

高光谱计算成像

摘要

高光谱图像记录物质在不同波段上的光谱信息,表示物质不同成分的光谱特性信息,可对不同物质,甚至同一物质不同结构进行有效区分,当前已在遥感成像、农业监测等领域得到广泛应用。然而高光谱成像仪器体积较大、采集时间较长,常见的高光谱成像过程包括点扫描、线扫描等,其仅由物理成像角度进行考量,对于成像时间负担较大,基于此难题,计算成像于近年逐渐兴起。本文基于 Song 等人提出的一种新的参数约束光谱编码器和解码器高光谱成像框架 (PCSED),融合压缩感知思想,在 PCSED 网络框架编码端增添额外约束,以提高光谱成像准确性。经实验可知,本文提出的相关方案可提高信号重构精度,且所优化的 PCSED 网络框架在相同含噪测试数据集下,光谱信号重构误差大幅降低,实现了对于原高光谱成像网络框架的优化。

关键词: 高光谱成像; 压缩感知; 相关性; 信号重构

1 引言

通常 RGB 图像仅可体现物体颜色信息,无法体现物体的材质、成分、结构等信息。然而,在高光谱领域中,通过光谱仪器可以获取物体不同波段上的光谱信息。表示物质不同成分的光谱特性信息,可对不同物质,甚至同一物质不同结构进行有效区分,目前已经在遥感、医学成像和农业等领域得到广泛应用。然而,现阶段光谱仪器采集数据过程较为繁琐,光谱仪器体积较大,采集时间较长,其中可从算法层面解决的问题既是对采集算法的设计。因此,如何减少光谱数据采集时间便成为当下研究的热点方向。

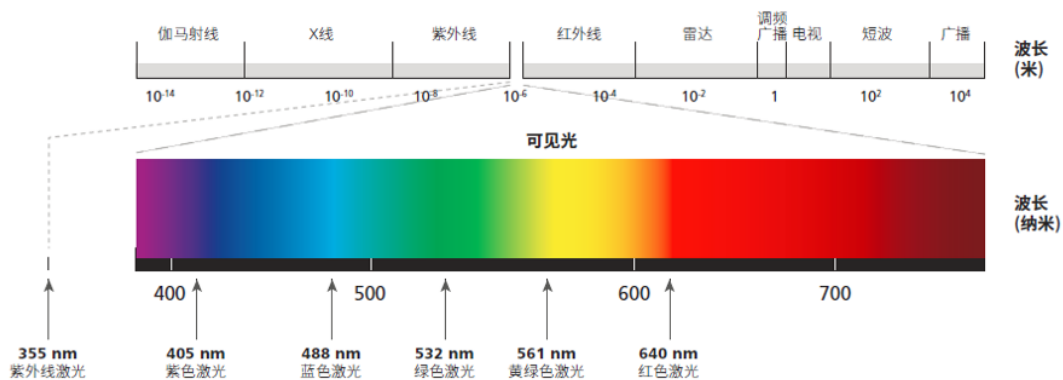


图 1. 光谱示意图

国内外不同学者针对如何降低光谱采集时间的问题进行了不同的研究。Song 等人 [12] 提出了一种新的高光谱重建框架，称为参数约束光谱编码器和解码器框架，该框架基于神经网络，基于联合优化思想，将数学最优解与可用制造技术所限制的实际限制相结合，从而实现更高的重建精度和更好的制造容差，此文亦是本文的基础。

Zhang 等人 [15] 完成了一种基于深度学习的宽带编码随机高光谱成像技术，可以在高分辨率下同时获取空间和光谱信息，该技术利用人工智能算法优化滤波器设计和光谱重建，提高了信号处理速度和噪声容忍度。

Nie 等人 [8] 提出了一种新的设计-实现-应用框架，其中在数据驱动的设计阶段，他们通过将定制的卷积层附加到光谱重建网络上构建端到端网络；在实现阶段，他们使用干涉膜生产技术实现了深度学习的响应函数，并构建了一个快照式高光谱成像系统。

Sun 等人 [16] 建立了高光谱压缩感知的多测量向量模型，并进一步提出模型求解的交替方向乘子迭代算法，通过引入辅助变量与线性化技巧，使得每一子问题均存在解析解，降低了模型求解的复杂度。

M.E.Gehm 等人 [7] 提出了一种新颖的光谱成像系统和相关重建框架，可以完全解耦四个操作量，该系统基于编码孔径光谱学的架构，采用完全静态、单次拍摄的设计，具有机械稳定性和低成本的优点，并通过压缩感知理论实现了高质量的重建。

Mário A. T. Figueiredo 等人 [6] 提出了梯度投影算法，用于求解压缩感知和其他信号处理问题中的有界约束二次规划，该算法使用不同的线搜索参数选择技术进行了测试，并且在广泛的应用中表现良好。

Manu Parmar 等人 [9] 提出了一种利用变换表示中的数据稀疏性来联合恢复空间光谱数据立方体的方法。

Boaz Arad 等人 [1] 提出了一种低成本、快速的从 RGB 直接恢复高质量高光谱图像的方法，利用高光谱先验来创建高光谱特征及其相应的 RGB 投影的稀疏字典，然后通过后者描述新的 RGB 图像，通过前者促进高光谱图像的重建。

然而，尽管针对高光谱计算成像在持续研究中，但迄今为止仍未提出一个通用的设计方案，本文基于 [12] 中的参数约束光谱编码器和解码器框架，提出优化改进，并辅以实验证明优化成果。

2 相关工作

2.1 PCSED 框架

本文主要对参数约束光谱编码器和解码器 (PCSED) 网络框架进行优化，如下图2所示，该框架对单像素光谱曲线 s 进行考虑，原始光谱曲线 s 经物理约束网络 \mathcal{FM} 网络输出的编码器 W 进行编码得到观测信号 y ，其中编码器 W 即为高光谱相机物理实际制造传感器，而物理约束网络 \mathcal{FM} 网络为一预训练网络，其主要引入目的为确保编码器 W 满足物理实际制造工艺，可实际制造出。在获取观测信号 y 后，再通过解码器 \mathcal{D}_θ 进行解码，从而获得原始光谱信号 $s' = \mathcal{D}_\theta[\mathcal{FM}(P)^T \cdot s]$ ，其中 P 为物理约束参数。

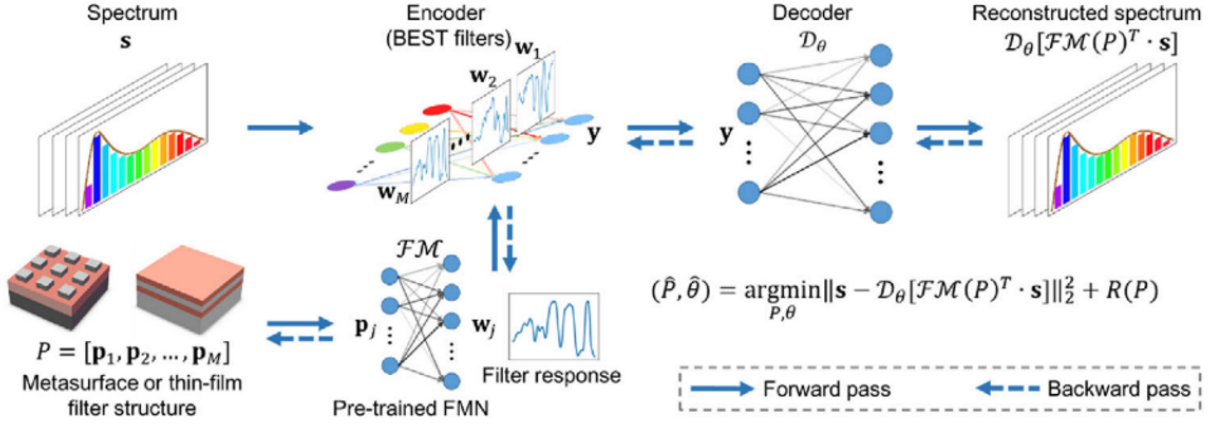


图 2. PCSED 框架

基于 PCSED 框架可知，其中两个待优化关键参数分别为 P 以及 θ ，其中物理约束参数 P 对编码器进行约束，确保编码器满足物理实际制造工艺； θ 对应解码器，为一个端对端线性变换，以实现对于采样数据 y 的解码。若考虑物理制造误差 $R(P)$ ，则目标函数可表示如下：

$$(\hat{P}, \hat{\theta}) = \underset{P, \theta}{\operatorname{argmin}} \|s - \mathcal{D}_{\theta}[\mathcal{FM}(P)^T \cdot s]\|_2^2 + R(P) \quad (1)$$

通过上述论述可知，PCSED 框架完全是一个数据驱动的编码器-解码器框架，其未使用到高光谱数据的任何先验信息，例如低秩性、局部平滑性等。同时，该框架并未考虑到噪声等相关因素，可泛化性不强。

作者于文中提及：PCSED 框架为一个基础框架，其主要思想是通过引入物理约束网络 \mathcal{FM} 建立物理参数与光谱响应系数之间的联系过程。这允许解码器和物理器件参数被共同优化。此外，通过在工艺物理参数中添加正则化约束，增强了滤波器制造的鲁棒性。然而论文中的无论是相机结果可视化还是模型对点光谱的重建使用的都是模拟的方式并未实际制造出相机，对于滤波器的制作误差没有考虑，仅仅添加了一些模拟的人工误差。因此，PCSED 框架的主要贡献为其所提出的对于高光谱成像的框架思想，而对于其中设计仍存在大量可改进方向。

2.2 压缩感知理论

传统信号采样理论已知遵循奈奎斯特采样定理，该定理指出：为了无失真的重构出原始信号，信号的采样频率至少是信号自身带宽的 2 倍。随着技术发展，压缩感知理论为人们所提出，该理论突破了传统的奈奎斯特定理的限制，对信号的采集不再依赖于信号的带宽，而是决定于信号自身的结构属性，即信号是稀疏的或是可压缩的。

图3所示为最原始的压缩感知模型，即原始信号为稀疏信号，其定义如下：记 $y = \Phi x$ ，其中观测信号 $y \in \mathbb{R}^M$ ，观测矩阵 $\Phi \in \mathbb{R}^{M \times N}$ ，原始 K -稀疏信号 $x \in \mathbb{R}^N$ ，即 $\|x\|_0 = K$ ，其中 $K \ll M \ll N$ 。

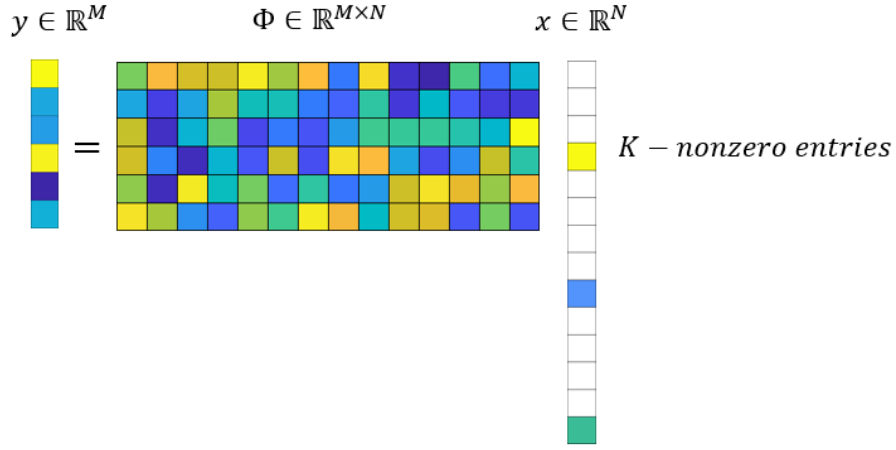


图 3. 压缩感知示意图 1

然而，现实信号通常不表现出稀疏性，但其可在某一变换域下实现稀疏化，例如 DCT、DFT、冗余字典等。假设原始信号 x 可表示为线性变换 Ψ 与稀疏信号 θ 的乘积，即 $x = \Psi\theta$ ，则有 $y = \Phi x = \Phi\Psi\theta$ ，如下图4所示。为描述简洁，设传感矩阵 $D = \Phi\Psi$ ，则有 $y = D\theta$ 。则此时压缩感知系统于原始系统一致，仅需在求解出稀疏系数 θ 后，再通过线性变化求解原始信号 x 即可。

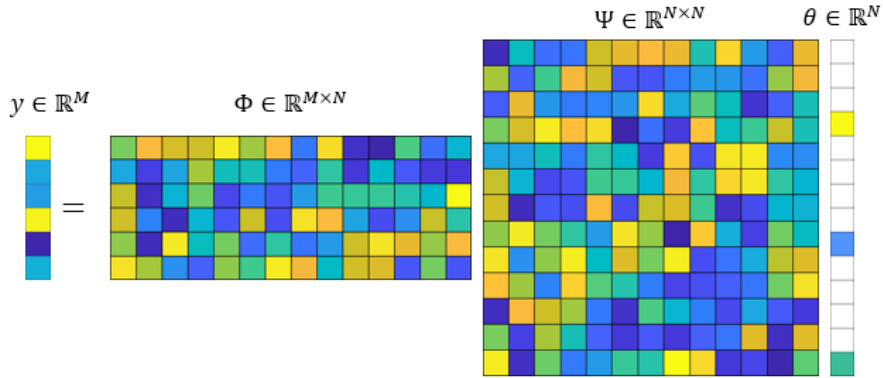


图 4. 压缩感知示意图 2

压缩感知与 PCSED 框架的解码端具备一定联系，皆为由少量数据重构大量数据的过程。原始 PCSED 网络为一个数据驱动网络，然而，对于基于压缩感知理论的信号重构而言，其常可通过贪婪算法或迭代优化算法进行求解，不具备数据依赖性。

压缩感知系统对于传感矩阵 D 以及待恢复信号 θ 亦具备一定要求：(1) 对于传感矩阵 D 而言，常要求其满足有限等距 (RIP) 性质 [14]，而验证一个矩阵是否满足 RIP 性质已被证实为 NP-hard 问题 [10]，因此针对传感矩阵 D 的约束常转化为求解观测矩阵 Φ 与稀疏矩阵 Ψ 之间的不相关性 [17]，不相关性如公式 (2) 定义， μ 越小，压缩感知系统越稳健 [2]；(2) 对于待恢复信号 θ 而言，常要求其具备稀疏性或可压缩性。

$$\mu(\Phi, \Psi) = \sqrt{n} \cdot \max_{\substack{1 \leq i \leq M \\ 1 \leq j \leq N}} | \langle \phi_i, \psi_j \rangle |, \text{ 其中 } \Phi = \begin{bmatrix} \phi_1^T \\ \vdots \\ \phi_M^T \end{bmatrix}, \Psi = \begin{bmatrix} \psi_1 & \cdots & \psi_N \end{bmatrix} \quad (2)$$

因此, 若可将压缩感知理论与 PCSED 框架相互结合, 便可为光谱重构过程提供理论恢复依据, 降低数据相关性, 提高高光谱成像算法的稳健性, 本文中的主要优化方向为压缩感知系统中观测矩阵与稀疏矩阵间的相关性优化。

3 相关性优化

3.1 相关性定义

Baraniuk 提出 RIP 性质的等价条件是观测矩阵 Φ 与稀疏矩阵 Ψ 不相关, 两个矩阵间的相关性定义如下:

$$\mu(\Phi, \Psi) = \sqrt{n} \cdot \max_{1 \leq i \leq M, 1 \leq j \leq N} | \langle \phi_i, \psi_j \rangle | \quad (3)$$

上式中 ϕ_i 为观测矩阵 Φ 中的第 i 个行向量, ψ_j 为稀疏矩阵 Ψ 中的第 j 个列向量。 μ 越小, 观测矩阵 Φ 与稀疏矩阵 Ψ 越不相关, 实现稀疏信号重构的概率越高。由于传感矩阵 $D \in \mathbb{R}^{M \times N}$ 为观测矩阵 $\Phi \in \mathbb{R}^{M \times N}$ 与稀疏矩阵 $\Psi \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 的乘积, 即 $D = \Phi\Psi$, 对于上式 (3) 的讨论易转化为对传感矩阵 D 进行讨论, 即可定义与函数 $\mu(\Phi, \Psi)$ 等价的相关性函数 $\mu(D)$:

$$\mu(D) = \max_{1 \leq i, j \leq N, i \neq j} \left\{ \frac{d_i^T d_j}{\|d_i\| \cdot \|d_j\|} \right\} \quad (4)$$

上式中 d_i 表示传感矩阵 D 的第 i 个列向量, 若传感矩阵 D 是列归一化的 (即 $\|d_i\| = 1, 1 \leq i \leq N$), 并记传感矩阵 D 的格拉姆矩阵 $G = D^T D$, 则上述相关性函数 $\mu(D)$ 可简化如下:

$$\mu(D) = \max_{1 \leq i, j \leq N, i \neq j} \{d_i^T d_j\} = \max_{1 \leq i, j \leq N, i \neq j} |g_{ij}| \quad (5)$$

常见的相关性定义包含互相关性、平均互相关性、 d - 平均互相关性以及 K 阶累积相关性, 基于上述前提, 上述各相关性定义如下:

1. 互相关性 [3]: 定义为格拉姆矩阵 G 的非对角元素的绝对值的最大值, 即:

$$\mu(D) = \max_{1 \leq i, j \leq N, i \neq j} |g_{ij}|, \quad s.t. G = D^T D \quad (6)$$

2. 平均互相关性 [4]: 定义为格拉姆矩阵 G 的非对角元素的绝对值的均方值, 即:

$$\mu_g(D) = \frac{\sum_{1 \leq i, j \leq N, i \neq j} (g_{ij})^2}{N(N-1)}, \quad s.t. G = D^T D \quad (7)$$

3. d - 平均互相关性 [5]: 定义为格拉姆矩阵 G 的所有大于阈值 d 的非对角元素的绝对值的平均值, 即:

$$\mu_d(D) = \frac{\sum_{1 \leq i, j \leq N, i \neq j} (|g_{ij}| \geq d) \cdot |g_{ij}|}{\sum_{1 \leq i, j \leq N, i \neq j} (|g_{ij}| \geq d)}, \quad s.t. G = D^T D \quad (8)$$

4. K 阶累积相关性 [13]: 定义为传感矩阵 D 中一个固定列向量与 K 个不同的列向量的内积的绝对值之和的最大值, 即对应格拉姆矩阵 G 的每一行的非对角线元素的选定 K 个元素的绝对值之和的最大值, 设集合 Λ 为矩阵 D 的列向量索引构成, 即:

$$\mu_K(D) = \max_i \max_{|\Lambda|=K, i \notin \Lambda} \sum_{j \in \Lambda} |g_{ij}|, \quad s.t. G = D^T D \quad (9)$$

注意到上述对于去相关性的讨论中需要有稀疏矩阵 Ψ 阵, 在实际应用中通常固定稀疏矩阵 Ψ 优化观测矩阵 Φ , 稀疏矩阵的获取可通过 K-SVD 算法、SimCO 等算法进行计算, 由于其非本文主要优化方向, 故此处略过, 主要进行固定稀疏矩阵 Ψ 采用去相关算法优化观测矩阵 Φ 的论述。

3.2 相关性优化 1

基于上述定义可知, 格拉姆矩阵 G 中的元素为传感矩阵 D 的对应列的余弦相似性, 且由于传感矩阵 D 是列归一化的, 则矩阵 G 的对角线元素皆为 1。假设传感矩阵 D 的列向量之间是完全不相关的, 即 $d_i^T d_j = 0$, 其中 $i \neq j$, 则有格拉姆矩阵 G 的非对角元素皆为 0, 即:

$$G = D^T D = \Psi^T \Phi^T \Phi \Psi \approx I \quad (10)$$

此处隐含着最起始的目标函数, 即:

$$\min_D \|D^T D - I\|_F^2 \equiv \min_G \|G - I\|_F^2, \quad s.t. \text{rank}(G) = \text{rank}(D) = M \quad (11)$$

此定义与求解传感矩阵 D 的平均互相关性等价, 平均互相关性 μ_g 定义如下:

$$\mu_g(D) = \frac{\sum_{1 \leq i, j \leq N, i \neq j} (d_i^T \cdot d_j)^2}{N(N-1)} \equiv \frac{\sum_{1 \leq i, j \leq N, i \neq j} (g_{ij})^2}{N(N-1)}, \quad s.t. G = D^T D \quad (12)$$

对公式 (10) 两端同时左乘 Ψ , 右乘 Ψ^T , 则有:

$$\Psi \Psi^T \Phi^T \Phi \Psi \Psi^T \approx \Psi I \Psi^T = \Psi \Psi^T \quad (13)$$

由于 $\Psi \Psi^T$ 为实对称矩阵, 根据特征值分解有:

$$\Psi \Psi^T = V \Sigma V^T \quad (14)$$

其中对角矩阵 Σ 为实对称矩阵 $\Psi \Psi^T$ 的特征值矩阵, 且由于 $\Psi \Psi^T$ 为实对称矩阵, 则特征向量矩阵 V 为正交矩阵。联立公式 (13) 与公式 (14) 有:

$$V \Sigma V^T \Phi^T \Phi V \Sigma V^T \approx V \Sigma V^T \quad (15)$$

由于特征向量矩阵 V 是正交的, 则其逆 V^{-1} 存在, 则上式 (20) 左右两端可同时消去 V 以及 V^T , 则有:

$$\Sigma V^T \Phi^T \Phi V \Sigma \approx \Sigma \quad (16)$$

记 $S = \Phi V \Sigma$, 且由于特征值矩阵 Σ 为对角矩阵, 则目标函数可定义如下:

$$\min_S \|\Sigma - S^T S\|_F^2, \quad s.t. S = \Phi V \Sigma \quad (17)$$

记关于矩阵 S 的函数为 $F(S) = \|\Sigma - S^T S\|_F^2$ ，对 S 求导有：

$$\frac{\partial F}{\partial S} = 4S(S^T S - \Sigma) \quad (18)$$

设步长为 $\rho > 0$ ，则由梯度下降进行迭代有：

$$S_{i+1} = S_i - \rho \times 4S_i(S_i^T S_i - \Sigma) \quad (19)$$

设最终梯度下降结果为 \hat{S} ，即 $\hat{S} = \hat{\Phi}V\Sigma$ ，等式两端同时右乘 V^T 可得：

$$\hat{S}V^T = \hat{\Phi}V\Sigma V^T = \hat{\Phi}(\Psi\Psi^T) \quad (20)$$

故最终观测矩阵 Φ 更新为 $\hat{\Phi} = \hat{S}V^T(\Psi\Psi^T)^{-1}$ 。

3.3 相关性优化 2

记传感矩阵 $D \in \mathbb{R}^{M \times N}$ 的实对称格拉姆矩阵 G 的特征值分解为：

$$G = V\Sigma V^T \quad (21)$$

其中 Σ 为对角特征值矩阵，设 $\hat{\Sigma}$ 为修正后的对角特征值矩阵，令其中所有正特征值修正为 N/M ，则有：

$$\hat{G} = V\hat{\Sigma}V^T = (V\hat{\Sigma}^{\frac{1}{2}})(\hat{\Sigma}^{\frac{1}{2}}V^T) = D^T D \quad (22)$$

所得修正后的传感矩阵 D 在格拉姆矩阵 G 的特征值分解所得的特征向量矩阵 V 不变的情况下，具备最低的平均互相关性。基于 $D = \Phi\Psi$ ，在固定稀疏矩阵 Ψ 不变的情况下，利用最小二乘法可解得观测矩阵 Φ 如下：

$$\Phi = D\Psi^T(\Psi\Psi^T)^{-1} \quad (23)$$

证明如下：根据前提，传感矩阵 $D \in \mathbb{R}^{M \times N}$ ，其中 D 为列归一化矩阵且 $\text{rank}(D) = M$ ，对应半正定格拉姆矩阵为 $G = D^T D$ ，则矩阵 $G \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 有 M 个正特征值， $N - M$ 个 0 特征值，记 λ_s 为矩阵 G 的第 s 个正特征值，其中 $s = 1, 2, \dots, M$ ，则有：

$$\sum_{s=1}^M \lambda_s = N \quad (24)$$

$$\sum_{s=1}^M (\lambda_s)^2 = \sum_{i,j=1}^N (g_{ij})^2 \quad (25)$$

其中 g_{ii} 为矩阵 G 的对角线元素， $1 \leq i \leq N$ 。对于公式 (24) 证明如下：由于传感矩阵 D 为列归一化矩阵，则其格拉姆矩阵 $G = D^T D$ 的对角线元素皆为 1，且由于 $G \in \mathbb{R}^{N \times N}$ ，则矩阵 G 的迹为 N 。又因为矩阵的迹等于矩阵的特征值之和，则可得：

$$\text{tr}(G) = \sum_{s=1}^M \lambda_s = N \quad (26)$$

公式 (24) 得证。对公式 (25) 证明如下：记 x_s 为矩阵 G 对应正特征值 λ_s 的特征向量，其中 $s = 1, 2, \dots, M$ ，则有 $Gx_s = \lambda_s x_s$ 。又因为格拉姆矩阵 G 为实对称方阵，则可得：

$$G^T Gx_s = G^T \lambda_s x_s = G \lambda_s x_s = \lambda_s Gx_s = \lambda_s^2 x_s \quad (27)$$

则矩阵 $G^T G$ 的特征值为 λ_s ，其中 $s = 1, 2, \dots, M$ 。与上文同理有：

$$\text{tr}(G^T G) = \sum_{i,j=1}^N (g_{ij})^2 = \sum_{s=1}^M \lambda_s^2 \quad (28)$$

公式 (25) 得证。根据上文中对于平均互相关性的定义，即：

$$\mu_g(D) = \frac{\sum_{1 \leq i, j \leq N, i \neq j} (d_i^T \cdot d_j)^2}{N(N-1)} \equiv \frac{\sum_{1 \leq i, j \leq N, i \neq j} (g_{ij})^2}{N(N-1)}, \quad s.t. G = D^T D \quad (29)$$

若求解平均互相关性的最小化问题，则可等价于求解：

$$\min \sum_{1 \leq i, j \leq N, i \neq j} (g_{ij})^2 \equiv \min \left\{ \sum_{i,j=1}^N (g_{ij})^2 - \sum_{i=1}^N (g_{ii})^2 \right\} \quad (30)$$

联立上文已证明公式可得：

$$\min \left\{ \sum_{i,j=1}^N (g_{ij})^2 - \sum_{i=1}^N (g_{ii})^2 \right\} \equiv \min \left\{ \sum_{s=1}^M \lambda_s^2 - N \right\}, \quad s.t. \sum_{s=1}^M \lambda_s = N \quad (31)$$

上述约束最小化问题可通过柯西-施瓦兹不等式求解，该定理指出：

$$\sum_{i=1}^n (a_i)^2 \sum_{i=1}^n (b_i)^2 \geq \left[\sum_{i=1}^n a_i b_i \right]^2 \quad (32)$$

其中 $a = (a_1, \dots, a_n)$ 和 $b = (b_1, \dots, b_n)$ 均为 n 维实向量，当且仅当向量 a 与向量 b 线性相关时，上述不等式等号成立。不妨令 $b_1 = b_2 = \dots = \rho$ ，则上式可化为：

$$\left[\sum_{i=1}^n (a_i)^2 \right]^2 \geq \frac{[\sum_{i=1}^n (a_i)]^2}{n} \quad (33)$$

即当且仅当 $a_1 = a_2 = \dots = a_n$ 时，上述不等式取等。变量替换可得：

$$\left[\sum_{s=1}^M (\lambda_s)^2 \right]^2 \geq \frac{[\sum_{s=1}^M (\lambda_s)]^2}{M}, \quad s.t. \sum_{s=1}^M \lambda_s = N \quad (34)$$

因此上述约束最小化问题的解即为矩阵 G 的所有正特征值相等，即 $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_M = N/M$ 。记传感矩阵 D 的实对称格拉姆矩阵 G 的特征值分解为：

$$G = V \Sigma V^T \quad (35)$$

其中 Σ 为对角特征值矩阵，设 $\hat{\Sigma}$ 为修正后的对角特征值矩阵，即其中所有正特征值修正为 N/M ，则当特征向量矩阵 V 不变时，此时所得传感矩阵 D 具有最低平均互相关性，即：

$$\hat{G} = V \hat{\Sigma} V^T = (V \hat{\Sigma}^{\frac{1}{2}})(\hat{\Sigma}^{\frac{1}{2}} V^T) = D^T D \quad (36)$$

3.4 相关性优化实验

为方便实验，此处针对相关性优化对于压缩感知系统效用性的实验中，选取原始 K -稀疏信号 θ ，原始随机传感矩阵 D 进行实验，如图5所示，分别展现了无法重构原始稀疏信号以及完美重构原始稀疏信号的情况，其中黑线为原始信号，红线为重构信号。

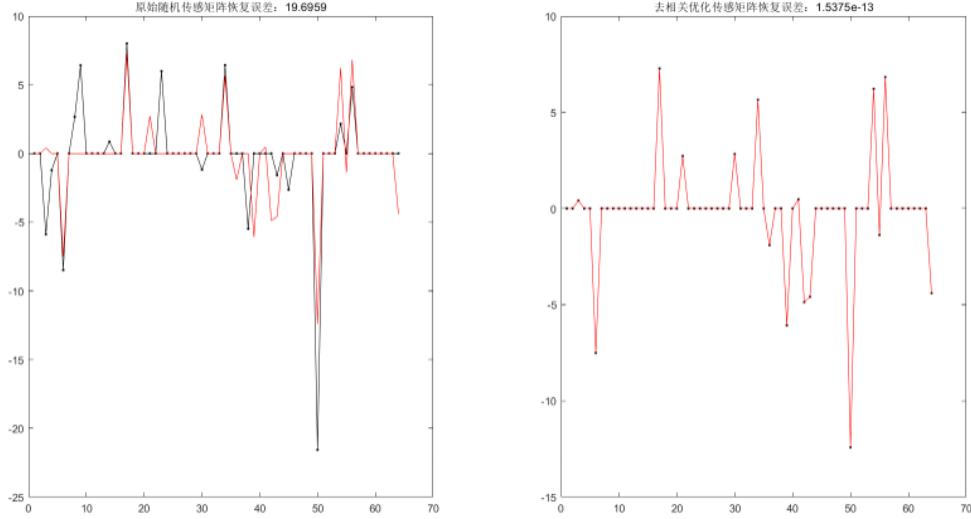


图 5. 稀疏信号重构示意图

通过实验比较当传感矩阵为随机传感矩阵以及去相关传感矩阵时完美重构原始信号的概率差异。实验设定如下：原始信号为 64 维，观测信号维度为 32 维，原始信号稀疏度 K ，重构算法采用 OMP 算法 [11]。实验结果如下表1所示：

表 1. 主要符号表

稀疏度 K	4	8	12	16
随机传感矩阵成功重构率	54.1%	37.4%	18.9%	3.20%
优化 1 成功重构率	94.9%	63.9%	28.5%	5.80%
优化 2 成功重构率	99.7%	96.4%	76.8%	34.5%

由上表1可知，通过去相关性优化，对于稀疏信号重构效果具有较大促进，且优化设想 2 优于优化设想 1。对于优化 2 而言，优化程度随着稀疏度 K 的增加而增加。总体而言，对于传感矩阵的去相关优化有助于压缩感知系统对于信号的重构。同时，优化 1 与优化 2 所考量的目标一致，但最终效果差异较大，证明此处对于去相关性优化仍有大量空间可供改进，此处优化设想仅仅入门，后续需要继续研究。后续实验中，将把去相关优化与原始 PCSED 网络进行结合，并探讨其是否有助于提升 PCSED 网络对于高光谱信号的重构效果。

4 PCSED 网络复现

4.1 开源代码以及优化

原 PCSED 网络框架代码开源：[PCSED](#)，与原框架相比，本文基于上述提出的相关性优化 2，在原 PCSED 网络框架误差反向传播过程中加入了相关性优化项。PCSED 网络框架如下图6所示，原框架中所进行反向误差传播的依据仅在于对于光谱曲线的重构误差，为纯粹数据驱动网络，然而，本文提出的优化在反向误差传播中额外增添了在压缩感知理论中有益于信号恢复的误差项，以此提高信号重构精度。

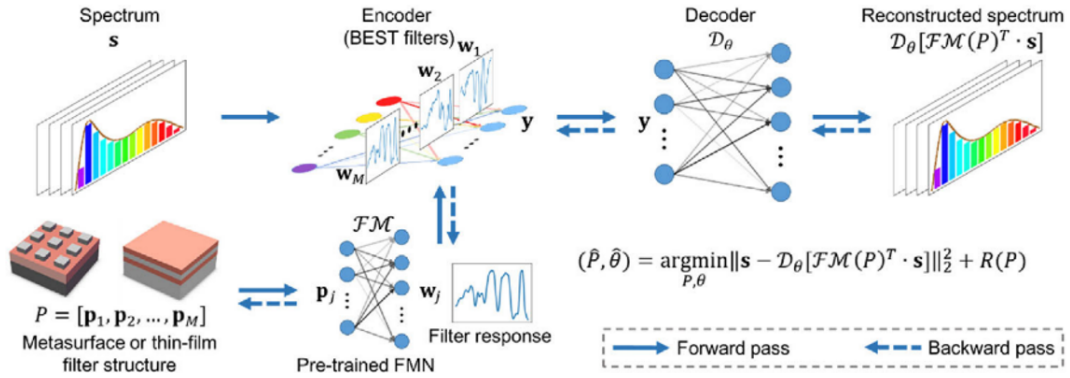


图 6. PCSED 框架

在原始 PCSED 网络框架中，HybnetLoss 类用来记录在网络训练过程中针对重构光谱曲线产生的误差，并以此误差反向传播更新物理约束参数以及重构网络。本文优化中构建了一个 HybnetLoss_plus 类继承了 HybnetLoss 类，获取其反向传播 loss 值，并基于上述优化 2 设想对 loss 进行更新，部分核心增添代码展现如下：

```
1 class HybnetLoss_plus(HybnetLoss):
2     def __init__(self):
3         super(HybnetLoss_plus, self).__init__()
4
5     def forward(self, *args, responses=None):
6         original_loss = super(HybnetLoss_plus, self).forward(*args)
7         rloss = 0
8
9         # DeCorrelation
10        if not responses is None:
11            D = torch.matmul(responses, dictionary)
12            D = D / torch.norm(D, dim=(0,1))
13            M, N = D.shape
14
15            Sigma, V = torch.linalg.eig(gram)
16            Sigma = torch.where(torch.abs(Sigma) > 0, N/M, Sigma)
```

```

17     newGram = torch.mm(V, torch.diag_embed(Sigma))
18     newGram = torch.mm(newGram, V.t())
19     rloss = torch.mean((gram - newGram)**2)
20
21     return original_loss + rloss

```

4.2 实验环境

实验在 CUDA 版本 12.0, python 版本 3.10 环境下运行, 使用到了诸如 pytorch 等主流深度学习库, 其中主要库版本信息如下:

- numpy: 1.24.1
- scikit-learn: 1.3.0
- scipy: 1.11.4
- torch: 2.1.1+cu118
- torchaudio: 2.1.1+cu118
- torchvision: 0.16.1+cu118

4.3 创新点

本文优化将压缩感知理论与一个端到端编码器-解码器网络框架进行融合, 基于压缩感知基础理论的思想, 即待恢复信号的稀疏性以及观测矩阵的有限等距性质 (RIP) 亦或是不相关性, 本次优化主要方向为对传感矩阵进行去相关性优化, 且优化效果与原论文效果相比具有较大进步。

5 实验结果分析

本部分对实验所得结果进行分析, 首先对于实际重构效果进行对比, 主要考虑在含噪情况下的重构效果, 噪声主要考虑的为高光谱相机传感器噪声, 因此选择对采样信号进行噪声的添加, 而不是对原始光谱信号进行噪声的添加, 此操作更加符合实际高光谱成像过程。本文不仅考虑了单一加性噪声, 同时考虑了信号相关噪声, 因此对于含噪信号的重构而言带来了较大挑战。

原始模型重构结果如下图7所示, 本文对于无噪声情况以及信噪比分别为 20dB、30dB、40dB、50dB 以及 60dB 的含噪情况进行测试, 由该图可看出, 此模型框架对于含噪情况的重构效果较差, 原文作者亦于论文中明确表明: PCSED 网络框架所考虑的情况并不全面, 对于噪声没有进行处理。

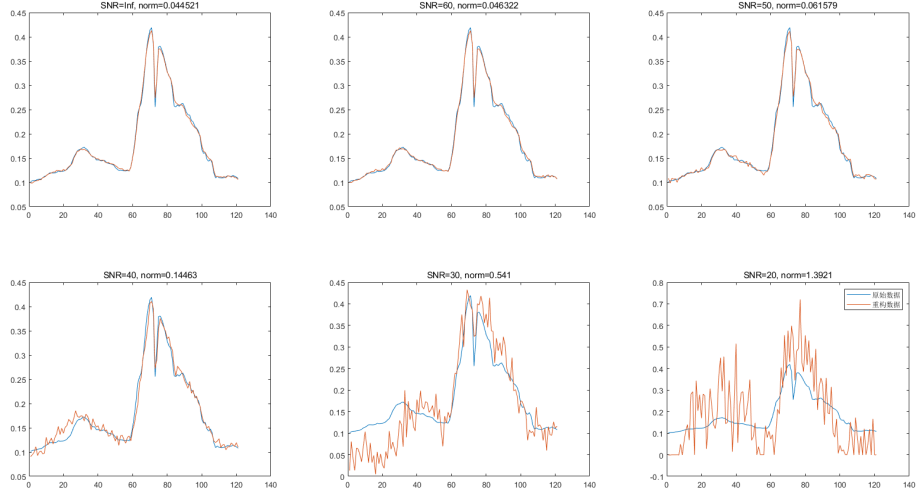


图 7. 原始模型重构效果

本文所提出的相关性优化模型重构结果如下图8所示，经与图7对比可知，在无噪声情况下，原始模型与优化模型表现效果相近，且皆可对原始光谱曲线的重构效果较优；而在含噪情况下，优化模型重构光谱曲线误差与原始模型相比皆获得了一定降低。为避免偶然性，本文随机选取了训练数据集，其大小为 10000 个光谱信号，采用原始 PCSED 模型以及优化模型在含噪情况下进行测试，其测试结果如表2所示。

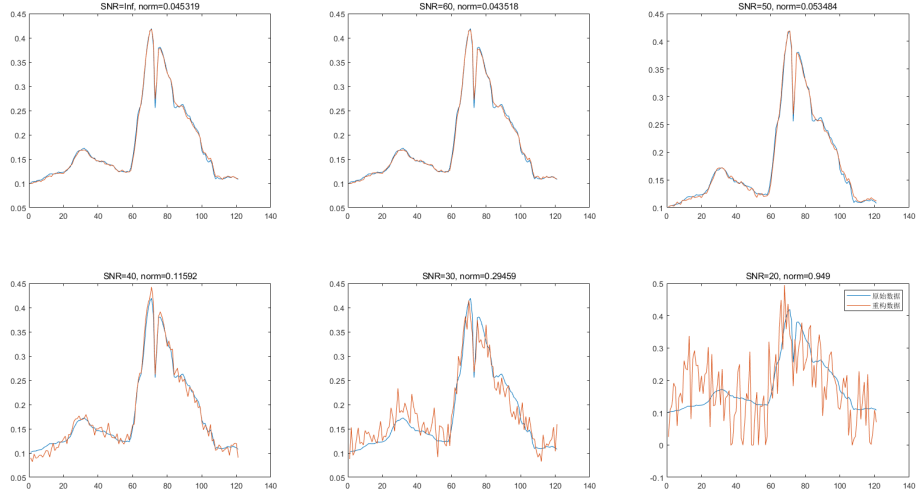


图 8. 优化模型重构效果

由表2可知，原始模型仅在信噪比较高的情况下具备一定有效性，可对原始光谱信号实现有效重构；当信噪比较低，即噪声较高时，原始 PCSED 网络框架表现效果较差，如图7所示，已经无法对原始光谱信号进行有效重构。然而，随机噪声的产生是不可避免的。对于优化模型而言，其在实验中所设定的各个信噪比下误差皆取得了一定下降，且优化程度随着噪声水平的上升而上升，当 $\text{SNR}=0\text{dB}$ 时，其重构误差仅为原始模型重构误差的 $1/10$ ，对比图7与图8亦可知，优化模型实际重构效果在一定噪声水平下更贴近原始光谱信号。

表 2. 重构误差

模型	SNR=60dB	SNR=30dB	SNR=20dB	SNR=10dB	SNR=0dB
原始模型重构误差	0.014	0.102	0.644	4.139	33.301
优化模型重构误差	0.012	0.027	0.107	0.551	3.878

当然，由于在网络框架中并未对噪声进行考虑，因此当噪声水平达到一定程度时，无论是原始模型还是优化模型皆不可实现较优的重构，但随着优化模型的重构误差的降低，亦可证明对于观测矩阵采取一定的去相关性优化，可以提高模型的抗噪性。综上，本次优化对于降低原始模型重构误差具有良好效果，后续可延续此方面继续进行研究。

6 总结与展望

本文中对高光谱成像框架——PCSED 网络框架进行了介绍，简述了其基本思想、创新性的设计以及不足之处，并针对不足之处提出辅以压缩感知理论进行优化，其优化方向众多，本文中选取了压缩感知理论中的相关性定义进行优化。经过较为严谨的理论推导，对传感矩阵进行了去相关优化，并通过对于稀疏信号的重构实验证明，本文所采用的去相关优化的效果。最后，本文将去相关优化与原 PCSED 框架进行结合，经实验结果可知，结合了去相关优化后，PCSED 网络对于高光谱信号的重构效果提升，重构误差降低，抗噪性提高，成功实现了优化。

本文指出，将 PCSED 网络框架与压缩感知理论进行融合的话，可进行优化的方向众多，如原始光谱信号稀疏化、传感矩阵去相关性、融合压缩感知思想的重构网络构造等。本文中仅对传感矩阵去相关性进行相关优化，且不可否认仍具有大量优化空间，因此在后续研究中，可进行优化的方向仍众多，高光谱成像仍需要基于理论持续发展，仅数据驱动的网络总存在不足，因此相关理论研究仍需继续进行。

参考文献

- [1] Boaz Arad and Ohad Ben-Shahar. Sparse recovery of hyperspectral signal from natural rgb images. In *Computer Vision—ECCV 2016: 14th European Conference, Amsterdam, The Netherlands, October 11–14, 2016, Proceedings, Part VII 14*, pages 19–34. Springer, 2016.
- [2] Emmanuel J Candès and Michael B Wakin. An introduction to compressive sampling. *IEEE signal processing magazine*, 25(2):21–30, 2008.
- [3] David L Donoho and Michael Elad. Optimally sparse representation in general (nonorthogonal) dictionaries via ℓ_1 minimization. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 100(5):2197–2202, 2003.

- [4] Julio Martin Duarte-Carvajalino and Guillermo Sapiro. Learning to sense sparse signals: Simultaneous sensing matrix and sparsifying dictionary optimization. *IEEE Transactions on Image Processing*, 18(7):1395–1408, 2009.
- [5] Michael Elad. Optimized projections for compressed sensing. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 55(12):5695–5702, 2007.
- [6] Mário AT Figueiredo, Robert D Nowak, and Stephen J Wright. Gradient projection for sparse reconstruction: Application to compressed sensing and other inverse problems. *IEEE Journal of selected topics in signal processing*, 1(4):586–597, 2007.
- [7] Michael E Gehm, Renu John, David J Brady, Rebecca M Willett, and Timothy J Schulz. Single-shot compressive spectral imaging with a dual-disperser architecture. *Optics express*, 15(21):14013–14027, 2007.
- [8] Shijie Nie, Lin Gu, Yinqiang Zheng, Antony Lam, Nobutaka Ono, and Imari Sato. Deeply learned filter response functions for hyperspectral reconstruction. In *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pages 4767–4776, 2018.
- [9] Manu Parmar, Steven Lansel, and Brian A Wandell. Spatio-spectral reconstruction of the multispectral datacube using sparse recovery. In *2008 15th IEEE International Conference on Image Processing*, pages 473–476. IEEE, 2008.
- [10] Mostafa Sadeghi and Massoud Babaie-Zadeh. Dictionary learning with low mutual coherence constraint. *Neurocomputing*, 407:163–174, 2020.
- [11] Karin Schnass. Average performance of orthogonal matching pursuit (omp) for sparse approximation. *IEEE Signal Processing Letters*, 25(12):1865–1869, 2018.
- [12] Hongya Song, Yaoguang Ma, Yubing Han, Weidong Shen, Wenyi Zhang, Yanghui Li, Xu Liu, Yifan Peng, and Xiang Hao. Deep-learned broadband encoding stochastic filters for computational spectroscopic instruments. *Advanced Theory and Simulations*, 4(3):2000299, 2021.
- [13] Joel A Tropp. Greed is good: Algorithmic results for sparse approximation. *IEEE Transactions on Information theory*, 50(10):2231–2242, 2004.
- [14] Jianjun Wang, Feng Zhang, Jianwen Huang, Wendong Wang, and Changan Yuan. A non-convex penalty function with integral convolution approximation for compressed sensing. *Signal Processing*, 158:116–128, 2019.
- [15] Wenyi Zhang, Hongya Song, Xin He, Longqian Huang, Xiyue Zhang, Junyan Zheng, Weidong Shen, Xiang Hao, and Xu Liu. Deeply learned broadband encoding stochastic hyperspectral imaging. *Light: Science & Applications*, 10(1):108, 2021.

- [16] 孙玉宝, 李欢, 吴敏, 吴泽彬, 贺金平, and 刘青山. 基于图稀疏正则化多测量向量模型的高光谱压缩感知重建. 电子与信息学报, 36(12):2942–2948, 2014.
- [17] 焦李成, 杨淑媛, 刘芳, and 侯彪. 压缩感知回顾与展望. 电子学报, 39(7):1651, 2011.