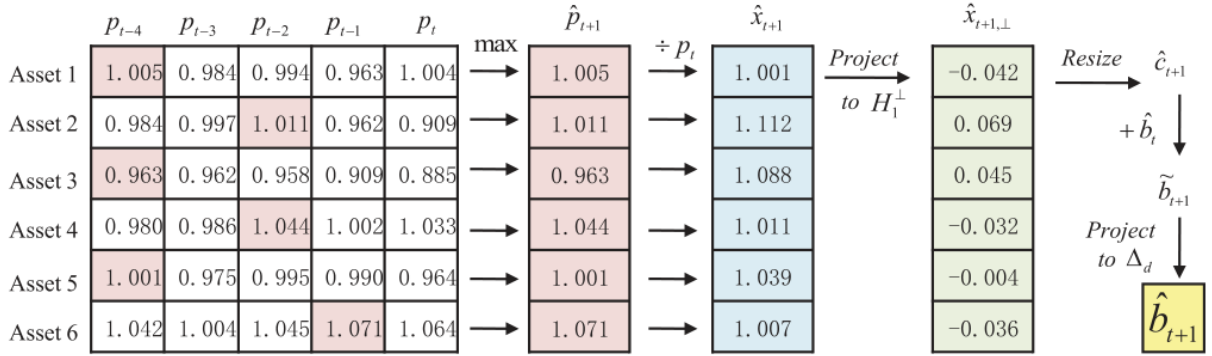


Figure 3: 整个 PPT 算法示意图：不同资产在时间窗口中的峰值价格被提取为未来价格预测，分别为 \hat{p}_{t+1} 和 \hat{x}_{t+1} 。然后， \hat{x}_{t+1} 被预测为 \mathbb{H}_1^\perp ，作为 $\hat{x}_{t+1,\perp}$ ，并被调整为 \hat{c}_{t+1} 。它被反馈到 \hat{b}_t ，然后被投影到单纯形 Δ_d 作为下一个投资组合 \hat{b}_{t+1} 。

图 3 左侧面板显示了一个示例。资产 1 至 6 在第 $(t-4)$ 、 $(t-2)$ 、 $(t-4)$ 、第 $(t-2)$ 、第 $(t-3)$ 和第 $(t-1)$ 期达到其峰值价格 1.005、1.011、0.963、1.044、1.001 和 1.071。这些峰值价格被收集为一个向量 \hat{p}_{t+1} ，以产生最终的价格相对预测 \hat{x}_{t+1} 。

4.2 PPT 系统 (Peak Price Tracking System)

第二步是设计 (7) 中的转换函数 \mathbf{f} ，它决定了 \mathbf{b} 的演变。作为一个积极的系统，PPT 将更多的财富投资于价格相对预测较高的资产，而将较少的财富投资在价格相对预测较低的资产。它可以通过用 \mathbf{f} 跟踪 \hat{x}_{t+1} 来解释。 \mathbf{f} 的形式稍后将变得清晰。我们首先确定以下 PPT 目标：

$$\hat{\mathbf{b}}_{t+1} = \arg \max_{\mathbf{b} \in \Delta_d} \mathbf{b}^\top \hat{\mathbf{x}}_{t+1}, \quad \text{s.t.} \quad \|\mathbf{b} - \hat{\mathbf{b}}_t\| \leq \varepsilon, \varepsilon > 0 \quad (9)$$

其中 $\|\cdot\|$ 表示欧几里德范数。使用最大化的 $\mathbf{b}^\top \hat{x}_{t+1}$ 来跟踪与 \mathbf{b} 的 \hat{x}_{t+1} 。约束控制 \mathbf{f} 的大小，并确保 \mathbf{b} 的可行性。

4.3 解决 PPT 的算法

为了解决 PPT 目标，我们设计了一种基于梯度投影原理的快速 BP 算法^[35]。它由简单和明确的矩阵计算组成，适用于大规模和时间有限的情况。首先，约束可以分解为三个部分。

$$\|\mathbf{b}_{t+1} - \hat{\mathbf{b}}_t\| \leq \varepsilon \quad (10)$$

$$\mathbf{1}^\top \mathbf{b}_{t+1} = 1 \quad (11)$$

$$\mathbf{b}_{t+1} \succeq \mathbf{0} \quad (12)$$

最后一个约束 (12) 意味着 \mathbf{b}_{t+1} 的每个元素都是非负的。首先可以放宽它来求解 \mathbf{b}_{t+1} ，然后将 \mathbf{b}_{t+1} 投影到单纯形 Δ_d ^[17,35-36]。

$$\mathbf{b}_{t+1} = \hat{\mathbf{b}}_t + \mathbf{c}_{t+1} \quad (13)$$

$$\mathbf{1}^\top \mathbf{c}_{t+1} = \mathbf{1}^\top \mathbf{b}_{t+1} - \mathbf{1}^\top \hat{\mathbf{b}}_t = 0 \quad (14)$$

$$\|\mathbf{c}_{t+1}\| = \|\mathbf{b}_{t+1} - \hat{\mathbf{b}}_t\| \leq \varepsilon \quad (15)$$

$$\max_{\mathbf{b}_{t+1}} \mathbf{b}_{t+1}^\top \hat{\mathbf{x}}_{t+1} \Leftrightarrow \max_{\mathbf{c}_{t+1}} \mathbf{c}_{t+1}^\top \hat{\mathbf{x}}_{t+1}. \quad (16)$$

接下来，PPT 目标（9）可以通过放松约束（12）重新表述如下：

$$\max_{\mathbf{c}_{t+1}} \mathbf{c}_{t+1}^\top \hat{\mathbf{x}}_{t+1} \text{ s.t. } \|\mathbf{c}_{t+1}\| \leq \varepsilon \quad \text{and } \mathbf{1}^\top \mathbf{c}_{t+1} = 0 \quad (17)$$

为了求解（17），将 $\hat{\mathbf{x}}_{t+1}$ 分解为两个正交分量

$$\hat{\mathbf{x}}_{t+1} = \frac{1}{d} \mathbf{1} \mathbf{1}^\top \hat{\mathbf{x}}_{t+1} + \left(\mathbf{I} - \frac{1}{d} \mathbf{1} \mathbf{1}^\top \right) \hat{\mathbf{x}}_{t+1} \triangleq \hat{\mathbf{x}}_{t+1,\parallel} + \hat{\mathbf{x}}_{t+1,\perp} \quad (18)$$

其中 \mathbf{I} 是单位矩阵命题 1: $\hat{\mathbf{x}}_{t+1,\parallel}$ 与 $\mathbf{1}$ 平行，并且 $\hat{\mathbf{x}}_{t+1,\perp}$ 与 $\mathbf{1}$ 垂直。证明：

$$\hat{\mathbf{x}}_{t+1,\parallel} = \mathbf{1} \cdot \left(\frac{1}{d} \mathbf{1}^\top \hat{\mathbf{x}}_{t+1} \right)$$

因为 $((1/d)\mathbf{1}^\top \hat{\mathbf{x}}_{t+1})$ 是单位向量， $\hat{\mathbf{x}}_{t+1,\parallel}$ 平行于 $\mathbf{1}$

$$\begin{aligned} \mathbf{1}^\top \hat{\mathbf{x}}_{t+1,\perp} &= \left[\mathbf{1}^\top - \frac{1}{d} (\mathbf{1}^\top \mathbf{1}) \mathbf{1}^\top \right] \hat{\mathbf{x}}_{t+1} \\ &= \left(\mathbf{1}^\top - \frac{1}{d} \cdot d \cdot \mathbf{1}^\top \right) \hat{\mathbf{x}}_{t+1} = 0 \end{aligned}$$

因此 $\hat{\mathbf{x}}_{t+1,\perp}$ 与 $\mathbf{1}$ 垂直。

表示与 $\mathbf{1}$ 正交的子空间 $\mathbb{H}_1^\perp := \{\mathbf{c} \in \mathbb{R}^d : \mathbf{1}^\top \mathbf{c} = 0\}$ 。 \mathbf{c}_{t+1} 和 $\hat{\mathbf{x}}_{t+1,\perp}$ 都在 \mathbb{H}_1^\perp 中， $\mathbf{c}_{t+1}^\top \hat{\mathbf{x}}_{t+1} = \mathbf{c}_{t+1}^\top (\hat{\mathbf{x}}_{t+1,\parallel} + \hat{\mathbf{x}}_{t+1,\perp}) = 0 + \mathbf{c}_{t+1}^\top \hat{\mathbf{x}}_{t+1,\perp}$ 。

$$\max_{\mathbf{c}_{t+1}} \mathbf{c}_{t+1}^\top \hat{\mathbf{x}}_{t+1,\perp}, \quad \hat{\mathbf{x}}_{t+1,\perp} \in \mathbb{H}_1^\perp \text{ s.t. } \|\mathbf{c}_{t+1}\| \leq \varepsilon \quad \text{and } \mathbf{c}_{t+1} \in \mathbb{H}_1^\perp. \quad (19)$$

命题 2: 如果 $\hat{\mathbf{x}}_{t+1,\perp} \neq \mathbf{0}$ ，式子 (19) 可化简为

$$\hat{\mathbf{c}}_{t+1} = \frac{\varepsilon \hat{\mathbf{x}}_{t+1,\perp}}{\|\hat{\mathbf{x}}_{t+1,\perp}\|} \quad (20)$$

证明: 因为 $\hat{\mathbf{c}}_{t+1}$ 满足上述约束，我们只需要证明它达到了最大值。如果没有，假设存在 $\dot{\mathbf{c}}$

$$\dot{\mathbf{c}}^\top \hat{\mathbf{x}}_{t+1,\perp} > \hat{\mathbf{c}}_{t+1}^\top \hat{\mathbf{x}}_{t+1,\perp} = \varepsilon \|\hat{\mathbf{x}}_{t+1,\perp}\|.$$

通过使用 Cauchy-Schwarz 不等式得出以下结论：

$$\|\dot{\mathbf{c}}\| \|\hat{\mathbf{x}}_{t+1,\perp}\| \geq |\dot{\mathbf{c}}^\top \hat{\mathbf{x}}_{t+1,\perp}| > \varepsilon \|\hat{\mathbf{x}}_{t+1,\perp}\|.$$

这表明 $\|\dot{\mathbf{c}}\| > \varepsilon$ ，这违反了约束 $\|\mathbf{c}\| \leq \varepsilon$ 。因此，解决方案是 $\hat{\mathbf{c}}_{t+1}$ 。

如果 $\hat{\mathbf{x}}_{t+1,\perp} = \mathbf{0}$ ，那么我们只需设置 $\hat{\mathbf{c}}_{t+1} = \mathbf{0}$ 并保持投资组合不变。所以， $\hat{\mathbf{c}}_{t+1}$ 更新为

$$\tilde{\mathbf{b}}_{t+1} = \hat{\mathbf{b}}_t + \hat{\mathbf{c}}_{t+1}$$

$$\hat{\mathbf{b}}_{t+1} = \Pi_{\Delta_d} \tilde{\mathbf{b}}_{t+1} \triangleq \arg \min \|\mathbf{b} - \tilde{\mathbf{b}}_{t+1}\|^2.$$

5 复现细节

5.1 与已有开源代码对比

This section must be filled. If no related source codes are available, please indicate clearly. If there are any codes referenced in the process, please list them all and describe your usage in detail, highlighting your own work, creative additions, noticeable improvements and/or new features. The differences and advantages must be dominant enough to demonstrate your contribution.

XXXXXXX

Procedure 1 Algorithm for Solving PPT.

Input: Given asset prices in the recent time window $\{p_{t-k}\}_{k=0}^{\omega-1}$, the current portfolio \hat{b}_t , and the constraint parameter ε .

1. Calculate $\hat{p}_{t+1}^{(i)} = \max_{0 \leq k \leq \omega-1} p_{t-k}^{(i)}, i = 1, 2, \dots, d. \hat{x}_{t+1} = \frac{\hat{p}_{t+1}}{p_t}$

2. Calculate $\hat{\mathbf{x}}_{t+1,\perp} = \left(\mathbf{I} - \frac{1}{d} \mathbf{1}\mathbf{1}^\top \right) \hat{\mathbf{x}}_{t+1}$.

if $\hat{\mathbf{x}}_{t+1,\perp} \neq \mathbf{0}$ **then**

3. $\hat{c}_{t+1} = \frac{\varepsilon \hat{x}_{t+1,\perp}}{\|\hat{x}_{t+1,\perp}\|}$.

else

4. $\hat{c}_{t+1} = 0$

end

5.Learning: $\tilde{b}_{t+1} = \hat{b}_t + \hat{c}_{t+1}$

6.Projection: $\hat{b}_{t+1} = \arg \min_{b \in \Delta_d} \|b - \tilde{b}_{t+1}\|^2$.

Output: The next portfolio \hat{b}_{t+1}

5.2 Experimental environment setup

5.3 Interface design

5.4 Main contributions

6 实验结果分析

7 总结与展望

XXXXXXX

参考文献

- [1] MARKOWITZ H. Harry M. Markowitz[J]. Portfolio selection, Journal of Finance, 1952, 7(1): 77-91.
- [2] RAUDYS S. Portfolio of automated trading systems: Complexity and learning set size issues[J]. IEEE

transactions on neural networks and learning systems, 2013, 24(3): 448-459.

- [3] YANG L, COUILLET R, MCKAY M R. A robust statistics approach to minimum variance portfolio optimization[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2015, 63(24): 6684-6697.
- [4] LIU Q, DANG C, HUANG T. A one-layer recurrent neural network for real-time portfolio optimization with probability criterion[J]. IEEE transactions on cybernetics, 2012, 43(1): 14-23.
- [5] POLA G, POLA G. A stochastic reachability approach to portfolio construction in finance industry[J]. IEEE transactions on control systems technology, 2011, 20(1): 189-195.
- [6] VERCHER E, BERMUDEZ J D. A possibilistic mean-downside risk-skewness model for efficient portfolio selection[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2012, 21(3): 585-595.
- [7] NGUYEN T T, GORDON-BROWN L, KHOSRAVI A, et al. Fuzzy portfolio allocation models through a new risk measure and fuzzy sharpe ratio[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2014, 23(3): 656-676.
- [8] FABOZZI F J, MARKOWITZ H M, KOLM P N, et al. Mean-Variance Model for Portfolio Selection [J]. Encyclopedia of Financial Models, 2012.
- [9] LIU Z, DONG X, XUE J, et al. Adaptive neural control for a class of pure-feedback nonlinear systems via dynamic surface technique[J]. IEEE transactions on neural networks and learning systems, 2015, 27(9): 1969-1975.
- [10] LIN C M, YANG M S, CHAO F, et al. Adaptive filter design using type-2 fuzzy cerebellar model articulation controller[J]. IEEE transactions on neural networks and learning systems, 2015, 27(10): 2084-2094.
- [11] BAYRO-CORROCHANO E, VAZQUEZ-SANTACRUZ E, MOYA-SANCHEZ E, et al. Geometric bioinspired networks for recognition of 2-D and 3-D low-level structures and transformations[J]. IEEE transactions on neural networks and learning systems, 2015, 27(10): 2020-2034.
- [12] RAITOHARJU J, KIRANYAZ S, GABBOUJ M. Training radial basis function neural networks for classification via class-specific clustering[J]. IEEE transactions on neural networks and learning systems, 2015, 27(12): 2458-2471.
- [13] JEGADEESH N. Evidence of predictable behavior of security returns[J]. The Journal of finance, 1990, 45(3): 881-898.
- [14] JEGADEESH N. Seasonality in stock price mean reversion: Evidence from the US and the UK[J]. The Journal of Finance, 1991, 46(4): 1427-1444.
- [15] LI B, ZHAO P, HOI S C, et al. PAMR: Passive aggressive mean reversion strategy for portfolio selection [J]. Machine learning, 2012, 87(2): 221-258.
- [16] LI B, HOI S C. Online portfolio selection: A survey[J]. ACM Computing Surveys (CSUR), 2014, 46(3): 1-36.

- [17] LI B, HOI S C, SAHOO D, et al. Moving average reversion strategy for on-line portfolio selection[J]. Artificial Intelligence, 2015, 222: 104-123.
- [18] HUANG D, ZHOU J, LI B, et al. Robust Median Reversion Strategy for On-Line Portfolio Selection.(2013)[C]//Proceedings of the Twenty-Third International Joint Conference on Artificial Intelligence: IJCAI 2013: Beijing, 3-9 August 2013. 2012.
- [19] HUANG D, ZHOU J, LI B, et al. Robust median reversion strategy for online portfolio selection[J]. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 2016, 28(9): 2480-2493.
- [20] WEISZFELD E. Sur le point pour lequel la somme des distances de n points donnés est minimum[J]. Tohoku Mathematical Journal, First Series, 1937, 43: 355-386.
- [21] VARDI Y, ZHANG C H. The multivariate L 1-median and associated data depth[J]. Proceedings of the National Academy of Sciences, 2000, 97(4): 1423-1426.
- [22] DE BONDT W F, THALER R. Does the stock market overreact?[J]. The Journal of finance, 1985, 40(3): 793-805.
- [23] JEGADEESH N, TITMAN S. Returns to buying winners and selling losers: Implications for stock market efficiency[J]. The Journal of finance, 1993, 48(1): 65-91.
- [24] FAMA E F. Efficient capital markets: A review of theory and empirical work[J]. The journal of Finance, 1970, 25(2): 383-417.
- [25] SHILLER R J. From efficient markets theory to behavioral finance[J]. Journal of economic perspectives, 2003, 17(1): 83-104.
- [26] STULZ R M. Irrational Exuberance[J]. Science, 2000, 288(5475): 2323-2323.
- [27] LINTNER J. The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets[J]. Rev. Econ. Stat., 1965, 47: 13-37.
- [28] MOSSIN J. Equilibrium in a capital asset market[J]. Econometrica: Journal of the econometric society, 1966: 768-783.
- [29] COVER T M. Universal portfolios[J]. Mathematical finance, 1991, 1(1): 1-29.
- [30] BREIMAN L, et al. Optimal gambling systems for favorable games[J]., 1961.
- [31] ALGOET P H, COVER T M. Asymptotic optimality and asymptotic equipartition properties of log-optimum investment[J]. The Annals of Probability, 1988: 876-898.
- [32] GYÖRFI L, LUGOSI G, UDINA F. Nonparametric kernel-based sequential investment strategies[J]. Mathematical Finance: An International Journal of Mathematics, Statistics and Financial Economics, 2006, 16(2): 337-357.
- [33] BORODIN A, EL-YANIV R, GOGAN V. Can we learn to beat the best stock[J]. Advances in Neural Information Processing Systems, 2003, 16.

- [34] LI B, HOI S C, GOPALKRISHNAN V. Corn: Correlation-driven nonparametric learning approach for portfolio selection[J]. ACM Transactions on Intelligent Systems and Technology (TIST), 2011, 2(3): 1-29.
- [35] BERTSEKAS D. Nonlinear Programming , Athena Scientific, Belmont, Massachusetts[Z]. 1999.
- [36] DUCHI J, SHALEV-SHWARTZ S, SINGER Y, et al. Efficient projections onto the l_1 -ball for learning in high dimensions[C]//Proceedings of the 25th international conference on Machine learning. 2008: 272-279.