

Multiple discriminant preserving support subspace RBFNNs with graph similarity learning

摘要

复现的文章提出了一种新的神经网络模型，即多判别保持支持子空间径向基函数神经网络 (DPSS-RBFNN)。该模型分为判别保持支持子空间学习阶段和子空间分布特征提取阶段。在判别保持支持子空间学习阶段，通过分析样本属性的可分离性，选择关键属性并构建多个低维判别性保持的子空间。在子空间分布特征提取阶段，利用学得低维子空间提取局部分布特征，并通过组合形成对原始高维样本空间全局分布特征的综合描述。实验证明 DPSS-RBFNN 模型在多个数据集上展现出卓越的性能，为解决高维复杂数据特征提取和分类问题提供了新颖的思路和有效的方法。文章对算法进行了实现，并通过 heart 数据集进行了实验验证，取得了令人满意的结果。未来的研究方向可以包括验证预测部分的结果，测试更多数据集，并将学到的内容融入作者的研究方向中。

关键词：多重径向基神经网络；支持子空间学习；图相似学习；模式识别

1 引言

作为经典的前馈神经网络，径向基函数神经网络 (RBFNN) 具有简单的结构和快速的学习速度，并已被证明在温和条件下能够逼近任何非线性函数。它在模式识别、数据挖掘、信号处理以及许多其他领域中有广泛的应用。本文的工作与自己的研究方向相关，希望可以从中学到相关知识并提升自我。

2 相关工作

2.1 传统径向基神经网络

传统 RBFNN 通常包含三层：输入层、径向基函数层和输出层。与传统的多层感知机不同，传统 RBFNN 的隐藏层不包含激活函数。径向基函数层是传统 RBFNN 的核心。它由一组径向基函数组成，每个函数对输入数据的响应取决于输入与其关联的中心之间的距离。这些径向基函数充当隐含层的功能，用于对输入数据进行非线性映射。传统 RBFNN 中的中心是径向基函数的参考点，直接影响网络的性能。通常使用聚类算法（如 k 均值聚类）或其他中心选择方法来确定这些中心。其学习过程包括确定中心、确定径向基函数的宽度（标准差），

以及使用权重来调整输出。学习过程通常采用监督学习的方式，通过最小化输出与目标之间的误差来调整网络参数。

2.2 核学习优化

径向基函数神经网络 (RBFNN) 的输出受核心生成的局部响应所决定，而核心的中心对网络性能具有决定性影响。为确保每个选定的中心对输入目标贡献最大，Chen 等提出了经典的正交最小二乘 (OLS) 中心选择算法 [2]。Leonardis 等采用自适应算法动态调整中心和核宽度，并使用基于最小描述距离准则 (MDL) 的高效算法去除神经元的冗余 [4]。在中心选择方面，Wu 和 Chow 于 2014 年提出了一种自组织映射 (SOM) 方法 [8]。随后于 2016 年，通过最大扩展 (MS) 和最大数据覆盖 (MDC) 两种启发式算法 [6]，快速确定神经元的中心和核宽度。2019 年，一种基于多尺度核学习的多层 RBF 神经网络 (RBFNN-MSKL) [10] 被提出，通过分层学习获得不同尺度的核，并在特征提取过程中考虑了每个核的先验信息。此过程满足贝叶斯规则，使得网络提取的特征具有实际物理意义。在中心选择方面，2021 年提出了一种改进的密度峰聚类算法 [5]。2022 年，通过采用差分进化策略学习整个网络的参数 [1]，在乳腺癌分类任务中取得了良好的结果。这些方法的目标是寻找更为优越的局部中心，以使网络能够提取更为准确的局部响应特征。然而，在处理高维复杂数据时，通过调整网络中心来提取准确且稳健的局部分布特征的性能提升存在一定限制。因此，一些研究人员致力于对 RBFNN 的网络结构进行深入研究。

2.3 网络结构优化

对于 RBFNN 网络结构的优化，主要包括隐藏层核数的优化和多个 RBFNN 的联合模型，而网络结构的差异将直接影响网络的效率和预测性能。在 2014 年，针对单输出分类任务，一项研究提出了一种增量设计方法，通过在核数增加并不再满足误差减少阈值时确定网络的结构 [9]。2015 年，协同演化算法被引入以进行特征选择，同时微妙地确定网络的结构 [7]。最近的研究中，2021 年提出了一种高效的多列 RBFNN 构建算法 [3]，该方法使用多个子网络来训练数据的多个子集，从而实现更优越的性能。改进的最大数据覆盖 (MDC) 算法不仅能够在学习核的宽度时确定网络的结构，而且在多列 RBFNN 模型中，它还能够将原始训练样本划分为多个子集。然而，在训练每个子 RBFNN 时，训练样本数量的显著减少可能导致学习的空间分布的局部中心不准确。这一问题需要进一步研究和改进，以提高多列 RBFNN 模型在处理训练数据时的准确性和鲁棒性。

3 本文方法

3.1 本文方法概述

本文提出了一种新的神经网络模型，即多判别保持支持子空间径向基函数神经网络 (DPSS-RBFNN)。该模型主要分为两个关键阶段，即判别保持支持子空间 (DPSS) 学习阶段和子空间分布特征提取 (SDFE) 阶段。在 DPSS 学习阶段，通过对样本属性的可分离性进行分析，确定了样本的关键属性。接着，采用图相似性学习方法构建了多个低维判别性保持的子空间，以更为准确地描述原始样本空间中的特征分布。在 SDFE 阶段，利用学习到的多个低维子空

间的分布特征，从而提取了样本在原始样本空间中的复杂分布特征。这一过程旨在更充分地描述高维复杂数据的特征分布，进而提升神经网络模型的性能水平。通过这一方法，DPSS-RBFNN 模型能够更为精准地提取样本的特征，并在多个数据集上展现出卓越的性能。因此，该方法的提出为解决高维复杂数据特征提取和分类问题提供了新颖的思路和有效的方法。具体结构如图 1 所示。

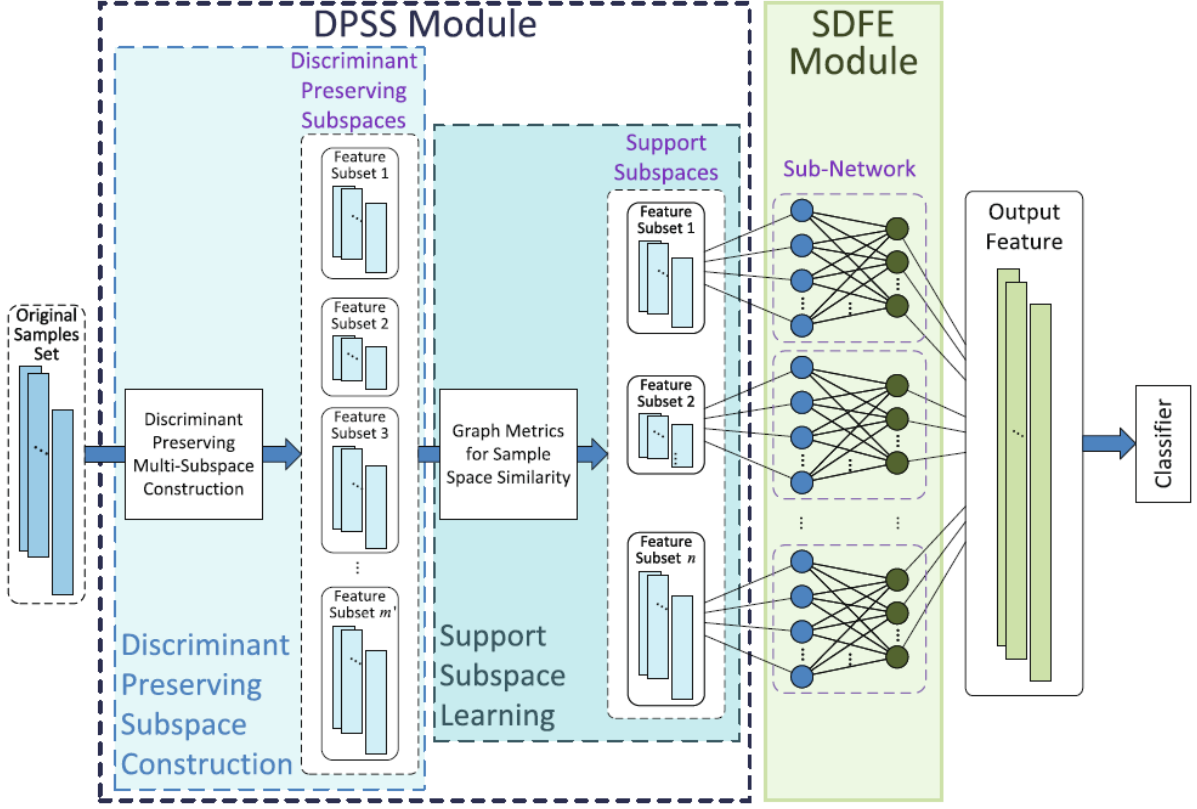


图 1. 模型结构

3.2 判别保持支持子空间学习阶段

DPSS 阶段是 DPSS-RBFNN 模型的第一阶段，用于学习判别性保持的支持子空间。该阶段主要包括以下步骤：1. 选择关键属性：通过 Fisher 准则选择具有较高可分性的属性作为关键属性。2. 构建子空间：以每个关键属性为中心，构建多个低维子空间。3. 判别性保持：通过分析样本在子空间中的可分性，确定判别性保持的子空间。4. 图相似性学习：通过学习子空间之间的图相似性，确定多个低维判别性保持的支持子空间。DPSS 阶段的目的是通过学习多个低维判别性保持的支持子空间，更好地描述原始高维样本空间中的特征分布，为后续的 SDFE 阶段提供更好的特征提取基础。具体结构如图 2 与图 3 所示。

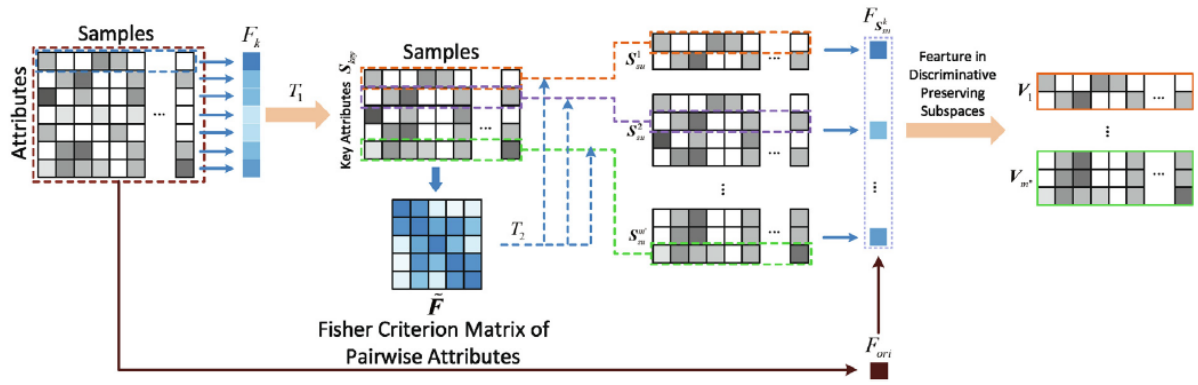


图 2. 构建判别保留子空间（步骤 1-3）

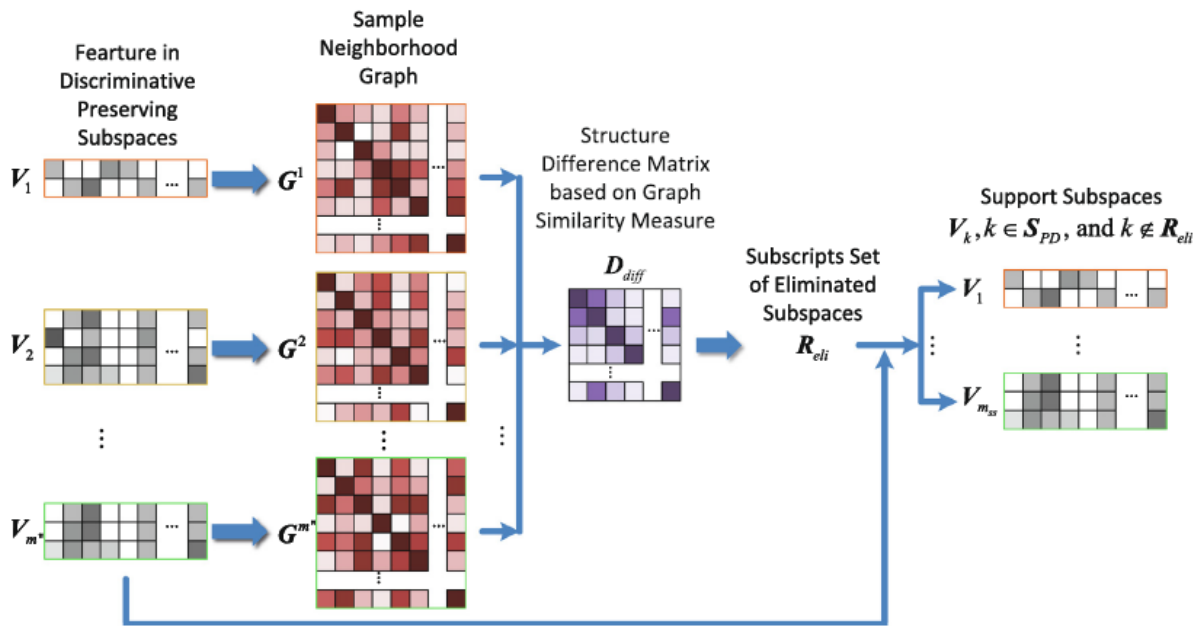


图 3. 子空间学习（步骤 4）

3.3 子空间分布特征提取阶段

SDFE 阶段作为 DPSS-RBFNN 模型的第二关键阶段，旨在提取子空间中的局部分布特征，并有效描述原始高维样本空间的全局分布特征。该阶段的主要步骤如下：学习子空间特征：利用已学得多个低维子空间，分别对每个子空间进行训练，构建多个子-RBFNN 模型，以提取样本在各个子空间中的局部分布特征。这一步骤有助于捕捉数据在各个局部空间的特征。组合特征：将每个子空间中学得的局部分布特征进行巧妙的组合，以形成对原始高维样本空间全局分布特征的综合描述。通过这一步骤，模型能够更全面、更精确地理解原始数据的整体分布特性。SDFE 阶段的核心目标在于利用从多个低维子空间学习到的局部分布特征，更为准确地刻画原始高维样本空间的整体分布特征。通过这一优化，模型的性能将得到提高，使其更适用于处理复杂高维数据，并提供更精确的特征描述，从而增强神经网络模型的表现。具体结构如图 4 所示。

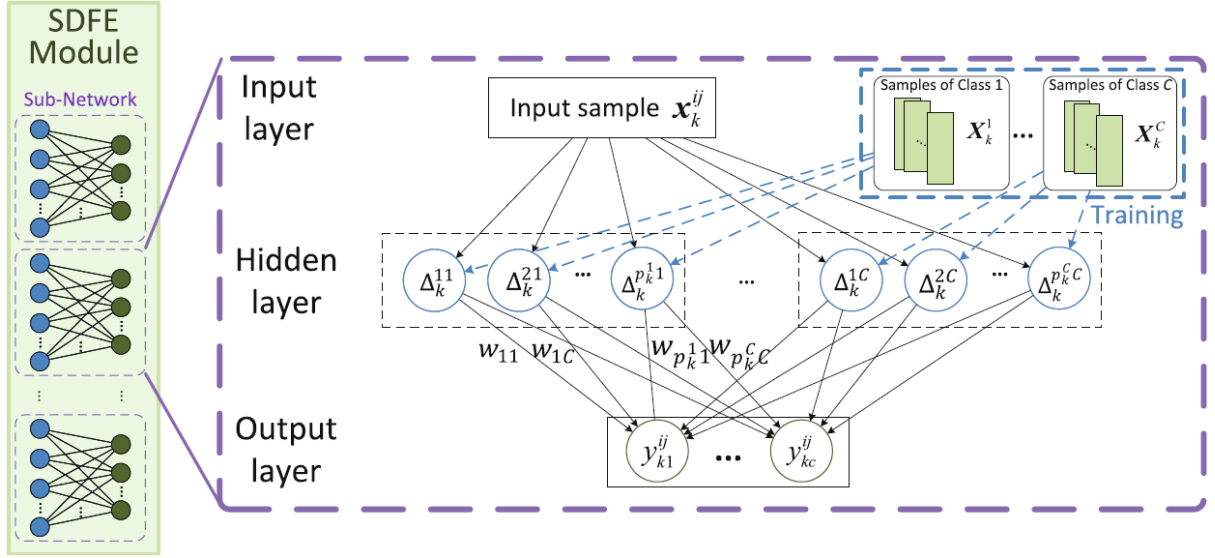


图 4. SDFE 结构

4 复现细节

4.1 与已有开源代码对比

没有任何类似的代码进行参考，仅仅参考了最基本的 RBFNN 代码与 GMM 模型的代码。

4.2 实验环境搭建

实验环境为 python 3.11，编译环境为 PyCharm Community Edition 2023.2.2。

4.3 界面分析与使用说明

文章对算法的实现，直接运行即可。

5 实验结果分析

本部分对实验所得结果进行分析，详细对实验内容进行说明，实验结果进行描述并分析。

实验采用的数据集为 heart 数据集，最后可以得到从原高维的数据集变成若干个低维子空间，并且通过建立的 RBFNN 得出分类后的结果。数据集一共有有 303 个样本，13 个特征。通过构建判别保留子空间阶段，可以筛选并构建出多个判别支持子空间，具体如图 5 所示。

```

> 00 = {ndarray: (10,)} [ 1 2 4 5 6 7 8 9 10 -1] ...View as Array
> 01 = {ndarray: (10,)} [ 0 2 4 5 6 7 8 9 10 -1] ...View as Array
> 02 = {ndarray: (10,)} [ 0 1 4 5 6 7 8 9 10 -1] ...View as Array
> 03 = {ndarray: (2,)} [ 5 -1] ...View as Array
> 04 = {ndarray: (10,)} [ 0 1 2 5 6 7 8 9 10 -1] ...View as Array
> 05 = {ndarray: (11,)} [ 0 1 2 3 4 6 7 8 9 10 -1] ...View as Array
> 06 = {ndarray: (10,)} [ 0 1 2 4 5 7 8 9 10 -1] ...View as Array
> 07 = {ndarray: (10,)} [ 0 1 2 4 5 6 8 9 10 -1] ...View as Array
> 08 = {ndarray: (10,)} [ 0 1 2 4 5 6 7 9 10 -1] ...View as Array
> 09 = {ndarray: (10,)} [ 0 1 2 4 5 6 7 8 10 -1] ...View as Array
> 10 = {ndarray: (10,)} [ 0 1 2 4 5 6 7 8 9 -1] ...View as Array

```

图 5. 判别支持子空间

然后，通过子空间学习去除相似结构的子空间，筛选后结果如图 6 所示，其数字代表原子空间集合的索引。

	0	1	2	3	4	5	6
0	1	2	4	6	8	9	10

图 6. 筛选后的子空间索引

最后训练结果部分如图 7 所示。


```
[ 8.79093315e-07, 5.71498985e-08],  
[ 8.17106783e-12, 9.00617601e-12],  
[ 8.17109154e-12, 9.00622884e-12],  
[ 8.17384839e-12, 9.03974453e-12],  
[ 4.84020712e-11, 1.16212187e-11],  
[ 3.08756678e-02, 2.02990218e-03],  
[ 1.06547364e-04, 4.09763425e-05],  
[ 8.17106785e-12, 9.00617575e-12],  
[-2.96271976e-05, 3.87859672e-04],  
[-6.52721004e-05, 8.54894279e-04],  
[ 8.17106785e-12, 9.00617575e-12],  
[ 9.23830422e-12, 9.80667410e-12],  
[ 5.29056885e-04, 3.43889332e-05],  
[ 8.17279899e-12, 9.00684151e-12],
```

图 7. 部分结果

6 总结与展望

本部分对整个文档的内容进行归纳并分析目前实现过程中的不足以及未来可进一步进行研究的方向。

主要实现了文献中的主要部分，包括子空间的创建已经神经网络训练和预测部分。预测部分的结果还有待验证，并且日后需要测试更多的数据集并且交由分类器分类后再与文献最后的结果相对比，并且做一些消融实验，希望日后可以将这一部分学习到的内容融入自己的研究方向中。比如将神经网络的前一部分加入权重等。

参考文献

- [1] Sawssen Bacha and Okba Taouali. A novel machine learning approach for breast cancer diagnosis. *Measurement*, 187:110233, 2022.
- [2] S Chen, CFN Cowan, and PM Grant. Orthogonal least squares learning algorithm for radial. *IEEE Trans. Neural Netw*, 2:302–309, 1991.
- [3] Ziyang Han, Xusheng Qian, He Huang, and Tingwen Huang. Efficient design of multicolumn rbf networks. *Neurocomputing*, 450:253–263, 2021.
- [4] Aleš Leonardis and Horst Bischof. An efficient mdl-based construction of rbf networks. *Neural Networks*, 11(5):963–973, 1998.
- [5] Qiude Li, Qingyu Xiong, Shengfen Ji, Yang Yu, Chao Wu, and Hualing Yi. A method for mixed data classification base on rbf-elm network. *Neurocomputing*, 431:7–22, 2021.

- [6] Modjtaba Rouhani and Dawood S Javan. Two fast and accurate heuristic rbf learning rules for data classification. *Neural Networks*, 75:150–161, 2016.
- [7] Jin Tian, Minqiang Li, Fuzan Chen, and Nan Feng. Learning subspace-based rbfn using coevolutionary algorithm for complex classification tasks. *IEEE transactions on neural networks and learning systems*, 27(1):47–61, 2015.
- [8] Sitao Wu and Tommy WS Chow. Induction machine fault detection using som-based rbf neural networks. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 51(1):183–194, 2004.
- [9] Hao Yu, Philip D Reiner, Tiantian Xie, Tomasz Bartczak, and Bogdan M Wilamowski. An incremental design of radial basis function networks. *IEEE transactions on neural networks and learning systems*, 25(10):1793–1803, 2014.
- [10] Yang Zhao, Jihong Pei, and Hao Chen. Multi-layer radial basis function neural network based on multi-scale kernel learning. *Applied Soft Computing*, 82:105541, 2019.