

基于分数的生成模型在信道估计中的应用

摘要

信道估计是 5G 乃至未来 6G 通信系统中的重要技术。然而大部分信道估计方法都是基于某一特定分布的方法，存在鲁棒性问题。本文复现了一种基于分数的生成模型用于大规模 MIMO 系统中的无线信道估计，其基于数据驱动学习数据分布。在复现过程中，详细遵循了原论文中提出的模型架构和训练策略，包括数据生成、模型训练和后验估计等关键步骤，使用 Matlab 的 5G Toolbox 生成信道数据，并按照原论文的指导进行了模型的训练和测试。在训练阶段，通过调整噪声水平和优化参数来学习信道的分数函数。在后验估计阶段，利用退火朗之万动力学进行采样，以实现信道估计。通过与原论文中的结果进行对比，本文验证了复现模型的性能，并缩小了模型大小进行性能对比。

关键词：生成模型；基于分数；信道估计

1 引言

大规模 MIMO (Multiple Input Multiple Output) 技术是现代无线通信系统中的关键技术之一，在 5G 和未来 6G 通信系统中占据重要地位 [1]。其核心思想是通过在基站和用户设备上配置大量的天线，实现空间复用和分集增益，从而显著提高系统的频谱效率和数据传输速率。然而，大规模 MIMO 系统的性能在很大程度上依赖于对信道状态的准确估计。

在大规模 MIMO 系统中，信道状态信息 (CSI) 是设计有效的发射和接收策略的基础。由于天线数量的大幅增加，信道矩阵的维度也随之增加，这使得信道估计变得更加复杂。传统的信道估计方法在大规模 MIMO 中面临计算复杂度高和导频开销大的问题。因此，开发高效、准确的信道估计算法成为大规模 MIMO 技术研究中的一个重要课题。

大规模 MIMO 系统信道估计的一个重要难点是对信道分布的鲁棒性问题 [2]。当系统使用环境发送变换，信道的实际分布改变，原有的算法设计条件可能不在匹配。特别考虑移动用户，当用户处于不同环境下，信道的分布可能大不相同，受到的噪声和干扰对信道估计的影响发生显著变化。因此，在信道估计中考虑算法的鲁棒性与适应场景至关重要。

近年来基于分数的生成模型在磁共振成像 (MRI) 重建等特定应用中已经展现出充分潜力。本文介绍一种在 MIMO 通信场景中使用基于分数的生成模型进行无线信道估计的后验估计算法 [3]。其使用分数分布学习方法对随机环境中 MIMO 信道的信道状态信息 (CSI) 进行建模，本质上是学习其概率分布。在训练过程中，使用已知信道的数据以无监督的方式训练基于分数的生成模型，训练时不使用对应的发出信号和接收信号。在测试时，使用退火朗之万动力学从后验分布中采样来进行后验概率信道估计。

2 相关工作

信道估计问题由来已久，其解决方法大体上可划分为传统方法和基于深度学习的方法两大类。

2.1 传统的信道估计方法

传统的信道估计方法大多依赖于先验知识假设，例如 Saleh - Valenzuela 聚类信道模型 [4]，该模型通过具有随机延迟和幅度的脉冲响应之和来表征传播环境。通过添加出发角和到达角，该模型可扩展至 MIMO 信道 [5]。

[6] 的工作为混合架构的宽带毫米波信道估计问题开发了一种基于稀疏公式和压缩感知的解决方案，利用频率选择性 mmWave 信道的稀疏结构，将信道估计问题表示为时域和频域中的稀疏恢复，提出了纯时域或频域以及组合时域/频域的显式信道估计技术。

Lasso 是一种快速估计方法，利用毫米波信道在角度域和延迟域中固有的稀疏性，通过在信道估计目标中使用 ℓ_1 正则化在二维傅里叶 (2D - DFT) 域中施加稀疏性 [7]。

2.2 基于深度学习的方法

[8] 中的工作提出了一种新的压缩感知 (CS) 方法，通过优化深度生成网络的输入来进行高维无线信道估计。该方法使用信道训练集训练具有低维潜在空间的深度生成对抗网络 (GAN)，并在测试时制定一个优化问题，使用接收的导频符号和预训练模型来恢复信道状态信息矩阵。

[9] 的工作提出了一种学习辅助梯度下降 (LAGD) 算法来解决多输入单输出 (MISO) 波束形成的加权和速率 (WSR) 最大化问题，联合学习最佳超参数和最优预编码矩阵的细化模型。这类似于使用朗之万动力学进行的迭代去噪方法。其所提出的 LAGD 算法通过基于隐式梯度下降的迭代直接优化发射预编码器，在每个迭代中，优化策略由神经网络确定，方法是动态且自适应的。

还有一些使用基于深度学习的监督式端到端训练方法进行 MIMO 信道估计的方法已经取得优秀的效果。[10] 中提出的算法引入了一种用于二维信道估计的两阶段深度学习方法：在第一阶段，使用超分辨率网络，随后是去噪阶段。虽然最初是为时频信道引入的，但该方法也适用于 MIMO 信道，其中将信道矩阵的初始估计视为图像。[11] 中的工作引入了一种强大而稳健的深度学习算法，即学习去噪近似消息传递 (L-DAMP) 算法。在 L-DAMP 中，可微优化步骤与深度神经网络的前向传播交错，整个方法使用反向传播进行端到端训练。

与扩散模型密切相关的基于分数的生成模型在 [12] 中被引入，作者在其中还介绍了退火朗之万动力学以及如何使用学习到的分数模型从感兴趣的分布中有效采样。该模型在对现实世界分布（如自然图像）进行建模方面已被证明优于生成对抗网络 (GANs) [13]。

3 本文方法

3.1 无线系统模型

考虑一个在发射机和接收机之间的窄带点对点 MIMO 通信场景，发射端具有 N_t 根天线，接收端具有 N_r 根天线。在这种场景下，信道状态信息 (CSI) 可以由 $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t}$ 表示。我

们令 $\mathbf{p}_i \in \mathbb{C}^{N_t}$ 表示从预设计的 N_P 个导频码本中选择的第 i 个导频符号, $\mathbf{W} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_r}$ 为接收波束成形矩阵。第 i 个导频的接收信号向量 \mathbf{y}_i 可以由下式表示:

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{W}^H (\mathbf{H} \mathbf{p}_i s + \mathbf{n}_i) \quad (1)$$

其中 \mathbf{n}_i 是均值为零、协方差矩阵为 $\sigma_{pilot}^2 \mathbf{I}$ 的复高斯白噪声, s 是复值标量。在实际中, 导频向量是从具有结构约束的波束成形码本中选择的条目 [14]。为了简化计算假定 $s = 1$, $\mathbf{W} = \mathbf{I}$, 可以得到信道模型:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H} \mathbf{P} + \mathbf{N} \quad (2)$$

信道估计则需要使用接收的导频矩阵 \mathbf{Y} 和发送的导频矩阵 \mathbf{P} 估计信道状态信息矩阵 \mathbf{H} , 而发送的导频矩阵 \mathbf{P} 通常认为是已知的矩阵, 即导频序列是预先指定的。并且由于发送天线与接收天线数量不一致, 矩阵 \mathbf{H} 不是一个方阵, 对其进行估计通常是一个欠定的逆问题。

3.2 朗之万动力学

朗之万动力学是一种从任意分布中采样的过程。设 p_H 是一个任意分布的概率密度, H_t 是在 p_H 分布的概率空间上的朗之万扩散过程, 由动力学定义为 [15]:

$$dH_t = dW_t + \frac{1}{2} \nabla \log p_H(H_t) \quad (3)$$

其中 W_t 是一个独立同分布的零均值和单位方差的高斯随机过程。假设 p_H 满足一定的光滑性条件, 根据朗之万扩散运动的特性, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, H_t 的平稳分布在概率上收敛到 p_H , 而与初始值 H_0 无关 [15]。因此, 通过公式 (3) 中的扩散过程实际上是在从分布 p_H 中采样。在实际的计算中, 步长为 ϵ 的离散化朗之万动力学更新方程由下式给出 [15]:

$$H_{t+1} \leftarrow H_t + \epsilon \cdot \nabla \log p_H(H_t) + \sqrt{2\epsilon} \cdot \zeta_t \quad (4)$$

其中 ζ_t 是独立同分布的零均值和单位方差的高斯噪声。并且由于公式 (4) 收敛速度慢, 为了缓解该问题, [12] 对式 (4) 进行修改, 利用退火朗之万动力学, 引入时变超参数 α_t 和 β_t 来提高收敛性, 新的更新规则如下:

$$H_{t+1} \leftarrow H_t + \alpha_t \cdot \nabla \log p_H(H_t) + \beta_t \cdot \zeta_t \quad (5)$$

上述式子包含两个对当前迭代 H_t 的加性更新项: $\alpha_t \cdot \nabla \log p_H(H_t)$ 使得更新过程趋向样本实际概率密度。因为梯度是局部最陡上升方向, 所以这个更新项引导 H_t 更新为分布 p_H 下采样得到的样本。 $\beta_t \cdot \zeta_t$ 表示对上述过程的扰动, 这种扰动使得采样的样本符合 p_H 的概率分布, 不会每次都采样到概率密度局部最大的样本。

3.3 分数匹配

设 p_H 表示在任意随机环境下的复值 MIMO 信道的分布。 p_H 在 H 处的分数定义为 [16]:

$$\psi_H(H) = \nabla \log p_H(H) \quad (6)$$

其中 $\psi_H(H) \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t}$ 。该分数函数对于大部分情况下是难以直接显式计算的。基于分数的生成模型的目标是学习信道分布 p_H 在所有输入点的分数函数 ψ_H , 可以使用神经网络 s_θ 来学

习。当有训练样本 $\{H_i\}_{i=1}^N$ 及其对应的分数 $\{\psi_H(H_i)\}_{i=1}^N$ 可以显示计算时，显式分数匹配使用以下损失函数来训练模型 s_θ [16]:

$$\mathcal{L}_{ESM,p_H}(\theta) = \mathbb{E}_{H \sim p_H} [\|s_\theta(H) - \psi_H(H)\|_2^2] \quad (7)$$

上述损失函数可以使用梯度下降方法进行优化。然而，实际情况下 ψ_H 是难以直接计算的，因此式 (7) 中的损失函数不能直接用于学习分数函数模型 s_θ 。为了解决这个问题，[16] 中的工作提出使用去噪分数匹配，通过添加噪声的数据样本 \tilde{H} 学习条件分布 $p_{\tilde{H}|H}$ 的分数函数，使用以下损失函数优化模型：

$$\mathcal{L}_{DSM}(\theta) = \mathbb{E}_{H \sim p_H, \tilde{H} \sim p_{\tilde{H}}} [\|s_\theta(\tilde{H}) - \nabla \log p_{\tilde{H}|H}(\tilde{H}|H)\|_2^2] \quad (8)$$

[16] 中的工作证明了以下定理：假设 $\log p_{\tilde{H}|H}(\tilde{H}|H)$ 关于 \tilde{H} 是可微的，那么损失函数 $\mathcal{L}_{ESM,\tilde{H}}$ 和 \mathcal{L}_{DSM} 在一定噪声下是等价的。这意味着只要其概率分布是可微的，就可以使用式 (8) 的损失函数学习带噪分布 $p_{\tilde{H}}$ 的分数。当扰动 Z 是独立同分布的高斯分布，均值为零且协方差矩阵为 $\sigma_z^2 \mathbf{I}$ 时，可以得到：

$$\nabla \log p_{\tilde{H}|H}(\tilde{H}|H) = -Z/\sigma_z^2 \quad (9)$$

[12] 中的工作提出使用式 (8) 在多个噪声水平下的加权版本来学习分数函数模型 s_θ 。该模型的损失函数由下式给出：

$$\mathcal{L}_{score}(\theta) = \mathbb{E}_{j, H \sim p_H, Z_j \sim p_{Z_j}} [\sigma_{z_j}^2 \|s_\theta(H + Z_j) + \frac{Z_j}{\sigma_{z_j}^2}\|_2] \quad (10)$$

其计算过程如图1所示

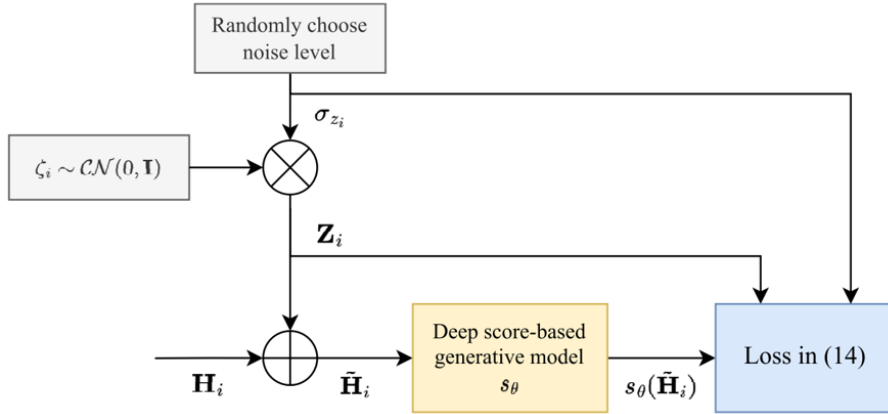


图 1. 损失函数计算过程

在每个噪声水平上对预测分数进行加权的决定来自于将去噪分数匹配表述为方差爆炸 (VE) 扩散过程 [17]。对于值很小的 σ ， $-Z/\sigma^2$ 的幅度趋于无穷大，用 σ^2 加权可以补偿这一点，稳定学习过程。最后，学习到的分数函数 $\psi_{\tilde{H}|H}$ 用于从后验分布中采样估计的信道。

3.4 分数函数网络架构

在实际操作中，文章使用了 RefineNet 架构 [18] 来学习模型 s_θ 。该架构在多个分辨率级别上并行操作，由一系列 RefineNet 块组成，它们之间具有残差跳跃以及相应的下采样和上

采样操作，如图 3 所示。这使得该模型能够在多个分辨率级别上学习 CSI 中的结构关系，并高效地预测分数函数。此外，由于该模型是全卷积的，因此它在训练和测试期间可以处理输入尺度不同的信道矩阵。RefineNet 块的详细架构如图 2 所示。

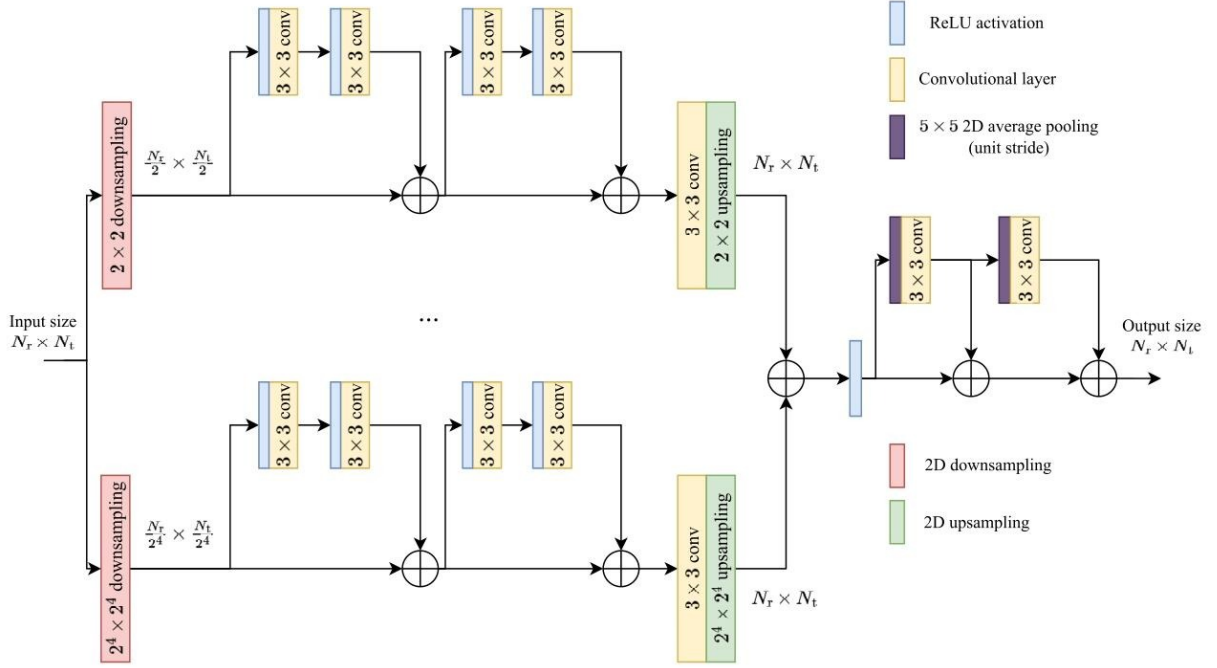


图 2. RefineNet 块的结构

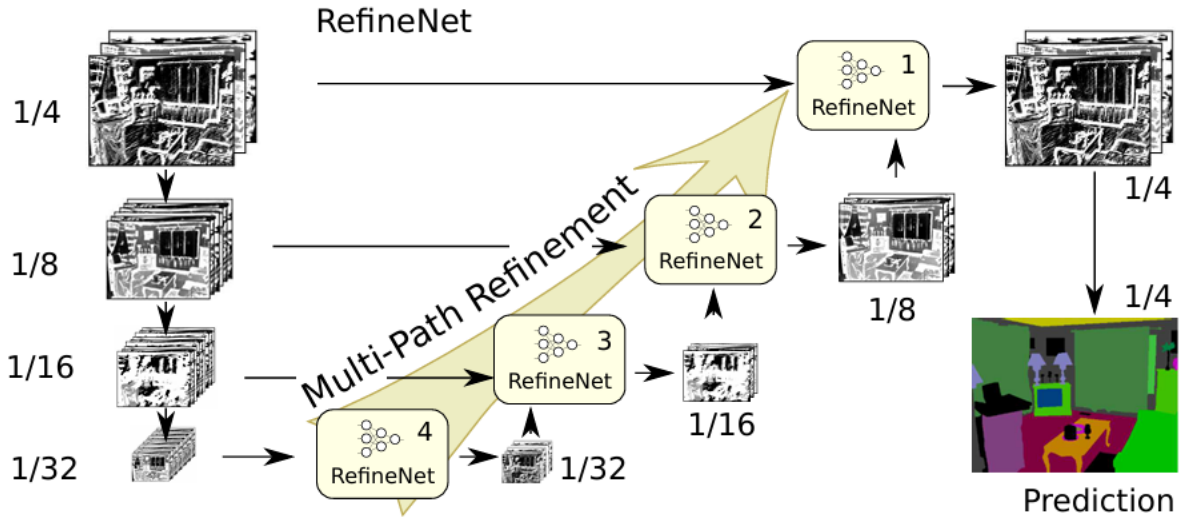


图 3. RefineNet 的整体结构

3.5 使用分数函数的后验采样

学习信道分布的分数函数不需要使用到 P 、 Y 等数据，只需要使用到信道矩阵 H ，则学习分数函数是一个无监督任务。为了利用学习到的信道的分数函数进行信道估计，需要使用后验估计，利用退火朗之万动力学进行后验采样，更新公式为 [3]：

$$H \leftarrow H + \alpha \cdot \psi_{H|Y}(H|Y) + \beta \cdot \zeta \quad (11)$$

其中 α 和 β 是衰减步长，与式 (5) 中的不同。使用贝叶斯法则 $p_{H|Y}(H|Y) = \frac{p_{Y|H}(Y|H)p_H(H)}{p_Y(Y)}$ 展开并取对数得到：

$$\log p_{H|Y}(H|Y) = \log p_{Y|H}(Y|H) + \log p_H(H) - \log p_Y(Y) \quad (12)$$

对两边关于 H 求梯度，对于任意的 Y ， $\nabla \log p_Y(Y) = 0$ ，则有 $\psi_{H|Y}(H|Y) = \psi_{Y|H}(Y|H) + \psi_H(H)$ 。将 $\psi_{H|Y}(H|Y)$ 代入式 (11) 得到：

$$H \leftarrow H + \alpha \cdot \psi_{Y|H}(Y|H) + \alpha \cdot \psi_H(H) + \beta \cdot \zeta \quad (13)$$

与式 (5) 相比，额外的更新项 $\alpha \cdot \psi_{Y|H}$ 在使 H 的扩散过程中收敛于接收的导频 Y 所对应的 H 。对于式 (13) 中的更新项， $\psi_H(H)$ 可以利用之前学习到的分数分布获取。那么考虑 $\psi_{Y|H}(Y|H)$ 的计算，利用公式 $Y = HP + N$ ，而 $N \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{pilot}^2 I)$ ，故有 $Y \sim \mathcal{N}(HP, \sigma_{pilot}^2 I)$ ，则 $p(Y|H) = \frac{1}{(2\pi)^{d/2} \sigma_{pilot}^2} \exp\left(-\frac{1}{2}(Y - HP)^T (\sigma_{pilot}^2 I)^{-1} (Y - HP)\right)$ 。对其取 \log 并对 H 求导最终可得：

$$\nabla \log p_{Y|H}(Y|H_{est,i}) = \frac{(H_{est,i}P - Y)P^H}{\sigma_{pilot}^2} \quad (14)$$

计算过程如图 4 所示。

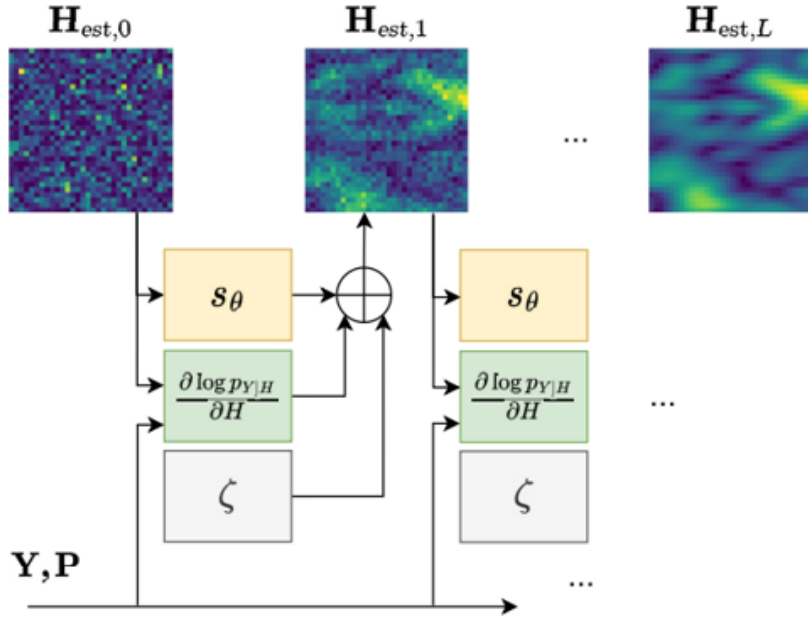


图 4. 后验估计过程

4 复现细节

4.1 与已有开源代码对比

本文使用作者提供的代码，源地址 <https://github.com/utcsilab/score-based-channels>。在此基础上进行实验，修改模型大小为 4 个 RefineNet 块组成，进行对比。

4.2 数据生成

本文所使用的数据使用 matlab 的 5G toolbox 工具包的函数生成。使用其中的 nrCDLChannel 函数创建和配置一个簇延迟线 (Clustered Delay Line, CDL) 多输入多输出 (MIMO) 链路级衰落信道模型。该模型实现了 3GPP TR 38.901 标准中定义的 CDL 信道模型, 模拟信号通过 CDL 信道时的衰落效应, 返回路径增益 pathGains 和信道快照的采样时间 sampleTimes。使用函数 nrPerfectTimingEstimate 和 nrPerfectChannelEstimate 对获得到的路径增益 pathGains 和信道快照的采样时间 sampleTimes 估计信道, 作为实际信道估计算法的参考标准, 用于比较和评估不同信道估计算法的性能。

其中函数参数取值如下: 延迟扩展 (Delay Spread) = $30\text{e-}9$ 、载波频率 (Carrier Frequency) = $40\text{e}9$ 、最大多普勒频移 (Maximum Doppler Shift) = 5、采样率 (SampleRate) = $15.36\text{e}6$ 。

利用上述方法, 固定发出的导频信号, 每次从随机的 100 个信道分布中采样 10000 个数据作为训练数据, 再从随机的 100 个信道中采样出 200 个数据作为测试数据。

4.3 基于分数的生成模型的训练

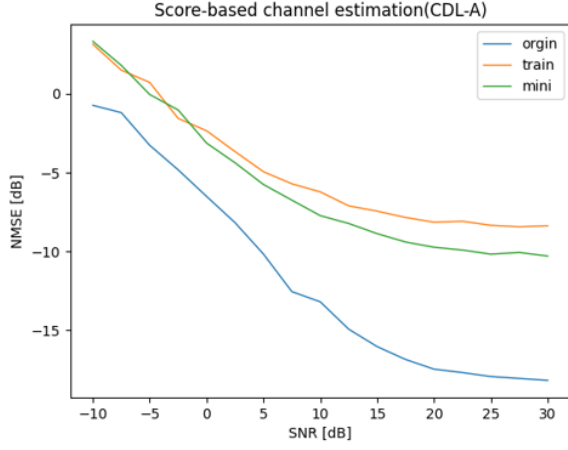
训练基于分数的生成模型时, 批量大小设置为 32, 总周期为 400 轮, 每次读取数据时, 根据读取到的信道, 固定一定的导频, 随机噪声, 生成对应的接收信号 Y 。然后对信道数据先进行归一化, 减去均值, 除以方差, 然后将其实部矩阵与虚部矩阵拼接在一起, 作为一个实数矩阵, 便于生成模型的计算。预先制定好一系列 σ 作为噪声的方差, 从 39.15 开始, 以 0.995 为下降倍率, 产生 2311 个噪声方差对应的 σ 。训练时从预先制定好的 σ 中随机一个出来, 产生对应方差大小的随机噪声, 利用公式 (10) 来计算对应的损失, 使用 Adam 优化器进行反向梯度下降回归法, 其中学习率设为 0.0001。

4.4 后验估计过程

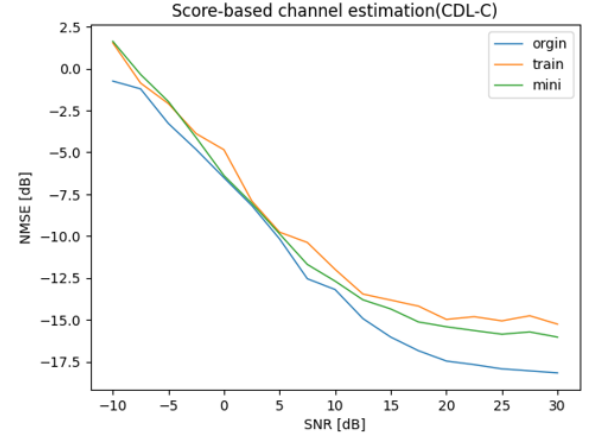
训练出基于分数的生成模型后, 利用其作为先验概率, 进行后验概率估计, 读取数据时每次固定发出的导频信号 P , 根据当前的 H 以及噪声水平 σ 随机噪声 N , 生成收到的信号 Y 。然后随机一个复高斯矩阵作为信道估计的初始值, 利用公式 (13) 计算对应的迭代更新项, 其中的 α 是一个带退火的系数, 从 1 开始, 每次以 0.995 的倍率下降, 保证迭代算法的收敛, 迭代次数一共 2311 次。

5 实验结果分析

本实验使用 NMSE 作为评价指标, 作者提供了使用了 6 个 RefineNet 块的模型参数, 自己训练了使用了 6 个 RefineNet 块和 4 个 RefineNet 块的模型, 其结果如图 5 所示。其中 orgin 代表作者提供的参数, train 代表自己训练的 6 个 RefineNet 块的模型, mini 代表训练的 4 个 RefineNet 块的模型。可以看到虽然自己训练的模型 NMSE 指标不如作者提供的, 但是整体趋势符合作者提供的模型, 并且在减少 RefineNet 块的数量后模型的性能没有下降, 甚至有时候上升, 这可能是由于自己训练时数据没有使用作者那么多数量样本, 不需要那么大的模型就可以拟合数据分布。



(a) 在 CDL-A 生成数据上的测试结果



(b) 在 CDL-C 生成数据上的测试结果

图 5. 结果展示

6 总结与展望

本文复现了基于分数的生成模型用于信道估计，其利用分数生成模型学习信道的先验概率，然后用其进行后验估计的思想令人眼前一亮。在复现过程中，本文只是简单的复现了原文中的方法，没有复现其他信道估计方法与原文方法进行对比。未来将继续阅读相关文献，复现其他信道估计方法，将这些方法进行对比。未来基于原文的方法，或许可以尝试将 Saleh-Valenzuela 信道模型的特性结合进去，尝试在特定场景下利用基于分数的生成模型进行 S-V 模型的参数估计。

参考文献

- [1] Yuqiang Heng, Jeffrey G Andrews, Jianhua Mo, Vutha Va, Anum Ali, Boon Loong Ng, and Jianzhong Charlie Zhang. Six key challenges for beam management in 5.5 g and 6g systems. *IEEE Communications Magazine*, 59(7):74–79, 2021.
- [2] Pang Wei Koh, Shiori Sagawa, Henrik Marklund, Sang Michael Xie, Marvin Zhang, Akshay Balsubramani, Weihua Hu, Michihiro Yasunaga, Richard Lanus Phillips, Irena Gao, et al. Wilds: A benchmark of in-the-wild distribution shifts. In *International conference on machine learning*, pages 5637–5664. PMLR, 2021.
- [3] Marius Arvinte and Jonathan I Tamir. Mimo channel estimation using score-based generative models. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 22(6):3698–3713, 2023.
- [4] Adel AM Saleh and Reinaldo Valenzuela. A statistical model for indoor multipath propagation. *IEEE Journal on selected areas in communications*, 5(2):128–137, 1987.
- [5] Quentin H Spencer, Brian D Jeffs, Michael A Jensen, and A Lee Swindlehurst. Modeling the statistical time and angle of arrival characteristics of an indoor multipath channel. *IEEE Journal on Selected areas in communications*, 18(3):347–360, 2000.

- [6] Kiran Venugopal, Ahmed Alkhateeb, Nuria González Prelcic, and Robert W Heath. Channel estimation for hybrid architecture-based wideband millimeter wave systems. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 35(9):1996–2009, 2017.
- [7] Philip Schniter and Akbar Sayeed. Channel estimation and precoder design for millimeter-wave communications: The sparse way. In *2014 48th Asilomar conference on signals, systems and computers*, pages 273–277. IEEE, 2014.
- [8] Eren Balevi, Akash Doshi, Ajil Jalal, Alexandros Dimakis, and Jeffrey G Andrews. High dimensional channel estimation using deep generative networks. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 39(1):18–30, 2020.
- [9] Zhixiong Yang, Jing-Yuan Xia, Junshan Luo, Shuanghui Zhang, and Deniz Gündüz. A learning-aided flexible gradient descent approach to miso beamforming. *IEEE Wireless Communications Letters*, 11(9):1895–1899, 2022.
- [10] Mehran Soltani, Vahid Pourahmadi, Ali Mirzaei, and Hamid Sheikhzadeh. Deep learning-based channel estimation. *IEEE Communications Letters*, 23(4):652–655, 2019.
- [11] Hengtao He, Chao-Kai Wen, Shi Jin, and Geoffrey Ye Li. Deep learning-based channel estimation for beamspace mmwave massive mimo systems. *IEEE Wireless Communications Letters*, 7(5):852–855, 2018.
- [12] Yang Song and Stefano Ermon. Generative modeling by estimating gradients of the data distribution. *Advances in neural information processing systems*, 32, 2019.
- [13] Prafulla Dhariwal and Alexander Nichol. Diffusion models beat gans on image synthesis. *Advances in neural information processing systems*, 34:8780–8794, 2021.
- [14] Robert W Heath, Nuria Gonzalez-Prelcic, Sundeep Rangan, Wonil Roh, and Akbar M Sayeed. An overview of signal processing techniques for millimeter wave mimo systems. *IEEE journal of selected topics in signal processing*, 10(3):436–453, 2016.
- [15] Gareth O Roberts and Richard L Tweedie. Exponential convergence of langevin distributions and their discrete approximations. 1996.
- [16] Pascal Vincent. A connection between score matching and denoising autoencoders. *Neural computation*, 23(7):1661–1674, 2011.
- [17] Yang Song, Conor Durkan, Iain Murray, and Stefano Ermon. Maximum likelihood training of score-based diffusion models. *Advances in neural information processing systems*, 34:1415–1428, 2021.
- [18] Guosheng Lin, Anton Milan, Chunhua Shen, and Ian Reid. Refinenet: Multi-path refinement networks for high-resolution semantic segmentation. In *Proceedings of the IEEE conference on computer vision and pattern recognition*, pages 1925–1934, 2017.