

Energy Minimization for Wireless Communication with Rotary-Wing UAV

邹蒙恩

摘要

在旋翼式无人机 (Rotary-wing UAV) 的应用中, 旋翼式无人机通常会被使用于与多个地面节点进行通信。因此, 旋翼式无人机的能量消耗策略变得尤为重要。在旋翼式无人机执行通信任务的时候, 在起始位置起飞, 与途中的各个地面节点进行通信完成通信任务。在这个过程中旋翼式无人机消耗的能量大致包括推进旋翼式无人机到达指定地点的能量和与地面节点进行通信的能量。本文将设计一种飞行-悬停-通信模式的方案来实现最小化旋翼式无人机在执行通信任务时候的能量消耗, 在这个方案中将会使用旅行商算法 (TSPN) 和凸优化实现能量消耗最小化。并在飞行-悬停-通信模式的方案上, 使用路径离散化的方式实现无人机能量消耗最小化的进一步优化。在优化的过程中, 将使用逐次凸近似 (Successive Convex Approximation, SCA) 算法来进行逼近, 以此来获得近似的最优解。

关键词: 无人机通信; 旋翼式无人机; 能量建模; 通信能量优化; 轨迹优化; 路径离散化

1 引言

使用无人机平台来实现无线通信是一种被认为很有前途的技术, 使用这种方案可以在没有地面对应的通信设备或者是基础建设不足的地区来实现无线网络通信的覆盖。一个最为关键的问题是, 使用 UAV 来进行通信会受到 UAV 板载电池的限制。而旋翼式 UAV 的能量利用更为重要, 旋翼式 UAV 作为一个通信基站的话, 与传统地面式基站有很大不同。旋翼式 UAV 不仅仅要面对通信所带来的能量消耗的问题, 还有对于 UAV 推进的能量以及克服各种阻力所需要的能量。在以往的文献中 [1], 固定翼式 UAV 通信系统的能效, 在指定的飞行时间内实现了最大化。并推导了相关公式, 建立了能量模型。另一篇文献中 [2], 作者进一步的揭示了 UAV 的能量消耗和与地面通信的 GN 之间能量消耗的权衡利弊。但是, 上述的方案均是在以固定翼 UAV 作为方案 UAV。旋翼式 UAV 和固定翼式 UAV 的机械结构上完全不同, 因此无法将上面所推到的能量消耗模型应用在旋翼式 UAV 中。此外, 上述文献中只考虑了单个 GN 节点的情况, 忽略了更加一般的多个 GN 节点的情况。因此, 本文所研究的内容为旋翼式 UAV 实现的无线通信系统。旋翼式 UAV 与固定翼 UAV 相比, 有许多的优势。例如, 旋翼式 UAV 可以进行垂直起飞和降落, 以及进行空中悬停, 这使得旋翼式 UAV 在应用方面更加被青睐。因此, 在这篇文章中, 作者设想了一种旋翼式 UAV 被用于和多个地面上的 GN 节点进行通信的场景。每个都需要向旋翼式 UAV 发送一定数量的信息, 旋翼式 UAV 也需要

向这些 GN 节点发送一定量的信息。因此，本文最主要的目的最小化 UAV 的能量消耗，其中能量包括推进能量和通信所需要的能量，通信的能量包括能让所有的地面节点都能满足所需要的通信要求。

2 系统建模

2.1 系统模型

在这一小节，将介绍 UAV 通信的系统建模。假设旋翼式 UAV 被用于和 K 个 GN 节点进行通信，GN 节点表示为 $\kappa = \{1 \cdots K\}$ ，UAV 的高度为固定值 H， T_t 为 UAV 完成任务的总时间， $q(t)$ 为 UAV 的飞行轨迹， V_{\max} 为 UAV 的最大飞行速度，在 T_t 时间内 UAV 的速度不大于 V_{\max} ，UAV 和 GN 在任意时间内的距离为 $d_k(t) = \sqrt{H^2 - ||q(t) - w_k||^2}$ 。 $h_k(t)$ 为 UAV 和 GN 之间在 t 时刻的信道系数 [1]

$$h_k(t) = \sqrt{\beta_k(t)} \tilde{h}_k(t) \quad (1)$$

其中， $\beta_k(t)$ 为大规模衰落的影响 $\tilde{h}_k(t)$ 为随机的复数变量，其中 $\beta_k(t)$ 可写成

$$\beta_k(t) = \begin{cases} \beta_0 d_k^{-\tilde{\alpha}(t)}, & LoS \text{ link} \\ \kappa \beta_0 d_k^{-\tilde{\alpha}(t)}, & NLoS \text{ link} \end{cases} \quad (2)$$

其中， β_0 为路径损失， $\tilde{\alpha}$ 为路径损耗指数并且 $\kappa < 1$ 。在本文中 LoS 在 UAV 和 GN 之间的概率为

$$P_{k,LoS}(t) = \frac{1}{1 + C \exp(-D[\theta_k(t) - C])} \quad (3)$$

其中， $\theta_k(t) = \frac{180}{\pi} \sin^{-1}(\frac{H}{d_k(t)})$ 为仰角，LoS 的概率依赖于 UAV 的路径。预期的信道功率增益为

$$\mathbb{E}[|h_k(t)|^2] = P_{k,LoS}(t) \beta_0 d_k^{-\tilde{\alpha}(t)} + (1 - P_{k,LoS}(t)) \kappa \beta_0 d_k^{-\tilde{\alpha}(t)} \quad (4)$$

$$= \hat{P}_{k,LoS}(t) \beta_0 d_k^{-\tilde{\alpha}(t)} \quad (5)$$

其中， $\hat{P}_{k,LoS}(t) = P_{k,LoS}(t) + (1 - P_{k,LoS}(t))\kappa$ ，通过考虑 NLoS 发生与附加衰减因子 κ 的影响，上式可解释为正则化 LoS 的概率。

在 t 时刻 UAV 和 GN 节点之间的传输速率可表示为

$$R_k(t) = B \log_2 \left(1 + \frac{P |h_k(t)|^2}{\sigma^2 \Gamma} \right) \quad (6)$$

其中， B 为带宽 σ^2 为噪声功率 $\Gamma > 1$ 。

假定, UAV 和 GN 节点的通信方式为 TDMA, $\lambda_K \in \{0, 1\}$ 为第 K 个 GN 节点是否在进行通信, λ_K 为 1 时为进行通信, 为 0 则不进行通信。则 UAV 和第 K 个 GN 节点的通信可表示为

$$\sum_{k=1}^K \lambda_K \leq 1, \forall t \in [0, T_t] \quad (7)$$

因此, UAV 在与第 K 个 GN 节点总的通信吞吐量可表示为

$$\tilde{R}_k(T_t, \{q(t)\}, \{\lambda_k(t)\}) = \int_0^{T_t} \lambda_k(t) R_k(t) dt. \quad (8)$$

并且, 因为 $h_k(t)$ 为随机变量, 因此 \tilde{R}_k 也是一个随机的变量, 又因为 \tilde{R}_k 非常难以确定, 因此 $\hat{R}_k \triangleq \mathbb{E}[\tilde{R}_k]$, 因此 \hat{R}_k 可表示为

$$\hat{R}_k \triangleq \int_0^{T_t} \lambda_k(t) E[R_k(t)] dt \quad (9)$$

$$\leq \int_0^{T_t} \lambda_k(t) B \log_2 \left(1 + \frac{PE[|h_k(t)|^2]}{\sigma^2 \Gamma} \right) dt \quad (10)$$

$$= \int_0^{T_t} \lambda_k(t) B \log_2 \left(1 + \frac{\tilde{\gamma}_0 \hat{P}_{k,LoS}(t)}{(H^2 + \|q(t) - w_k\|^2)^\alpha} \right) dt \quad (11)$$

其中, $\tilde{\gamma}_0 \triangleq P\beta_0/(\sigma_0\Gamma)$ 并且 $\alpha \triangleq \tilde{\alpha}/2$, 然而这回是公式难以去优化, 因此, 让 $\hat{P}_{k,LoS}(t) \approx \bar{P}_{k,LoS}, \forall t$ 来进行简化。

2.2 能量消耗模型

在本文中, UAV 和 GN 节点的通信功率为固定值, 旋翼式 UAV 的推进消耗的能量可用下式表示

$$P(V) = \underbrace{P_0}_{blade} \underbrace{\left(1 + \frac{3V^2}{U_{tip}^2}\right)}_{profile} + \underbrace{P_i \left(\sqrt{1 + \frac{V^4}{4v_0^4}} - \frac{V^2}{2v_0^2} \right)^{1/2}}_{induced} + \underbrace{\frac{1}{2} d_0 \rho s A V^3}_{parasite} \quad (12)$$

其中, P_0 和 P_i 为定值, U_{tip} 为旋翼的速度 v_0 为悬停时维持高度的旋翼速度 d_0 和 s 为定值 ρ 和 A 为定值。当 $V \gg v_0$ 时 $P(V)$ 可表示为

$$P(V) \approx P_0 \left(1 + \frac{3V^2}{U_{tip}^2} \right) + \frac{P_i v_0}{V} + \frac{1}{2} d_0 \rho s A V^3 \quad (13)$$

至此, 对于一个给定的能量, 以恒定的速度飞行所能达到的范围为

$$E_0(V) \triangleq \frac{P(V)}{V} = P_0 \left(\frac{1}{V} + \frac{3V^2}{U_{tip}^2} \right) + P_i \left(\sqrt{V^{-4} + \frac{1}{4v_0^4}} - \frac{1}{2v_0^2} \right)^{1/2} + \frac{1}{2} d_0 \rho s A V^2 \quad (14)$$

V_{mr} 为在给定的能量下, UAV 在完成任务范围的距离所能达到的最优速度, V_{mr} 可以由 $V_{mr} = \arg \min_{V \geq 0} E_0(V)$ 所求出。对于给定的 UAV 的路径, 推进所消耗的能量可表示为

$$E_1(T_t, \{q(t)\}) = \int_0^{T_t} P(\|\nu(t)\|) dt \quad (15)$$

其中, $\nu(t)$ 时 UAV 在路径上的瞬时速度。至此, UAV 所消耗的通信能量和推进能量的总和可由下式表出

$$E_1(T_t, \{q(t)\}, \{\lambda_k(t)\}) = E_1(T_t, \{q(t)\}) + P_c \int_0^{T_t} \left(\sum_{k=1}^K \lambda_k(t) \right) dt \quad (16)$$

2.3 UAV 能量消耗建模

基于, 以上的公式, UAV 消耗能量最小化的问题可表述为

$$(P1) : \min_{T_t, \{q(t)\}, \{\lambda_k(t)\}} E(T_t, \{q(t)\}, \{\lambda_k(t)\})$$

$$s.t. \bar{R}_k(T_t, \{q(t)\}, \{\lambda_k(t)\}) \geq \tilde{Q}_k, \forall k \quad (17)$$

$$\|q(t)\| \leq V_{\max}, \forall t \in [0, T_t] \quad (18)$$

$$q(0) = q_I, q(T_t) = q_F \quad (19)$$

$$\lambda_k(t) \in \{0, 1\}, \forall k \in \kappa, t \in [0, T_t] \quad (20)$$

$$\sum_{k=1}^K \lambda_k(t) \leq 1, \forall t \in [0, T_t] \quad (21)$$

其中, q_I 和 q_F 分别代表 UAV 投影在坐标轴上的起始位置和终止位置。P1 优化 UAV 的路径以及与地面 GN 的通信顺序, 并且, 式 17 时非凸限制式 20 为 01 限制。因此 P1 问题几乎无法进行求解。为了解决以上问题, 可以将其转换为一个简单的方案飞-悬停-通信模型。

3 本文方法

3.1 本文方法概述

此部分对本文将要复现的工作进行概述, 本文提出了两种方案来进行最小化旋翼式 UAV 能量消耗。第一种为飞-悬停-通信模型, 第二种方案在基于第一种方案所得出的结果的基础上, 将旋翼式 UAV 的飞行路径进行离散化, 在使用 CVX 工具基于 SCA 算法来进一步的优化迭代, 最终获得一个接近于最优的路径。

3.2 飞-悬停-通信原型

3.2.1 单个 GN 的飞-悬停-通信方案

对于和单个的 GN 节点进行通信, 在满足通信需求 \tilde{Q}_k 的情况下, 从起始位置 \bar{D} 。当 \bar{D} 很大时, UAV 和 GN 的通信速率很低, 因此完成的通信任务的时间将会非常的长。当 UAV 靠近 GN 节点时, UAV 和 GN 的通信速率将会很高, 因此 UAV 能够很快的完成通信任务。 T_{tr} , UAV 的瞬时速度为 $V(t)$, 因此 UAV 总的旅行距离为 $D_{tr} = \int_0^{T_{tr}} V(t)dt$ 。UAV 的旅行距离有以下关系 $0 \leq D_{tr} \leq \bar{D}$ 。

$$E_{tr}(T_{tr}, \{V(t)\}) = \int_0^{T_{tr}} P(V(t))dt \quad (22)$$

UAV 悬停的时间可以用以下式子来表达:

$$T_{hov} = \frac{Q}{\log_2 \left(1 + \frac{\gamma}{(H^2 + (\bar{D} - D_{tr})^2)^\alpha} \right)} \quad (23)$$

其中 $Q \triangleq \tilde{Q}/B$ 。因此, UAV 的悬停和通信消耗的能量为

$$E_{hc}(D_{tr}) = (P_h + P_c)T_{hov} = \frac{(P_h + P_c)Q}{\log_2 \left(1 + \frac{\gamma}{(H^2 + (\bar{D} - D_{tr})^2)^\alpha} \right)} \quad (24)$$

至此, UAV 的能量消耗为

$$E_{tot}(T_{tr}, \{V(t)\}, D_{tr}) = E_{tr}(T_{tr}, \{V(t)\}) + E_{hc}(D_{tr}) \quad (25)$$

至此, UAV 的能量消耗最小化问题 (P1) 可以变为

$$\begin{aligned} (P2) \quad & \min_{T_{tr}, \{V(t)\}, D_{tr}} E_{tot}(T_{tr}, \{V(t)\}, D_{tr}) \\ s.t. \quad & 0 \leq V(t) \leq V_{\max}, \forall t \in [0, T_{tr}] \\ & \int_0^{T_{tr}} V(t)dt = D_{tr} \\ & 0 \leq D_{tr} \leq \bar{D} \end{aligned} \quad (26)$$

引理 1 问题 2(P2) 的最优解满足 $T_{tr} = \frac{D_{tr}}{V_{mr}}$ 并且, $V(t) = V_{mr}, \forall t \in [0, D_{tr}/V_{mr}]$ 因此, UAV 应该以 V_{mr} 的速度进行飞行, 因此 P2 可以变为

$$\min_{0 \leq D_{tr} \leq \bar{D}} D_{tr} E_0^* + \frac{(P_h + P_c)Q}{\log_2 \left(1 + \frac{\gamma}{(H^2 + (\bar{D} - D_{tr})^2)^\alpha} \right)} \quad (27)$$

3.2.2 多个 GN 节点的飞-悬停-通信方案

$\tilde{q}_k \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ 为 UAV 在和第 k 个 GN 节点的通信时的位置, 总的通信时间 (或悬停时间) 为

$$T_k(\tilde{q}_k) = \frac{Q_k}{\log_2 \left(1 + \frac{\gamma_k}{(H^2 + \|\tilde{q}_k - w_k\|^2)^\alpha} \right)} \quad (28)$$

其中, $Q_k \triangleq \tilde{Q}_k/B$, 在低 K 个悬停和通信总的能量可表示为

$$E_{hc}(\{\tilde{q}_k\}) = (P_h + P_c) \sum_{k=1}^K T_k(\tilde{q}_k) = \sum_{k=1}^K \frac{(P_h + P_c)Q_k}{\log_2 \left(1 + \frac{\gamma_k}{(H^2 + \|\tilde{q}_k - w_k\|^2)^\alpha}\right)} \quad (29)$$

UAV 的飞行速度必须为 V_{mr} , 此外, 由于给定的 UAV 的起始位置和终止位置, 以及访问 GN 节点的顺序, 总的 UAV 旅行距离 D_{tr} 将会不同, GN 节点的访问顺序表示为 $\pi(k) \in \{1, \dots, K\}$, UAV 的总的旅行距离可以表示为

$$D_{tr}(\{\tilde{q}_k\}, \{\pi(k)\}) = \sum_{k=0}^K \|\tilde{q}_{\pi(k+1)} - \tilde{q}_{\pi(k)}\| \quad (30)$$

UAV 的起始位置 $\tilde{q}_{\pi(0)} = q_I$ 并且 $\tilde{q}_{\pi(K+1)} = q_F$ 。至此, UAV 在以 V_{mr} 的速度飞行的能量为

$$E_{tr}(\{\tilde{q}_k\}, \{\pi(k)\}) = E_0^* D_{tr}(\{\tilde{q}_k\}, \{\pi(k)\}) \quad (31)$$

UAV 总的能量消耗为

$$E_{tot}(\{\tilde{q}_k\}, \{\pi(k)\}) = E_{hc}(\{\tilde{q}_k\}) + E_{tr}(\{\tilde{q}_k\}, \{\pi(k)\}) \quad (32)$$

P1 可以改写为

$$(P3) : \min_{\{\tilde{q}_k\}, \{\pi(k)\}} E_{tot}(\{\tilde{q}_k\}, \{\pi(k)\})$$

$$s.t. \quad [\pi(1), \dots, \pi(K)] \in P \quad (33)$$

其中, P 为 $K!$ 个 GN 的访问顺序。P3 是一个非凸的优化问题, 最优解非常难以获得。即使固定悬停的位置, P3 就变成一个经典的 TSP 问题, 而 TSP 问题为 NP Hard 问题, 所以 P3 也是一个 NP Hard 问题。为了解决这个问题, 引入一个松弛变量 D_{tr} 和 $z_k = \|\tilde{q}_k - w_k\|^2$, P3 问题可以改写成

$$(P3.1) : \min_{D_{tr}, \{\tilde{q}_k, \pi(k), z_k\}} E_0^* D_{tr} + \sum_{k=1}^K \frac{(P_h + P_c)Q_k}{\log_2 \left(1 + \frac{\gamma_k}{(H^2 + z_k)^\alpha}\right)}$$

$$s.t. \quad [\pi(1), \dots, \pi(K)] \in P \quad (34)$$

$$\sum_{k=0}^K \|\tilde{q}_{\pi(k+1)} - \tilde{q}_{\pi(k)}\| \leq D_{tr} \quad (35)$$

$$\|\tilde{q}_k - w_k\|^2 \leq z_k, \forall k \quad (36)$$

对于每个 GN k , (36) 的约束条件 d 的值越小, 意味着 GN 和 UAV 之间的通信链路距离就越短, 因此通信的时间变短, 所需要的能量减小。然而, (35) 的限制条件表面, 这需要更

多的推进能量，以此实现和 GN 飞的更近。我们还需要对 GN 的访问规定顺序，因此可以先进行 TSP 求解，接着根据求解出来的顺序来进行优化。这样，P(3.1) 可以改写成

$$(P3.2) : \min_{D_{tr}, \{\tilde{q}_k\}, \{\eta_k\}} E_0^* D_{tr} + \sum_{k=1}^K \frac{(P_h + P_c) Q_k}{\eta_k}$$

$$s.t. \quad \sum_{k=0}^K \|\tilde{q}_{\hat{\pi}(k+1)} - \tilde{q}_{\hat{\pi}(k)}\| \leq D_{tr} \quad (37)$$

$$\eta_k \geq 0, \forall k \quad (38)$$

$$\eta_k \leq \log_2 \left(1 + \frac{\gamma_k}{(H^2 + \|\tilde{q}_k - w_k\|^2)^\alpha} \right), \forall k \quad (39)$$

在 P(3.2) 中的松弛变量 $\{\eta_k\}$ 在 (39) 的约束时非凸的。给指定的点进行迭代，并且通过 RHS 可以得到 (39) 一个全局凹的下界。

$$\log_2 \left(1 + \frac{\gamma_k}{(H^2 + \|\tilde{q}_k - w_k\|^2)^\alpha} \right) \geq R_k^{(l)}(\tilde{q}_k) \quad (40)$$

其中

$$R_k^{(l)}(\tilde{q}_k) = \log_2 \left(1 + \frac{\gamma_k}{(H^2 + \|\tilde{q}_k^{(l)} - w_k\|^2)^\alpha} \right) - \beta_k (\|\tilde{q}_k - w_k\|^2 - \|\tilde{q}_k^{(l)} - w_k\|^2) \quad (41)$$

$$\beta_k = \frac{(\log_2 e) \gamma_k \alpha}{(H^2 + \|\tilde{q}_k^{(l)} - w_k\|^2) [(H^2 + \|\tilde{q}_k^{(l)} - w_k\|^2)^\alpha + \gamma_k]}$$

通过对 (39) 的 RHS 替换为其下限，问题可变成

$$(P3.3) : \min_{D_{tr}, \{\tilde{q}_k\}, \{\eta_k\}} E_0^* D_{tr} + \sum_{k=1}^K \frac{(P_h + P_c) Q_k}{\eta_k}$$

$$s.t. (37) - (38)$$

$$\eta_k \leq R_k^{(l)}(\tilde{q}_k), \forall k \quad (42)$$

由此，(P3.3) 为凸问题，可以由 CVX 工具进行求解。问题的算法为

3.3 使用路径离散化和 SCA 方法对 P1 求解

飞-悬停-通信模型对于 P1 的求解还有许多可优化的地方，比如在 UAV 不通信飞行的时候，UAV 只有二进制的飞行状态。本节将会提出一种联合优化无人机轨迹和通信时间分配的方法。

Algorithm 1 基于 SCA 方法对 P(3.2) 进行求解的算法

- 1: **Initialization** 选着 UAV 初始悬停的位置 $\{\tilde{q}_k^{(0)}\}$, 迭代次数 $l=0$ 。
 - 2: **repeat**
 - 3: 求解 P(3.3) 并且获得优化的解 $D_{tr}^*, \{\tilde{q}_k^*\}, \{\eta_k^*\}$ 。
 - 4: 更新悬停的位置 $\tilde{q}_k^{(l+1)} = \tilde{q}_k^*, \forall k \in K$
 - 5: 更新迭代数字 $l = l + 1$ 。
 - 6: **until** 目标值小于给定的阈值 ε
-

3.3.1 路径离散化

问题 P1 设计连续的函数 $q(t)$ 和 λ_k 的无限数量的需要优化的变量以及未知的完成任务的总时间 T_t 。非常难以进行优化。在之前的工作中有提出时间离散化, 但是这需要知道完成的总时间 T_t , 需要对 T_t 进行猜测和估计。这就使得当 T_t 是一个非常大的值的时候, 进行时间离散化是一个非常不切实际的解决方案。因此, 文中提出一种新的离散化方式——路径离散化, 这种方案只有一个优化问题需要进行求解。路径为 UAV 所遵循的路线, 即 UAV 轨迹上的所有位置, 并不涉及时间维度。轨迹包括 UAV 的路径以及沿路径的瞬时进行速度, 因此轨迹设计时间维度。在进行路径离散化的时, UAV 的路径将会被划分成 $M+1$ 段, 即 $M+2$ 个路径点 $\{q_m\}_{m=0}^{M+1}$, 其中 $q_0 = q_I$, $q_{M+1} = q_F$ 。所以, 我们可以得到以下限制条件:

$$\|q_{m+1} - q_m\| \leq \Delta_{\max}, \forall m \quad (43)$$

其中 Δ_{\max} 为每一段的合适的长度, Δ_{\max} 可以选择远小于 H 的值。 T_m 带 UAV 在第 m 段的时间, 因此在 m 段的速度为 $v_m = \frac{q_{m+1} - q_m}{T_m}$, 此外总的完成时间为 $T_t, T_t = \sum_{m=0}^M T_m$ 。由于有 $M+1$ 段, 因此在 UAV 的路径上将会有 $M+2$ 个路径点。对于给定的 Δ_{\max} 应有 $(M+1)\Delta_{\max} \geq \hat{D}$ 其中 \hat{D} 为 UAV 飞行路径长度的上界。路径离散化相对于时间离散化有许多的优势, 比如不需要估计 UAV 任务完成的总的时间。而且, 对于 UAV 需要悬停在某一位置 100 秒, 时间离散化的方案需要对 100 个变量进行优化, 而路径离散化只需要三个变量即可, q_1 、 q_2 ($q_1 = q_2$) 和悬停的时间 T_1 即可。

UAV 在第 m 段和 GN 之间的距离可表示为 $d_{mk} = \sqrt{H^2 + \|q_m - w_k\|^2}, \forall k, m$ 相应的通信速率可表示为

$$R_{mk} = B \log_2 \left(1 + \frac{\gamma_k}{(H^2 + \|q_m - w_k\|^2)^\alpha} \right) \quad (44)$$

此外, 对于 UAV 路径的每一段 m , UAV 与没个 GN 节点进行通信采用 TDMA 的方式, $\tau_{mk} \geq 0$ 代表 UAV 和第 k 个 GN 节点进行通信的时间, 因此约束条件 (6) 可以写成 $\sum_{k=1}^K \tau_{mk} \leq T_m, \forall m \in \{0, \dots, M\}$ 。所以, 对于第 k 个 GN 节点总的通信吞吐量可以表示为

$$\bar{R}_k(\{q_m\}, \{\tau_{mk}\}) = B \sum_{m=0}^M \tau_{mk} \log_2 \left(1 + \frac{\gamma}{(H^2 + \|q_m - w_k\|^2)^\alpha} \right) \quad (45)$$

此外, UAV 的能量消耗 (16) 可以改写为以下式子:

$$E(\{T_m\}, \{q_m\}, \{\tau_{mk}\}) = \sum_{m=0}^M T_m P\left(\frac{\Delta_m}{T_m}\right) + P_c \sum_{m=0}^M \sum_{k=1}^K \tau_{mk} =$$

$$P_0 \sum_{m=0}^M \left(T_m + \frac{3\Delta_m^2}{U_{ip}^2 T_m}\right) + P_i \sum_{m=0}^M \left(\sqrt{T_m^4 + \frac{\Delta_m^4}{4v_0^4}} - \frac{\Delta_m^2}{2v_0^2}\right)^{1/2} + \frac{1}{2}d_0\rho sA \sum_{m=0}^M \frac{\Delta_m^3}{T_m^2} + P_c \sum_{m=0}^M \sum_{k=1}^K \tau_{mk}$$
(46)

其中, $\Delta_m \triangleq \|q_{m+1} - q_m\|$ 为第 m 段的长度, UAV 在第 m 段的速度为 $\|v_m\| = \Delta_m/T_m$ 。因此, 问题 P1 可以表达成以下式子:

$$(P4) : \min_{\{T_m\}, \{q_m\}, \{\tau_{mk}\}} E(\{T_m\}, \{q_m\}, \{\tau_{mk}\})$$

$$s.t. \sum_{m=0}^M \tau_{mk} \log_2 \left(1 + \frac{\gamma}{(H^2 + \|q_m - w_k\|^2)^\alpha}\right) \geq Q_k, \forall k$$
(47)

$$\|q_{m+1} - q_m\| \leq \min\{\Delta_{\max}, T_m V_{\max}\}, m = 1, \dots, M$$
(48)

$$q_0 = q_I, q_{M+1} = q_F$$
(49)

$$\sum_{k=1}^K \tau_{mk} \leq T_m, m = 0, \dots, M$$
(50)

$$\tau_{mk} \geq 0, \forall k \in K, m = 0, \dots, M$$
(51)

(48)-(51) 的约束条件均为凸, 但是 $E(\{T_m\}, \{q_m\}, \{\tau_{mk}\})$ 在 (46) 中和 (47) 吞吐量的约束非凸。因此, P4 是一个非凸并且难以找出一个全局优的解, 下面会提出一种有效的 SCA 算法来寻找一个 P4 的解。

3.3.2 P4 的解法

首先, 先将 P4 中的非凸函数解决。为了解决 (46) 的非凸性, 将引入一个松弛变量 $\{y_m \geq 0\}$, 表示如下

$$y_m^2 = \sqrt{T_m^4 + \frac{\Delta_m^4}{4v_0^4}} - \frac{\Delta_m^2}{2v_0^2}, \forall m$$
(52)

与下式相等

$$\frac{T_m^4}{y_m^2} = y_m^2 + \frac{\Delta_m^2}{v_0^2}, \forall m$$
(53)

因此, (46) 的第二个衰术可以被线性表达式 $P_i \sum_{m=0}^M y_m$, 另一方面, 为了解决非凸约束 (47), 引入松弛变量 $\{A_{mk}\}$, 表示如下

$$A_{mk}^2 = \tau_{mk} \log_2 \left(1 + \frac{\gamma_k}{(H^2 + \|q_m - w_k\|^2)^\alpha}\right)$$
(54)

至此，约束 (47) 可以写成 $\sum_{m=0}^M A_{mk}^2 \geq Q_k$ ，因此，(P4) 可以写成下式

$$(P4.1): \min_{\substack{\{T_m\}, \{q_m\}, \{\tau_{mk}\} \\ \{y_m\}, \{A_{mk}\}}} P_0 \sum_{m=0}^M \left(T_m + \frac{3\Delta_m^2}{U_{tip}^2 T_m} \right) + P_i \sum_{m=0}^M y_m + \frac{1}{2} d_0 \rho s A \sum_{m=0}^M \frac{\Delta_m^3}{T_m^2} + P_c \sum_{m=0}^M \sum_{k=1}^K \tau_{mk}$$

$$s.t. \quad \sum_{m=0}^M A_{mk}^2 \geq Q_k, \forall k \quad (55)$$

$$\frac{T_m^4}{y_m^2} \leq y_m^2 + \frac{\|q_{m+1} - q_m\|^2}{v_0^2}, \forall m \quad (56)$$

$$\frac{A_{mk}^2}{\tau_{mk}} \leq \log_2 \left(1 + \frac{\gamma_k}{(H^2 + \|q_m - w_k\|^2)^\alpha} \right), \forall m, k \quad (57)$$

$$y_m \geq 0, \forall m \quad (58)$$

$$(48) - (51)$$

然而 P(4.1) 任然是非凸的，因为 (55)-(57) 是非凸约束。但是，可以通过 SCA 进行处理。约束条件 (55)，左边是相对于 A_{mk} 是凸函数。通过一阶泰勒展开得到凸函数的全局下界，可以得到以下不等式

$$A_{mk}^2 \geq A_{mk}^{(l)2} + 2A_{mk}^{(l)}(A_{mk} - A_{mk}^{(l)}) \quad (59)$$

其中， $A_{mk}^{(l)2}$ 为 A_{mk} 的 l 次迭代。相似的对于非凸约束条件 (56)，同样使用一阶泰勒站卡可以得到以下不等式

$$y_m^2 + \frac{\|q_{m+1} - q_m\|^2}{v_0^2} \geq y_m^{(l)2} + 2y_m^{(l)}(y_m - y_m^{(l)}) - \frac{\|q_{m+1}^{(l)} - q_m^{(l)}\|^2}{v_0^2} + \frac{2}{v_0^2}(q_{m+1}^{(l)} - q_m^{(l)})^T(q_{m+1} - q_m) \quad (60)$$

此外，类似于 (40) 对于任何给定的坐标 $\{q_m^{(l)}\}$ 在第 l 次迭代，(57) 全局的凹下界为

$$\log_2 \left(1 + \frac{\gamma_k}{(H^2 + \|q_m - w_k\|^2)^\alpha} \right) \geq R_{mk}^{(l)}(q_m) \quad (61)$$

其中

$$R_{mk}^{(l)}(q_m) = \log_2 \left(1 + \frac{\gamma_k}{(H^2 + \|q_m^{(l)} - w_k\|^2)^\alpha} \right) - \beta_{mk}(\|q_m - w_k\|^2 - \|q_m^{(l)} - w_k\|^2) \quad (62)$$

其中， $\beta_{mk} = \frac{(\log_2 e) \gamma_k \alpha}{(H^2 + \|q_m^{(l)} - w_k\|^2) [(H^2 + \|q_m^{(l)} - w_k\|^2)^\alpha + \gamma_k]}$ 通过替换掉非凸约束，问题可以变为

$$(P4.2): \min_{\substack{\{T_m\}, \{q_m\}, \{\tau_{mk}\} \\ \{y_m\}, \{A_{mk}\}}} P_0 \sum_{m=0}^M \left(T_m + \frac{3\Delta_m^2}{U_{tip}^2 T_m} \right) + P_i \sum_{m=0}^M y_m + \frac{1}{2} d_0 \rho s A \sum_{m=0}^M \frac{\Delta_m^3}{T_m^2} + P_c \sum_{m=0}^M \sum_{k=1}^K \tau_{mk}$$

$$\begin{aligned}
s.t. \quad & \sum_{m=0}^M \left(A_{mk}^{(l)2} + 2A_{mk}^{(l)}(A_{mk} - A_{mk}^{(l)}) \right) \geq Q_k, \forall k \\
& \frac{T_m^4}{y_m^2} \leq y_m^{(l)2} + 2y_m^{(l)}(y_m - y_m^{(l)}) - \frac{\|q_{m+1}^{(l)} - q_m^{(l)}\|^2}{v_0^2} \\
& + \frac{2}{v_0^2}(q_{m+1}^{(l)} - q_m^{(l)})^T(q_{m+1} - q_m), \forall m \\
& \frac{A_{mk}^2}{\tau_{mk}} \leq R_{mk}^{(l)}(q_m), \forall m, k \\
& y_m \geq 0, \forall m \\
& (48) - (51)
\end{aligned}$$

通过使用 CVX 工具来进行求解的算法为

Algorithm 2 基于 SCA 方法对 P(4) 进行求解的算法

- 1: **Initialization** 获得对于 P4 来说一个可行的 $\{q_m^{(0)}\}, \{T_m^{(0)}\}, \{\tau_{mk}^{(0)}\}$, 迭代次数 $l=0$ 。
 - 2: **repeat**
 - 3: 基于 (52) 和 (54) 分别计算当前的 $\{y_m^{(l)}\}$ 和 $\{A_{mk}^{(l)}\}$ 的数值
 - 4: 求解凸问题 (P4.2), 并且用 $\{q_m^*\}, \{T_m^*\}, \{\tau_{mk}^*\}$ 代表优化的解
 - 5: 更新点 $q_m^{(l+1)} = q_m^*$, $T_m^{(l+1)} = T_m^*$ 和 $\tau_{mk}^{(l+1)} = \tau_{mk}^*$
 - 6: 更新迭代数字 $l = l + 1$ 。
 - 7: **until** 目标值 (P4.2) 小于给定的阈值 ε
-

4 复现细节

4.1 与已有开源代码对比

在算法 2 中, 参考了开源项目 “AoIEnergyUAVTraOpt-main” 中的 cvx 相关语句的写法。主要为以下几个公式:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2}d_0\rho sA \sum_{m=0}^M \frac{\Delta_m^3}{T_m^2} \\
& \frac{T_m^4}{y_m^2} \leq y_m^{(l)2} + 2y_m^{(l)}(y_m - y_m^{(l)}) - \frac{\|q_{m+1}^{(l)} - q_m^{(l)}\|^2}{v_0^2} + \frac{2}{v_0^2}(q_{m+1}^{(l)} - q_m^{(l)})^T(q_{m+1} - q_m), \forall m \\
& \frac{A_{mk}^2}{\tau_{mk}} \leq R_{mk}^{(l)}(q_m), \forall m, k
\end{aligned}$$

在 CVX 中如何表达这些公式。

4.2 实验环境搭建

使用的软件及工具: MatLab R2023a、CVX Tool 2.2、Mosek Optimization Tool 10.1、SDPT3。

4.3 部分代码

```

89     cvx_begin
90
91         variable Dtr(1)
92         variable yita_k(K_GN) nonnegative
93         variable qk(K_GN+2,2)
94         expression temp(K_GN)
95         for i=1:K_GN
96             temp(i) = Qk.*inv_pos(yita_k(i));
97         end
98
99         OBJ = E0_new*Dtr+(Ph+Pc)*sum(temp);
100
101         minimize(OBJ);
102
103         subject to
104
105         qk(1,:) == [0,0];
106         qk(K_GN+2,:) == [800,800];
107
108         sum_square_abs(qk(2,:)-qk(1,:))+sum_square_abs(qk(3,:)-qk(2,:))+sum_square_abs(qk(4,:)-qk(3,:))+sum_square_abs(qk(5,:)-qk(4,:))<
109
110         for i=1 :K_GN
111             yita_k(i)<=current_rate(i)-beta_k(i)*(sum_square_abs(qk(i+1,:)-wk(i,:))-norm(qk_last(i+1,:)-wk(i,:))^2);
112         end
113
114     cvx_end
115
116     %update
117     qk_last=qk;
118

```

图 1. 部分 cvx 代码

5 复现结果结果分析

本部分对复现所得结果进行分析，详细对复现内容进行说明。

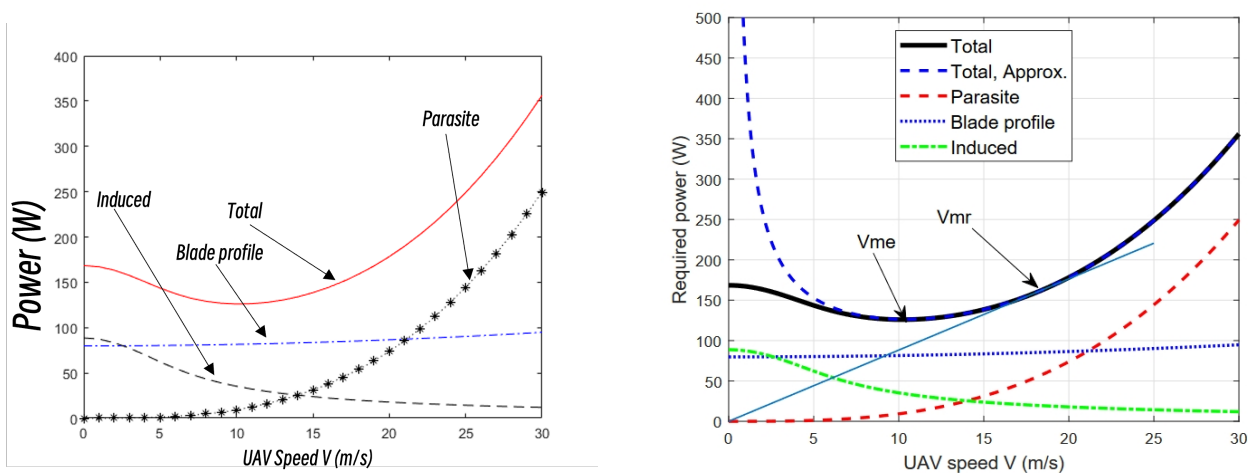


图 2. P(V) 曲线复现

可以看出和论文中的曲线一样。

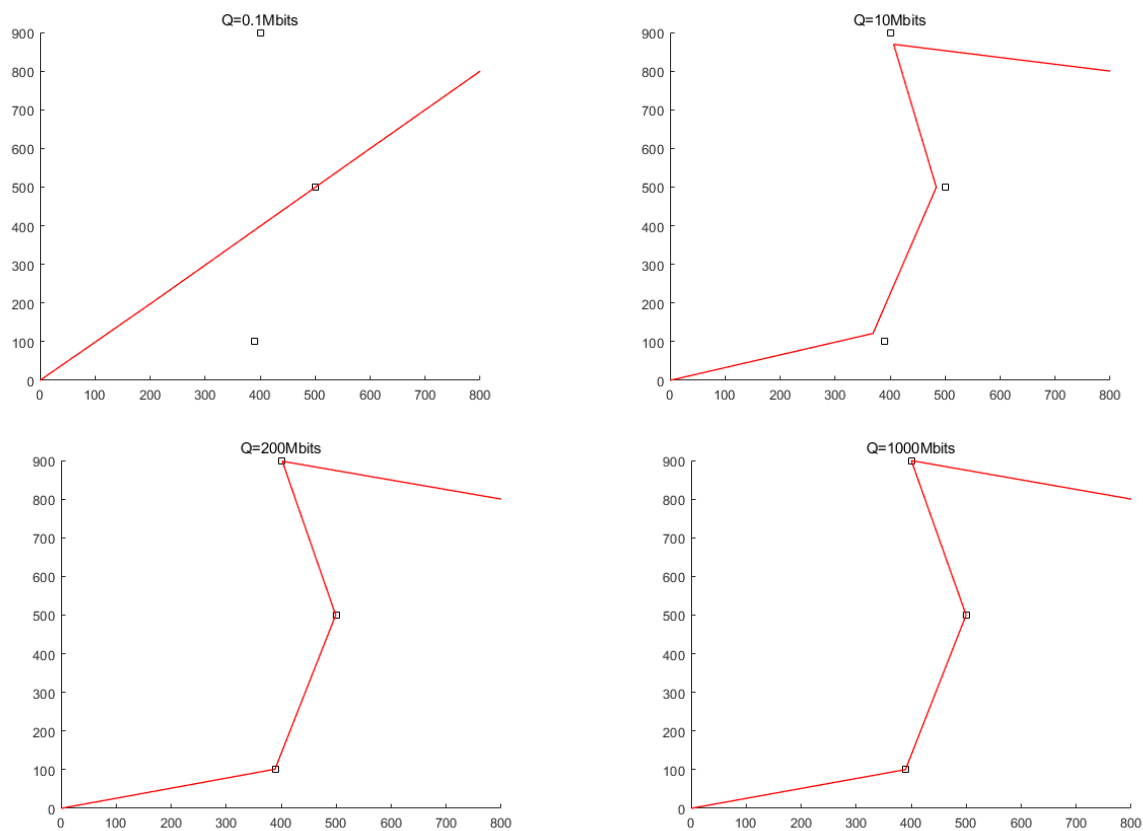


图 3. 对算法 1 的复现结果

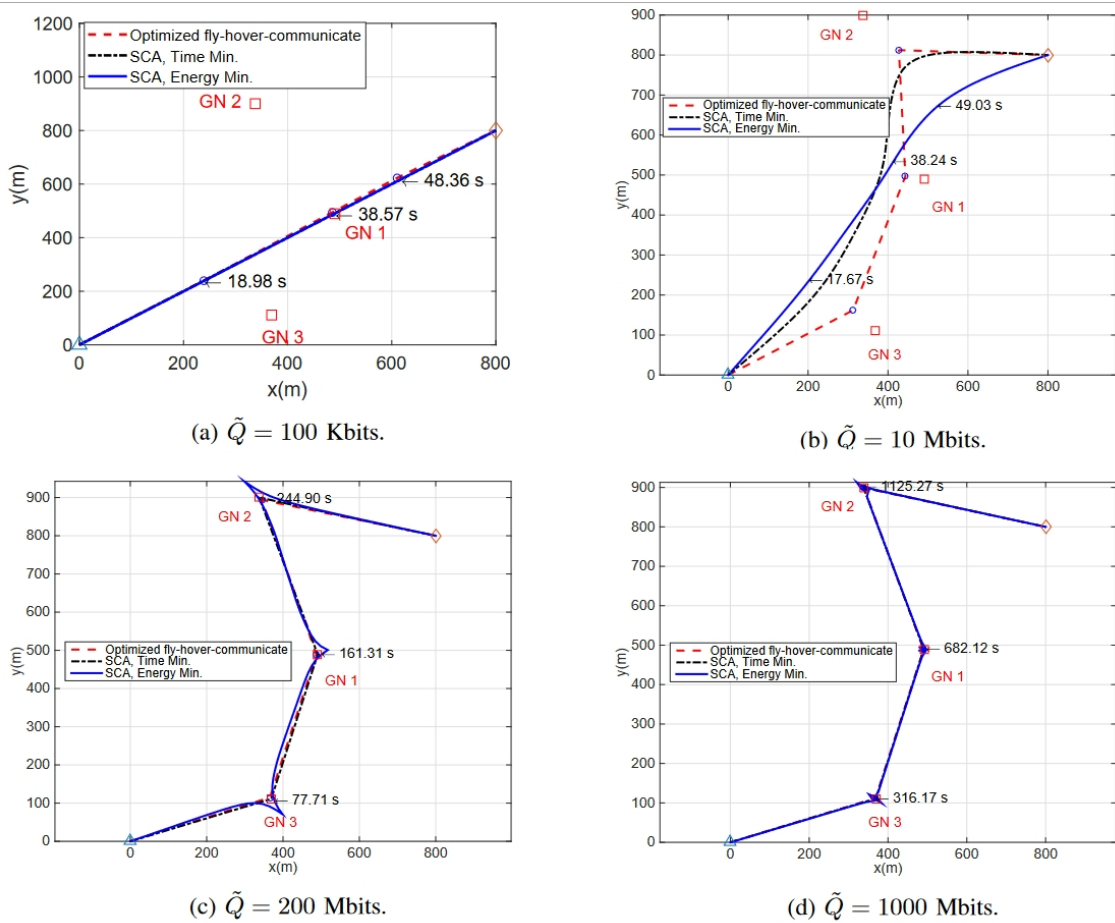


图 4. 论文原始图

在这个复现当中，当 $Q=10\text{Mbits}$ 时，和论文所示的位置相差一定的距离，这是由于用于求解的工具 CVX 的原因。根据 CVX Forum 中的管理员所述 “Unsafergarded (no line search or trust region) Successive Convex Approximation (SCA) or generally, alternating variables optimization are unreliable. It might not descend (for minimization problem), i.e., iterates could get worse. It might not converge to anything; and if it does converge, it might not be to a local optimum of the original problem, let alone a global optimum. The solution of successive iterations, and therefore subproblem inputs, can become wilder and wilder, until at some point ...”，即使用 CVX 工具使用 SCA 方法来进行求解时，CVX 所给出的解是不稳定的。

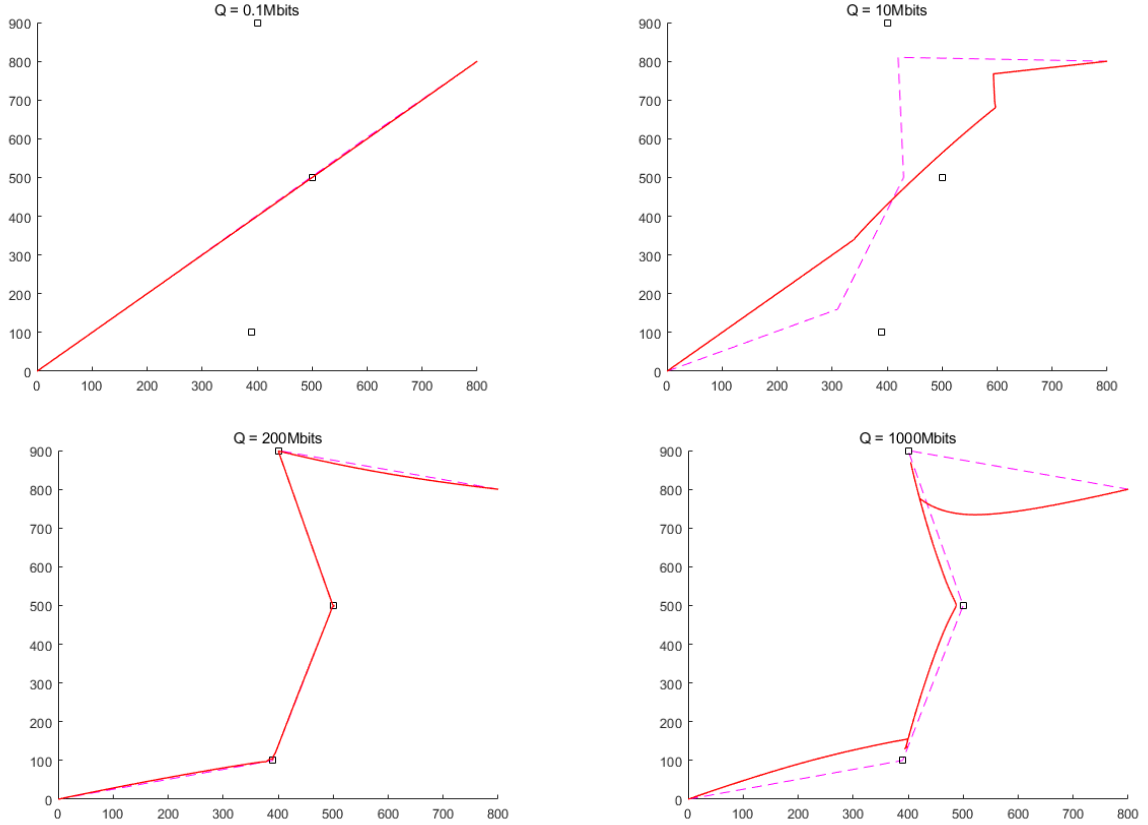


图 5. 对算法 2 的复现结果

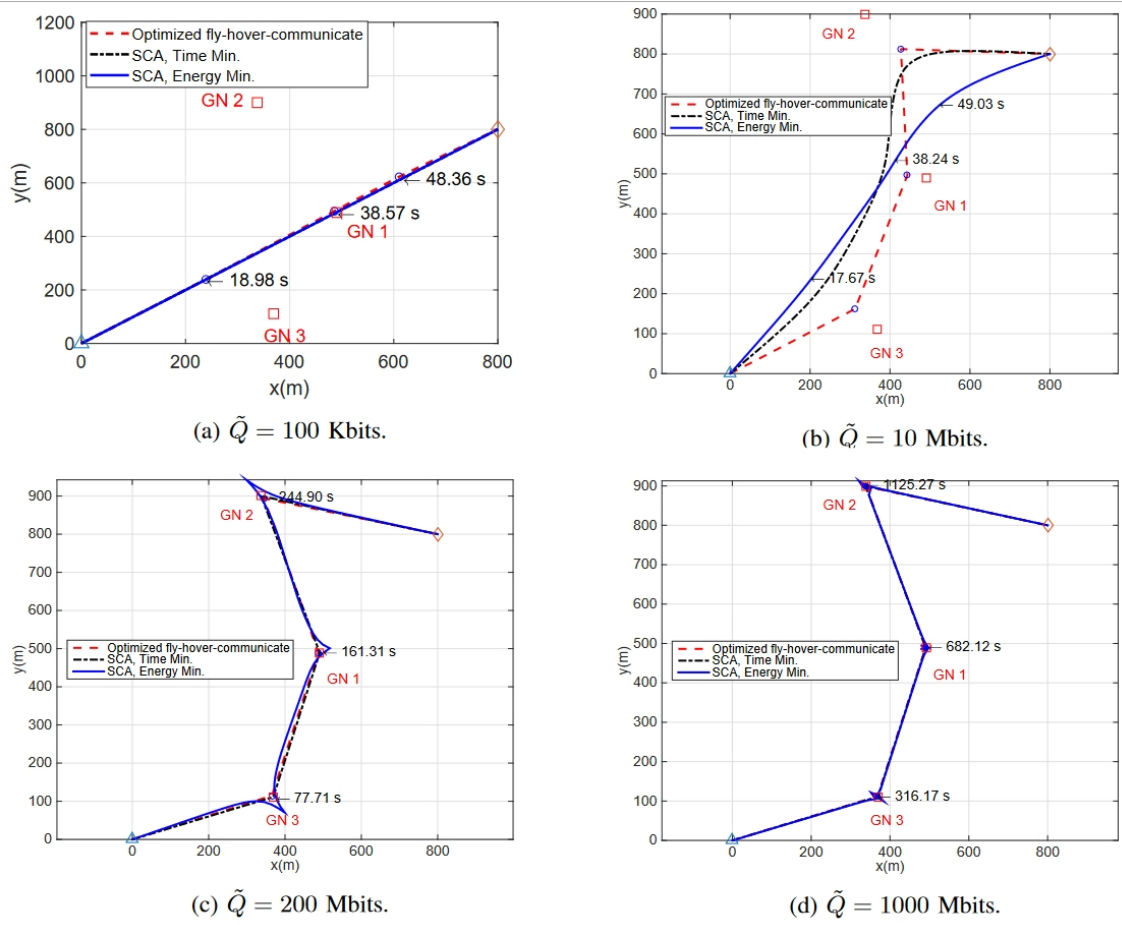


图 6. 论文原始图

在算法 2 的复现中，1000Mbits 在 200Mbits 中所使用的代码无法进行求解，按照开源的代码进行修改之后和论文出入非常大，目前还在探索原因。

6 总结与展望

在本次的复现中，由于对 CVX 工具不熟悉和论文中一些指标理解不透彻，未能完美复现出论文中的轨迹图。未来将会进一步对复现工作进行完善。

参考文献

- [1] Yong Zeng, Jie Xu, and Rui Zhang. Energy minimization for wireless communication with rotary-wing uav. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 18(4):2329–2345, 2019.